

**YADRO FIZIKASI INSTITUTI HUZURIDAGI ILMIY
DARAJALAR BERUVCHI DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 RAQAMLI
ILMIY KENGASH**

YADRO FIZIKASI INSTITUTI

NARZIKULOV ZABARDAST AXMADOVICH

**O‘TA PAST HARORATLARDA UCH O‘LCHOVLI OPTIK PANJARALAR
VA KVANT MAGNETIKLARNING KRITIK XOSSALLARI**

01.04.07 – Kondensirlangan holat fizikasi

**Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
AVTOREFERATI**

Toshkent – 2023

**Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
avtoreferati mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по
физико-математическим наукам**

**Contents of the dissertation abstractof the doctor of philosophy (PhD) on
physical and mathematical sciences**

Narzikulov Zabardast Axmadovich

O‘ta past haroratlarda uch o‘lchovli optik panjaralar va kuant magnetiklarning kritik xossallari.....	3
--	---

Нарзикулов Забардаст Ахмадович

Критические свойства трехмерных оптических решеток и квантовых магнетиков при сверхнизких температурах.....	21
--	----

Narzikulov Zabardast Axmadovich

Critical properties of three-dimensional optical lattices and quantum magnets at low temperatures	41
--	----

E’lon qilingan ishlar ro‘yxati

Список опубликованных работ

List of published works.....	45
------------------------------	----

**YADRO FIZIKASI INSTITUTI HUZURIDAGI ILMIY
DARAJALAR BERUVCHI DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 RAQAMLI
ILMIY KENGASH**

YADRO FIZIKASI INSTITUTI

NARZIKULOV ZABARDAST AXMADOVICH

**O‘TA PAST HARORATLARDA UCH O‘LCHOVLI OPTIK PANJARALAR
VA KVANT MAGNETIKLARNING KRITIK XOSSALLARI**

01.04.07 – Kondensirlangan holat fizikasi

**Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
AVTOREFERATI**

Toshkent – 2023

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lif, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida № B2022.2.PhD/FM684 raqami bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Yadro fizikasi institutida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasi (www.inp.uz) va "Ziyonet" axborot-ta'lif portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan

Ilmiy rahbar:

Raximov Abdulla Mannabovich
fizika-matematika fanlari doktori,
katta ilmiy xodim

Rasmiy opponentlar:

Djumanov Safarali
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Bayzakov Baxtiyor Bayzakovich
fizika-matematika fanlari doktori, katta ilmiy xodim

Yetakchi tashkilot:

Buxoro muhandislik-texnologiya instituti

Dissertatsiya himoyasi Yadro fizikasi instituti huzuridagi DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 raqamli Ilmiy kengashning 2023-yil _____ soat _____ dagi majlisida bo'lib o'tadi (Manzil: 100174, Toshkent shahri, Ulug'bek qo'rg'oni, Yadro fizikasi instituti. Tel. (+99871) 289-31-41; faks (+99871) 289-36-65; e-mail: info@inp.uz).

Dissertatsiya bilan Yadro fizikasi institutining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (_____ raqami bilan ro'yxatga olingan). Manzil: 100214, Toshkent shahri, Ulug'bek qo'rg'oni, YaFI. Tel. (+99871) 289-31-19.

Dissertatsiya avtoreferati 2023-yil "_____" _____ kuni tarqatildi.
(2023-yil "_____" _____ dagi ____ raqamli reyestr bayonnomasi).

M.Yu. Tashmetov

Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash raisi f.-m.f.d., professor

O.R. Tojiboyev

Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash ilmiy kotibi, f.-m.f.PhD,
katta ilmiy xodim

E.M. Tursunov

Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash huzuridagi ilmiy seminar raisi
f.-m.f.d., professor

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasining annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbliji va zarurati. So‘nggi yillarda dunyoda Bose-Eynshteyn kondensatini (BEK) o‘rganish nazariy va eksperimental tadqiqotlarning juda dolzarb mavzusiga aylandi. BEK boze atomlarda: suyuq geliyda va sovuq atom gazlarida kuzatilgan bo‘lsa-da, bu tushuncha ancha umumiydir. Optik panjaralardagi BEK o‘ta sovuq atomlar fizikasida tadqiqotlar uchun yangi qirralarni ochdi. Ba’zi kvant magnitlarining past haroratli xususiyatlarini BEK nazariyasini bilan ham tushuntirish mumkin. Ikki komponentli BEK qiziqarli fizikani ko‘rsatadi, unda komponentlararo sochilish uzunligi Feshbax rezonansi bilan boshqarilishi mumkin.

Hozirgi kunda optik panjaralarda fazaviy o‘tishlar jadal o‘rganilmoqda, ikki o‘lchovli va bir o‘lchovli holatlар uchun panjara modellari yaratilmoqda. Ikki komponentli BEKning aralashishi yoki aralashmasligi juda dolzarb masala. Antiferromagnitlarning termodinamik va magnit xossalari anizotropiyani hisobga olgan holda tadqiq qilingan. Ushbu tadqiqotlarning natijalaridan kvant kompyuterlari va kvant axborot saqlash qurilmalarini yaratishda foydalanilishi mumkin. Kvant magnitlarini o‘rganish ularning yangi xususiyatlarini oldindan aytib berishi mumkin, bu esa ularni kompyuter va axborot texnologiyalarida qo‘llashni osonlashtiradi hamda optimallashtiradi.

Respublikamizda fizika fanini rivojlantirishga, xususan, kondensirlangan holatlар fizikasi sohasidagi tajriba va nazariy ishlarga, bu boradagi fundamental tadqiqotlarga jahon miqyosida katta e’tibor qaratilmoqda. Mamlakatimizda ilm-fan rivoji va uni yanada amaliy qo‘llashda muhim ahamiyatga ega bo‘lgan mazkur fundamental tadqiqotlarning yo‘nalishlari 2022-2026-yillarda yangi O‘zbekistonni rivojlantirish strategiyasida¹ o‘z ifodasini topgan.

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-sun “2022-2026-yillarda yangi O‘zbekistonni rivojlantirish strategiyasi to‘g‘risida”, 2017-yil 16-fevraldagи PF-4958-sun “Oliy o‘quv yurtidan keyingi ta’lim tizimini yanada takomillashtirish to‘g‘risida” farmonlari, 2017-yil 17-fevraldagи PQ-2789-sun “Fanlar akademiyasi faoliyati, ilmiy va ilmiy tadqiqot faoliyatini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirish to‘g‘risida” qarori hamda ushbu sohada boshqa me’yoriy-huquqiy hujjalarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishga ushbu dissertatsiya fadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi. Mazkur tadqiqot ishi respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining II. “Energetika, energotejamkorlik va muqobil energiya manbalari” ustuvor yo‘nalishiga muvofiq bajarilgan.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Hozirgi vaqtida jahonning yetakchi olimlari tomonidan, jumladan, shveytsariyalik (A. Shilling, R. Dell’Amor), italiyalik (V. Zapf, M. Xayme, K.D. Batista), yapon (F. Yamada, T. Ono, X. Tanaka, G. Misguich, M. Oshikava, T. Sakakibara), rus (V.I. Yukalov), o‘zbek (A. Rahimov, B. Bayzakov, F. Abdullayev, S. Jumanov, U. Valiyev, R. Galimzyanov, E. Quvondikov,

¹ O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-sun “2022-2026-yillarda yangi O‘zbekistonni rivojlantirish strategiyasi to‘g‘risida” farmoni.

E. Arziqulov) va boshqa tadqiqotchilar tomonidan past haroratlar fizikasi hamda kvant magnitlari sohasida ko‘plab nazariy va amaliy izlanishlar olib borilmoqda.

Bu olimlar tomonidan kvant magnitlarida past haroratli fazali o‘tishlar va magnitlanish xossalari tadqiq qilingan, optik panjaralarda Mott izolyator va o‘taoquvchanlik fazalarining hosil bo‘lishi keng o‘rganilgan; materiyaning topologik holatlarining hosil bo‘lishi tadqiq qilindi va kvant simulyatorlari sifatida optik panjaralardan foydalanilgan; kuchli magnit maydonlar mavjudligida BEKning xatti-harakati o‘rganilgan; girdoblar kabi spin teksturalarining hosil bo‘lishi va xossalari tadqiq etildi; katta xususiy magnit dipol momentlari bo‘lgan Bose-Eynshteyn kondensatlarining hosil bo‘lishi, shuningdek, moddaning ekzotik magnit holatlarining shakllanishi kuzatilgan; aralashmadagi atomlarning o‘zaro ta’sirini nazorat qilish va bu tizimlarning dinamikasini o‘rganish bo‘yicha ham bir qator ishlar olib borilgan.

Biroq ba’zi savollar ochiqligicha qolmoqda: Monte-Karlo natijalarida tasdiqlangan BEK holatiga fazaviy o‘tish kritik haroratining o‘zaro ta’sir kuchiga bog‘liqligi tasdiqlanadimi, to‘ldirish omili o‘zaro ta’sir parametrining kritik qiymatiga qanday ta’sir qiladi? Kvant magnitlarida BEK fazasida magnitokalorik effekt o‘rganilmagan. Ikki komponentli Bose gazlari uchun Bogolyubov yaqinlashuvida olingan shart hali ham aralashish mezoni sifatida qo‘llaniladi. Aralashish va barqarorlik shartlarining haroratga bog‘liqligi, shuningdek, mumkin bo‘lgan faza o‘tishlari haqidagi ma’lumotlar mavjud emas. Shuning uchun Bose tizimlarining termodinamik xususiyatlarini o‘rganish juda dolzarbdir.

