

**ЯДРО ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ ХУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ
ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 РАҚАМЛИ
ИЛМИЙ КЕНГАШ**

ЯДРО ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ

ХУДОЙБЕРДИЕВ АСЛИДДИН ҒУЛОМИДДИНОВИЧ

**АНИЗОТРОПИК КВАНТ МАГНИТЛАРИДА ҚУЙИ
ТЕМПЕРАТУРАЛИ ФАЗА ЎТИШЛАР**

01.04.07 – Конденсирланган ҳолат физикаси

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси
АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент– 2022

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)
диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по
физико-математическим наукам**

**Contents of the dissertation abstract of the doctor of philosophy (PhD) on
physical and mathematical sciences**

Худойбердиев Аслиддин Гуломиддинович Анизотропик квант магнитларида қуйи температурали фаза ўтишлар.....	3
Khudoyberdiev Asliddin Gulomiddinovich Low temperature phase transitions in anisotropic quantum magnets.....	25
Худойбердиев Аслиддин Гуломиддинович Низкотемпературные фазовые переходы в анизотропных квантовых магнетиках.....	45
Эълон қилинган ишлар рўйхати Список опубликованных работ List of published works.....	49

**ЯДРО ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ
ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.ФМ/Т.33.01 РАҚАМЛИ
ИЛМИЙ КЕНГАШ**

ЯДРО ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ

ХУДОЙБЕРДИЕВ АСЛИДДИН ҒУЛОМИДДИНОВИЧ

**АНИЗОТРОПИК КВАНТ МАГНИТЛАРИДА ҚУЙИ
ТЕМПЕРАТУРАЛИ ФАЗА ЎТИШЛАР**

01.04.07 – Конденсирланган ҳолат физикаси

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси
АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент– 2022

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида № В2021.2.PhD/FM242 рақами билан рўйхатга олинган.

Диссертация Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси Ядро физикаси институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, инглиз, рус (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (www.inp.uz) ва «Ziyonet» ахборот-таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:

Рахимов Абдулла Маннабович
физика-математика фанлари доктори,
катта илмий ходим

Расмий оппонентлар:

Джуманов Сафарали
физика-математика фанлари доктори, профессор

Абдуллаев Фатхулла Хабибуллаевич
физика-математика фанлари доктори, профессор

Етакчи ташкилот:

Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон миллий университети

Диссертация ҳимояси Ядро физикаси институти ҳузуридаги DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2022 йил _____ соат _____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент шаҳри, Улуғбек кўрғони, Ядро физикаси институти. Тел. (+99871) 289-31-41; факс (+99871) 289-36-65; e-mail: info@inp.uz).

Диссертация билан Ядро физикаси институтининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (_____ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100214, Тошкент шаҳри, Улуғбек кўрғони, ЯФИ. Тел. (+99871) 289-31-19).

Диссертация автореферати 2022 йил « ____ » _____ куни тарқатилди.
(2022 йил “ ____ ” _____ даги _____ рақамли реестр баённомаси)

М. Ю. Ташметов

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси ф.-м.ф.д., профессор

О.Р. Тожибоев

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф. PhD, катта илмий ходим

Э.М. Турсунов

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертациясининг аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Сўнги йилларда дунёда магнетик материалларнинг паст ҳароратларда фазавий ўтишларини ўрганиш орқали уларнинг муҳим муаммоларини ҳал қилишга катта эътибор берилмоқда. Квант магнитлари физикаси соҳаси жуда истиқболли, аммо ўз навбатида жуда қийин. Бозе зарралар физикасини квант магнитларида қўллаб, фаза ўтишлардаги хоссаларини квант эффектлар билан ўрганиш муҳим аҳамият касб этади. Бозе-Эйнштейн конденсати (БЭК) асосан суюқ гелий ва совуқ газлардаги бозе зарраларида кузатилган бўлсада, бу тушунча анча умумийдир. Баъзи қаттиқ жисмларнинг қуйи температурадаги хоссаларини квант эффектлар ёрдамида, хусусан БЭК назарияси асосида тушунтириш мумкин. Хусусан, антиферромагнитларда элементар уйғонишлар бу магنونлар, яъни бутун спинли квазизарралар бўлиб, улар Бозе статистикасига бўйсунди. Спинлар ва бозонлар ўртасидаги ўхшашлик, антиферромагнитларда жуда самарали эканлиги исботланган бўлиб, қуйи температурадаги бир-бирига яқин масофада жойлашган ярим бутун спинли димерлар бирикиб асосий ҳолатдаги синглет ва триплет бозе турдаги зарра (триптон) лар ҳосил қилади. Триптонлар атом газларига қараганда анча енгилроқ ва зичлиги анча юқори. Натижада, бу газларда, атом газларидаги нанокелвинлардан фарқли ўлароқ, конденсат ҳолати анча юқори ҳароратда ҳам сақланиб қолиши мумкин.

Бугунги кунда жаҳон миқёсида узок масофали ўзаро таъсирга эга бўлган спин-бўшликли квант магнитларининг паст ҳароратли хусусиятларини, жумладан, экзотик фазалар ёки фазали ўтишларни анизотропияни ҳисобга олиб ўрганиш долзарблиги билан ажралиб турибди. Чунки бундай материаллар келажакда квант компьютерларини яратиш ва квант маълумотларини сақлаш учун ишлатилиши мумкин. Хусусан, антиферромагнетиканинг паст ҳароратли магнит хотираси бугунги қаттиқ дисклар ва қаттиқ хотира чипларига қараганда камида 100 марта зичроқ эканлиги аниқланган. Шундай қилиб, квант магнитларини ўрганиш уларнинг янги хусусиятларини башорат қилиш имконини беради, бу эса ўз навбатида уларни компьютер ва ахборот технологияларида қўллашни осонлаштиради ва оптималлаштиради.

Мамлакатимизда сўнги йилларда магнетик материаллар ва уларнинг хоссаларини ўрганиш бўйича назарий ва экспериментал тадқиқотларни жаҳон даражасида ўтказишга катта эътибор қаратилмоқда. Шунинг учун паст ҳароратларда квант антиферромагнитларида магнит квазизарраларнинг Бозе-Эйнштейн конденсати ва у билан боғлиқ муаммоларини ўрганиш долзарб мавзу ҳисобланади. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 29 декабрдаги Олий Мажлисга Мурожаатномасида¹ физика фанини ривожлантириш бўйича белгиланган вазифаларга мос фундаментал ва амалий

¹Мирзиёев Ш.М. Ўзбекистон Республикаси Президентининг Олий Мажлисга Мурожаатномаси // Халқ сўзи, 2020 йил, 30 декабрь, No275-276 (7746-7747), 2-бет.

масалаларни ҳал қилишга қаратилган илмий тадқиқотларни йўлга қўйиш муҳим аҳамият касб этади. Ўзбекистонда сўнги йилларда магнетик материаллар ва уларнинг хоссаларини ўрганиш бўйича назарий ва экспериментал тадқиқотларни жаҳон даражасида ўтказишга катта эътибор қаратилмоқда. Юқори Теслали доимий магнит майдонни ҳосил қилиш ва бу магнит майдон ёрдамида моддалар оптик хоссаларини, наноструктурасини ўрганиш борасида назарий ва амалий изланишлар олиб борилмоқда. Ушбу фундаментал тадқиқотлар мамлакатимиз илм-фанининг ривожланишида катта аҳамиятга эгадир.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида” фармони, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон “Фанлар академияси фаолиятини янада такомиллаштириш, илмий ишларни ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштириш бўйича чора тадбирлар тўғрисида”, 2019 йил 21 ноябрдаги ПҚ-4526-сон “Ядро физикаси институти илмий-тадқиқот фаолиятини қўллаб-қувватлаш чора-тадбирлари тўғрисида” қарорлари, ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа меъёрий-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги. Мазкур тадқиқот иши республика фан ва технологиялар ривожланишининг II. «Энергетика, энерготехнология ва муқобил энергия манбалари» устувор йўналишига мувофиқ бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Ҳозирги вақтда паст ҳарорат физикаси ва квант магнитларини ўрганиш бўйича жуда кўп назарий ва амалий тадқиқотлар жаҳоннинг етакчи олимлари томонидан олиб борилмоқда. Жумладан, швейцариялик олимлар A. Schilling ва R. Dell’Amore квант магнитларида қуйи ҳароратли фаза ўтишлар ва магнитланганлик хоссаларини тажрибалар ёрдамида ўрганган; австралиялик олимлар (J. Sirker, A. Weisse, O.P. Sushkov) томонидан квант магнитларининг анизотропик хоссаларини эътиборга олган ҳолда квант фаза ўтишлар ва магنونларнинг конденсат ҳолати Ҳартри-Фок-Попов аппроксимацияси ёрдамида назарий йўл билан ўрганилган; италиялик (V. Zapf, M. Jaime, C.D. Batista), россиялик (V.I. Yukalov), япониялик (F. Yamada, T. Ono, H. Tanaka, G. Misguich, M. Oshikawa, T. Sakakibara), ўзбекистонлик (A. Rakhimov, B. Boyzakov, F. Abdullayev, S. Djumanov, U. Valiev, R. Galimzyanov, E. Quvondiqov) ва бошқа мутахассислар томонидан конденсирланган ҳолат физикаси ва квант магнитларини ўрганиш бўйича жуда кўплаб назарий ва амалий тадқиқотлари олиб борилмоқда.

1999 йилда А. Оосава Нил ҳароратидан паст бўлган $TiCuCl_3$ антиферромагнит квант намунасида магнит тартибнинг критик ҳароратини топиш учун магнит материаллардаги магнитланишларни ўрганди. Тажрибаларни талқин қилиш фундаментал назариянинг ривожланишига олиб келди. Фақатгина тўғри назария тажрибаларни тўғри тушунишга имкон беради, тегишли ва реал техник иловаларни таклиф қилиши ва материянинг

янги хоссалари ва фазаларини башорат қилиши мумкин. Шуниси қизиқки, БЭК каби ҳодисалар, юз минглаб зарраларни ўз ичига олган конденсатланган материя физикаси, назарий изланишлар зарурлиги ҳақида хулоса беради. Бу юқори энергияли заррачалар физикасидан анча фарқ қилади. Триптон БЭК нуқтаи назаридан соф квант магнитларининг хоссаларини тавсифлашда яна бир муаммо бор. Бу муаммо бирлик ҳажмдаги зарралар сони билан боғлиқ. Аслида, триптон квазизарраларга эга бўлган спин димерлари ўртасидаги ўзаро таъсир анизотропияга, яъни бозонли тизим айланиш симметриясининг бузилишига олиб келади. Натижада, Гамилтонианга мос келадиган заррачалар сони оператор билан алмаштирилади, бу уни аниқ ҳисобланган микдорга айлантормайди. Бу факт БЭК нуқтаи назаридан назарий тавсифда табиий шубҳаларни келтириб чиқаради. Шу билан бирга, системада анизотропия нисбатан кичик бўлса, БЭК ҳодисасини асосий майдон яқинлашуви назарияси натижасида пайдо бўлган пертурбатив $U(1)$ симметрия бузилишини ҳисобга олган ҳолда ўрганиш мумкин.

Аммо юқорида келтирилган усуллар квант магнитларининг қуйи ҳароратдаги хоссаларини тушунтириш учун етарлича маълумот бера олмайди. Чунки, батафсил ўрганилиши керак бўлган очиқ саволлар мавжуд. Мисол учун: анизотропиянинг "конденсатланмаган ва конденсатланган фазада" магнитланишга таъсирининг тавсифини топа оламизми (ҳозирда тўлиқ ўрганилмаган) ва бу бир вақтнинг ўзида БЭК фазаси учун яратилган назарияга мос келадими?

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган илмий-тадқиқот муассасаси илмий-тадқиқот ишлари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси Ядро физикаси институти илмий-тадқиқот ишлари режасининг № ОТ-Ф2-14 “Кучли ўзаро таъсирлашувчи квант системаларнинг коллектив ва микроскопик хусусиятларини тадқиқ қилиш” (2016-2020), № УТ-ФА-2020-3 “Узоқ масофали ўзаро таъсирга эга тартибсиз квант магнитлари ва атом газларида ултрасовуқ фазали ўтишлар” (2020-2022) мавзусидаги фундаментал лойиҳалар ва “Бир нечта жисмли квант физикаси масалаларини ечиш учун юқори самарали вариацион усулларни ривожлантириш” (2020-2024) илмий-тадқиқот ишлари дастури бўйича фундаментал мавзу доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади паст ҳароратларда анизотроп квант магнитлари учун Хартри-Фок-Боголюбов яқинлашуви ва Бозе-Эйнштейн конденсат назариясини такомиллаштириш ва улардаги фазавий ўтишларни тавсифлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

Хартри-Фок-Боголюбов аппроксимациясини ёрдамида паст ҳароратда триптонларнинг анизотропия таъсири ва аномал зичликни ўз ичига олган термодинамик потенциалини ҳисоблаш;

нолга яқин ҳароратда квант магнитларида квант фазаси ўтишларини аниқлаш;

триптон Бозе-Эйнштейн конденсат тўлқин функциясининг магнит фазалари ва унга ўрнатилган чекловлар мавжудлигини исботлаш;

паст ҳароратда квант магнитларида иккита Бозе конденсат ҳолатидаги тизимининг интерференцияси ва Жозефсон эффектини таҳлил қилиш;

алмашинув анизотропияси ва Дзялошинский-Мория ўзаро таъсири параметрларини ўртача майдон назарияси ёрдамида баҳолаш;

квант магнитларининг, хусусан, $TiCuCl_3$ да экспериментал равишда олинган магнитланганлик ва энергия спектрини таҳлил қилиш.

Тадқиқотнинг объектини антиферромагнит материаллар, $TiCuCl_3$ бирикмаси ташкил этади.

Тадқиқотнинг предметини паст ҳароратларда квант антиферромагнитларида магнит квазизарраларнинг Бозе-Эйнштейн конденсати ва у билан боғлиқ муаммолар ташкил этади.

Тадқиқотнинг усуллари: янги назарий ёндашув - асосий майдон яқинлашиш назарияси; Бозе-Эйнштейн конденсат назарияси; Хартри-Фок-Боголюбов (ХФБ) аппроксимацияси; иккиламчи квантлаш усули.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги куйидагилардан иборат:

антиферромагнит материаллар, яъни анизотроп квант магнитлари учун асосий майдон назарияси ёрдамида критик температурадан куйи ($T \leq T_c$) соҳа учун Хартри-Фок-Боголюбов аппроксимацияси такомиллаштирилган;

илк бор квант магнитларининг анизотропик хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда иккита конденсат интерференцияси ва Жозефсон эффекти кузатиш мумкинлиги кўрсатилган;

Дзялошинский-Мория анизотропиясини ҳисобга олган ҳолда илк бор конденсатланган заррачаларнинг зичлиги $T > T_c$ да асимптотик тарзда камайиб борганлиги учун иккинчи тур фаза ўтиш кроссоверга айланиши, шунингдек, конденсат тўлқин функциясининг фаза бурчаги фақат дискрет қийматларга эга бўлиши исботланган;

Хартри-Фок-Боголюбов аппроксимацияси ёрдамида $TiCuCl_3$ антиферромагнит материалидаги куйи ҳароратларда магнитланганлик учун олинган экспериментал натижалари тўлиқ тавсифланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари куйидагилардан иборат:

илк бор квант магнитлари учун магнитланганлик, иссиқлик сифими ва конденсат аномал зичлигининг ҳароратга боғлиқлиги ва $TiCuCl_3$ антиферромагнит материали учун мавжуд экспериментал натижалари билан мослиги аниқланган;

илк бор конденсат тўлқин функциясининг фазасига қўйилган чекловлар батафсил ўрганилган ва фаза фақат дискрет қийматлар қабул қилиши исботланган;

асосий ҳолатдан конденсат ҳолатига ўтиш иккинчи тур фаза ўтишдан фарқли ўлароқ, кроссовер юзага келиши кўрсатилган;

конденсат тўлқин функция фазаси учун олинган натижалардан фойдаланиб квант магнитларидаги куйи ҳароратли фаза ўтишлари, Жозефсон эффекти ва интерференция ҳодисалари тавсифланган.

Тадқиқот натижаларининг ишончилиги Бозе-Эйнштейн конденсациясининг замонавий усуллари, назарий физика, юқори самарали аналитик усуллар ва алгоритмлардан фойдаланиш, олинган назарий

натижаларнинг экспериментал маълумотлар ва бошқа муаллифларнинг натижалари билан мувофиқлиги, хулосалар квант магнитларининг майдон назарияси асосий қоидаларига мослиги билан тасдиқланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти ўзига хос иссиқлик, тартиб параметри ва ташқи магнит майдон таъсирида магнитланганлик каби катталикларни фундаментал кузатувлар орқали квант фазасига ўтишда квант критик хатти-харакатларини тавсифлаш қобилияти билан белгиланади. Назарий натижаларни ва антиферромагнит материаллар учун эксперимент маълумотларини яхши тушунтириш мумкин.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти шундан иборатки, паст ҳароратларда бузилган квант магнитларининг назарий тавсифи ва янги экзотик ҳолатлари конденсатланган моддалар замонавий физикаси турли муаммоларини ҳал қилишга ҳисса қўшади ва квант тизимларида квазизарраларнинг БЭК ҳодисаларини тушунишда янги асосий майдон назариясини таклиф қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Анизотропик квант магнитларида куйи температурали фаза ўтишларни тадқиқ қилиш бўйича олинган илмий натижалар асосида:

антиферромагнит материаллар, яъни анизотроп квант магнитлари учун Ҳартри-Фок-Боголюбов ишлаб чиқилган аппроксимацияси хорижий тадқиқотчилар томонидан қўлланилган (халқаро журналларда ҳаволалар: Physical Review B, 97, id.140405, 2018, Physical Review B, 98, id.144416, 2018, 34rd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation, 18886028, 2019, International Journal of Modern Physics, 35, id.2150018, 2020, Physics Letters A, 384, id.126313 2020). Илмий натижаларнинг қўлланилиши антиферромагнитларда Тан контактнинг ҳисоблаш имконини берган;

квант магнитларининг анизотропик хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда иккита конденсат интерференцияси ва Жозефсон эффекти иккита материя тўлқинининг фазалар фарқи ёрдамида кузатилиши хорижий тадқиқотчилар томонидан қўлланилган (халқаро журналларда ҳаволалар: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021). Илмий натижаларнинг қўлланилиши фаза бурчагининг назарий тавсифини ишлаб чиқиш имконини берган;

Дзялошинский-Мория анизотропиясини ҳисобга олган ҳолда, конденсатланган заррачаларнинг зичлиги $T > T_c$ да асимптотик тарзда камайиб борганлиги учун фазанинг кроссоверга ўтиши, шунингдек, конденсат тўлқин функциясининг фаза бурчаги фақат дискрет қийматларга эга бўлиши хорижий тадқиқотчилар томонидан қўлланилган (халқаро журналларда ҳаволалар: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021, Physics Letters A, 384, id.126313 2020). Илмий натижаларнинг қўлланилиши квант антиферромагнитларида (CsFeCl_3) квант фаза ўтишларини тавсифлаш имконини берган;

Хартри-Фок-Боголюбов аппроксимацияси ёрдамида TCuCl_3 антиферромагнит материалидаги куйи ҳароратларда магнитланганлик учун олинган экспериментал натижаларини тўлиқ тавсифланиши хорижий тадқиқотчилар томонидан қўлланилган (халқаро журналларда ҳаволалар: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021). Илмий натижаларнинг қўлланилиши Бозе системаларида Тан контактнинг критик хусусиятларини аниқлаш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертация ишининг асосий натижалари 6 та халқаро ва республика анжуманларида маъруза қилинган ҳамда муҳокама этилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилиниши. Диссертация мавзуси доирасида жами 10 та илмий иш нашр этилган, жумладан Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 4 та мақола, шулардан 3 таси хорижий журналларда.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг умумий ҳажми 103 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида ўтказилган тадқиқотларнинг долзарблиги ва заруратлиги асосланган, республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси муҳокама қилинган, тадқиқотнинг мақсади ва вазифалари, тадқиқотнинг илмий янгилиги ҳамда амалий натижалари баён қилинган, диссертация ишининг апробацияси ҳамда ишнинг ҳажми ва тузилиши ҳақида қисқача маълумот берилган.

Диссертациянинг “**Анизотроп квант магнитларида Бозе-Эйнштейн конденсати**” деб номланган биринчи бобида антиферромагнит моддаларнинг куйи температуралардаги магнитланиш жараёнидаги ноодатий ҳодисалар назарий йўл билан ўрганилган. Асосий майдон назарияси ва Хартри-Фок-Боголюбов аппроксимацияси ёрдамида, назарий ҳисоблашлар натижасида тўла ва стаггеред магнитланганликнинг температурага боғлиқлик графиклари олинган. Шу билан бир қаторда квант магнитларидаги, Гейзенберг гамилтониани ўз ичига олувчи, алмашинув анизотропиянинг турли физик катталикларга таъсири ўрганилган. Олинган натижалар экспериментал натижалар билан таққосланган ва мослигига ишонч ҳосил қилинган.

Квант магнитларида, хусусан TCuCl_3 антиферромагнитида иккита $S=1/2$ спинли мис Cu^{2+} ионлари бирикиб димер ҳосил қилади. Бу димерлар антиферромагнетик йўл билан бирикиб бутун спинли бозе типдаги квазизарраларни ҳосил қилади. Бу элементар уйғонишлар ёрдамида квант магнитларининг куйи температурадаги хоссаларини тушунтириш мумкин. Бунинг учун ташқи магнит майдон ёрдамида $S=1$ спинли уйғонган ҳолдаги

зарралар $S=0$ асосий ҳолатга ўтказилиши мумкин. Лекин ташқи магнит майдон Зейман эффектани юзага келтиради ва уйғонган ҳолат учта сатҳга ажралади. Натижада ташқи магнит майдон система учун конденсат ҳолатини юзага келтирувчи кимёвий потенциал вазифасини бажаради. Уйғонган энергетик сатҳдаги магنونлар “триплонлар” деб аталади. Лекин бу эффектлар абсолют нол температурага яқин температурада юзага келади. Шу тариқа биз квант магнитларида Бозе-Энштейн конденсатини кузатишимиз мумкин бўлади. Яъни, ташқи магнит майдондан ташқари, температура ёрдамида ҳам конденсат ҳолатидаги триплонлар зичлигини ўзгартириш мумкин бўлади. Бу назария ёрдамида паст температурадаги антиферромагнитларда кузатиладиган фаза ўтишлари ва магнитланганликнинг ўзгаришларини тушунтириш мумкин. Квант магнитларидаги конденсат ҳолати оддий газлар конденсатидан фарқи шундаги, бу системада анизотропик хоссалари мавжуд. Яъни триплонлар орасидаги ўзаро таъсирлашувларни ҳисобга олган вақтда анизотроп таъсирлашувларни ҳам этиборга олиш керак. Бу анизотропик спин таъсирлашувлар Гейзенберг гамилтониани (алмашинув анизотропия) ёрдамида этиборга олинади. Бу турдаги анизотроп таъсирлашувлар, бизнинг моноклин кристал структурали TlCuCl_3 моддадаги, кўшни тугунлардаги ва тугун ичидаги димерларнинг ўзаро таъсирини ҳисобла олади. Демак анизотроп таъсирлашувга эга бўлган триплонлар системаси учун Гамилтонианнинг кўриниши қуйидагича ёзилади:

$$H = \int d^3r [\psi^\dagger(\mathbf{r})(\hat{K} - \mu)\psi(\mathbf{r}) + \frac{U}{2}(\psi^\dagger(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}))^2 + \frac{\gamma}{2}(\psi^\dagger(\mathbf{r})\psi^\dagger(\mathbf{r}) + \psi(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}))] \quad (1)$$

бу ерда \hat{K} -кинетик энергия оператори, μ - кимёвий потенциал, U -делта типли триплон-триплон таъсир потенциали бўлиб, масофага боглиқ эмас, $\psi(\mathbf{r})$ -майдон операторлари, γ - алмашинув анизотропия доимийси. Конденсат ҳолати ташқи магнит майдоннинг маълум бир критик H_c қийматидан бошлаб юзага келгани учун ҳам кимёвий потенциал $\mu = g\mu_B(H_{\text{ext}} - H_c)$ кўринишида танланади. Биз ўз ишимизда юқоридаги гамилтонианни, майдон операторларини икки қисимга бўлган ҳолда $\psi(r) = \phi_0(r) + \tilde{\psi}(r)$, $\psi^\dagger(r) = \phi_0^\dagger(r) + \tilde{\psi}^\dagger(r)$, иккиламчи квантлаш қоидасига кўра диагонал ҳолатига келтирамиз. Бу ерда $\phi_0(r)$ ва $\tilde{\psi}(r)$ лар мос ҳолда конденсат ҳолатидаги (ρ_0) ва конденсат ҳолатида бўлмаган (ρ_1) зарралар зичлигини аниқловчи операторлар ҳисобланади.

$$\rho_0 = \phi_0^2, \quad \rho_1 = (1/V) \int d^3r \langle \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{r})\tilde{\psi}(\mathbf{r}) \rangle, \quad \rho = N/V = \rho_0 + \rho_1. \quad (2)$$

ρ -тўла зарралар зичлиги ҳисобланади. Бу икки турдаги зарралар зичлиги, яъни ρ ва ρ_0 лар квант магнитларидаги тўла (M) ва стаггерд магнитланганлик (M_\perp) ни тушунтириб бера олади ва бу магнитланганликлар қуйидаги формулалар орқали ҳисобланади.

$$M = g\mu_B\rho, \quad M_{\perp} = g\mu_B\sqrt{\rho_0/2}. \quad (3)$$

Бу ерда μ_B – Бор магнетони, g – Ланде фактор бўлиб $g = 2.06$. Демак биз зарралар зичлигини аниқлаган ҳолда магнитланганлик учун натижалар олишимиз мумкин бўлади. Фурье алмаштиришларидан сўнг Гамильтониан (1) куйидаги ҳолатга келади

$$H = H_0 + H_{\text{lin}} + H_{\text{bilin}}, \quad H_0 = -\mu\rho + \gamma\rho_0 + \frac{U}{2}\rho_0^2 - \frac{U}{2}(2\rho_1^2 + \sigma^2),$$

$$H_{\text{lin}} = \sqrt{\rho_0} \sum_{\mathbf{k}} \{a_{\mathbf{k}}^{\dagger}[\gamma - \mu + \rho_0 U + 2\rho_1 U + \sigma U] + a_{\mathbf{k}}[\gamma - \mu + \rho_0 U + 2\rho_1 U + \sigma U]\}$$

$$H_{\text{bilin}} = \sum_{\mathbf{k}} (\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu + 2U\rho)a_{\mathbf{k}}^{\dagger}a_{\mathbf{k}} + \frac{U(\gamma/U + \rho_0 + \sigma)}{2} \sum_{\mathbf{k}} (a_{\mathbf{k}}a_{-\mathbf{k}} + a_{\mathbf{k}}^{\dagger}a_{-\mathbf{k}}^{\dagger}). \quad (4)$$

Бу ердан иккиламчи квантлаш қоидалари орқали дисперсион муносабатни топиш мумкин.

$$E_k = \sqrt{(\varepsilon_k + X_1)(\varepsilon_k + X_2)}.$$

$$X_1 = -\mu + U[2\rho + \tilde{\gamma} + \rho_0 + \sigma] \quad X_2 = -\mu + U[2\rho - \tilde{\gamma} - \rho_0 - \sigma]. \quad (5)$$

Биз ўз назарий ҳисоблашларимизда Хартри-Фок-Боголюбов (ХФБ) аппроксимациясидан фойдаланганмиз, яъни аномал зичлик (σ) ни ҳисобга олганмиз.

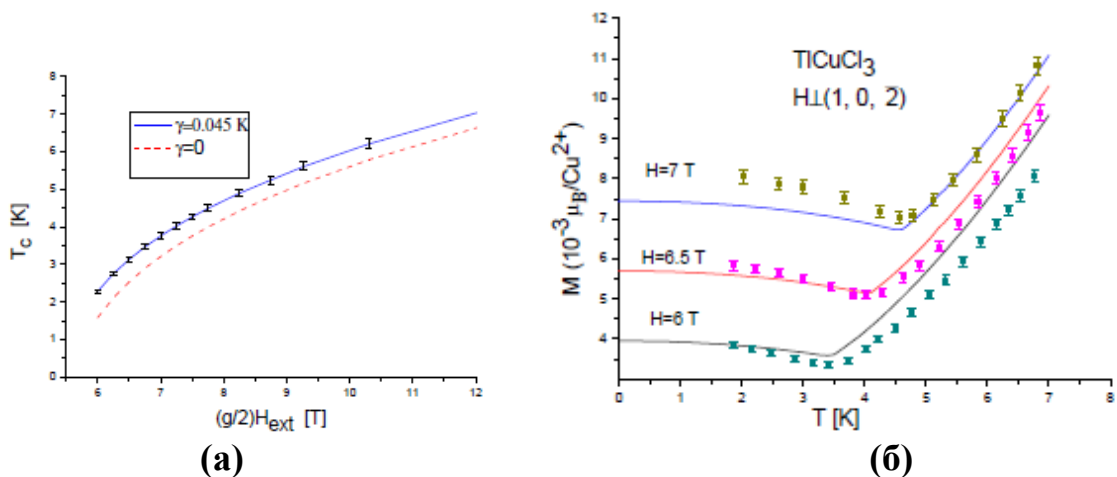
$$\rho_1 = \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} \langle a_{\mathbf{k}}^{\dagger}a_{\mathbf{k}} \rangle, \quad \rho_1 = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \frac{W_{\mathbf{k}}[\varepsilon_{\mathbf{k}} + (X_1 + X_2)/2]}{E_{\mathbf{k}}} - \frac{1}{2} \right\}, \quad (6)$$

$$\sigma = \sum_{\mathbf{k}} \sigma_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (\langle a_{\mathbf{k}}a_{-\mathbf{k}} \rangle + \langle a_{\mathbf{k}}^{\dagger}a_{-\mathbf{k}}^{\dagger} \rangle), \quad \sigma = \frac{X_2 - X_1}{2V} \sum_{\mathbf{k}} \frac{W_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}}, \quad (7)$$

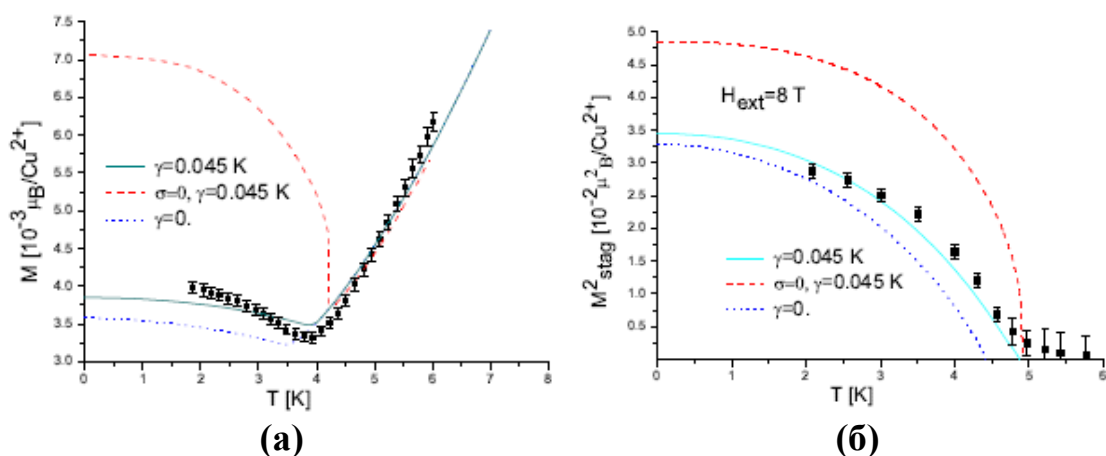
бу ерда $W_{\mathbf{k}} = \coth(E_{\mathbf{k}}/2T)/2 = f_B(E_{\mathbf{k}}) + 1/2$, $f_B(E_{\mathbf{k}}) = 1/(e^{E_{\mathbf{k}}/T} - 1)$.

Юқоридаги (5) формулаларни аналитик ечиш орқали X_1 ва X_2 лар топилган ва бошқа катталиклар ҳисобланган. Критик температурани аниқлашда $\rho_0(T_c) = 0$ ва $\rho_0(T \geq T_c) = 0$ шартлардан фойдаланилади. Зарралар зичлиги ёрдамида (3) формулаларга кўра магнитланганликнинг ҳароратга боғлиқлик графикларини олиш мумкин.

Ташқи магнит майдоннинг ортиши критик температуранинг ўсишига олиб келади (1(а)-расм) ва анизотропиянинг ҳисобга олинмаслиги ҳам экспериментал натижалардан узоқлашишига сабабчи бўлади. Ташқи магнит майдоннинг ортиши билан тўла магнитланганлик ҳам ортади (1(а)-расм).



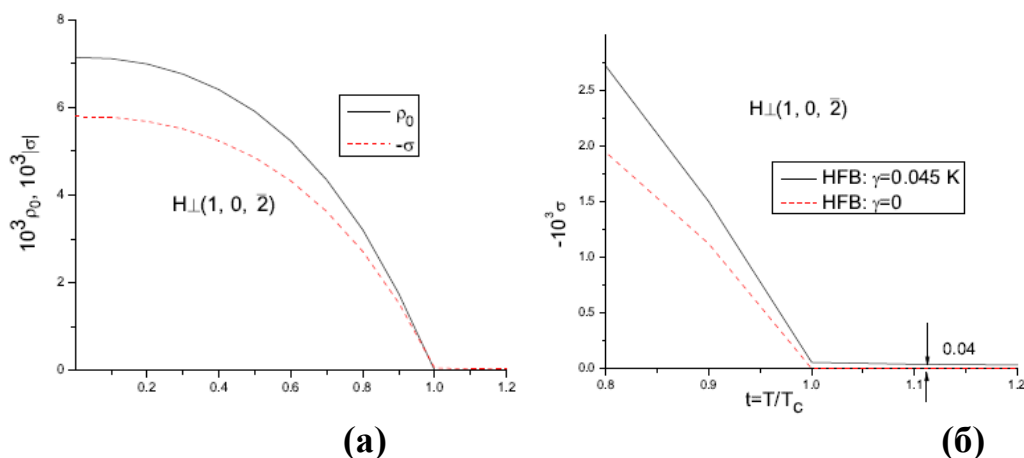
1-расм. Критик температуранинг ташқи магнит майдонга боғлиқлиги (а) ва ташқи магнит майдоннинг бир нечта қийматлари учун тўла магнитланганлик (б). Экспериментал натижалар [F. Yamada *et.al.* Journal of Physical Society of Japan, 77, (2008)] ва [T. Nikuni *et.al.* Physical Review Letters, 84, (2000)] дан олинган



2-расм. Тўла магнитланганлик (а) ва стаггерд магнитланганликнинг (б) температурага боғлиниши. Экспериментал натижалар [T. Nikuni *et.al.* Physical Review Letters, 84, (2000)] ва [H. Tanaka *et.al.* Journal of Physical Society of Japan, 70, (2001)] дан олинган

Магнитланганлик Ҳартри-Фок-Боголюбов (ҲФБ) аппроксимацияси ($\sigma \neq 0$) ва Ҳартри-Фок-Попов (ҲФП) аппроксимацияси ($\sigma = 0$) ёрдамида ҳисобланган (2(a)-расм). Графикдан кўринадикки, ҲФП аппроксимацияси фақатгина критик температурадан юқори температурада ўринли бўлади. Ҳарорат критик температурага яқинлашган сайин стаггерд магнитланганлик камая боради (2(б)-расм) ва критик температурада нолга айланади. Лекин экспериментал натижалар унинг асимтотик равишда камайиб боришини кўрсатади. Демак бизнинг ҲФБ аппроксимация квант магнитларида фақат алмашинув анизотропияси эътиборга олинганда критик температурадан юқори температурада стаггерд магнетизацияни тўлиқ тавфсифлай олмайди. Биз ўз назарий ҳисоблашларимизни экспериментал натижалар билан

таққослаш натижасида анизотропик параметр ва триптон триптон таъсир потенциал учун оптимал қийматларни ҳам аниқладик, $\gamma = 0.045 \text{ K}$, ва $U = 367.5 \text{ K}$.