Dissertatsiya mavzusining dissertatsiya bajarilgan ilmiy tadqiqot muassasasi ilmiy tadqiqot ishlari bilan bog‘liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Yadro fizikasi instituti ilmiy tadqiqot ishlari rejasining № ФА-Ф2-Ф079+Ф069 “Relyativistik astrofizika va kosmologiyada elektromagnit va gravitatsion maydonlarining tenglamalarini, shuningdek adronlar va ularning o‘zaro ta’sirini tavsiflashda QCDning fenomenologik modellarini ishlab chiqish va rivojlantirish” (2009-2011), № Ф2-ФА-Ф113 “Relyativistik astrofizika va kosmologiyada gravitatsion va elektromagnit jarayonlar, ultra past haroratlarda bozon tizimlari” (2012-2016), № OT-Ф2-15 “Yuqori haroratli o‘tao‘tkazgichlar va ularga o‘xshash kondensirlangan sistemalarning yangi o‘ta o‘tkazuvchanlik va o‘ta oquvchanlik xossalarini nazariy tadqiq qilish” (2017-2019), № UT-ФА-2020-3 “Uzoq masofali o‘zaro ta’sirga ega tartibsiz kvant magnitlari va atom gazlarida ultrasovuq fazali o‘tishlar” (2020-2022) mavzusidagi fundamental loyihamalar va O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 21-noyabrdagi PQ-4526-sonli qarori asosida 2020-2024-yillarga mo‘ljallangan ilmiy tadqiqot ishlari dasturi yuzasidan “Bir nechta jismli kvant fizikasi masalalarini yechish uchun yuqori samarali variatsion usullarni rivojlantirish” (2020-2024) fundamental mavzu doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi o‘ta past haroratlarda fazaviy o‘tish yaqinidagi Bose tizimlarining termodinamik xususiyatlarini aniqlashdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

past haroratlarda 3D optik panjaralar uchun yaqinlashuvni ishlab chiqish va kontaktli o‘zaro ta’sir tufayli kritik haroratning siljishini baholash;

optik panjaralar va kvant magnitlari uchun fazalar va fazaviy diagrammalarni aniqlash;

kvant magnitlari uchun asosiy termodinamik kattaliklarning analitik ifodalarini olish va ularni eksperimental ma’lumotlar bilan taqqoslash;

Grüneisen magnit parametri uchun analitik ifodani olish va uning fazaviy o‘tish nuqtasi yaqinidagi xususiyatlarni o‘rganish;

fazaviy o‘tish kritik haroratidan yuqorida va pastda magnitokalorik effektni baholash;

ikki komponentli Boze gazi uchun nol va chekli haroratlarda fazaviy diagrammalarni olish;

ikki komponentli Boze aralashmasi uchun aralashish shartini tahlil qilish.

Tadqiqot obyektini Bose kondensirlangan tizimlari (optik panjaralar, atom gazlari va kvant magnitlari) tashkil etadi.

Tadqiqot predmeti kritik o‘tish harorati, o‘tishga yaqin termodinamik miqdorlarning o‘zgarishi hisoblanadi.

Tadqiqot usullari: ikki kollektiv kvant maydon nazariyasi, variatsion g‘alayonlanish nazariyasi, Xartri-Fok-Bogolyubov yaqinlashuvi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

past haroratlarda uch o‘lchovli optik panjaralar, ikki komponentli atom gazlari va kvant magnitlari uchun variatsion g‘alayonlanish nazariyasiga asoslangan yaqinlashuv ishlab chiqilgan;

kontakt o‘zaro ta’siri tufayli optik panjalarda Boze-Eynshteyn kondensati holatiga fazaviy o‘tish kritik haroratining siljishi analitik baholangan;

spin tirqishli dimerlangan kvant magnitlarining harorati tashqi magnit maydonning ortishi bilan Boze-Eynshteyn kondensati holatiga fazaviy o‘tishning kritik haroratidan yuqorida pasayishi va kritik haroratdan pastda ko‘tarilishi ilk marta ko‘rsatilgan;

birinchi marta Boze gazlarining ikki komponentli aralashmasi muvozanatli simmetrik konfiguratsiyasining fazaviy diagrammasi gaz parametrining ixtiyoriy qiymatlari uchun nol va cheklangan haroratlarda olingan; komponentlararo o‘zaro ta’sir doimiysining katta qiymatlarida sistema barqaror va aralashuvchi bo‘lishi ko‘rsatilgan;

²³Na atom gazi teng qismidagi ikkita o‘ta nozik strukturalar aralashmasining Boze-Eynshteyn kondensati gaz parametrining turli qiymatlari uchun komponentlararo o‘zaro ta’sir konstantasiga qarab tovush tezliklarining nisbati aniqlangan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

o‘taoquvchanlik-Mott dielektrik fazaviy o‘tishni tushuntirish uchun yaqinlashuv takomillashtirilgan hamda past haroratlarda optik panjaralar uchun o‘zaro ta’siri tufayli fazaviy o‘tish haroratining siljishi baholangan;

spin tirkishga ega dimerlangan kvant magnitlari uchun fazaviy o'tish kritik haroratidan yuqorida va quyida magnetokalorik effekt aniqlangan hamda issiqlik sig'imi, entropiya, magnetlanish va Grüneisen magnet parametri uchun analistik ifodalar olingan;

^{23}Na atom gazining teng qismidagi ikkita o'ta nozik strukturali aralashmasining Bose-Eynshteyn kondensati uchun tovush tezliklari nisbatining komponentlararo o'zaro ta'sir konstantasiga bog'liqligi turli gaz parametrlari uchun aniqlangan.

Tadqiqot natijalarining ishonchiligi kondensirlangan moddalar fizikasi va nazariy fizikaning zamonaviy usullari, shuningdek, yuqori samarali raqamli usullar va algoritmlardan foydalanish bilan tasdiqlanadi; olingan natijalarining eksperimental ma'lumotlarga va boshqa mualliflarning natijalariga mos kelishini to'liq tekshirishirildi. Xulosalar optik panjaralar va magnet materiallar uchun kvant maydoni nazariyasining asosiy qoidalari hamda eksperimental natijalar bilan yaxshi mos keladi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalari Boze-Eynshteyn kondensatsiyasi holati va yangi fazaviy o'tishlar haqidagi fundamental g'oyalarni ishlab chiqishda hamda amaliy materialshunoslikni rivojlantirishda ilmiy ahamiyatga ega. Bundan tashqari tadqiqot natijalari magnet materiallar va optik panjaralardagi hodisalarini chuqur tushunishga yordam beradi hamda BEK tabiatiga boshqa nuqtayi nazardan qarashga imkon beradi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati shundan iboratki, kvant magnitlari va optik panjaralar bo'yicha olingan natijalar optik panjaralar nazariyasini ishlab chiqish, optik panjaralarning turli geometriyalari uchun fazaviy o'tish kritik haroratini tahlil qilish uchun ishlatilishi mumkin. Spin tirkishli dimerlashtirilgan kvant magnitlari sinfiga kiritilgan yangi magnet materiallarning xususiyatlarini bashorat qilishda ham amaliy ahamiyatga ega.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Boze sistemalarida past haroratli fazaviy o'tishlarni o'rghanishda olingan natjalarga asoslanib:

uch o'lchovli optik panjaralar, ikki komponentli atom gazlari va kvant magnitlari uchun variatsion g'alayonlanish nazariyasi asosida ishlab chiqilgan yaqinlashuv xorijiy tadqiqotchilar tomonidan qo'llanilgan (xalqaro jurnallardagi havolalar: Soft Matter, 12. – P. 2523-2536, 2016; New J. Phys. 19, id.113002, 2017; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013, Phys. Rev. E 90, 032124, 2014; Brazilian Journal of Physics v. 47. – P. 1-8, 2017; Canadian Journal of Physics. 92(5): 375-379. – P. 2013; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013; Laser Phys. Lett., 12, 015202, 2015). Ilmiy natjalarning qo'llanilishi ikki va uch o'lchovli optik panjaralar uchun fazaviy diagrammalarni olish imkonini bergen;

optik panjaralarda BEK holatiga fazaviy o'tish kritik harorati siljishining analitik baholanishi xorijiy tadqiqotchilar tomonidan qo'llanilgan (xalqaro jurnallardagi havolalar: J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 50 085006, 2017; Brazilian Journal of Physics v. 47. – P. 1-8, 2017; Canadian Journal of Physics. 92(5): 375-379. – P. 2013; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013; Laser Phys. Lett., 12, 015202, 2015; Canadian Journal of Physics. 94(7): 697-703, 2016). Ilmiy natjalarning qo'llanilishi

atomlarning kinetik energiyasiga va kimyoviy potentsialning kattaligiga qarab Berezinskiy-Kosterlitz-Thouless o'tish haroratini olishga xizmat qilgan;

fazaviy o'tish kritik haroratidan yuqori va pastdag'i magnitokalorik effektning turlicha kechishi xorijiy tadqiqotchilar tomonidan qo'llanilgan (xalqaro jurnallardagi havolalar: Phys. Rev. B v. 100, id. 245435, 2019; Physics Letters A, v. 384, 16, id 126313; 2020, Annals of Physics, v.424, id. 168361, 2021; J. Phys.: Condens. Matter v. 33 id. 465401, 2021). Ilmiy natijalarning qo'llanilishi kvant magnit $Ba_2FeSi_2O_7$ uchun 60 T gacha bo'lgan impulsli magnit maydonlarda magnitlanish, elektrik qutblanish va magnitokalorik effektlar o'chovidan foydalangan holda Lieb-Liniger hamda Yang-Godin modellari uchun Grüneisen parametrlarini olish, magnit fazalarining bat afsil chegaralarini va spin sathlari kesishuvini aniqlash imkonini bergen;

ixtiyoriy gaz parametri uchun Bose gazlarining ikki komponentli aralashmasi uchun ilk marta olingan faza diagrammasi hamda komponentlararo o'zaro ta'sir doimiysining katta qiymatlarida sistema barqaror va aralashuvchi fazada bo'lishi xorijiy tadqiqotchilar tomonidan qo'llanilgan (xalqaro jurnallardagi havolalar: Laser Phys. Lett. v.19, id. 103001, 2022; Eur. Phys. J. D 77, 37, 2023; Modern Physics Letters B, v. 37, 03, id. 2250206, 2023). Ilmiy natijalarning qo'llanilishi Rabi bog'langan (Rabi coupled) simmetrik Bose aralashmasining kritik haroratini olishga yordam bergen;

^{23}Na atom gazining teng qismidagi ikkita o'ta nozik strukturali aralashmasining Bose-Eynshteyn kondensati uchun tovush tezliklari nisbatining komponentlararo o'zaro ta'sir konstantasiga bog'liqligi turli gaz parametrlari uchun aniqlanishi xorijiy tadqiqotchilar tomonidan qo'llanilgan (xalqaro jurnallardagi havolalar: Laser Phys. Lett. v.19, id. 103001, 2022; Eur. Phys. J. D 77, 37, 2023; Modern Physics Letters B, v. 37, 03, id. 2250206, 2023). Ilmiy natijalarning qo'llanilishi kvant aralashmalarining ajralish holatida kuzatilgan kattaliklarning xususiyatlarini kuzatish imkonini bergen.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Dissertatsiya ishining asosiy natijalari 5 ta xalqaro va respublika anjumanlarida ma'ruza qilingan hamda muhokama qilingan.