3-расм. Конденсат ҳолатидаги зарралар зичлиги ва аномал зичликнинг температурага боғлиқлиги

Натижаларимизга аномал зичликнинг таъсири қай даражада эканлигини аниқлаш учун унинг қиймати конденсат ҳолатидаги зарралар зичлиги билан таққосланган (2(а)-расм). Графикдан кўринадиги, аномал зичликнинг қиймати етарли даражада катта ва биз уни эътиборга олишимиз зарур. Демак, бу ХФБ назариямизнинг тўғри эканлигини кўрсатади. Бизнинг натижаларимизга кўра, критик температурадан юқори температурада ҳам аномал зичлик сақланиб қолар экан (3(б)-расм).

Диссертациянинг “**Фаза ўтишлари ва конденсат тўлқин функция фаза бурчагига қўйилган чекловлар**” деб номланган иккинчи боби, БЭЖ назариясига кўра квант магнитларидаги критик температура атрофида фаза ўтишлар ва конденсат тўлқин функциянинг қандай кўринишида танлаш мумкинлигига бағишланган. Биз ўз ишимизда квант магнитларидаги конденсат ҳолатидаги зарралар тўлқин функция оператори оддий газлардагидан қандай фарқ қилишини ўрганиб чиқдик. Бундан ташқари тўлқин функция фазаси ҳақидаги маълумотлардан фойдаланиб Жозефсон эффекти ва икки конденсатнинг интерференциясини ўргандик.

Бу бобда биз янада мукамалроқ натижаларга эришиш мақсадида димерларнинг кристалдаги симметрия йўналиши билан боғлиқ бўлган таъсирлашувларини ҳам ҳисобга олдик. Бундай таъсирлашувлар Дзялошинский-Мория (DM) анизотропияси деб аталади. Қулайлик учун $D \parallel x$ (D -Дзялошинский-Мория вектори) ва $H \parallel z$ (H -ташқи магнит майдон) қилиб танланади. Бундай турдаги анизотропияни эътиборга олувчи Гамильтонианнинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$H_{DM} = i\gamma' \int d\vec{r} [\psi(r) - \psi^+(r)] \quad (8)$$

Бу ерда γ' -DM анизотропия параметри. Биринчи бобдаги алмашинув анизотропияси (EA) эса

$$H_{EA} = \frac{\gamma}{2} \int d\vec{r} [\psi^+(r)\psi^+(r) + \psi(r)\psi(r)] \quad (9)$$

Бу икки турдаги таъсирлашувларни ҳисобга олган ҳолда назарий ҳисоблашлар олиб борамиз. Натижада бизнинг тулик Гамилтониан:

$$H = H_{iso} + H_{aniso}, \quad H_{aniso} = H_{EA} + H_{DM},$$

$$H_{iso} = \int d\vec{r} \left[\psi^+(r)(\hat{K} - \mu)\psi(r) + \frac{U}{2} (\psi^+(r)\psi(r))^2 \right], \quad (10)$$

БЭК ҳолатида бир энергетик сатҳнинг макроскопик зарралар ёрдамида эгаллаб олиниши кузатилади. Шунинг учун биз майдон операторини қуйидаги икки қисмга ажратиб оламиз.

$$\psi(r, t) = \chi(r, t) + \tilde{\psi}(r, t), \quad \psi^+(r, t) = \chi^+(r, t) + \tilde{\psi}^+(r, t), \quad (11)$$

Бу ерда $\chi(r, t)$ конденсат ҳолатидаги зарралар майдон оператори, $\tilde{\psi}(r, t)$ эса конденсат ҳолатида бўлмаган зарралар учун майдон оператори. Математик жиҳатдан $\chi(r, t)$ оператор ρ_0 ва фазани ўз ичига олган комплекс бўлиши мумкин:

$$\chi \equiv \xi \sqrt{\rho_0} \equiv e^{i\theta} \sqrt{\rho_0}, \quad \chi^+ \equiv \xi^+ \sqrt{\rho_0} \equiv e^{-i\theta} \sqrt{\rho_0}. \quad (12)$$

Биз бу бобда система учун катта термодинамик потенциални ҳисобладик ва бу термодинамик потенциалнинг фазавий мувозанат ҳолатидаги минимумлик шартидан фойдаланиб тенгламаларга эга бўлдик:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \rho_0} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \rho_0^2} > 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \theta^2} > 0. \quad (13)$$

Катта термодинамик потенциал:

$$\Omega = \Omega_{ISO} + \Omega_{EA} + \Omega_{DM}$$

$$\Omega_{ISO} = -\mu \rho_0 + \frac{U \rho_0^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_k (E_k - \epsilon_k) + T \sum_k \ln(1 - e^{-\beta E_k})$$

$$+ \frac{1}{2} (\beta_1 B + \beta_2 A) + \frac{U}{8} (3A^2 + 3B^2 + 2AB),$$

$$\Omega_{EA} = \frac{\gamma \rho_0}{2} (\xi^2 + \bar{\xi}^2) + \frac{\gamma}{2} (B - A), \quad \Omega_{DM} = -i\gamma' (\bar{\xi} - \xi) \sqrt{\rho_0} - \frac{\gamma'^2}{X_2},$$

$$\beta_1 = -\mu - X_1 + \frac{U \rho_0}{2} (\xi^2 + \bar{\xi}^2 + 4), \quad \beta_2 = -\mu - X_2 - \frac{U \rho_0}{2} (\bar{\xi}^2 + \xi^2 - 4)$$

$$A = T \sum_{k,n} \frac{\epsilon_k + X_1}{\omega_n^2 + E_k^2} = \sum_k W_k \frac{\epsilon_k + X_1}{E_k}, \quad B = T \sum_{k,n} \frac{\epsilon_k + X_2}{\omega_n^2 + E_k^2} = \sum_k W_k \frac{\epsilon_k + X_2}{E_k} \quad (14)$$

Бу ерда $\xi = e^{i\theta}$, $\bar{\xi} = e^{-i\theta}$, $W_k = (1/2) \coth(\beta E_k/2) = 1/2 + f_B(E_k)$.

Нормал ва аномал зичликлар эса мос равишда қуйидагича топилади:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \int \langle \tilde{\psi}^+(r) \tilde{\psi}(r) \rangle d\vec{r}, \quad \rho_1 = \frac{A+B}{2} = \sum_k \left[\frac{W_k(\epsilon_k + X_1/2 + X_2/2)}{E_k} - \frac{1}{2} \right] \equiv \sum_k \rho_{1k} \\ \sigma &= \int d\vec{r} \langle \tilde{\psi}(r) \tilde{\psi}(r) \rangle \quad \sigma = \frac{B-A}{2} = \frac{(X_2 - X_1)}{2} \sum_k \frac{W_k}{E_k} \equiv \sum_k \sigma_k\end{aligned}\quad (15)$$

Термодинамик потенциалнинг минимумлик шартини (13) ёрдамида қуйидаги муносабатларни топамиз:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Omega}{\partial \rho_0} &= \cos 2\Theta (U\sigma + \gamma) + U(\rho_0 + 2\rho_1) - \mu - \frac{\gamma' \sin \Theta}{\sqrt{\rho_0}} = 0, \\ \frac{\partial \Omega}{\partial \Theta} &= 2\cos \Theta (2\rho_0(U\sigma + \gamma) \sin \Theta + \gamma' \sqrt{\rho_0}) = 0, \\ &-2\rho_0 \cos 2\Theta (U\sigma + \gamma) + \sin \Theta \gamma' \sqrt{\rho_0} > 0.\end{aligned}\quad (16)$$

Юқоридаги тенглама Θ га нисбатан 2 та ечимга эга. Биз бу ечимларни мос ҳолда моде-1 ва моде-2 деб белгилаймиз.

$$\Theta = \begin{cases} -\arcsin(\tilde{s}) + 2\pi n, & \xi = \sqrt{1 - \tilde{s}^2} - i\tilde{s}: \quad \text{моде} - 1 \\ \frac{\pi}{2} + \pi n, & \xi = \pm i: \quad \text{моде} - 2 \end{cases}\quad (17)$$

Бу ерда $\tilde{s} = \frac{\gamma'}{2\sqrt{\rho_0}(U\sigma + \gamma)}$, ва $n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$. Бу ечимлардан кўриш мумкинки моде-1 да фаза бурчаги система параметрлари ва температурага боғлиқ бўлиб қолади. Лекин иккинчи ҳолда эса у фақат комплекс қийматларнигина қабул қилади. Бизнинг мақсадимиз табиатда қайси бир фаза мақул кўрилади ва квант магнитлари учун қандай фазалар ўринли бўлишини текшириш. Ишимизнинг ютуқларидан бири шундаки, биз зарралар орасидаги ўзаро таъсирларни ҳисобга олмасак ($U=0$), натижаларимиз идеал газ учун ўринли бўлади. Бундан ташқари анизотропияни эътиборга олмасак ($\gamma' = \gamma = 0$) реал газлар учун конденсат фазаларини таҳлил қилишимиз мумкин. Ўз навбатида ЕА ва ДМ анизотропияларни эътиборга олган ҳолда квант магнитларидаги триплонлар конденсат тўлқин операторининг фазасини ҳам ўрганиб чиқамиз. Фаза қабул қилиши мумкин бўлган қийматларни аниқлашда система параметрларининг хоссаларидан фойдаланган ҳолда (13) ва (16) тенгламалар ёрдамида натижаларни оламиз.

Демак бозе газларида конденсат тўлқин функциянинг фазаси πn ларни қабул қилиши мумкин (1-жадвал). Яъни реал бозе газларида конденсат ҳолатидаги зарралар тўлқин оператори фақат реал сон ($\xi = \pm 1$) бўлар экан. Лекин агар биз ДМ таъсирлашувни ҳисобга олиб, квант магнитларининг конденсат ҳолатини кузатадиган бўлсак, фаза $\pi/2 + 2\pi n$ ларни қабул қилар экан. Бу дегани, тўлқин функция оператори ($\xi = +i$) комплекс қийматларга эга бўла олади ва фақат дискрет қийматларни қабул қилади.

Мумкин бўлган фазалар ва фаза ўтишлари. УЎСБ -ўз ўзидан симметрия бузилиши ва ОСБ -ошкора симметрия бузилиши

ВЭК тури	Тасир параметрлари	фаза	Фаза бурчаги	Симметрия бузилиши	БЭК фазадан → нормал фаза
Идеал газ	$U = 0, \gamma = 0, \gamma' = 0$	$\xi = e^{i\Theta}$	Исталган қиймат	УУСБ	II-тур
Реал БЭК	$U \neq 0, \gamma = 0, \gamma' = 0$	$\xi = \pm 1$	πn	УУСБ	II- тур
ЕА билан тасирлашувчи газ	$U \neq 0, \gamma \neq 0, \gamma' = 0$	$\xi = \pm 1$	πn	ОСБ	II- тур
DM билан тасирлашувчи газ	$U \neq 0, \gamma = 0, \gamma' \neq 0$	$\xi = +i$	$\pi/2 + 2\pi n$	ОСБ	кроссовер
ЕА ва DM анизатропия билан тасирлашувчи газ	$U \neq 0, \gamma \neq 0, \gamma' \neq 0$	$\xi = +i$	$\pi/2 + 2\pi n$	ОСБ	кроссовер

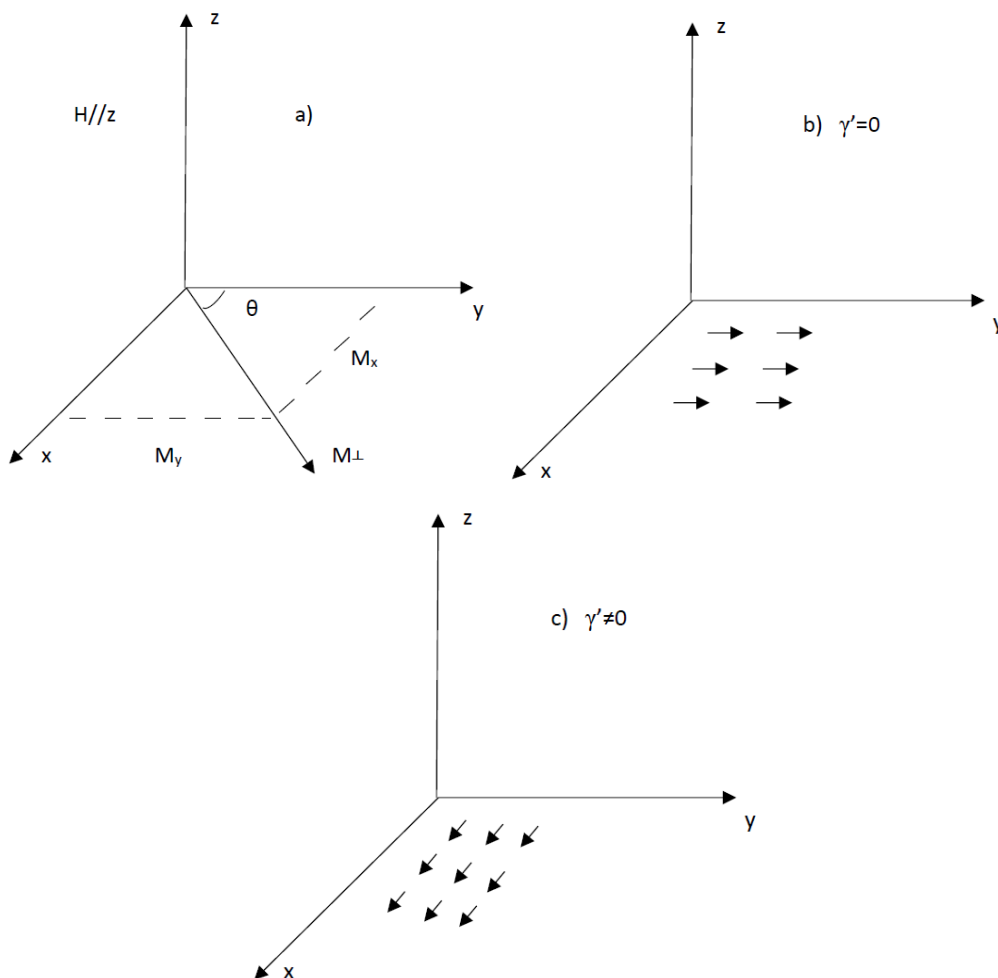
Бундан ташқари бу фаза бурчаги квант магнитларидаги стаггерд магнитланганликнинг ҳам йўналишини кўрсатади:

$$|M_{\perp}| = g\mu_B\sqrt{\rho_0/2}, \quad M_{\perp} = |M_x|\sin\Theta + |M_y|\cos\Theta. \quad (18)$$

Демак DM таъсирлашишлар эътиборга олинганда антиферромагнитлардаги стаггерд магнитланганлик (18) формулага кўра х ўқи бўйича йўналар экан $M_{\perp} = \sum m_{\perp}^i = \sum |m_x^i| \neq 0$, чунки бу ҳолда фаза $\pi/2 + 2\pi n$.

Квант магнитларида икки хил фазага эга бўлган бўлаклар ҳисобига, улар бир бирига теккизилганда триплонларнинг тунел эффекти ҳисобига Жозефсон эффектини ҳам кузатиш мумкин ва Жозефсон токи:

$$\frac{\partial \rho_{01}}{\partial t} = 2K\sqrt{\rho_{01}\rho_{02}}\sin(\Delta\Theta) \quad (19)$$



4-расм. Стаггеред магнитланганлик вектори: а) умумий ҳолат; (б) ва (с) DM анизотропияси бўлмаган ва бўлган ҳолда триплон БЭК нинг пайдо бўлиши

Бунинг учун бизда фаза фарқи $\Theta_1 - \Theta_2 = \pi/2$ га тенг бўлиши керак. Яъни бир қисми DM анизотроп хоссага эга бўлса, иккинчи томон фақат EA хоссасини намоён қилиши керак (1-жадвал). Шундагина биз бу турдаги ўтказгичларда Жозефсон эффектини кузатишимиз мумкин.

Қўшимча равишда икки турдаги БЭК ҳолатидаги системанинг интерференциясини ҳам кўриб чиқамиз. Интерференцияланувчи икки қисмнинг умумий зичлиги қуйидагича ҳисобланади:

$$\rho_0(\vec{r}) = |\sqrt{\rho_0^a} e^{i\vec{k}_a \cdot \vec{r}} e^{i\Theta_a} + \sqrt{\rho_0^b} e^{i\vec{k}_b \cdot \vec{r}} e^{i\Theta_b}|^2 = \rho_0^{ab} [1 + x \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \Theta_{ab})] \quad (20)$$

Бу ерда ρ_0^a ва ρ_0^b лар \vec{k}_a ва \vec{k}_b импульс фазосидаги конденсат зичликлари.

$$\rho_0^{ab} = \rho_0^a + \rho_0^b, \vec{k} = \vec{k}_a - \vec{k}_b, \Theta_{ab} = \Theta_b - \Theta_a, x = 2\sqrt{\rho_0^a \rho_0^b / (\rho_0^a + \rho_0^b)}. \quad \Theta_a, \Theta_b$$

лар бошланғич ҳолдаги конденсат фазалари, $\phi = \vec{k} \cdot \vec{r} + (\Theta_b - \Theta_a)$ интерференция натижасидаги фаза.

Агар $\Theta_b - \Theta_a = \pi(n_b - n_a) \equiv \pi m$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ бўлса (20) га кўра $\rho_0(\vec{r}) = \rho_0^{ab}(1 \pm \cos \vec{k}\vec{r})$. Демак бу ҳолда интерференция максимуми кузатилади. Бошқа томондан $\Theta_a = \pi/2$ ва $\Theta_b = 0$, натижада $\Theta_b - \Theta_a = -\pi/2$ бўлса интерференция минимуми кузатилади, яъни $\rho_0(\vec{r}) = \rho_0^{ab}(1 + x \sin(\vec{k}\vec{r}))$. Шундай қилиб, конденсатларнинг бирида ДМ ўзаро таъсирининг мавжудлиги интерференцион тасвирини кескин ўзгартиради ва унинг дастлабки фазага сезгирлигини кўрсатади.