Tadqiqot natijalarining e'lon qilinishi. Dissertatsiya mavzusi doirasida jami 10 ta ilmiy ish nashr etilgan, jumladan, O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining doktorlik dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 5 ta maqola xorijiy jurnallarda chop qilingan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish, uchta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat. Dissertatsiyaning umumiy hajmi 105 betni tashkil etadi.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida o‘tkazilgan tadqiqotlarning dolzarbliji va zaruratligi asoslangan, respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, muammoning o‘rganilganlik darajasi muhokama qilingan, tadqiqotning maqsadi va vazifalari, tadqiqotning ilmiy yangiligi hamda amaliy natijalari bayon qilingan, dissertatsiya ishining aprobatsiyasi hamda ishning hajmi va tuzilishi haqida qisqacha ma’lumot berilgan.

Dissertatsyaning “**Optik panjaralardagi fazali o‘tishlar**” deb nomlangan birinchi bobida ishlab chiqilgan yaqinlashishlarning asosiy g‘oyalari bayon etilgan. Uch o‘lchovli Bose-Xubbard modeli uchun kollektiv kvant maydon nazariyasini va variatsion g‘alayonlansh nazariyasiga yaqinlashishlari (yoki adabiyotlarda Xartri-Fok-Bogolyubov yaqinlashuvi deb ham ataladi) tadqiq qilingan.

Optik panjaralar - davriy potentsialga ega bo‘lgan ultrasovuq atomlarning gazlari bo‘lib, atomlar davriy joylashgan lazer nurlanishining kesishgan turg‘un to‘lqinlari tugunlari yordamida tutib turiladi. Ushbu sun’iy kristallarning eksperimental va nazariy tadqiqotlariga qiziqish ikki omilga bog‘liq:

1) ushbu optik panjaralardagi neytral atomlar kvant kompyuterini amalga oshirish uchun ishlatilishi mumkin bo‘lgan bir qator qiziqarli xususiyatlarga ega;

2) ular kondensirlangan moddalar fizikasida fundamental ahamiyatga ega bo‘lgan turli panjara tuzilmalarini modellashtirish uchun ishlatilishi mumkin, chunki bunday tizimlar qattiq jismlar fizikasini boshqariladigan usulda o‘rganishga imkon beradi, bunda o‘zaro ta’sir kuchini turli panjara geometriyalari uchun nozik sozlash imkoniyati mavjud. Xususan, Gamiltonian parametrlarini boshqarish va tizim parametrlarining turli rejimlarini o‘rganish mumkin.

Optik panjarada utilgan qisqa masofali itaruvchi juftli o‘zaro ta’sirga ega bozonlar sistemasini Bose-Hubbard tipidagi Gamiltonian bilan tavsiflash mumkin:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_j + \frac{g}{2} \sum_i^{N_s} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i \hat{b}_i + \sum_i^{N_s} (\varepsilon_i - \mu) \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i, \quad (1)$$

bu yerda \hat{b}_i^\dagger va \hat{b}_i i holatdagi yaratilish va yo‘qotish bozon operatorlari; $\langle i,j \rangle$ bo‘yicha yig‘indi faqat yaqin qo‘shni zarrachalarni hisobga oladi; J – sakrash amplitudasi (hopping amplitude) bo‘lib, atomning bir tugundan ikkinchisiga tunnel o‘tishini ta’minlaydi; g itarilish energiyasi, va N_s – holatlar soni. To‘ldirish faktori $\nu \equiv N/N_s$ (bu yerda N – atomlarning umumiy soni) butun son bo‘lganda va nol haroratda (1) Gamiltonian bilan tavsiflanuvchi bozonlar sistemasi yoki o‘taoquvchan (SF) yoki Mott dielektrik (MI) fazada bo‘lishi mumkin. Bu ikki faza orasidagi Kvant faza o‘tishi (KFO) $u = g/J$ o‘zaro ta’sir kuchining o‘lchovsiz parametri bilan bog‘liqligi aniq. Kichik u da tizimda tunnelli had ustunlik qiladi, shuning uchun u SF fazada bo‘lishni afzal ko‘radi. Katta $u \gg 1$ da tizim MI fazada bo‘ladi.

Termodinamik kattaliklarni aniqlash uchun katta termodinamik potensial topiladi

$$\Omega = -T \ln Z. \quad (2)$$

bu yerda

$$Z = \int D\psi^* D\psi e^{-\mathcal{A}(\psi^*, \psi)}, \quad (3)$$

statsumma va \mathcal{A} Bose-Xubbard Gamiltoniani (1)ga mos keladigan Van'e tasavvuridagi Yevklid ta'sir hamda u ikkita erkin parametrga ega (g va J).

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\psi^*, \psi) = & \int_0^\beta d\tau \left\{ \sum_i \psi^*(x_i, \tau) [\partial_\tau - \mu] \psi(x_i, \tau) - J \sum_{\langle i, j \rangle} \psi^*(x_i, \tau) \psi(x_j, \tau) \right. \\ & \left. + \frac{g}{2} \sum_i \psi^*(x_i, \tau) \psi^*(x_i, \tau) \psi(x_i, \tau) \psi(x_i, \tau) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

Statsummada kontinual integrallar mavjud va ularni analitik olish juda murakkab masala. Shuning uchun yaqinlashuvlardan foydalaniladi. Hubbard-Stratonovich transformatsiyasidan foydalanib, (4) dagi o'zaro ta'sir hadini ta'sirga fiktiv ta'sir qo'shish orqali olib tashlanishi mumkin:

$$\mathcal{A}_{pair}[\psi^*, \psi, \Delta, \Delta^*] = \int_0^\beta d\tau \sum_i \left\{ \frac{1}{2U} \vee |\Delta(x_i, \tau) - g\psi(x_i, \tau)\psi(x_i, \tau)|^2 \right\}. \quad (5)$$

bunda Δ juftlashgan maydon. Kontinual integral $\int D\Delta D\Delta^* e^{-\mathcal{A}_{pair}[\psi^*, \psi, \Delta, \Delta^*]}$ tuzilib, ψ maydon bo'yicha integrallanadi. Natijada statsumma doimiy sodda konstantaga ko'paytirishgacha soddalashadi. Lekin bu amal kuchli aynishga (вырождение) olib keladi. Shuning uchun (5) o'rniga ta'sirga plazmon maydon $\varphi(x, \tau)$ kiritish mumkun

$$\mathcal{A}_{pl}[\psi^*, \psi, \varphi] = \int_0^\beta d\tau \sum_i \left\{ -\frac{1}{2U} [\varphi(x_i, \tau) - g\psi^*(x_i, \tau)\psi(x_i, \tau)]^2 \right\}, \quad (6)$$

Natijada $\int D\varphi e^{-\mathcal{A}_{pair}[\psi^*, \psi, \varphi]}$ integralga ega bo'lamiz va u ham Z ga konstanta sifatida ko'payadi. Tizimning fizik xossalari o'zgartirmagan holda bu ikki had \mathcal{A}_{pair} va \mathcal{A}_{pl} kombinatsiyasidan foydalanish mumkin. Masalan, $\mathcal{A}_{pl} \cosh^2 \theta - \mathcal{A}_{pair} \sinh^2 \theta$ va $\sinh \theta = 1$ ning muayyan qiymati uchun. Mazkur yaqinlashish uch o'lchovli Boze-Habbard modeli uchun ikki kollektiv kvant maydon nazariyasi deb nomlanadi.

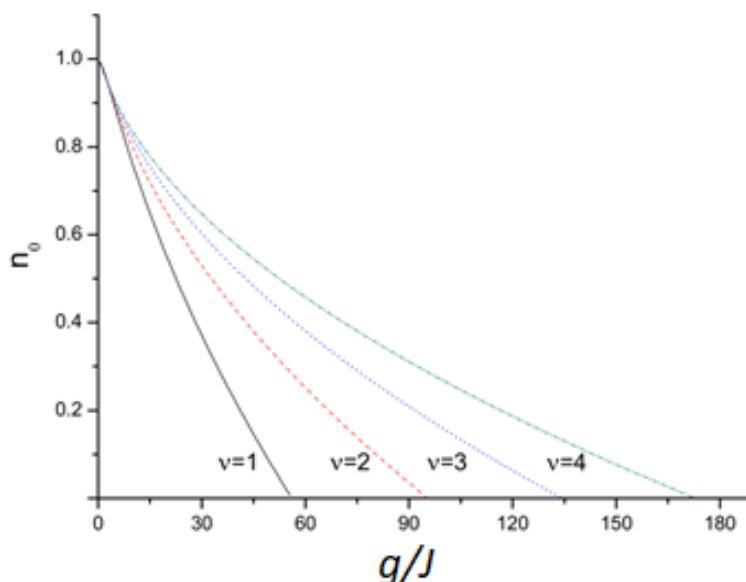
Olingan natijalar variatsion g'alayonlanish nazariyasi yaqinlashu bilan solishtirildi. Kichik tartiblarda bu yaqinlashuv operator formalizmidagi Hartree-Fok-Bogolyubov yaqinlashuviga ekvivalent. By yaqinlashuvda ta'sirga quyidagi had qo'shib ayriladi

$$\begin{aligned} A_{(\Sigma)} = & \int_0^\beta d\tau \sum_i \left\{ \Sigma_{cl} \tilde{\psi}^*(x_i, \tau) \tilde{\psi}(x_i, \tau) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \Delta_{cl} [\tilde{\psi}^*(x_i, \tau) \tilde{\psi}^*(x_i, \tau) + \tilde{\psi}(x_i, \tau) \tilde{\psi}(x_i, \tau)] \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

bu yerda Σ_{cl} va Δ_{cl} variatsion parametrlar. Indeksdagagi cl bu variatsion parametrlar φ va Δ lar funktional integrallanmasilagini bildiradi.

Ikki kollektiv kvant maydon nazariyasiga yaqinlashishlarining asosiy tenglamalari formal mos tushishi ko'rsatildi. Farq faqat anomal zichlik ishorasida bo'ldi. Ishora farqi siyrak atom gazlarida Hartri-Fok-Bogolyubov yaqinlashuvida kvant fazaviy o'tish mavjud, lekin ikkikollektiv kvant maydon nazariyasida mavjud emasligi bilan izohlanadi.

1-rasmda kondensat ulushi $n_0 u = g/J$ ning funksiyasi sifatida $v = 1, 2, 3, 4$ lar uchun keltirilgan. Ko'rinish turibdiki, n_0 kamayib borib u_{crit} da nolga teng bo'ladi. Natijalarni quyidagi Gutsviller yaqinlashuvi natijalari bilan solishtirish mumkin: $u_{crit}(v=1) = 34.97$, $u_{crit}(v=2) = 59.39$, $u_{crit}(v=3) = 83.56$, $u_{crit}(v=4) = 107.66$.



1-rasm. Nol haroratda kondensat ulushi $n_0 u = g/J$ funksiyasi sifatida turli to'ldirish faktori v uchun

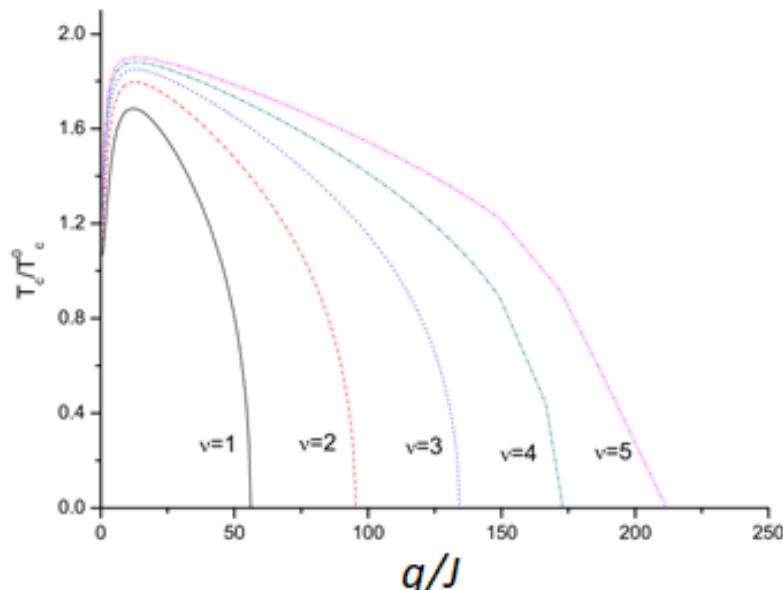
Ko'rinish turibdiki, u_{crit} ning (1-jadval ga qarang) ikki kollektiv kvant maydoni nazariyasida juda katta qiymatlariga qaramay, u aytib o'tilgan ikkinchi darajali fazaviy o'tishni beradi. Ikkinchi qatorda $u_c = (g/J)_c$ ko'rsatilgan. Uchinchi qatorda ideal optik panjaralarning kritik haroratlari $d = 3$ da J birliklarida berilgan. To'rtinchi qatorda t_c^0 ning taxminiy qiymatlari ko'rsatilgan.

Kuchsiz va kuchli o'zaro ta'sir rejimlarida kontakt o'zaro ta'siri (2-rasm) tufayli BEKga fazaviy o'tishning kritik haroratida T_c siljishining analitik bahosi olinadi. Variatsion g'alayonlanish nazariyasiga uchun siljish nolga teng, garchi kollektiv kvant maydoni yaqinlashuvida siljish bog'lanish kuchiga (U/J) notrivial bog'liqlikka ega. Fazaviy diagrammaning umumiy ko'rinishi Monte-Karloning mavjud eksperimental va noemperik kvant natijalariga sifat jihatidan mos keladi.

1-jadval

Ikki kollektiv kvant maydonining yaqinlashuvida Bose-Hubbard modelining kritik parametrlari to‘ldirish faktori ν funksiyasi sifatida

ν	1	2	3	4	5
$u_c = (g/J)_c$	56.08	95.4	134.3	173	211.7
$t_c^0 = T_c^0/J$	5.6	9.69	13.70	17.70	21.67
t_c^0 in small q approx.	5.06	10.07	15.2	20.25	25.32



2-rasm. T_c (J birliklarida) U/J funksiyasi sifatida ikki kollektiv maydon nazariyasi yaqinlashuvida $\nu = 1, 2, 3, 4, 5$ uchun.

Kritik haroratning to‘ldirish faktoriga bog‘liqligiga kelsak, T_c/T_c^0 muayyan U/J da ν ortishi bilan ortib borishi ko‘rsatilgan. Ushbu taxminlarni qo‘llashda chekli anomal zichlikka ega ekzotik o‘taoquvchan fazalar topilmadi, lekin kondensatning yo‘qligi (anomal zichlik mavjudligi bilan) topildi.

Dissertasiyaning “**Spin tirqishli kvant magnitlarining kritik xossalari**” deb nomlangan ikkinchi bobni dimerlangan kvant magnitlarining termodinamik xususiyatlarini o‘rganishga bag‘ishlangan. Adabiyotda nol maydonda tirqishli kvant magnitlari (zero-field gap quantum magnets) deb ataladigan materiallar sinfi mavjud. Ushbu materialarning kichik sinfida ikkita spin $1/2$ dimerni hosil qiladi va Zeyman effekti tufayli magnit maydoninig kritik qiymat H_c dan yuqorida asosiy hamda uyg‘ongan triplet holatlari orasidagi energiya tirqishi yopiladi. Natijada, adabiyotda “triplonlar” deb ataladigan bozon kvazizarralar paydo bo‘ladi. Triplonlar kritik T_c haroratdan past haroratlarda kondensatsiyalanishi mumkin. Oldingi bobda ishlab

chiqilgan variatsion g‘alayonlanish nazariyasiga asoslangan yaqinlashish kondensatsiyalangan holatda triplonlarning termodinamik xususiyatlarini tavsiflash uchun qo‘llanilgan.

Γ_H ning fazaviy o‘tish yaqinidagi uzoqlashuvi. Γ_H ning quyi haroratlardagi $r = \frac{H - H_c}{H_c} \rightarrow 0$ limitda qatorga yoyilishi quyidagi ko‘rinishga ega

$$\Gamma_H \approx \frac{G_t(H - H_c)}{T^2} + \frac{G_r}{H - H_c}, \quad (8)$$

bu yerda

$$G_t = \frac{5g_L^2\mu_B^2}{\pi^2(1 + 4a_sQ_0)^2} G_r \quad (9)$$

va

$$G_r = \frac{2}{Q_0\pi} + \frac{2}{gmQ_0^2} \simeq 0.51 + \frac{0.1}{a_s} \quad (10)$$

(8) da $H > H_c$ dagi ayni bir tashqi magnit maydonda $T \ll \eta(H - H_c)$ ($\eta \approx \frac{0.48g}{1+5a_s}$, K/T birliklarida) haroratlar uchun birinchi had va aksincha muayyan quyi harorat uchun tashqi magnit maydonlar H ($H \rightarrow H_c$) uchun ikkinchi had yuqori ulushga ega.

Quyi haroratlarda $\Gamma_H \sim \frac{1}{T^2}$ uzoqlashuv spin tirqishli kvant magnitlari uchun muhim natijalardan biri hisoblanadi. Ta’kidlash kerakki, Gegenvartning bir qator magnit tizimlarni uchun, og‘ir fermionli birikmalardan frustratsiyalangan magnitlargacha tasniflash shuni ko‘rsatadiki, bu materiallarning aksariyati ba’zi istisnolar bilan bir xil xatti-harakatlarni namoyish etadi. Kritik parametrlarning tizimning o‘lchamiga va boshqa xususiyatlariga sezgirligi ularni universallikning turli sinflariga tegishli qiladi. Spin tirqishli kvant magnitlarida kondensatsiyalangan va kondensatsiyalanmagan holatlar o‘rtasidagi faza chegarasini quyidagi qonuniyat bilan ifodalanishi mumkin $T_c \propto (H - H_c)^{\phi(T_c)}$. Skeyling analiz kvant fazaviy o‘tishlar uchun $1/\phi(T_c \rightarrow 0) = z\nu$ ekanligini bashorat qiladi. ϕ ning T_c dan bo‘liqligi boshlang‘ich dispersiyaning noperabolik ko‘rinishi bilan tushuntiriladi. Bu noperabolik termodinamik sifatiy xususiyatlariga ta’sir ko‘rsatmaydi.