Диссертациянинг **“Антиферромагнетик материалларнинг Дзялошинский-Мория ва алмашинув анизотропиялари эътиборга олган ҳолдаги магнитланганлиги”** деб номланган учинчи боби квант магнитларидаги ДМ тасирлашувлар ёрдамида критик температурадан юқори температурадаги магнитланганлик, хусусан стаггерд магнитланганликни тушунтириб бериш ва олинган натижаларни экспериментал натижалар билан мослигини текширишга бағишланган.

Умумий Гамильтониан (10) формула кўринишига эга бўлади. Иккинчи бобдаги натижалари ёрдамида магнитланганликни, дисперсион муносабатни ва иссиқлик сиғимини ҳисоблаймиз. Нормал ва аномал зичликлар:

$$\rho_1 = \sum_k \left[\frac{W_k(\epsilon_k + X_1/2 + X_2/2)}{E_k} - \frac{1}{2} \right] \equiv \sum_k \rho_{1k} \quad (21)$$

$$\sigma = \frac{(X_2 - X_1)}{2} \sum_k \frac{W_k}{E_k} \equiv \sum_k \sigma_k$$

$$\text{Дисперсион муносабат эса } E_k = \sqrt{\epsilon_k + X_1} \sqrt{\epsilon_k + X_2}$$

$$X_1 = 2U\rho + U\sigma - \mu + \frac{U\rho_0(\xi^2 + \bar{\xi}^2)}{2} + \gamma + \frac{2\gamma'^2 D_1}{X_2^2} \quad (22)$$

$$X_2 = 2U\rho - U\sigma - \mu - \frac{U\rho_0(\xi^2 + \bar{\xi}^2)}{2} - \gamma - \frac{2\gamma'^2 D_2}{X_2^2}$$

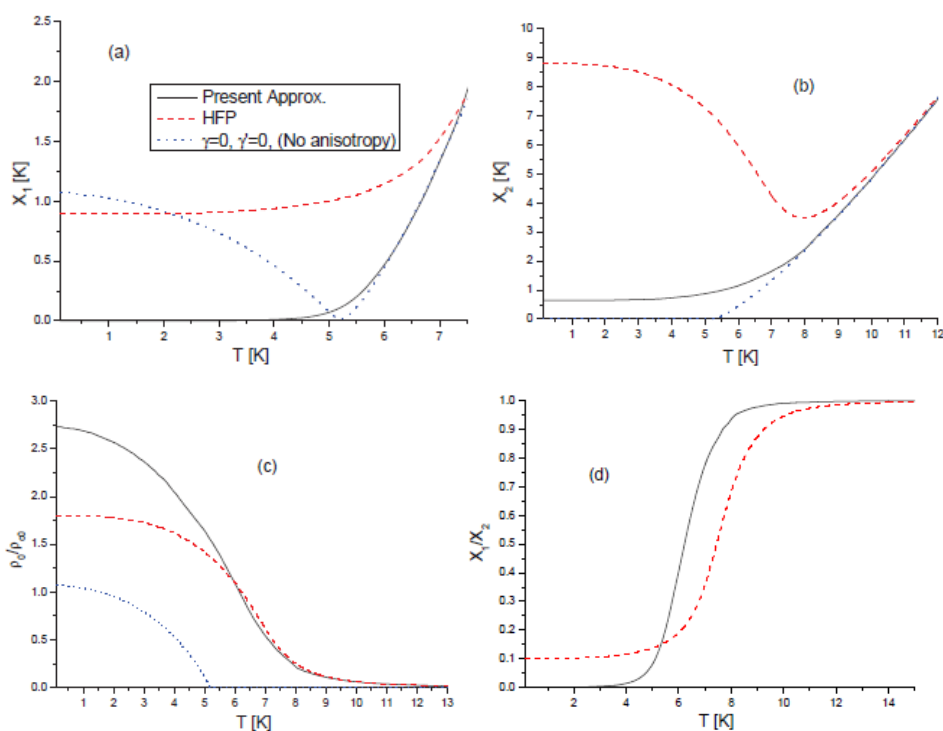
$$\text{Бу ерда } A_{1'} = \frac{\partial A}{\partial X_1} = \frac{1}{8} \sum_k \frac{(E_k W_{k'} + 4W_k)}{E_k}, \quad A_{2'} = \frac{\partial A}{\partial X_2} = \frac{1}{8} \sum_k \frac{(\epsilon_k + X_1)^2 (E_k W_{k'} - 4W_k)}{E_k^3}$$

$$B_{1'} = \frac{\partial B}{\partial X_1} = \frac{1}{8} \sum_k \frac{(\epsilon_k + X_2)^2 (E_k W_{k'} - 4W_k)}{E_k^3}, \quad D_1 = \frac{A_{1'}}{\bar{D}}; \quad D_2 = \frac{B_{1'}}{\bar{D}}; \quad \bar{D} = A_{1'}^2 - A_{2'} B_{1'}$$

$$W_k = \frac{\coth(\beta E_k/2)}{2}; \quad W_{k'} = \beta(1 - 4W_k^2) = \frac{-\beta}{\sinh^2(\beta E_k/2)}$$

$A = \rho_1 - \sigma$, $B = \rho_1 + \sigma$, ρ_1 - нормал ва σ - аномал зичликлар.

Юқоридаги тенгламалар ва (14) натижасида иссиқлик сиғими, энергетик спектр ҳамда квазизарралар (триплонлар) нинг конденсат ва конденсат бўлмаган ҳолат зичликлари каби катталикларнинг анизотропия таъсирида ўзгариши тадқиқ қилинди. Квант магнитлари учун магнитланганлик учун ифодалар аниқланиб, TiCuCl_3 материали учун қўлланилди.



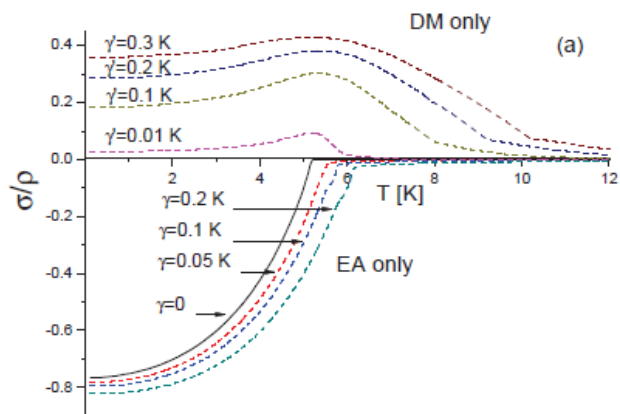
5-расм. Хусусий энергияларнинг температурага боғлиқлиги (a) ва (b).

Конденсат зичлиги $\rho_0(T)/\rho_{0c}$ ($\rho_{0c} = \mu/2U = 0.07$) (c) ва хусусий энергиялар нисбати $X_1(T)/X_2(T)$ нинг (d) температурага боғлиқлиги. Бу ерда $g = 2.06$, $U = 315$ К, $H = 8.5$ Т, $\gamma' = 0.1$ К, $\gamma = 0$. Қизил узик чизиклар ХФП аппроксимацияси учун. Қора узлуксиз чизиклар эса ХФБ аппроксимацияси, нуқтали чизик эса анизотропия эътиборга олинмаган ҳол, яъни $\gamma = \gamma' = 0$

Биз дисперсион муносабатдаги хусусий энергиялар ва конденсат ҳолатдаги зарралар зичлиги температурага қандай боғланганлигини кўриб чиқамиз (5-расм) ва уларнинг қийматларининг турли хил аппроксимацияларда ўзгаришини текшираемиз. Демак, ДМ анизотропия ва бизнинг ХФБ аппроксимациямизнинг олинадиган натижаларга таъсири жуда катта эканлигини кўришимиз мумкин.

Алмашинув анизотропиясидан фарқли равишда, Дзялошинский-Мория анизотропияси физик хусусиятларни тубдан ўзгартириши кўрсатилди. Хусусан, ДМ таъсирлашувлар ҳароратнинг барча соҳаларида аномал зичлик ишорасини ўзгартиради (6-расм).

Шундай қилиб, $U > 0$, $\gamma' > 0$ ҳол учун исталган ҳароратда $\sigma(\gamma' \neq 0) \geq 0$ эканлиги келиб чиқади. 6-расмда келтирилган натижалар бу хулосани тасдиқлайди. Аномал зичликнинг катталигига келсак, анизотропияларнинг ҳар иккала тури ҳам қуйи температураларда σ нинг ортишига олиб келиши кўринади. Бу γ' нинг ўртача қийматларида триплонларнинг умумий зичлигининг ҳатто 30% га етиши мумкин.

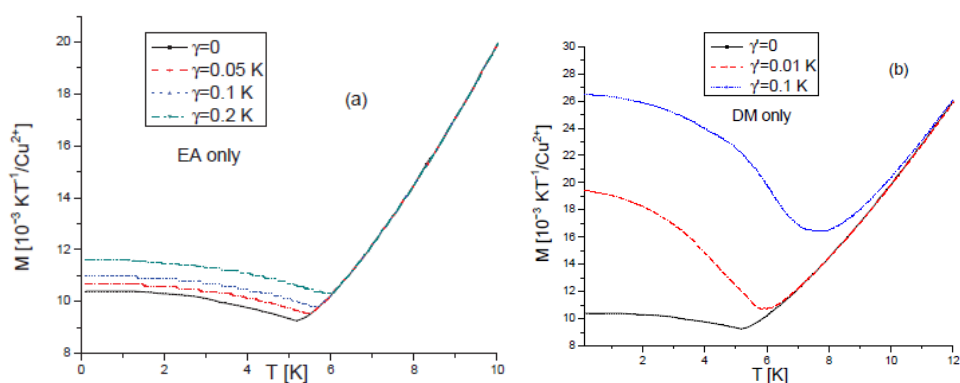


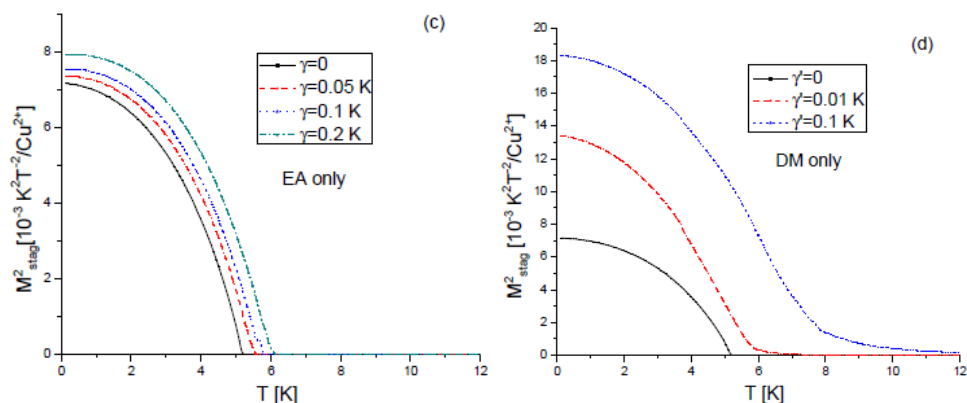
6-расм. Аномал зичликнинг триплонларнинг тўла зичликка нисбатининг температурага боғлиқлиги. График DM ва EA анизотропия ҳолларида алоҳида, турли хил анизотропик параметрлар учун чизилган

Назарий формулаларнинг аналитик ҳисоблашлари натижалари тўғри эканлигини ва квант магнитлари учун ўринли эканлигини текшириш учун тўла магнитланганлик ва стаггерд магнитланганликнинг температура бўйича ўзгариш графикларини чизамиз (7-расмлар).

Натижалар шуни кўрсатадики стаггерд магнитланганлик DM анизотропия таъсирида критик температурадан юқори температурада ҳам сақланиб қолар экан ва асимтотик камайиб боради (7 (д)-расм). $M_{\perp} = g\mu_B\sqrt{\rho_0/2}$ бўлганлиги учун биз критик температурадан юқори температурада ($T \geq T_c$) ҳам конденсат ҳолатидаги триплонлар сақланиб қолади деган хулосага келдик. Демак система конденсат ҳолатидан нормал ҳолатга ўтиши 2-тур фаза ўтиши билан эмас, кроссовер кўринишида амалга ошмоқда экан. Лекин муаммо пайдо бўлади.

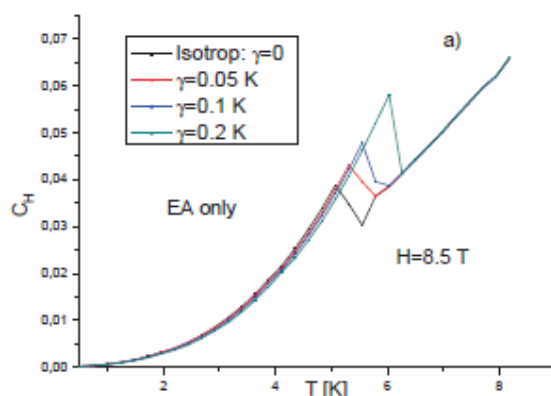
Биз қандай қилиб критик температурани аниқлаймиз? Бу қиймат тўла магнитланишнинг ($M = g\mu_B\rho$) температура бўйича минимал қиймати орқали аниқланиши мумкин (7 (а)(б)-расмлар).





7-расм. Фақат EA (а) ва DM (б) анизотропиялари билан, тўла магнитланганликнинг ҳароратга боғланиши. (с) ва (д) стаггерд магнитланганлик квадрати кўрсатади. Узлуксиз чизиқлар $\gamma = \gamma' = 0$ ҳол учун. Параметрлар эса 5-расмдаги каби

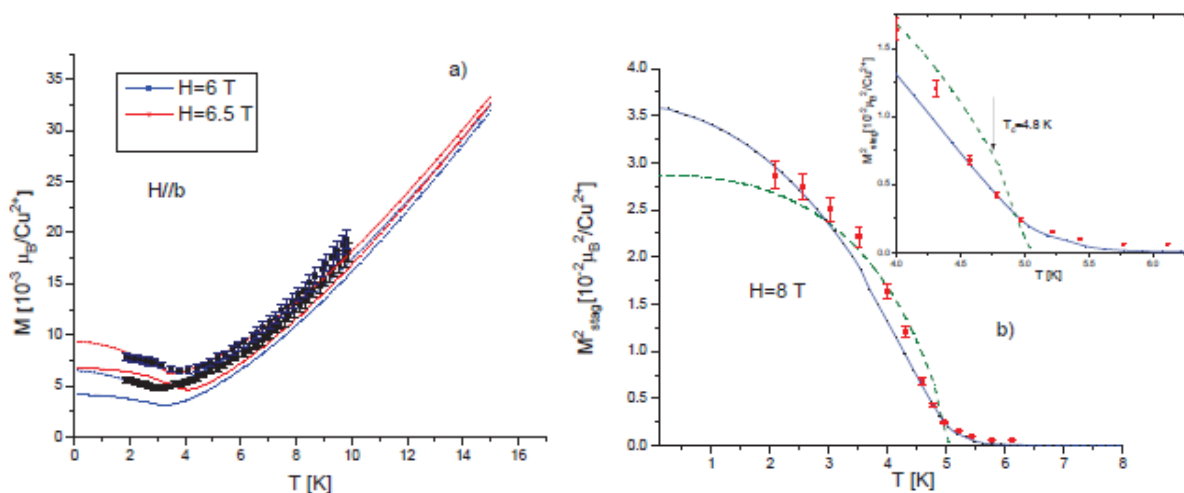
Биз доимий магнит майдонда триплонларнинг иссиқлик сифимини ўрганиб чиқдик ва иссиқлик сифимини C_H сифатида белгиландик. Иссиқлик сифимининг ҳароратга боғланиши умумий қонуниятларга мос келади (8-расм).



8-расм. Иссиқлик сифимининг ҳароратга боғланиши

Фақатгина критик температура атрофида анизотропия иссиқлик сифимининг ҳароратидан боғлиқлик шаклини ва критик ҳароратининг силжиши кабиларга олиб келади. Лекин биз иссиқлик сифимини ҳисоблашда ўзгармас ташқи магнит майдон қийматида ва фақат EA таъсирлашувларни эътиборга олганлигимиз учун, бу ерда конденсат ва нормал ҳолатни ажратиб турувчи T_c қиймат ($\rho_0(T = T_c) = 0$) мавжуд.

Биз тўла ва стаггерд магнитланганликнинг температурага боғланиш натижаларини экспериментал натижалар билан солиштирдик ва анизотроп параметрлар учун оптимал қийматларни аниқладик ($\gamma = 0.05$ K, $\gamma' = 0.0201$ K ва $U = 367$ K) (9-расм).



9-расм. Тўла магнитланганлик (а) ва стаггерд магнитланганликнинг (б) температурага боғланиши. Экспериментал натижалар [R. Dell'Amore et.al. Physical Review B, 78, (2008)] ва [H. Tanaka et.al. Journal of Physical Society of Japan, 70, (2001)] дан олинган. (б) графикдаги узик чизиқлар ХФП аппроксимация натижаси

Анизотропик параметрларнинг қиймати кичик бўлишига қарамасдан, биз бу физик хоссаларни ҳам эътиборга олишимиз зарур. Агар биз антиферромагнит моддалардаги спинларнинг DM таъсирлашувини ҳам эътиборга олсак, перепендикуляр магнитланганликни ҳам бутун температура режими учун тавфсифлаш мумкин экан, яъни $M_{\perp} \neq 0, T \geq T_c$. Бу эса DM анизотропия натижасида кутилган иккинчи тур фазавий ўтишни «crossover» га айлантиради.

ХУЛОСА

"Анизотропик квант магнитларида қуйи температурали фаза ўтишлар" мавзусидаги физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертация ишининг натижалари асосида қуйидаги хулосалар келтирилади:

1. Хартри-Фок-Боголюбов аппроксимацияси доирасида квант магнитлари учун аномал зичлиги σ ва анизотропияларини ҳисобга оладиган янги асосий майдон яқинлашувига асосланган назария таклиф қилинди. Ушбу аппроксимация ёрдамида квант магнитларининг паст ҳароратли хоссаларини БЭК сценарийси амалда деб ҳисоблаган ҳолда яхши тасвирлаш мумкин. Аномал зичликни конденсацияланган зарралар зичлиги билан солиштириш мумкинлиги ва конденсат улуши нолга тенг бўлган T_c дан юқори ҳароратларда сақланиб қолиши тахмин қилинди. Алмашилиш анизотропияси туфайли критик ҳарорат T_c нинг силжиши анизотропия параметри γ кичик бўлганда ҳам анча сезиларли бўлиши кўрсатилди, масалан, $\gamma \approx 4meV$ ва $H=6$ Т да T_c учун $\Delta T_c \approx 10\%$. Шунингдек, стаггерд магнитланганлик $M_{\perp} = \text{const} \times (1 - T/T_c)^{\beta}$ учун критик кўрсаткичнинг $\beta = 0.47$ қиймати топилди.