$\Gamma_H \simeq G_r(H - H_c)^{-1}$, bog‘liqlik, shubhasiz, ushbu ishda ko‘rib chiqilgan tizimlarda ham o‘rinli. Biroq, bu munosabatni to‘g‘ridan-to‘g‘ri atom gazlari kabi uzuksiz tizimlarga qo‘llash mumkin emasligiga e‘tibor bering, bunday gazlarda $Q_0 \rightarrow \infty$. Bu holda, renormalizatsiya protseduralari turli xil bog‘liqliklarga olib kelishi mumkin.

Ikki xil kvant magnitlari bir xil sinfga tegishli ekanligini ta’kidlaymiz, ya’ni s to‘lqin sochilish uzunliklari bir xil bo‘lsa, bir xil G_r ega bo‘lishadi. G_r Garst tomonidan bashorat qilingan $G_r = 0.5$ universal qiymatga intiladi

Olingan natijalar muayyan qotishmalarga qo‘llanildi: $Ba_3Cr_2O_8$ va $Sr_3Cr_2O_8$. g_L , H_c , g и J_0 , parametrlar eksperimental ishlardan olingan (jadval 2). Kirish parametrlarig_L, H_c va g dan J_0 eksperimental fazaviy chegara $T_c(H)$ ga moslashtirish yo‘li bilan aniqlanadi.

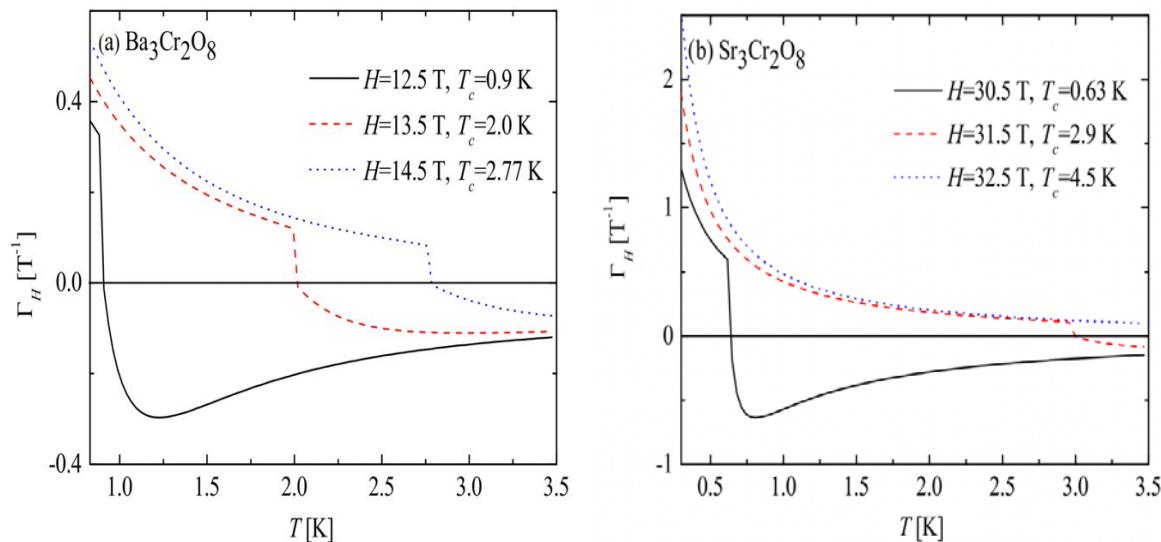
2- jadval

Raqamli hisoblar uchun ishlataladigan material parametrlari

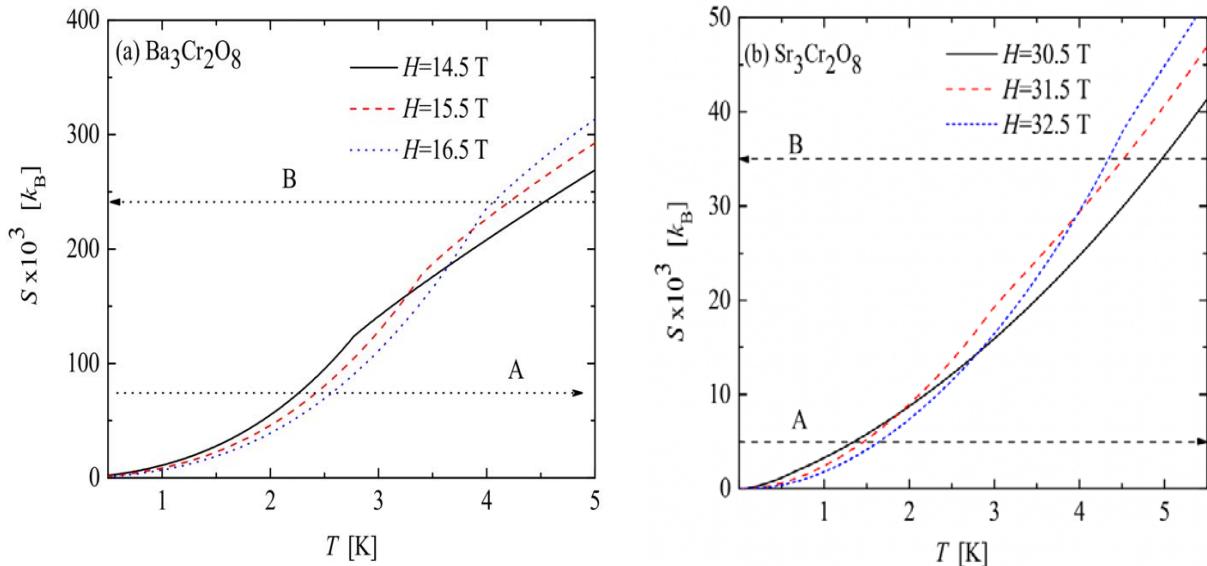
	g_L	H_c [T]	J_0 [K]	g [K]	Δ_{st} [K]	G_r	a_s
$\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$	1.95	12.10	5.045	20	15.85	0.84	0.315
$\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$	1.95	30.40	15.86	51.2	39.8	0.9	0.257
TlCuCl_3	2.06	5.10	50.0	315	7.1	0.72	0.5

Ushbu materiallarda magnitokalorik effekt (MCE) ko'rib chiqiladi. Nazariy jihatdan MCE Grüneisen magnit parametri (Γ_H) bilan tavsiflanadi. $\Gamma_H(T)$ uchun mos keladigan hisoblar 3-rasmida va entropiyaning haroratdan bog'liqligi, $S(T)$ 4-rasmida ko'rsatilgan. 3-rasmida mos T_c larda $\Gamma_H(T)$ uzilish va ishora o'zgartirishi ko'rsatilgan. Kutilganidek, $S(T)$ T_c da o'z qiyaligini o'zgartiradi. 4-rasmida A bilan belgilangan chiziq magnit maydonning adiabatik ortishi haroratning oshishiga olib keladigan yo'lni va B bilan belgilangan chiziq xuddi shu protsedura haroratning pasayishiga olib keladigan yo'lni ko'rsatadi.

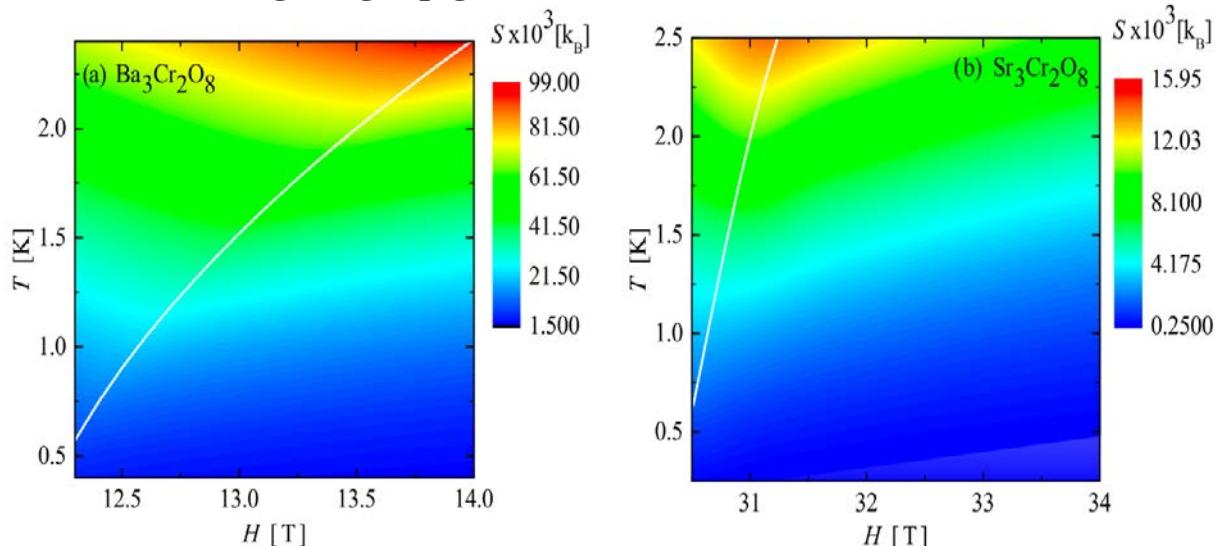
5-rasmda $\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ va $\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ uchun $S(T)$ bilan bir qator izoentropik chiziqlar berilgan. Har bir rang entropiyaning doimiy qiymatiga mos keladi. Oq chiziqlar kondensatsiyalangan (o'ng tomonni) kondensatsiyalanmagan fazalardan (chap tomon) ajratuvchi faza chegaralarini ko'rsatadi.