2. Дзялошинский-Мория (DM) ўзаро таъсир кучларни иккинчи тартибгача бўлган даражасини ҳисобга олган ҳолда триплон газнинг термодинамик потенциали Ω ҳисобланди. Ҳеч қандай анизотропиясиз соф БЭК нинг фаза бурчаги фақат $\theta = \pi n$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) қийматларни олиши мумкинлиги кўрсатилди. БЭК эса ҳатто кичик DM ўзаро таъсирида ҳам $\theta = \pi/2 + 2\pi n$ га олиб келади. Фаза бурчагининг ихтиёрий бўлишига имкон берувчи кенг қўлланиладиган Хартри-Фок-Попов аппроксимациясидан фарқли ўлароқ, бизнинг аппроксимациямиз фаза бурчаги фақат дискрет қийматларга эга бўлиши мумкинлигини тахмин қилади. Шу билан бирга бутун тизимнинг тўлқин функцияси фазаси кутилганидек ихтиёрий бўлиб қолади.
3. Конденсат тўлқин функция фазалари билан боғлиқ натижаларига кўра, тўлқинининг фазалар фарқи билан изоҳланувчи иккита Бозе конденсатининг интерференцияси ва Жозефсон эффектлари ўрганилди. Конденсатлардан бири ҳатто кичик DM ўзаро таъсирга эга бўлса, интерференция тасвир кескин ўзгариши кўрсатилди. Икки спин бўшлиғи магнитлари орасидаги, агар намуналарнинг ҳеч бирида DM анизотропияси бўлмаса ($\gamma'_1 = 0, \gamma'_2 = 0$) Жозефсон эффекти юзага келмайди. Агар намуналардан бирининг заиф DM анизотропияси бўлса ($\gamma'_1 = 0, \gamma'_2 \neq 0$) Жозефсон токи ҳосил бўлади.
4. Спин-бўшлиқли антиферромагнитларда стаггерд магнитланганликнинг мумкин бўлган йўналишига анизотропиянинг таъсири кўрсатилди. DM ўзаро таъсирлари $\gamma' = 0$ билан солиштирганда аксиал симметрик намуналарда стаггерд магнитланганликни нолга айлантириши кўрсатилди. DM ўзаро таъсири мавжуд бўлганда ($\gamma' \neq 0$), стаггерд магнитланганлик чекли бўлиб қолади. Квант магнитларида соф БЭК дан нормал фазага тўлиқ ўтиш йўли йўқ ва иккинчи тартибли фазага ўтиш ўрнига кроссовер мавжуд. Алмашинув анизотропия ўзаро таъсиридан фарқли ўлароқ, Дзялошинский-Мория ўзаро таъсири физикани кескин ўзгартириши кўрсатилди. Хусусан, у бутун ҳарорат оралиғида аномал зичлик ишорасини қарама-қарши томонга ўзгартиради ва иссиқлик сиғимининг шаклини ҳам ўзига хос ҳолда ўзгартиради.
5. $T \leq T_c \leq T$ соҳа учун стаггерд магнитланганликнинг назарий тавсифи берилди. TlCuCl_3 бирикмасининг магнитланиш бўйича экспериментал маълумотлардан фойдаланиб, EA ва DM ўзаро таъсир параметрлари учун оптимал қийматлари топилди. Қуйи энергетик сатҳда ётган квазизарралар энергиясининг спектри ҳам ўрганилди ва жуда кичик даражада анизотропия бўшлиғи мавжуд бўлган Голдстоне режимига ўхшаш чизикли дисперсиянинг мавжудлиги аниқланди. Магнитланиш бўйича мавжуд экспериментал маълумотларни, шунингдек, анизотропия эффектлар билан квант магнитларининг энергия спектрини ҳам бир вақтнинг ўзида тасвирлаш учун DM анизотропия векторини тўғри танлаш орқали ушбу ёндашувни кенгайтириш керак деган хулоса қилинди.

**SCIENTIFIC COUNCIL DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 ON AWARD OF
SCIENTIFIC DEGREES AT THE INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS**

INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS

KHUDOYBERDIEV ASLIDDIN GULOMIDDINOVICH

**LOW TEMPERATURE PHASE TRANSITIONS IN ANISOTROPIC
QUANTUM MAGNETS**

01.04.07 – Condensed matter physics

**DISSERTATION ABSTRACT
of the doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences**

Tashkent – 2022

The theme of the dissertation of the doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered by the Supreme Attestation Commission of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under No.B2021.2.PhD/FM242.

The doctoral (PhD) dissertation was carried out at the Institute of Nuclear Physics of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation was posted in three (Uzbek, English, Russian (resume)) languages on the website of the Scientific Council at www.inp.uz and on the website of “Ziyonet” Information and Educational portal at www.ziyonet.uz.

Scientific supervisor:

Rakhimov Abdulla Mannabovich

doctor of physical and mathematical sciences,
senior researcher

Official opponents:

Dzhumanov Safarali

doctor of physical and mathematical sciences,
professor

Abdullaev Fathulla Khabibullaevich

doctor of physical and mathematical sciences,
professor

Leading organization:

National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek

The defense of the dissertation will be held on “___” _____ 2022, at ___ at the meeting of the Scientific Council No.DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 at the Institute of Nuclear Physics (Address: INP, Ulugbek settlement, 100124 Tashkent city. tel. (+99871) 289-31-41; fax (+99871) 289-36-65; e-mail: info@inp.uz).

The doctoral (PhD) dissertation can be looked through at the Information Resource Centre of the Institute of Nuclear Physics (registered under No. _____) Address: INP, Ulugbek settlement, 100124 Tashkent city. tel. (+99871) 289-31-19.

The abstract of dissertation was distributed on “___” _____ 2022.
(Registry record No. ___ dated “___” _____ 2022.)

M.Yu. Tashmetov

Chairman of the Scientific Council on award
of Scientific degrees, D.Ph-M.S., Professor

O.R.Tojiboev

Scientific secretary of the Scientific Council onaward
of Scientific degrees, PhD ph.-m.s.

E.M.Tursunov

Chairman of the Scientific seminar of the Scientific Council
on award of Scientific Degrees, D.Ph-M.S., Professor

INTRODUCTION (thesis annotation)

Topicality and necessity of the thesis. Nowadays, great attention is paid to solving the important problems of magnetic materials through the study of their phase transitions at low temperatures. Understanding of physics of quantum magnets is very promising, but also quite challenging. It is essential to apply Bose particle physics for quantum magnets and to study phase transitions by quantum effects. Although the Bose–Einstein condensate (BEC) has been observed with bosonic atoms in liquid helium and cold gases, the concept is much more general. Low temperature properties of some quantum magnets can be explained by quantum effects such as by BEC theory. In particular, in antiferromagnets, elementary excitations are magnons, quasiparticles with integer spin and obey Bose statistics. However, the analogy between spins and bosons has proven to be very fruitful in those antiferromagnets where closely spaced pairs of spins form dimers with a spin-singlet ground state and triplet bosonic excitations called triplons. Triplons have a high density and small mass compared to atomic gases. As a result, in this system, condensate can be present at high temperatures in contrast to nano kelvins in atomic gases.

At present, it is also interesting to know the low temperature properties of spin-gapped magnets with long range interactions, including for instance exotic phases or phase transitions and anisotropy. Its results could be used for creating quantum computers and quantum information storage. It has been recently discovered that low temperature magnetic memory of antiferromagnetics is at least 100 times denser than today's hard disk drives and solid-state memory chips. So, investigation of quantum magnets may predict their new properties, which make easier and optimal their application in computer and information technology.

In recent years, great attention has been paid in our country to conducting theoretical and experimental research on magnetic materials and their properties at the world level. Therefore, the study of Bose-Einstein condensate and related problems of magnetic quasiparticles in quantum antiferromagnets at low temperatures is a topical issue. It is important to conduct scientific research at solving fundamental and practical issues in accordance with the tasks set by the Address of the President of the Republic of Uzbekistan to the Oliy Majlis¹ on December 29, 2020. In recent years, Uzbekistan has been paying great attention to conducting world-class theoretical and experimental research on magnetic materials and their properties. Theoretical and practical research is being conducted to create a permanent Teslali permanent magnetic field and to study the optical properties and nanostructure of samples using this magnetic field. These fundamental researches are of great importance in the development of science in our country.

This dissertation research is based on the Decree of the President of the Republic of Uzbekistan No. PF-4947 of February 7, 2017 "On the Action Strategy

¹ Mirziyoev Sh.M. Address of the President of the Republic of Uzbekistan to the Oliy Majlis // People's Speech, December 30, 2020, No. 275-276 (7746-7747),2-p.

for further development of the Republic of Uzbekistan", No. PP-2789 of February 17, 2017. and on measures to finance ", PQ-4526 dated November 21, 2019" On measures to support research activities of the Institute of Nuclear Physics ", as well as to a certain extent in the implementation of the tasks set out in other regulations related to this activity serves.

Relevant research priority areas of science and developing technology of the Republic. The dissertation research was carried out in accordance with the priority areas of science and technology development of the Republic II. "Power, energy and resource saving".

Problem development status. Currently, numerous theoretical and practical research on low temperature physics and quantum magnets is being conducted by the world's leading scientists. In particular, Swiss scientists A. Schilling and R. Dell'Amore studied low-phase phase transitions and magnetization properties in quantum magnets using experimental experiments. Considering the anisotropic properties of quantum magnets, quantum phase transitions and the condensate state of magnons were theoretically studied by Australian scientists (J. Sirker, A. Weisse, O.P. Sushkov) using the Hartree-Fock-Popov approximation. Italian (V. Zapf, M. Jaime, CD Batista), Russian (VI Yukalov), Japanese (F. Yamada, T. Ono, H. Tanaka, G. Misguich, M. Oshikawa, T. Sakakibara), Uzbek (A. Rakhimov, B. Boyzakov, F. Abdullayev, S. Djumanov, U. Valiev, R. Galimzyanov, E. Quvondiqov) and other researchers conducted many theoretical and experimental studies on condensed matter physics and the study of quantum magnets.

In 1999 A. Oosawa studied magnetizations in magnetic materials to find the critical temperature of the magnetic ordering in quantum antiferromagnetic sample TlCuCl_3 below its Neel temperature. The interpretation of experiments calls the development of fundamental theory. Only a correct theory allows for the proper understanding of experiments, can suggest appropriate and realistic technical applications, and predict new properties and phases of matter. It is interesting to note that in condensed matter physics, where collective phenomena such as the BEC involve hundreds of thousands of particles, experiments advance the theory. This is quite different to the high energy particle physics. There is another problem in the description of properties of pure quantum magnets in terms of triplon BEC. This problem is related to the geometry of the unit cell. In fact, the interaction between spin dimers hosting triplon states causes anisotropy, i.e. breaking of rotational symmetry of the bosonic system. As a result, the Hamiltonian does not commute with the corresponding particle number operator, making it not a well-defined quantity. This fact causes natural doubts in theoretical description in terms of the BEC. However, it has been shown that, when the anisotropy is relatively small, mean-field approximation (MFA) with a BEC scenario can be used by taking into account the resulting $U(1)$ symmetry breaking term perturbatively.

But, the above effects can not be enough to describe the low temperature properties of quantum magnets. Because, there are some open questions that needs to be studied briefly. For example: can we find a description of the effect of anisotropy on the magnetization in the 'noncondensed and condensed phase' (at

present only poorly understood), which is at the same time compatible with the theory for the BEC phase with disorder?

Relevance of the dissertation research with the plans of the scientific-research works of the scientific research institutions where the dissertation has been conducted. The PhD dissertation was carried out in the framework of the scientific projects of the Institute of Nuclear Physics OT-F2-14 “Investigation of collective and microscopic properties of strongly interacting many-particle quantum systems” (2016-2020); “Development of highly effective variational methods for solving problems of quantum physics in several bodies” (2020-2022), UT-FA-2020-3 “Ultracold phase transitions in disordered quantum magnets and atomic gases with long range interactions” (2020-2022).

The aim of the research work is to develop Hartree-Fock-Bogoliubov approximation and Bose-Einstein condensate theory for anisotropic quantum magnets at very low temperatures as well as determine the phase transitions in these materials.

The tasks of the research work:

to propose the thermodynamic potential of triplons at low temperature based on Hartree-Fock-Bogolyubov approximation including effect of anisotropy and anomalous density;

to determine quantum phase transitions in quantum magnets at a temperature close to zero;

to prove the existence of restrictions on magnetic phases and states of triplonic Bose-Einstein condensates;

to show the interference and Josephson transition of two Bose systems in quantum magnets at low temperature;

to obtain optimal values for fitting parameters of the exchange anisotropy and the Dzyaloshinskii-Moriya interaction within the mean field approach;

to describe existing experimental results on magnetization and the energy dispersion relation of quantum magnets with anisotropies, especially for the sample TlCuCl_3 .

The objects of the research work are antiferromagnetic materials, TlCuCl_3 compound.

The subjects of the research work are possible Bose-Einstein condensates of magnetic quasiparticles in quantum antiferromagnets at low temperatures and related problems.

The methods of the research is a new theoretical approach - the mean-field theory; Bose-Einstein condensate theory; Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) approximation; second quantization method.

Scientific novelty of the research work is the follows:

the Hartree-Fock-Bogolyubov approximation was developed using the mean field theory for anisotropic quantum magnets, for the regions below the critical temperature ($T \leq T_c$);

it was firstly shown that taking into account the anisotropic properties of quantum magnets one can explain interference of two condensates and Josephson effects;

it was firstly proven that consideration of Dzyaloshinskii-Moriya anisotropy, smears second order phase transition to a crossover, such that density of condensed particles diminishes asymptotically in the region of $T > T_c$ and the phase angle of condensate wave function may have only discrete values;

it was described that experimental data on magnetization at low temperatures for antiferromagnetic material $TlCuCl_3$ by the help of Hartree-Fock-Bogoliubov approximation.

Practical results of the research work:

for the first time, temperature dependence of the magnetization, heat capacity, and anomalous density of the condensate were calculated for quantum magnets and the results compared with the available experimental results for the $TlCuCl_3$ antiferromagnetic material;

for the first time, the restrictions placed on the phase of the condensate wave function have been studied in detail and it has been proved that the phase accepts only discrete values;

the transition from the ground state to the condensate state is shown to occur as crossover which is opposed to the second order phase transition;

using the results obtained for the phase the condensate wave function, the low-temperature phase transitions, Josephson effects and interference phenomena in quantum magnets are described.

Authenticity of the research results: modern methods of Bose-Einstein Condensation and the theoretical physics and highly effective numerical methods and algorithms are used; careful check of a consistence of the received theoretical results with experimental data and results of other authors is performed. Conclusions are well consistent with the main provisions of the field theory of quantum magnets and experimental results.

Scientific and practical value of the research results. The scientific significance of the research results is determined by the ability of the developed description of the quantum critical behavior at the quantum phase transition via fundamental observables such as the specific heat, order parameter and field-induced magnetization. The comparison of the results of this dissertation and the observational data on antiferromagnetic materials can be explained well. The theoretical description and of new exotic states of frustrated quantum magnets make a contribution to the solution of various problems of modern condensed matter physics at low temperatures. We expect that our investigations provide a new insight in understanding bose particle physics and BEC phenomena of magnons in quantum magnets.

Implementation of the research results. Based on the results obtained on the study of low temperature phase transitions in anisotropic quantum magnets:

the obtained results of Hartri-Fok-Bogolyubov's approximation for antiferromagnetic materials, ie anisotropic quantum magnets, has been used by

foreign researchers (references in international journals: Physical Review B, 97, id.140405, 2018, Physical Review B, 98, id.144416, 2018, 34rd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation, 18886028, 2019, International Journal of Modern Physics, 35, id.2150018, 2020, Physics Letters A, 384, id.126313 2020). The application of scientific results allowed the calculation of Tan's contrast in antiferromagnets;

taking into account the anisotropic properties of quantum magnets, the observation of two condensate interference and the Josephson effect using phase difference of two matter waves has been used by foreign researchers (references in international journals: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021). The application of scientific results has made it possible to develop a theoretical description of the phase angle;

considering the Dzyaloshinsky-Moria anisotropy, it was used by foreign researchers that the phase transition to the crossover, as well as the phase angle of the condensate wave function having only discrete values, were asymptotically decreases at $T > T_c$ (references in international journals: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021, Physics Letters A, 384, id.126313 2020). The application of scientific results allowed to analyze quantum phase transition in the quantum antiferromagnets (CsFeCl_3);

by the Hartree-Fock-Bogolyubov approximation, a detailed theoretical description of the experimental data for magnetization at low temperatures in antiferromagnetic material TlCuCl_3 has been used by foreign researchers (references in international journals: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021). The application of scientific results has made it possible to determine the critical properties of Tans contact in bose systems.

Approbation of the research results. The research results were reported and tested at 6 international and local scientific conferences.

Publication of the research results. On the theme of the dissertation 10 scientific works were published, including 4 scientific papers in 3 international scientific journals recommended by the Supreme Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for publishing basic scientific results of PhD dissertations.

The outline of the thesis. The PhD dissertation consists of an introduction, three chapters, conclusion, appendix and a bibliography. The size of the dissertation is 103 pages.

THE MAIN CONTENT OF THE DISSERTATION

The introduction presents the topicality and relevance of the topic of the dissertation, formulates the goal and objectives, identifies the tasks, subjects and methods of research, determines the correspondence of the research to the priority

directions of development of science and technology in the Republic of Uzbekistan, gives the scientific novelty of the research, substantiates the reliability of the results obtained, discloses their theoretical and practical significance, provides brief information on the implementation of the results and approbation of the work, as well as on the structure of the dissertation.