3-rasm. $\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ (a) va $\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ (b) uchun Grüneisen parametrining har xil magnit maydonlardagi haroratga bog'liqligi



4-rasm. H magnit maydonining turli qiymatlarida S entropiyaning T haroratiga bog'liqligi: $\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ (a) va $\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ (b) uchun



5-rasm. $\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ (a) va $\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ (b) magnit sistemalarining (H, T) tekislikdagi izoentropik chiziqlari

Ushbu rasmlarning barchasida fazaviy o'tish aniq ko'rindi. Grüneisen parametri $\Gamma_H(T)$ uzilish va $T_c(H)$ da ishora o'zgarishi ko'rsatilgan, entropiyaning haroratga nisbatan o'zgarishida $S(T)$ entropiya nishab o'zgarishini namoyon qiladi, bu esa C_H issiqlik sig'imidiagi uzilishni aks ettiradi hamda fazaviy o'tish kritik haroratidan yuqorida magnit maydonning adiabatik ortishi haroratning oshishiga, kritik haroratdan pastda esa shu protsedura haroratning pasayishiga olib keladi.

Dissertatsiyaning uchinchi ‘**Kuchli itaruvchi o'zaro ta'sirga ega bir jinsli ikki komponentali Boze aralashmasining barqarorlik mezoni**’ deb nomlangan uchinchi bobida yuqorida ishlab chiqilgan yaqinlashuv ikki komponentli Boze gazi uchun kengaytirilgan. Asosiy maqsad gaz parametriga cheklolvar qo'ymaydigan ikki komponentning barqarorlik va aralashish shartini aniqlash edi. Mavjud mezon ($g_c =$

$\sqrt{g_{aa}g_{bb}}$) Bogolyubov yaqinlashuvi yordamida olingan va faqat juda siyrak Boze gazlari uchun o‘rinli. Bu mezonga ko‘ra, $g_{ab} < \sqrt{g_{aa}g_{bb}}$ sharti bajarilsa, komponentalar aralashadi va $g_{ab} > \sqrt{g_{aa}g_{bb}}$ bo‘lganda aralashmaydi. Bu yerda g_{aa} , g_{bb} va g_{ab} mos ravishda a, b hamda komponentlararo s-to‘ljin kontaktli o‘zaro ta’sirining konstantalari. Dissertatsiya ishida faqat o‘zaro itarishuvchi ($g_{aa} > 0$, $g_{bb} > 0$, $g_{ab} > 0$) holat ko‘rib chiqiladi.

Ikki komponentli bir jinsli Boze siztemasi uchun barqarorlik sharti olinadi: kritik haroratdan past haroratlarda, tizim kondensatsiyalangan fazada bo‘lsa, aralashma quyidagi umumiy shart bajarilganda barqaror bo‘ladi.

$$\frac{\Delta_a(\gamma, T)\Delta_b(\gamma, T)}{\Delta_{ab}^2(\gamma, T)} \geq 1 \quad (11)$$

Bu yerda $\Delta_a(\gamma, T)$, $\Delta_b(\gamma, T)$ va $\Delta_{ab}(\gamma, T)$ xususiy energiyalar quyidagi tenglamalar sistemasidan aniqlanadi:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_a = \mu_{1a} + 2g_a(\sigma_a - \rho_{1a}) - g_{ab}\rho_b \\ \Delta_b = \mu_{1b} + 2g_b(\sigma_b - \rho_{1b}) - g_{ab}\rho_a \\ \Delta_{ab} = g_{ab}(\sqrt{\rho_{0a}\rho_{0b}} + \rho_{ab}/2). \end{array} \right.$$

bu yerda μ_{1a} , μ_{1b} – mos ravishda a va b komponentalarning kimyoviy potensiallari, ρ_{0a} va ρ_{0b} a va b komponentalarning kondensatsiyalangan ulushi (zichligi), ρ_{1a} va ρ_{1b} kondensatsiyalagan zarralar zichligi, σ_a va σ_b anomal zichlik hamda ρ_{ab} “aralashma” zichligi.

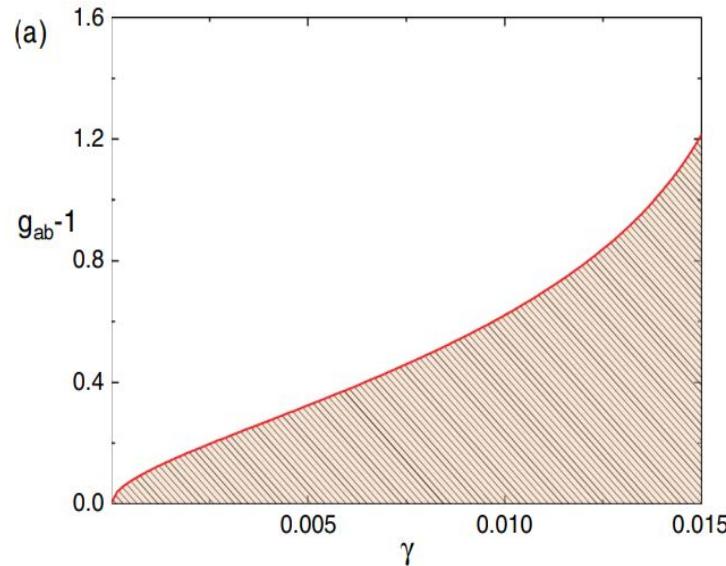
Nol haroratda (\bar{g}_{ab}, γ) tekislikda fazaviy diagramma olingan (6-rasmida uzlusiz chiziq ko‘rsatilgan). Ko‘rinib turibdiki, kvant fluktuatsiyalarinig hisobiga tizim $T = 0$ da ham barqaror bo‘lib qoladi, masalan, $\bar{g}_{ab}^*(\gamma \approx 0.013) \approx 1.9$ da. Bu mazkur ishning asosiy natijalaridan biridir.

Faza o‘tish nuqtasi yaqinida kondensatsiyalangan ulush \bar{g}_{ab} funksiyasi sifatida 7a-rasmida ko‘rsatilgan. Ko‘rinib turibdiki, g_{ab} komponentlararo itarilish kondensatsiyalangan zarrachalarni itarib BEKni yo‘q qilishga intiladi.

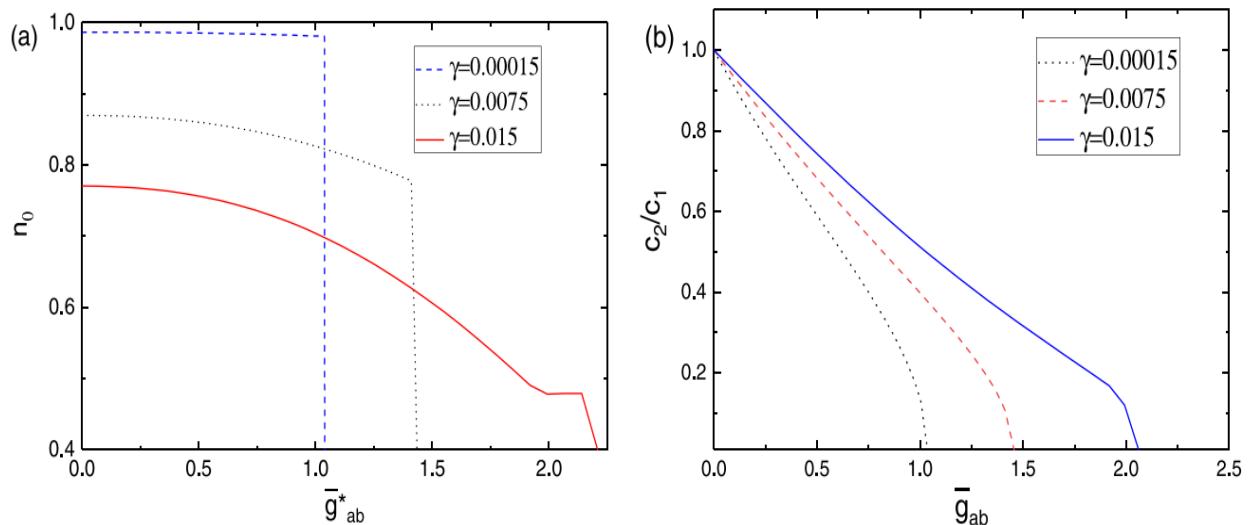
Dissertatsiya ishinig to‘kisligini ta’minalash uchun olingan natijalar Kim va boshq¹ tomonidan o‘tkazilgan tajriba bilan solishtirildi. Mualliflar ²³Na ning ikkita o‘ta nozik asosiy holatga ega bo‘lgan atomlar aralashmasini o‘rganishdi, nisbiy o‘zaro ta’sir konstantasi $\bar{g}_{ab} = 0.93$ va gaz parametri $\gamma \approx 1.4 \cdot 10^{-6}$ ning belgilangan qiymatlarida hamda tovush tezliklarini o‘lchashdi $c_1 = 3.23 \text{ mm/s}$ va $c_2 = 0.70 \text{ mm/s}$. Xuddi shu parametrlar to‘plami uchun biz quyidagi tovush tezliklarini oldik: $c_1 = 3.91 \text{ mm/s}$, $c_2 = 0.75 \text{ mm/s}$, natijalar tajribaga juda yaqin. Natijalarni bashorat qilish uchun tovush nisbiy tezligi c_2/c_1 ni γ ning uch xil qiymati uchun \bar{g}_{ab} funksiyasi sifatida hisoblab chiqdik. Natijalar 7b-rasmida ko‘rsatilgan.

¹ Kim J.H., Hong D. and Shin Y. Observation of two sound modes in a binary superfluid gas // Phys. Rev. A. – American Physical Society (USA), 2020. Vol. 101. 061601(R)-5.