The first chapter of the dissertation, entitled "**Bose-Einstein condensate in anisotropic quantum magnets**", theoretically studied the unusual phenomena in the process of magnetization of antiferromagnetic substances at low temperatures. As a result of theoretical calculations, using the main-field theory and the Hartree-Fock-Bogolyubov approximation, the temperature dependence of the total and staggered magnetization were obtained. In addition, the effects of exchange anisotropy in quantum magnets, including the Heisenberg hamiltonian, on various physical quantities have been studied. The obtained results were compared with the experimental results and confirmed for consistency.

In quantum magnets, especially in antiferromagnetic TlCuCl_3 two ions of Cu^{2+} with spin $S=1/2$ join to create a dimer. These ions are antiferromagnetically coupled and form bose type quasiparticles with integer spin. Low temperature properties of quantum magnets can be well described by these elementary excitations. For this purpose, by the external magnetic field, particles at excited state $S=1$ can be downed to ground state $S=0$. But, there occurs Zeeman effect due to the external magnetic field and the excited state creates additional three energy states. As a result, the external magnetic field plays the role of chemical potential to occur condensate in the system. Magnons at the excited state are called "triplons". However, these effects occur at near absolute zero temperature. For this reason, we can expect Bose-Einstein condensation in quantum magnets. Clearly, condensate density can be changed by not only external magnetic field but also by temperature change. At low temperature, one can also explain phase transitions and change of magnetization in antiferromagnetics with this theory. The main difference between the condensation of gases and condensation of quantum magnets is the existence of anisotropy in this system. It means that to study triplon-triplon interactions one needs to consider anisotropic interactions as well. The Heisenberg hamiltonian helps to include anisotropic spin interactions (exchange anisotropy). In our monoclinic crystal structure compound TlCuCl_3 , the exchange anisotropy is responsible for intra and inter dimer interactions within crystal knuts. Hence, the hamiltonian for the triplon system with anisotropic interactions can be written as follows:

$$H = \int d^3r [\psi^\dagger(\mathbf{r})(\hat{K} - \mu)\psi(\mathbf{r}) + \frac{U}{2}(\psi^\dagger(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}))^2 + \frac{\gamma}{2}(\psi^\dagger(\mathbf{r})\psi^\dagger(\mathbf{r}) + \psi(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}))] \quad (1)$$

where \hat{K} is the kinetic energy operator, μ is the chemical potential, and U is the delta-type triplon-triplon action potential, independent of distance. $\psi(\mathbf{r})$ -field operators, γ -exchange anisotropy constant. Since the condensate state occurs from a known critical H_c value of the external magnetic field, the chemical potential is also

selected in the form of $\mu = g\mu_B(H_{\text{ext}} - H_c)$. In our work, to diagonalize the above hamiltonian, we separate field operators into two parts $\psi(r) = \phi_0(r) + \tilde{\psi}(r)$, $\psi^\dagger(r) = \phi_0^\dagger(r) + \tilde{\psi}^\dagger(r)$ and use the second quantization rule. Here $\phi_0(r)$ and $\tilde{\psi}(r)$ are the operators that determine the density of particles in the condensate state (ρ_0) and in the non-condensate state (ρ_1), respectively.

$$\rho_0 = \phi_0^2, \quad \rho_1 = (1/V) \int d^3r \langle \tilde{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) \tilde{\psi}(\mathbf{r}) \rangle, \quad \rho = N/V = \rho_0 + \rho_1. \quad (2)$$

ρ -is the total density of triplons. At low temperatures, there are two types of magnetization for antiferromagnetic materials. One of them is the total magnetization M which is proportional to the total density of triplons ρ_1 and the second one is the staggered magnetization M_\perp that is defined by ρ_0 .

$$M = g\mu_B\rho, \quad M_\perp = g\mu_B\sqrt{\rho_0/2} \quad (3)$$

where μ_B is Bohr magneton and g is the Lande factor with $g = 2.06$. It can be seen that the density of quasiparticles gives the results for magnetization. After Fourier transformations, our Hamiltonian gets the following form

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{\text{lin}} + H_{\text{bilin}}, \quad H_0 = -\mu\rho + \gamma\rho_0 + \frac{U}{2}\rho_0^2 - \frac{U}{2}(2\rho_1^2 + \sigma^2), \\ H_{\text{lin}} &= \sqrt{\rho_0} \sum_{\mathbf{k}} \{a_{\mathbf{k}}^\dagger[\gamma - \mu + \rho_0 U + 2\rho_1 U + \sigma U] + a_{\mathbf{k}}[\gamma - \mu + \rho_0 U + 2\rho_1 U \\ &\quad + \sigma U]\} \\ H_{\text{bilin}} &= \sum_{\mathbf{k}} (\varepsilon_k - \mu + 2U\rho) a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + \frac{U(\gamma/U + \rho_0 + \sigma)}{2} \sum_{\mathbf{k}} (a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} + a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger). \end{aligned} \quad (4)$$

Now, with second quantization rules one can find energy dispersion relation

$$\begin{aligned} E_k &= \sqrt{(\varepsilon_k + X_1)(\varepsilon_k + X_2)}. \\ X_1 &= -\mu + U[2\rho + \tilde{\gamma} + \rho_0 + \sigma] \quad X_2 = -\mu + U[2\rho - \tilde{\gamma} - \rho_0 - \sigma]. \end{aligned} \quad (5)$$

In this work, we have used Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) approximation and included anomalous density (σ)

$$\rho_1 = \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} \langle a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \rangle, \quad \rho_1 = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \frac{W_k[\varepsilon_k + (X_1 + X_2)/2]}{E_k} - \frac{1}{2} \right\}, \quad (6)$$

$$\sigma = \sum_{\mathbf{k}} \sigma_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (\langle a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} \rangle + \langle a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger \rangle), \quad \sigma = \frac{X_2 - X_1}{2V} \sum_{\mathbf{k}} \frac{W_k}{E_k}, \quad (7)$$

where $W_k = \coth(E_k/2T)/2 = f_B(E_k) + 1/2$, $f_B(E_k) = 1/(e^{E_k/T} - 1)$. By solving equations (5) with respect to X_1 , X_2 and other quantities were calculated. We have found critical temperature with $\rho_0(T_c) = 0$ and considered that $\rho_0(T \geq T_c) = 0$. The graphs for magnetization dependence on temperature can be obtained with formulas (3)

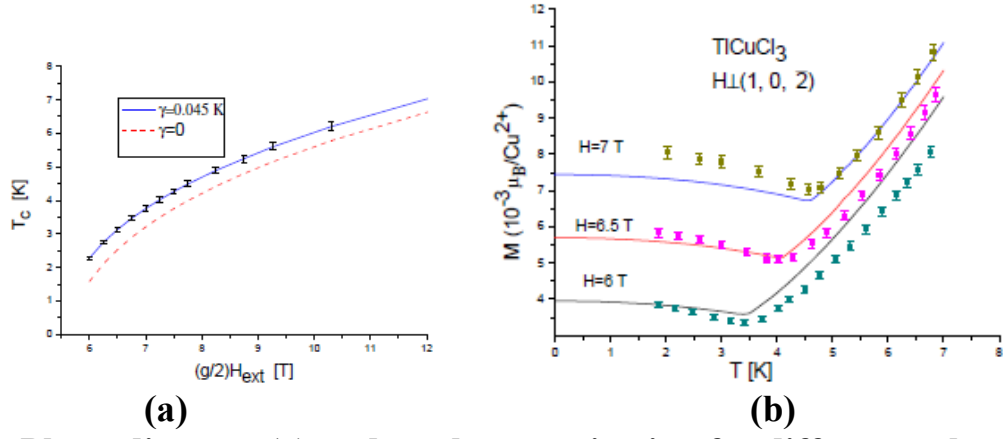


Fig.1. Phase diagram (a) and total magnetization for different values of the external magnetic field (b) for TiCuCl_3 . The experimental data are taken from T. Nikuni et.al. *Physical Review Letters*, 84, (2000)] and [H. Tanaka et.al. *Journal of Physical Society of Japan*, 70, (2001)]

The critical temperature increases as the external magnetic field goes up (figure 1 (a)) and the results do not match with experimental data if one neglects the anisotropic interactions in quantum magnets. Additionally, an increase of external magnetic field results an intense on magnetization.

The results for magnetization are obtained by Hartee-Fock-Bogolyubov (HFB, $\sigma \neq 0$) and Hartree-Fock-Popov (HFP, $\sigma = 0$) approximations (fig.2 (a)). It can be seen that the latter approximation is applicable at the above critical temperature. The staggered magnetization decreases as temperature increases and it becomes zero at the critical temperature. But experimental data shows that this magnetization diminishes asymptotically (fig.2 (b)). Hence, our HFB method can not explain the region above the critical temperature. We have found optimal values for EA interaction parameter $\gamma = 0.045$ K and and triplon-triplon interaction potential $U = 367.5$ K by comparing theoretical and experimental results.

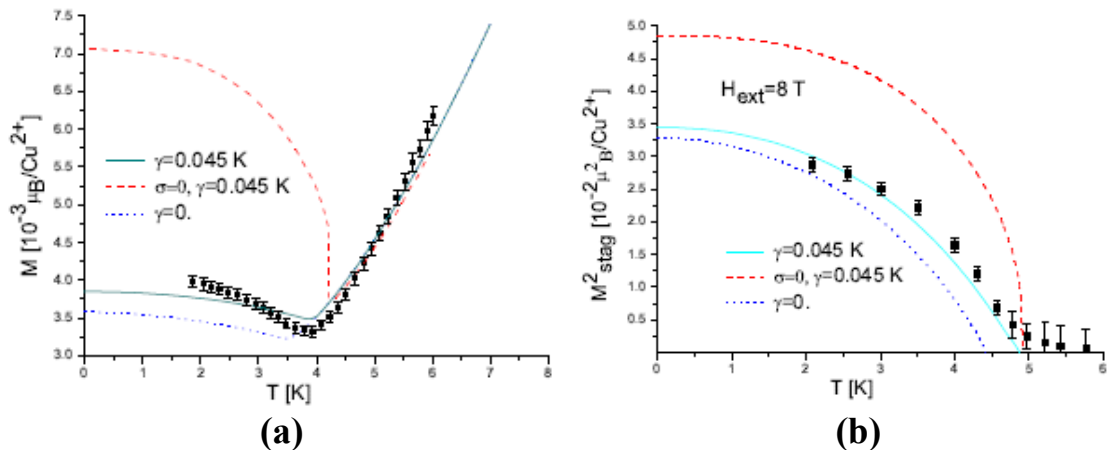


Fig.2. The total magnetization (a) and square of the transverse magnetization (b) dependence on temperature. The experimental data are taken from [T. Nikuni et.al. *Physical Review Letters*, 84, (2000)] and [H. Tanaka et.al. *Journal of Physical Society of Japan*, 70, (2001)]

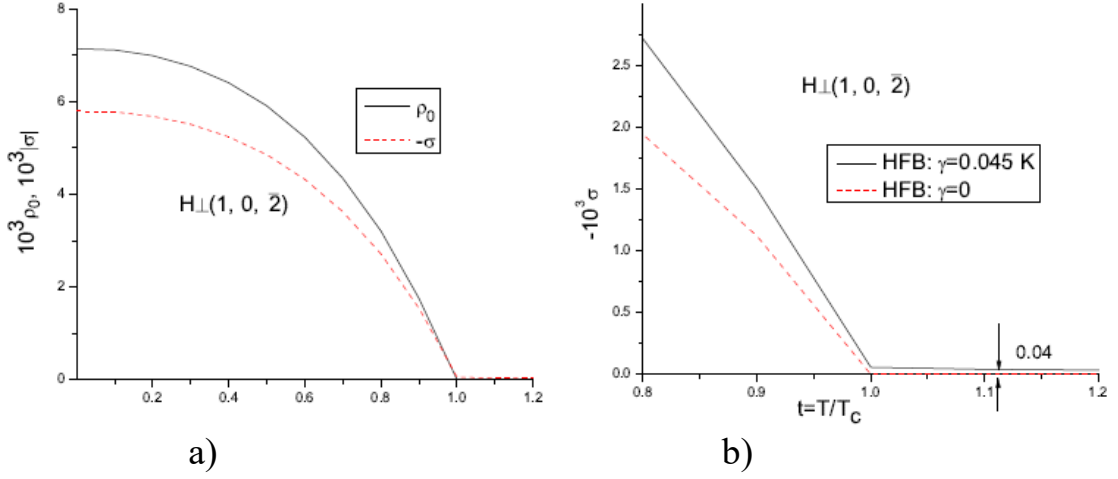


Fig.3. (a): The condensed (solid line) and the absolute value of anomalous densities (dashed line) in HFB approximation at $H_{\text{ext}} = 7$ T; (b): The behavior of $|\sigma(t)|$ near the critical temperature with (solid line) and without (dashed line) exchange anisotropy

Finally, we analyze the role of the anomalous density whose absolute value is the density of pair correlated particles. We present in Fig.1.3(a) the density of condensed particles ρ_0 (solid line) and the absolute value of the anomalous density $|\sigma|$ (dashed line) versus the reduced temperature. It is seen that $|\sigma|$ is comparable with ρ_0 at all temperatures. Hence, this proves that our HFB approximation is relevant for the theoretical study of quantum magnets. Another interesting fact, which is demonstrated in Fig. 1.3(b) is that the anomalous density survives, although on a small level, even above the critical temperature where it vanishes asymptotically.

The second chapter of the dissertation “**Phase transition and restrictions on the phase angle of the condensate wave function**” is about phase transitions around the critical temperature and the form of the condensate wave function. We have analyzed the difference between wave function of condensed gases and quantum magnets. We have also studied the consequences of this conclusion for some physical phenomena such as interference of two bose systems and Josephson effect.

In this chapter, we have studied the interactions of canted dimers in crystals to obtain more perfect results. Such interactions are created by Dzyaloshinskii-Moriya (DM) anisotropy. For simplicity, we choose that \mathbf{D}/x (\mathbf{D} - Dzyaloshinskii-Moriya vector) and \mathbf{H}/z (\mathbf{H} -external magnetic field). The hamiltonian with these interactions has the following form

$$H_{DM} = i\gamma' \int d\vec{r} [\psi(r) - \psi^+(r)] \quad (8)$$

Where γ' –DM anisotropy parameter. In the first chapter, the hamiltonian for EA interaction is written as

$$H_{EA} = \frac{\gamma}{2} \int d\vec{r} [\psi^+(r)\psi^+(r) + \psi(r)\psi(r)] \quad (9)$$

Hence, we take into account isotropic and anisotropic interactions for our Hamiltonian and it can be written as follows

$$\begin{aligned}
H &= H_{iso} + H_{aniso}, \quad H_{aniso} = H_{EA} + H_{DM} \\
H_{iso} &= \int d\vec{r} \left[\psi^+(r)(\hat{K} - \mu)\psi(r) + \frac{U}{2}(\psi^+(r)\psi(r))^2 \right]
\end{aligned} \tag{10}$$

Assuming that just one state of the system to be occupied macroscopically as BEC occurs, it is natural to re-arrange the Bose field operators into two parts

$\psi(r, t) = \chi(r, t) + \tilde{\psi}(r, t)$, $\psi^+(r, t) = \chi^+(r, t) + \tilde{\psi}^+(r, t)$ (11) corresponding, to a field operator for the condensate $\chi(r, t)$ and one for the non-condensed particles $\tilde{\psi}(r, t)$. As to the operator χ , for a homogeneous system it is usually called the condensate wave function which is a complex number including the order parameter ρ_0 and the phase ξ of the condensate:

$$\chi \equiv \xi \sqrt{\rho_0} \equiv e^{i\theta} \sqrt{\rho_0}, \quad \chi^+ \equiv \xi^+ \sqrt{\rho_0} \equiv e^{-i\theta} \sqrt{\rho_0}. \tag{12}$$

The Grand thermodynamic potential of the system Ω with interacting triplons reaches its lowest value in the equilibrium. That is why we can minimize it in the below form

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \rho_0} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \rho_0^2} > 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \theta^2} > 0. \tag{13}$$

we have obtained the following expression for Grand thermodynamic potential Ω

$$\begin{aligned}
\Omega &= \Omega_{ISO} + \Omega_{EA} + \Omega_{DM} \\
\Omega_{ISO} &= -\mu \rho_0 + \frac{U \rho_0^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_k (E_k - \epsilon_k) + T \sum_k \ln(1 - e^{-\beta E_k}) \\
&\quad + \frac{1}{2} (\beta_1 B + \beta_2 A) + \frac{U}{8} (3A^2 + 3B^2 + 2AB), \\
\Omega_{EA} &= \frac{\gamma \rho_0}{2} (\xi^2 + \bar{\xi}^2) + \frac{\gamma}{2} (B - A), \quad \Omega_{DM} = -i\gamma' (\bar{\xi} - \xi) \sqrt{\rho_0} - \frac{\gamma'^2}{X_2}, \\
\beta_1 &= -\mu - X_1 + \frac{U \rho_0}{2} (\xi^2 + \bar{\xi}^2 + 4), \quad \beta_2 = -\mu - X_2 - \frac{U \rho_0}{2} (\bar{\xi}^2 + \xi^2 - 4) \\
A &= T \sum_{k,n} \frac{\epsilon_k + X_1}{\omega_n^2 + E_k^2} = \sum_k W_k \frac{\epsilon_k + X_1}{E_k}, \quad B = T \sum_{k,n} \frac{\epsilon_k + X_2}{\omega_n^2 + E_k^2} = \sum_k W_k \frac{\epsilon_k + X_2}{E_k}
\end{aligned} \tag{14}$$

and $\xi = e^{i\theta}$, $\bar{\xi} = e^{-i\theta}$, $W_k = (1/2) \coth(\beta E_k/2) = 1/2 + f_B(E_k)$. Normal and anomalous densities are calculated as follows

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \int \langle \tilde{\psi}^+(r) \tilde{\psi}(r) \rangle d\vec{r}, \quad \rho_1 = \frac{A+B}{2} = \sum_k \left[\frac{W_k (\epsilon_k + X_1/2 + X_2/2)}{E_k} - \frac{1}{2} \right] \equiv \sum_k \rho_{1k} \\
\sigma &= \int d\vec{r} \langle \tilde{\psi}(r) \tilde{\psi}(r) \rangle, \quad \sigma = \frac{B-A}{2} = \frac{(X_2 - X_1)}{2} \sum_k \frac{W_k}{E_k} \equiv \sum_k \sigma_k
\end{aligned} \tag{15}$$

According to (13) we have found equations for phase angle of condensate wave function

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Omega}{\partial \rho_0} &= \cos 2\Theta (U\sigma + \gamma) + U(\rho_0 + 2\rho_1) - \mu - \frac{\gamma' \sin \Theta}{\sqrt{\rho_0}} = 0, \\
\frac{\partial \Omega}{\partial \theta} &= 2 \cos \Theta (2\rho_0 (U\sigma + \gamma) \sin \Theta + \gamma' \sqrt{\rho_0}) = 0, \\
-2\rho_0 \cos 2\Theta (U\sigma + \gamma) + \sin \Theta \gamma' \sqrt{\rho_0} &> 0.
\end{aligned} \tag{16}$$

The above second equation has two solutions with respect to phase angle Θ . We name them mode-1 and mode-2 as below

$$\Theta = \begin{cases} -\arcsin(\tilde{s}) + 2\pi n, & \xi = \sqrt{1 - \tilde{s}^2} - i\tilde{s}: \text{ mode } - 1 \\ \frac{\pi}{2} + \pi n, & \xi = \pm i: \text{ mode } - 2 \end{cases} \quad (17)$$

where $\tilde{s} = \frac{\gamma'}{2\sqrt{\rho_0(U\sigma+\gamma)}}$, and $n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$. Here, one can see that in the mode-1, phase angle has a dependence on physical quantities of the system and temperature. It means that phase angle may change due to these parameters and physical observables if one proves this solution as an acceptable case. But, in the mode-2, the phase may have only discrete and complex values. Now, we do not know which solution is correct and which one is accepted by the system. We have analyzed both modes and found limits and restrictions for phase angle for various bose gases. For example, we can apply these equations for ideal bose gas as we neglect interactions ($U = 0$) and anisotropy ($\gamma = \gamma' = 0$). Hence, the phase of the BEC of an ideal bose gas could be any and there is no any limit for this angle. The phase angle of condensed triplon wave function may have discrete values as we consider EA and DM interactions. We have found the following results (Table I) with the help of (13) and (16).