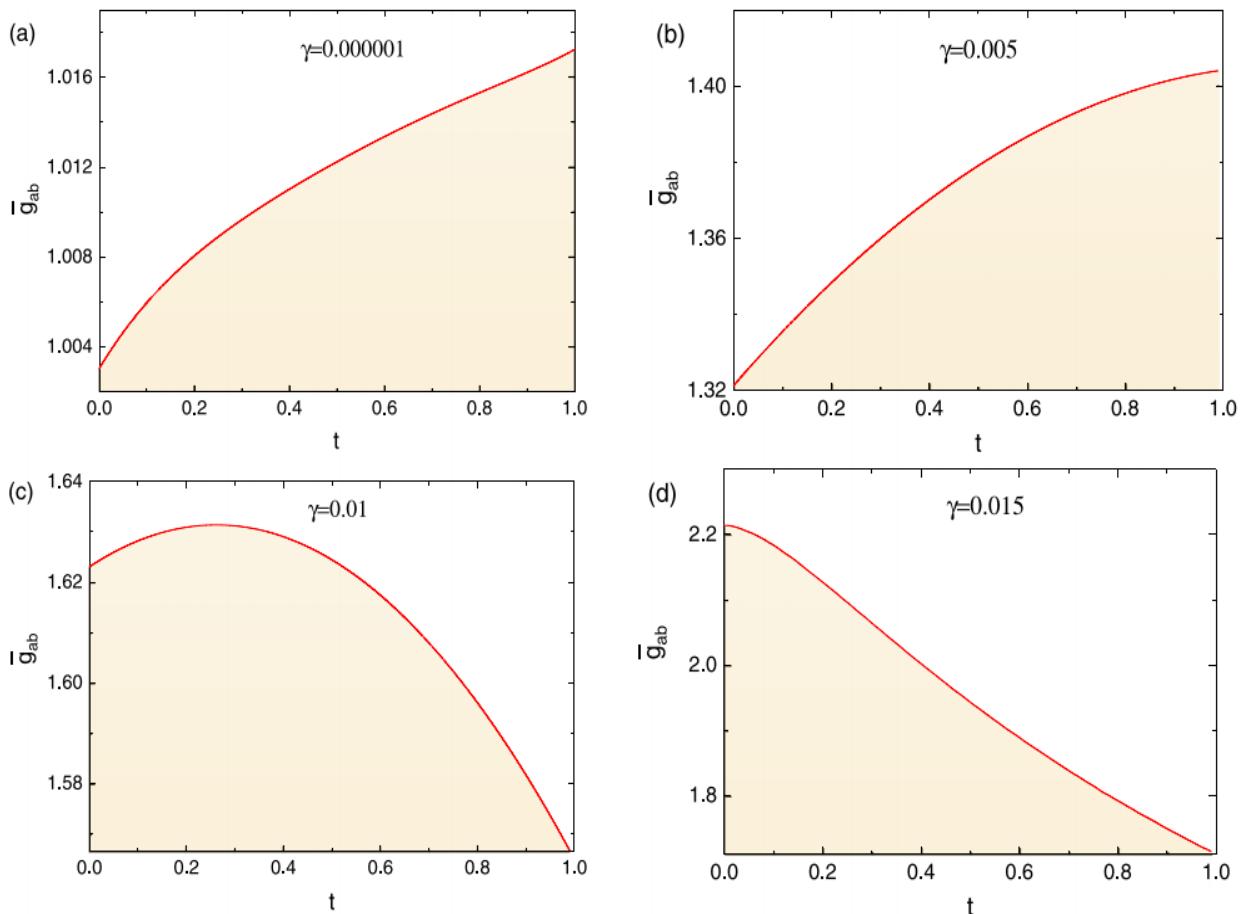
Ko‘rinib turibdiki, \bar{g}_{ab} ortishi bilan c_2/c_1 kamayadi va $\bar{g}_{ab} = \bar{g}_{ab}^*$ da yo‘qoladi, natijada fazalar bo‘linishi sodir bo‘ladi.



6-rasm. Nol haroratda repulsiv o‘zaro ta’sirga ega simmetrik ikki komponentalni Boze tizimining faza diagrammasi. Shtixlangan soha barqaror aralashuvchi fazaga to‘g‘ri keladi



7-rasm. Nol haroratda γ ning turli qiymatlari uchun kondensatsiyalangan zarrachalar ulushi ($n_0 = \rho_0/(\rho/2)$)ning $\bar{g}_{ab} = g_{ab}/g$ ga bog‘liqligi (a); $T = 0$ da γ ning turli qiymatlari uchun nisbiy tovush tezligi c_2/c_1 ning \bar{g}_{ab} ga bog‘liqligi (b)



8-rasm. Turli gaz parametrlari (a: $\gamma = 0.000001$, b: $\gamma = 0.005$, c: $\gamma = 0.01$, d: $\gamma = 0.015$) uchun ($\bar{g}_{ab} = g_{ab}/g$, $t = T/T_c$) tekislikdagi muvozanatlangan simmetrik ikki komponentli Boze aralashmaning faza diagrammasi. Shtrixli soha barqaror aralashish holatiga mos keladi

Faza diagrammasi chekli haroratlarda ham olinadi. 8-rasmda γ ning to‘rtta qiymati uchun (\bar{g}_{ab}, t) tekislikdagi simmetrik ikki komponentli BEKning faza diagrammasi ko‘rsatilgan. Ko‘rinib turibdiki, $g_{ab} = \bar{g}_{ab} g$ ga bog‘liq ravishda kritik haroratdan past bo‘lgan har qanday haroratda beqarorlik yuzaga kelishi mumkin.

XULOSA

“O‘ta past haroratlarda uch o‘lchovli optik panjaralar va kvant magnetiklarning kritik xossallari” mavzusidagi fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiya ishining natijalari asosida quyidagi xulosalar keltiriladi:

1. 3D optik panjaralar uchun kollektiv kvant maydon nazariyasi va variatsion perturbativ nazariyaga asoslangan yaqinlashuvlari ishlab chiqildi. Bu ikki yaqinlashuvning asosiy tenglamalari formal ravishda mos kelishi ko‘rsatilgan. Kritik haroratining kontakt o‘zaro ta’sir tufayli siljishi analitik baholanadi. Fazaviy

diagrammaning umumiy ko‘rinishi mavjud eksperimental va noemperik kvant Monte-Karlo natijalariga sifat jihatidan mos kelishi ko‘rsatildi.

2. Ishlab chiqilgan variatsion g‘alayonlanish nazariyasiga asoslangan yaqinlashuv magnit kvazizarralari (triplonlar) BEK holatiga o‘tadigan spin tirqishli dimerlangan kvant magnitlariga nisbatan qo‘llanildi. Erkin energiya Ω va tegishli entropiya S , issiqlik sig‘imi C_H , magnitlanish M , shuningdek, Grüneisen magnit parametri Γ_H hisoblab chiqildi. Kritik harorat yaqinida issiqlik sig‘imi ham, Grüneisen parametri ham uzilishga ega ekanligi ko‘rsatildi.

3. Spin tirqishli dimerlangan kvant magnitlari uchun tashqi magnit maydonning ortishi bilan BEK fazashiga o‘tish kritik haroratidan yuqorida harorat pasayadi, kritik haroratdan pastda esa xuddi shu shartda harorat ko‘tarilishi korsatildi. Bu Grüneisen magnit parametrining Γ_H ishora o‘zgarishiga mos keladi. Bunday holat kvant kritik nuqtasi magnit maydon tomonidan boshqariladigan barcha sistemalar uchun o‘rinli ekanligi kutilmoqda.

4. Ishlab chiqilgan yaqinlashuv bir jinsli ikki komponentli Boze tizimlari uchun kengaytirildi. Ixtiyoriy gaz parametri uchun o‘rinli bo‘lgan aralashish mezoni olindi. Tizim anomal zichliklarni hisobga olgan holda komponentlararo o‘zaro ta’sir konstantasining katta qiymatlarida ham barqaror va aralashuvchi bo‘lishi mumkinligi ko‘rsatildi. Ixtiyoriy gaz parametrlari uchun Bose gazlarining ikki komponentli aralashmasining simmetrik konfiguratsiyasi uchun nol va cheklangan haroratlarda faza diagrammasi olindi. Chekli harorat ikki komponentli BEKnini aralashadigan holatda o‘tkazishi mumkinligi ko‘rsatildi.

5. Olingan natijalar tajriba bilan solishtirish uchun ^{23}Na ning ikkita o‘ta nozik asosiy holatiga ega bo‘lgan atomlari aralashmasiga tovush tezligini o‘lchash uchun qo‘llanildi. Natijalar eksperimental ma’lumotlarga yaxshi mos kelishi ko‘rsatildi. Gaz parametrining uch xil qiymati uchun nisbiy tovush tezligining komponentlararo o‘zaro ta’sir konstantasiga nisbatan keyingi bashoratlar amalga oshirildi.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ**

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

НАРЗИКУЛОВ ЗАБАРДАСТ АХМАДОВИЧ

**КРИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТРЕХМЕРНЫХ ОПТИЧЕСКИХ
РЕШЕТОК И КВАНТОВЫХ МАГНЕТИКОВ ПРИ СВЕРХНИЗКИХ
ТЕМПЕРАТУРАХ**

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

**АВТОРЕФЕРАТ
диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам**

Ташкент – 2023

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за № В2021.2.PhD/FM242.

Докторская диссертация выполнена в Институте ядерной физики Академия наук Республики Узбекистан.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.inp.uz) и Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:

Рахимов Абдулла Маннабович

доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник

Официальные оппоненты:

Джуманов Сафарали

доктор физико-математических наук, профессор

Байзаков Бахтиёр Байзакович

доктор физико-математических наук, старший
научный сотрудник

Ведущая организация:

**Бухарский инженерно-технологический
институт**

Защита диссертации состоится «_____» 2023 года в _____ часов на заседании Научного совета DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 при Институте ядерной физики (Адрес: 100174, г. Ташкент, пос. Улугбек, ИЯФ АН РУз. Тел.: (+99871) 289-31-41; факс: (+99871)289-36-65; e-mail: info@inp.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института ядерной физики (регистрационный номер _____) (Адрес: 100214, г. Ташкент, поселок Улугбек, ИЯФ АН РУз. Тел. (+99871) 289-31-19).