Table 1

Possible phases and transitions in homogeneous BECs. SBS and EBS correspond to spontaneous and explicit breaking symmetry cases, respectively

BEC type	Interaction parameter	Phase	Phase angle	Symmetry breaking	Transition BEC \rightarrow normal phase
Ideal gas	$U = 0, \gamma = 0, \gamma' = 0$	$\xi = e^{i\Theta}$	arbitrary	SBS	II-order
Pure BEC	$U \neq 0, \gamma = 0, \gamma' = 0$	$\xi = \pm 1$	πn	SBS	II-order
Interacting gas with EA	$U \neq 0, \gamma \neq 0, \gamma' = 0$	$\xi = \pm 1$	πn	EBS	II-order
Interacting gas with DM anisotropy	$U \neq 0, \gamma = 0, \gamma' \neq 0$	$\xi = +i$	$\pi/2 + 2\pi n$	EBS	crossover
Interacting gas with both EA and DM anisotropies	$U \neq 0, \gamma \neq 0, \gamma' \neq 0$	$\xi = +i$	$\pi/2 + 2\pi n$	EBS	crossover

It can be seen from Table I that phase of the wave function of bose gases may have values with πn . It means field operators of condensed particles can be real quantity ($\xi = \pm 1$). But, if we include DM interactions for quantum magnets with condensed triplons, this phase can accept values with $\pi/2 + 2\pi n$ and field operators may be in the complex form with discrete values.

Additionally, this phase angle can explain the direction of staggered magnetization in quantum magnets:

$$|M_{\perp}| = g\mu_B\sqrt{\rho_0/2}, \quad M_{\perp} = |M_x|\sin\Theta + |M_y|\cos\Theta. \quad (18)$$

In the presence of DM interaction each domain will have a phase angle $\pi/2 + 2\pi n$ and according to (18) staggered magnetization lies in the x-axis $m_{\perp} = |m_x^i|$ which leads to the finite $M_{\perp} = \sum m_{\perp}^i = \sum |m_x^i| \neq 0$ (see Fig. 4c).

The stationary Josephson effect can take place due to the phase difference $\Delta\Theta = \Theta_1 - \Theta_2$ between two contacting quantum magnets materials and d.c. Josephson current:

$$\frac{\partial\rho_{01}}{\partial t} = 2K\sqrt{\rho_{01}\rho_{02}}\sin(\Delta\Theta) \quad (19)$$

Now, from Table I one may come to the conclusion that the stationary Josephson effect can take place only when one of the materials has no anisotropy, (or only EA), $\Theta_1 = \pi n$ while the other one has DM anisotropy, $\Theta_2 = \pi/2 + \pi n$.

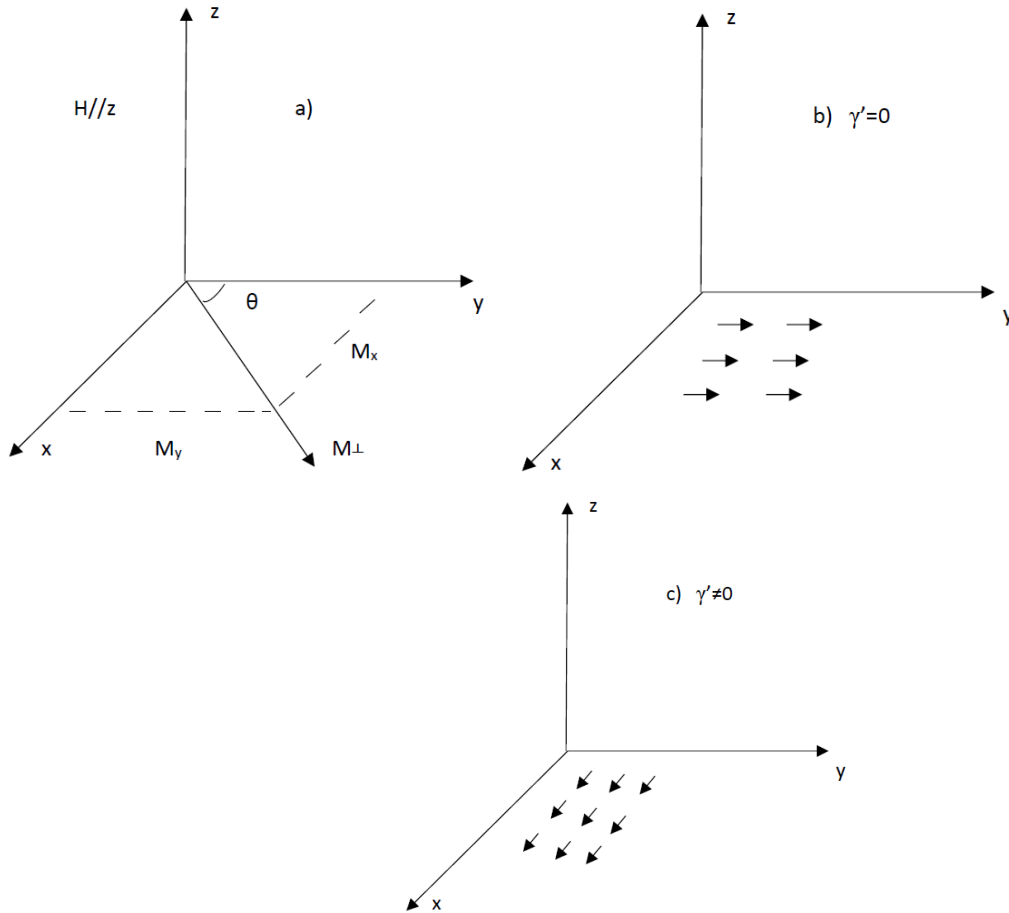


Fig.4. The vector of staggered magnetization. (a) General representation; (b) and (c) correspond to the case of slow creation of triplon BEC without (b) and with DM anisotropy (c)

Additionally, we have studied the interference effect between two BECs. The density of the two combined systems with interference is

$$\rho_0(\vec{r}) = |\sqrt{\rho_0^a} e^{i\vec{k}_a \cdot \vec{r}} e^{i\Theta_a} + \sqrt{\rho_0^b} e^{i\vec{k}_b \cdot \vec{r}} e^{i\Theta_b}|^2 = \rho_0^{ab} [1 + x \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \Theta_{ab})] \quad (20)$$

where $\rho_0^{ab} = \rho_0^a + \rho_0^b$, $\vec{k} = \vec{k}_a - \vec{k}_b$, $\Theta_{ab} = \Theta_b - \Theta_a$, $x = 2\sqrt{\rho_0^a \rho_0^b} / (\rho_0^a + \rho_0^b)$ and Θ_a, Θ_b are initial phase angles. So, we have an interference pattern with the relative phase $\phi = \vec{k} \cdot \vec{r} + (\Theta_b - \Theta_a)$.

In Interference of two pure condensates case, as it is seen from Table I $\Theta_b - \Theta_a = \pi(n_b - n_a) \equiv \pi m$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. From equation (20) one obtains $\rho_0(\vec{r}) = \rho_0^{ab} (1 \pm \cos \vec{k} \vec{r})$ and this corresponds to constructive interference. On the other hand, we consider BEC with DM interaction and suppose that we have two interfering condensates. The initial phases may be as $\Theta_a = \pi/2$ and $\Theta_b = 0$, so $\Theta_b - \Theta_a = -\pi/2$. Now, (20) gives the result $\rho_0(\vec{r}) = \rho_0^{ab} (1 + x \sin(\vec{k} \vec{r}))$ with destructive interference. Thus, the presence of DM interaction in one of condensates dramatically changes the interference picture, demonstrating its sensitivity to the initial phase.

The third chapter of the dissertation “**Magnetization of antiferromagnetic materials with Dzyaloshinskii-Moriya and exchange anisotropies**” is about the analization of staggered magnetization in quantum magnets above the critical temperature and comparison of our theoretical results with the experimental one.

The total hamiltonian has the form as in (10). Now, with analytical results in the second chapter, we calculate numerically magnetization, energy dispersion and heat capacity of the system. Normal and anomalous densities are given as:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \sum_k \left[\frac{W_k(\varepsilon_k + X_1/2 + X_2/2)}{E_k} - \frac{1}{2} \right] \equiv \sum_k \rho_{1k} \\ \sigma &= \frac{(X_2 - X_1)}{2} \sum_k \frac{W_k}{E_k} \equiv \sum_k \sigma_k \end{aligned} \quad (21)$$

The dispersion relation is given by $E_k = \sqrt{\varepsilon_k + X_1} \sqrt{\varepsilon_k + X_2}$. Here, X_1 and X_2 are self-energies

$$\begin{aligned} X_1 &= 2U\rho + U\sigma - \mu + \frac{U\rho_0(\xi^2 + \bar{\xi}^2)}{2} + \gamma + \frac{2\gamma'^2 D_1}{X_2^2} \\ X_2 &= 2U\rho - U\sigma - \mu - \frac{U\rho_0(\xi^2 + \bar{\xi}^2)}{2} - \gamma - \frac{2\gamma'^2 D_2}{X_2^2} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \text{where } A_{1'} &= \frac{\partial A}{\partial X_1} = \frac{1}{8} \sum_k \frac{(E_k W_{k'} + 4W_k)}{E_k}, & A_{2'} &= \frac{\partial A}{\partial X_2} = \frac{1}{8} \sum_k \frac{(\varepsilon_k + X_1)^2 (E_k W_{k'} - 4W_k)}{E_k^3} \\ B_{1'} &= \frac{\partial B}{\partial X_1} = \frac{1}{8} \sum_k \frac{(\varepsilon_k + X_2)^2 (E_k W_{k'} - 4W_k)}{E_k^3}, & D_1 &= \frac{A_{1'}}{\bar{D}}; & D_2 &= \frac{B_{1'}}{\bar{D}}; & \bar{D} &= A_{1'}^2 - A_{2'} B_{1'} \\ W_k &= \frac{\coth(\beta E_k/2)}{2}; & W_{k'} &= \beta(1 - 4W_k^2) = \frac{-\beta}{\sinh^2(\beta E_k/2)}. \end{aligned}$$

$A = \rho_1 - \sigma$, $B = \rho_1 + \sigma$, ρ_1 - the normal and σ - anomalous densities.

We have analyzed the effect of the DM interaction on heat capacity, quasiparticle energy dispersion relation, self-energies, condensate, normal and anomalous densities. Additionally, we calculated magnetization in quantum magnet and compared our results with experimental data on antiferromagnetic material TlCuCl_3 .

In Fig.5, we present self-energies in dispersion relation and condensate fraction dependence on temperature. It can be seen that the effect of the anisotropy on self energies is negligibly small at high temperatures. On the other hand, the effect of DM interaction on the condensate fraction is rather significant, as it is seen from Fig.5(c). Hence, consideration of DM interactions changes the shape of self energy temperature dependent graphs.

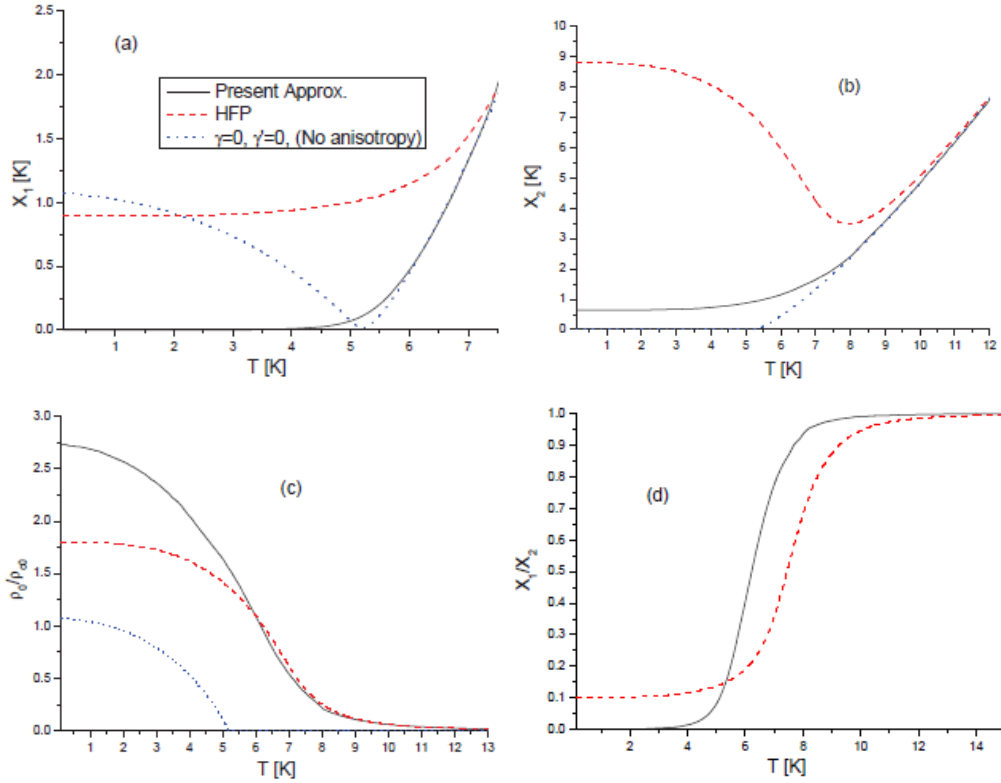


Fig.5. Figures (a), (b) and (c) show the self energies $X_1(T)$, $X_2(T)$ and condensate fraction $\rho_0(T)/\rho_{0c}$ ($\rho_{0c} = \mu/2U = 0.07$) dependence on temperature, respectively, while (d) illustrates the ratio $X_1(T)/X_2(T)$. Solid and dashed lines correspond to HFB and HFP approximation, correspondingly. The dotted lines represent the isotropic case with $\gamma = \gamma' = 0$

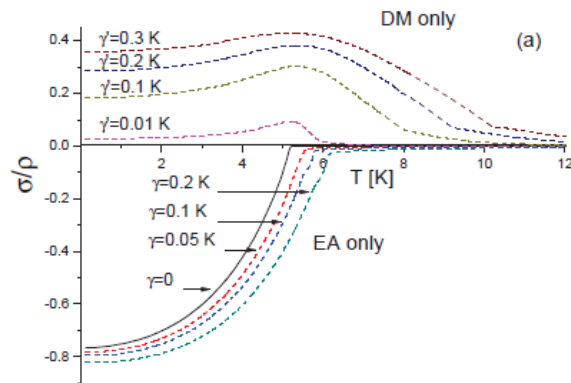


Fig.6. The ratio of anomaly density σ to the total density ρ of triplons vs temperature for various intensity parameters of DM and EA interactions

Compared to EA interactions, DM interactions totally modify anomalous density for HFB approximation. It is seen that the presence of DM interaction changes the sign of anomalous density to the opposite (Fig.6). It means that $\sigma(\gamma' \neq 0) \geq 0$ at any temperature for $U > 0$, $\gamma' > 0$. Additionally, both anisotropies give a contribution to anomalous density to increase at low temperatures. σ can be compared with total density of DM interacting triplons which is accounted for about 30 % of ρ for reliable γ' .

To prove that our results are appropriate for quantum magnets, we present numerical results of total and staggered magnetization dependence on temperature (Fig.7).

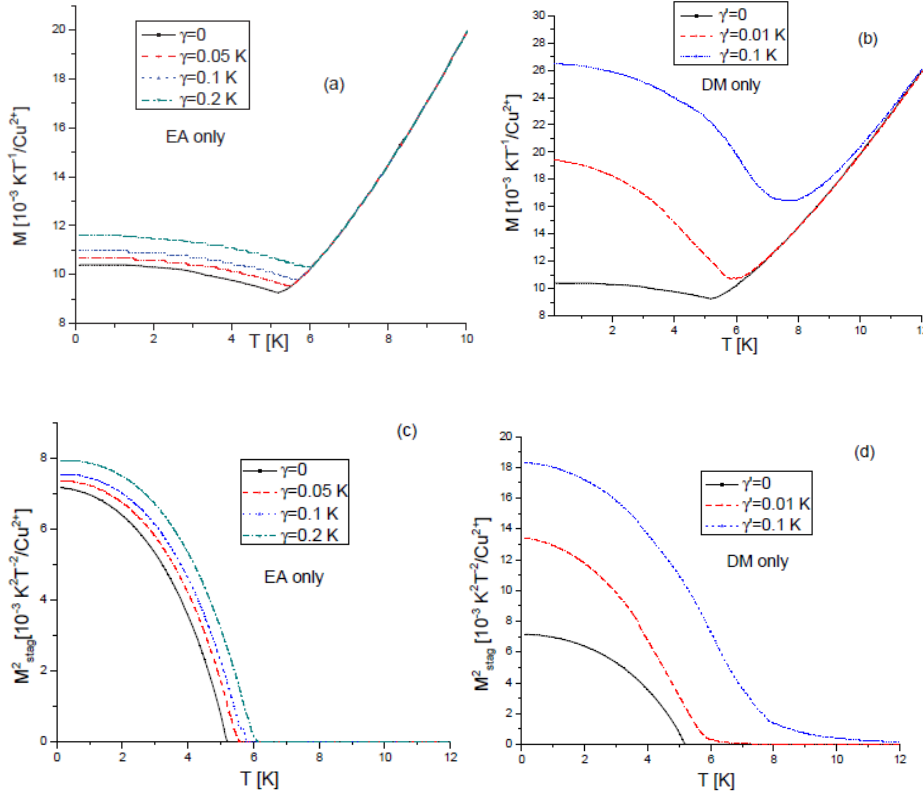


Fig. 7. Total magnetization dependence on temperature with EA (a) and DM (b) interaction, separately. Solid lines represent the results for $\gamma = \gamma' = 0$. Figures (c) and (d) present the square of staggered magnetization $(M_{\perp})^2$. Parameters are the same as in Fig.5

Our results show that the strength of DM interaction (γ') prevents the staggered magnetization from vanishing above the critical temperature and decreases asymptotically (Fig.7 (d)). The staggered magnetization has a dependence on condensate density of triplons $M_{\perp} = g\mu_B\sqrt{\rho_0/2}$, we state that there remains condensation above the critical temperature. Hence, one can conclude that as the system transfers from BEC state to normal phase, there is a crossover instead of second order phase transition. But, there occurs the problem of finding critical temperature. And this can be defined by the minimum point of the temperature dependence of total magnetization ($M = g\mu_B\rho$) (Fig.7 (a) (b)).

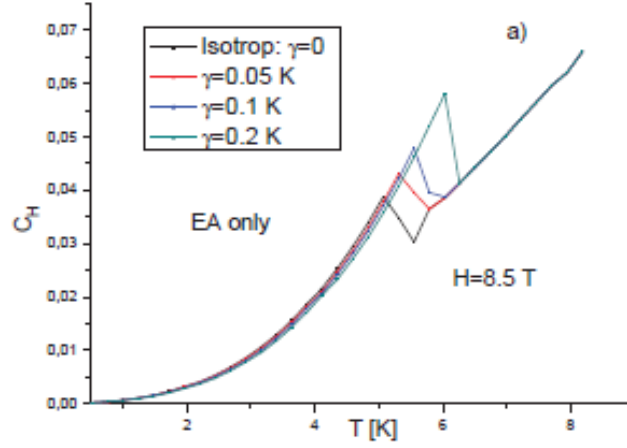


Fig.8. The heat capacity dependence on temperature

We have studied the heat capacity of triplons at constant magnetic field and marked as C_H . The shape of the temperature dependence of heat capacity graph obeys general laws of physics. Our obtained numerical results for $C_H(T)$ show that the isotropic and anisotropic cases give the same shape for specific heat except in the region on critical temperature (see Fig.8). Hence, the anisotropic effects are important mainly in the critical region. But we considered only EA interactions with constant external magnetic field and there is a clear point for T_c where $\rho_0(T = T_c) = 0$, which separates BEC and normal phases.

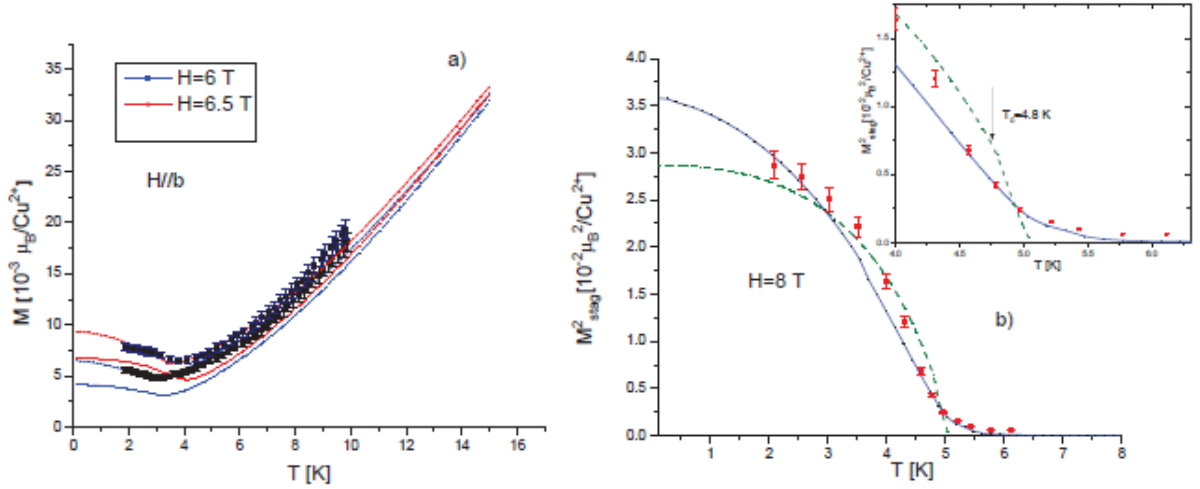


Fig. 9. Total (a) and staggered (b) magnetizations for $TlCuCl_3$. Dashed lines correspond to HFP approximation. Experimental data are taken from [R. Dell'Amore et.al. Physical Review B, 78, (2008)] and [H. Tanaka et.al. Journal of Physical Society of Japan, 70, (2001)]

We compared temperature dependence of total and staggered magnetization results with experimental data and obtained optimal values of input parameters of the present approach ($U = 367$ K, $\gamma = 0.05$ K and $\gamma' = 0.0201$ K) (see Fig.9). The anisotropic properties of the system should be considered even these parameters are small enough. One can describe staggered magnetization at the whole temperature regime with a finite $M_{\perp} \neq 0$ at $T \geq T_c$ and this uniquely indicates the presence of DM interaction between dimers with a finite γ' in antiferromagnetic materials. The

inclusion of DM anisotropy smears expected second order phase transition to a crossover.

CONCLUSION

The main results of the theoretical research, which was carried out on the theme of the PhD dissertation “Low temperature phase transitions in anisotropic quantum magnets” has led to the following conclusions:

1. We proposed a new mean-field approximation based approach within the Hartree-Fock-Bogolyubov approximation, which takes into account an anomalous density σ and anisotropy of the system. The low temperature properties of quantum magnets can be well described within this approximation assuming that the BEC scenario is still valid. It is showed that the anomalous density is comparable to the condensed one and survives at temperatures exceeding T_c where the condensate fraction is zero. We predicted that the shift of the critical temperature T_c due to a finite exchange anisotropy is rather substantial even when the anisotropy parameter γ is small, e.g., $\Delta T_c \approx 10\%$ of T_c in $H=6$ T and for $\gamma \approx 4$ meV. We also predicted a plausible value for the critical exponent $\beta = 0.47$ for staggered magnetization $M_{\perp} = \text{const} \times (1 - T/T_c)^{\beta}$.
2. We obtained the thermodynamic potential Ω of a triplon gas taking into account the strength of DM interaction up to second order. It was shown that the phase angle of a purely homogenous BEC without any anisotropy may only take values $\theta = \pi n$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) while that of BEC with even a tiny DM interaction results in $\theta = \pi/2 + 2\pi n$. In contrast to the widely used Hartree-Fock-Popov approximation, which allows arbitrary phase angle, our approach predicts that the phase angle may have only discrete values, while the phase of the wave function of the whole system remains arbitrary as expected.
3. Having fixed the problem about the phases we studied the influence of possible phases to the interference and Josephson junction of two Bose condensates. We have shown that when one of the condensates have even a tiny DM interaction the interference picture will change drastically. Analyzing the simple d.c. Josephson effect between two spin-gapped magnets we have found that there would be no Josephson current when neither of samples has DM anisotropy ($\gamma'_1 = 0, \gamma'_2 = 0$), while the current will be finite, when one of them has a weak DM anisotropy ($\gamma'_1 = 0, \gamma'_2 \neq 0$).
4. We have also shown the consequences of DM interaction to possible direction of staggered magnetization in spin-gapped antiferromagnets. It was shown that DM interactions destroy the total staggered magnetization in axially symmetric samples compared with $\gamma' = 0$. In the presence of DM interaction ($\gamma' \neq 0$), the staggered magnetization remains finite. In quantum magnets, there is no path from a pure BEC to normal phase and there is a crossover instead of second order phase transition. It was shown that, in contrast to exchange anisotropy interaction, the Dzyaloshinsky-Moriya interaction modifies the physics dramatically. Particularly, it changes the sign of the anomalous density to

opposite in the whole range of temperatures and changes the shape of the specific heat.

5. We also gave a fair theoretical description of the staggered magnetization data for $T \leq T_c \leq T$. By using the experimental data on the magnetization of the compound TlCuCl_3 , we have found optimal values for the strengths of EA and DM interactions. The spectrum of the energy of low lying excitations has also been studied and found to develop a linear dispersion similar to Goldstone mode with a negligibly small anisotropy gap. We come to the conclusion that to describe existing experimental data on magnetization as well as the energy spectrum of spin gapped quantum magnets with anisotropies simultaneously, one has to extend this approach, by choosing the vector of DM anisotropy appropriately.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.FM/Т.33.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ**

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ХУДОЙБЕРДИЕВ АСЛИДДИН ГУЛОМИДДИНОВИЧ

**НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В
АНИЗОТРОПНЫХ КВАНТОВЫХ МАГНЕТИКАХ**

01.04.07 –Физика конденсированного состояния

**АВТОРЕФЕРАТ
диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам**

Ташкент–2022

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2021.2.PhD/FM242.

Докторская диссертация выполнена в Институте ядерной физики Академия наук Республики Узбекистан.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.inp.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель: **Рахимов Абдулла Маннабович**
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник

Официальные оппоненты: **Джуманов Сафарали**
доктор физико-математических наук, профессор

Абдуллаев Фатхулла Хабибуллаевич
доктор физико-математических наук, профессор

Ведущая организация: **Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека**

Защита диссертации состоится «___» _____ 2022 года в ___ часов на заседании Научного совета DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 при Институте ядерной физики (Адрес: 100174, г. Ташкент, пос. Улугбек, ИЯФ АН РУз. Тел.: (+99871) 289-31-41; факс: (+99871)289-36-65; e-mail: info@inp.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института ядерной физики (регистрационный номер _____) (Адрес: 100214, г. Ташкент, поселок Улугбек, ИЯФ АН РУз. Тел. (+99871) 289-31-19).

Автореферат диссертации разослан «___» _____ 2022 г.
(Протокол рассылки № _____ от _____ 2022 г.).

М. Ю. Ташметов
председатель Научного совета по присуждению
ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

О.Р.Тожибоев
ученый секретарь Научного совета
по присуждению ученых степеней, PhD ф.-м.н.

Э.М.Турсунов
председатель научного семинара
при Научном совете по присуждению
ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Целью исследования является развитие приближения Хартри-Фока-Боголюбова и теории конденсата Бозе-Эйнштейна для анизотропных квантовых магнетиков при низких температурах и определение фазовых переходов в них.

Задачи исследования:

предложить термодинамический потенциал триплов при низкой температуре в приближении Хартри-Фока-Боголюбова, включая влияние анизотропии и аномальной плотности;

определить квантовые фазовые переходы в квантовых магнетиках при температуре, близкой к нулю;

доказать существование ограничения на магнитные фазы и состояния трипловых конденсатов Бозе-Эйнштейна;

показать интерференцию и джозефсоновский переход двух бозе-систем в квантовых магнитах при низкой температуре;

оценить параметры обменной анизотропии и Дзялошинского-Мория взаимодействия в рамках среднего поля;

провести анализ намагниченности и энергетического спектра квантовых магнитов, в частности, экспериментально наблюдаемых в $TiCuCl_3$.

Объектом исследования являются антиферромагнитные материалы, сплав $TiCuCl_3$.

Предметом исследования являются возможные бозе-эйнштейновские конденсаты магнитных квазичастиц в квантовых антиферромагнетиках при низких температурах.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

развито приближение Хартри-Фока-Боголюбова с использованием теории среднего поля для анизотропных квантовых магнетиков в области температур ниже критической ($T \leq T_c$);

впервые показано, что учет анизотропных свойств квантовых магнетиков позволяет объяснить интерференцию двух конденсатов и эффекты Джозефсона;

с учетом анизотропии Дзялошинского-Мория впервые доказано, что фазовый переход к кроссоверу, как и фазовый угол волновой функции конденсата, имеет только дискретные значения, поскольку плотность конденсированных частиц асимптотически уменьшается при $T > T_c$;

в рамках приближения Хартри-Фока-Боголюбова объяснены экспериментальные зависимости намагниченности антиферромагнитного материала $TiCuCl_3$ в интервале низких температур.

Внедрение результатов исследования. На основании результатов, полученных при исследовании низкотемпературных фазовых переходов в анизотропных квантовых магнетиках:

разработанное приближение Хартри-Фока-Боголюбова для анизотропных квантовых магнетиков было использовано зарубежными

исследователями (ссылки в международных журналах: Physical Review B, 97, id.140405, 2018, Physical Review B, 98, id.144416, 2018, 34rd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation, 18886028, 2019, International Journal of Modern Physics, 35, id.2150018, 2020, Physics Letters A, 384, id.126313 2020). Использование научных результатов позволило рассчитать контакт Тана в антиферромагнетиках;

объяснение интерференции двух конденсатов и эффекта Джозефсона с использованием разности фаз двух волн материи использовано зарубежными исследователями (ссылки в международных журналах: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021). Использование научных результатов позволило разработать теоретическое описание фазового угла;

доказательство, что фазовый переход к кроссоверу, как и фазовый угол волновой функции конденсата, имеют только дискретные значения использовано зарубежными исследователями (ссылки в зарубежных журналах: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021, Physics Letters A, 384, id.126313 2020). Использование научных результатов позволило проанализировать квантовый фазовый переход в квантовых антиферромагнетиках CsFeCl_3 ;

теоретическое описание экспериментальных данных по намагниченности при низких температурах в антиферромагнитном материале TlCuCl_3 с помощью приближения Хартри-Фока-Боголюбова было использовано зарубежными исследователями (ссылки в международных журналах: International Journal of Modern Physics B, 35, id.2150018, 2021, Journal of Physics: Condensed Matter, 33, id.465401, 2021). Использование научных результатов позволило определить критические свойства контакта Тана в бозе-системах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Текст диссертации изложен на 103 страницах.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; Part I)

1. Narzikulov Z., Khudoyberdiev A. Critical properties of optical bosonic gases in cubic optical lattices at arbitrary integer fillings // Uzbek Journal of Physics. – Tashkent (Uzbekistan), 2016. – Vol. 18 (№4). – pp. 238-245. (01.00.00. №5)
2. Khudoyberdiev A., Rakhimov A., Schilling A. Bose-Einstein Condensation of triplons with a weakly broken U(1) symmetry // New Journal of Physics. – IOP Publishing (United Kingdom), 2017. – Vol. 19. – pp. 113 (№9. Journal Citation Reports; IF=3.729).
3. Rakhimov A., Khudoyberdiev A., Rani L., Tanatar B. Spin-gapped magnets with weak anisotropies I: Constraints on the phase of the condensate wave function // Annals of Physics. – Elsevier (Netherland), 2021. – Vol. 424. – id.168361 -23 p. (№3. Journal Citation Reports; IF=2.73).
4. Rakhimov A., Khudoyberdiev A., Tanatar B. Effects of exchange and weak Dzyaloshinsky-Moriya anisotropies on thermodynamic characteristics of spin-gapped magnets // International Journal of Modern Physics B. – World Scientific(Singapore), 2021. – Vol.35. – id.2150223. -23 p. (№2. Journal Citation Reports; IF=1.219).

II бўлим (II часть; Part II)

5. Rakhimov A., Khudoyberdiev A. The Low Temperature properties of anisotropic quantum magnets with a spin gap // “International Confrence on Superconductivity and Magnetism”, April 29-May 04 2018. -Antalya (Turkey), 2018. – pp. 291.
6. Xudoyberdiev A. Triplonlarning dzyaloshinsky-moriya va almashinuv anizotropiyalari tasiridagi boze enshteyn kondensatsiyasi // "Yadro fizikasi va yadroviy texnologiyalar", O'zbekiston yosh fiziklari V respublika anjumani, 4-5 December 2018. – Tashkent: Yadro fizikasi instituti, 2018. – pp. 65-66.
7. Khudoyberdiev A. Bose-Einstein condensation of triplons with anisotropy of the system // “II International Scientific Forum Nuclear Science and technologies”, 24-27 June 2019. – Almaty (Kazakhstan), 2019 – pp. 136.
8. Khudoyberdiev A., Rakhimov A. Anisotropic properties of antiferromagnetic materials at low temperatures // International Conference "Fundamental and applied problems of Physics", 22-23 September 2020. – Tashkent (Uzbekistan), 2020 – pp. 29.
9. Khudoyberdiev A., Narzikulov Z. The phase angle of the triplon condensate wave function with and without anisotropy // "Yadro fizikasi va yadroviy texnologiyalar", O'zbekiston yosh fiziklari VI respublika anjumani, 01-02 December 2020. – Tashkent: Institute of Nuclear Physics, 2020 – pp. 59-65.

10. Abdurakhmonov T., Khudoyberdiev A. Restrictions on the phase angle of the triplon gas wave function // “Yosh olimlar va fizik talabalarning I Respublika ilmiy anjumani”, 21 April 2021. –Tashkent (Uzbekistan), 2021. –pp. 243.