Автореферат диссертации разослан «_____» 2023 г.

(Протокол рассылки № _____ от _____ 2023 г.).

М.Ю. Ташметов

председатель Научного совета по присуждению
ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

О.Р. Тожибоев

ученый секретарь Научного совета
по присуждению ученых степеней,
PhD ф.-м.н., старший научный сотрудник

Э.М. Турсунов

председатель научного семинара
при Научном совете по присуждению
ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире в последние годы изучение конденсата Бозе-Эйнштейна (БЭК) стало чрезвычайно популярным предметом как теоретических, так и экспериментальных исследований. Несмотря на то, что БЭК наблюдался с бозонными атомами: в жидким гелием и холодных атомных газах, данная концепция носит гораздо более общий характер. Теория БЭК в оптических решетках открыла новые горизонты исследований в физике ультрахолодных атомов. Низкотемпературные свойства некоторых квантовых магнитов можно также объяснить теорией БЭК. Интересную физику демонстрирует двухкомпонентный БЭК, в котором межкомпонентную длину рассеяния можно контролировать Фешбах резонансом.

В настоящее время интенсивно изучаются фазовые переходы в оптических решетках, создаются модели решеток для двумерного и одномерного случая. Смешивание или не смешивание двухкомпонентного БЭК является очень актуальной задачей. Были исследованы термодинамические и магнитные свойства антиферромагнетиков с учетом анизотропии. Результаты этих исследований могут быть использованы для создания квантовых компьютеров и квантовых хранилищ информации. Исследование квантовых магнитов может предсказать их новые свойства, которые облегчат и оптимизируют их применение в компьютерных и информационных технологиях.

В нашей Республике уделяется большое внимание развитию физики, в частности экспериментальных и теоретических работ в области физики конденсированного состояния, а также проведению фундаментальных исследований в этом направлении на мировом уровне. Направления этих фундаментальных исследований, имеющих большое значение для развития науки нашей страны и её дальнейшего практического применения, отражены в Стратегии¹ развития нового Узбекистана на 2022–2026 гг.

Исследования, проведенные в данной диссертационной работе, соответствуют задачам, предусмотренным в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-60 «О Стратегии развития нового Узбекистана на 2022–2026 гг.» от 28 января 2022 года, № УП-4958 «О дальнейшем совершенствовании системы послевузовского образования» от 16 февраля 2017 года, в Постановлении Президента Республики Узбекистан № ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности» от 17 февраля 2017 года, а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Диссертационное исследование выполнено

¹ Указ Президента Республики Узбекистан № УП-60 «О Стратегии развития нового Узбекистана на 2022–2026 гг.» от 28 января 2022 г.

в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий республики II. «Энергетика, энергосбережение и альтернативные источники энергии».

Степень изученности проблемы. В настоящее время многочисленные теоретические и практические исследования в области физики низких температур и квантовых магнетиков проводятся ведущими учеными мира, в том числе швейцарскими (А.Шиллинг, Р.Делл'Амор), итальянскими (В.Цапф, М.Хайме, К.Д.Батиста), японскими (Ф.Ямада, Т.Оно, Х.Танака, Г.Мисгуич, М.Осикава, Т.Сакакибара), российскими (В.И.Юкалов), узбекистанскими (А.Рахимов, Б.Байзаков, Ф.Абдуллаев, С.Джуманов, У.Валиев, Р.Галимзянов, Э.Кувондиков, Э.Арзикулов) и другими исследователями.

Ими изучены низкотемпературные фазовые переходы и свойства намагниченности в квантовых магнетиках, образование моттовского изолятора и сверхтекущих фаз в оптических решетках; исследованы формирование топологических состояний материи и оптические решетки использованы в качестве квантовых симуляторов; исследованы поведения БЭК в присутствии сильных магнитных полей; изучены формирование и свойства спиновых текстур, таких как вихри; наблюдалось образование конденсатов Бозе-Эйнштейна с большими собственными магнитными дипольными моментами, а также образование экзотических магнитных состояний вещества; проделаны работы по контролю взаимодействия между атомами в смеси и изучению динамики этих систем.

Однако, остаются открытыми вопросы: подтверждаются ли расчеты Монте-Карло по зависимости критической температуры фазового перехода в состояние БЭК от силы взаимодействия; как влияет фактор заполнения на критическое значение параметра взаимодействия? Было предположено существование новых сверхтекущих фаз без конденсата в оптических решетках, однако такая фаза не наблюдалась экспериментально, и не подтверждалась теоретически; не изучен магнетокалорический эффект ниже критической температуры фазового перехода в БЭК состояние в квантовых магнитах; для двухкомпонентных Бозе газов в качестве критерия смешиваемости до сих пор используют условие, полученное в приближении Боголюбова и нет температурной зависимости условия смешиваемости и стабильности, а также данных по возможным фазовым переходам.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научно-исследовательских проектов Института ядерной физики Академии наук Республики Узбекистан по темам: № ФА-Ф2-Ф079+Ф069 «Разработка и развитие уравнений электромагнитного и гравитационного полей в релятивистской астрофизике и космологии, а также феноменологических моделей КХД в описании адронов и их взаимодействий» (2009 –2011), № Ф2-ФА-Ф113 “Гравитационные и электромагнитные процессы в релятивистской астрофизике и космологии, системы бозонов при сверхнизких температурах”

(2012-2016), № ОТ-Ф2-15 “Теоретическое исследование новых сверхпроводящих и сверхтекущих свойств высокотемпературных сверхпроводников и подобных им конденсированных систем” (2017-2019), № УТ-ФА-2020-3 “Ультрахолодные фазовые переходы в неупорядоченных квантовых магнетиках и атомарных газах с дальнодействующими взаимодействиями” (2020-2022), а также утвержденной Постановлением Президента №ПП-4526 от 21 ноября 2019 года программы научно-исследовательских работ по теме: “Разработка высокоэффективных вариационных методов для решения задач квантовой физики многих тел” (2020-2024).

Целью исследования является определение термодинамических характеристик Бозе систем вблизи фазового перехода при сверхнизких температурах.

Задачи исследования:

разработать приближение для 3D оптических решеток при низких температурах и оценить сдвиг критической температуры T_c , обусловленный контактным взаимодействием, как в режиме слабого, так и сильного взаимодействий;

определить фазы и фазовую диаграмму для оптических решеток и квантовых магнитов со спиновой щелью;

получить выражения основных термодинамических величин для квантовых магнитов и сравнить их с экспериментальными данными;

получить выражение для магнитного параметра Грюнайзена и определить его поведение вблизи точки фазового перехода;

оценить магнетокалорический эффект выше и ниже критической температуры фазового перехода;

получить для двухкомпонентного Бозе газа фазовые диаграммы при нулевой и при конечной температурах;

установить условие смешиваемости двухкомпонентной Бозе смеси.

Объектом исследования являются Бозе конденсированные системы (оптические решетки, атомные газы и квантовые магниты).

Предметом исследования являются критическая температура перехода, изменение термодинамических величин вблизи фазового перехода.

Методы исследования: двух-коллективная квантовая теория поля, вариационная пертурбативная теория, приближение Хартри-Фока-Боголюбова.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

разработано приближение, основанное на вариационной пертурбативной теории для трехмерных оптических решеток, двухкомпонентных атомных газов и квантовых магнитов в области низких температур;

получена оценка сдвига критической температуры фазового перехода в состояние конденсата Бозе-Эйнштейна в оптических решетках, обусловленная контактным взаимодействием;

впервые показано, что с увеличением внешнего магнитного поля, выше критической температуры фазового перехода в состояние конденсата Бозе-Эйнштейна температура димеризованных квантовых магнитов со спиновой щелью понижается, а ниже критической температуры повышается;

получена впервые фазовая диаграмма сбалансированной симметричной конфигурации двухкомпонентной смеси Бозе-газов как при нулевой, так и при конечных температурах для произвольного значения газового параметра; показано, что при больших значениях константы межкомпонентного взаимодействия система остаётся стабильной и смешиваемой;

найдена зависимость соотношения скоростей звука от константы межкомпонентного взаимодействия для различных значений газового параметра в смеси, состоящий из конденсата Бозе-Эйнштейна атомов ^{23}Na в равной части двух сверхтонких основных состояний.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

развито приближение для объяснения фазового перехода сверхтекучесть – Мотт диэлектрик для оптических решеток при низких температурах;

получены магнитокалорические эффекты выше и ниже критической температуры фазового перехода, а также аналитические выражения для теплоемкости, энтропии, намагниченности, магнитного параметра Грюнайзена для димеризованных квантовых магнитов со спиновой щелью;

получены скорости звука для смеси атомов Na при фиксированных значениях газового параметра и константы межкомпонентного взаимодействия, а также относительная скорость звука в зависимости от константы межкомпонентного взаимодействия.

Достоверность результатов исследования подтверждается использованием современных методов физики конденсированных состояний и теоретической физики, а также высокоэффективных численных методов и алгоритмов; соответствием полученных результатов экспериментальным данным и результатам других авторов, согласованием выводов с основными положениями квантовой теории поля для оптических решеток и магнитных материалов.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования заключается в развитии как фундаментальных представлений о состоянии конденсации Бозе-Эйнштейна и новых фазовых переходах, так и прикладного материаловедения. Кроме того, результаты исследования способствуют более глубокому пониманию явлений в магнитных материалах и оптических решетках, позволяют взглянуть на природу БЭК с другой точки зрения.

Практическая значимость результатов исследований заключается в том, что полученные результаты по квантовым магнитам и оптическим решеткам могут быть использованы для развития теории оптических решеток, для анализа сдвига критической температуры фазового перехода для различных геометрий оптических решеток, для прогнозирования свойств новых

магнитных материалов, которые входят в класс димеризованных квантовых магнитов со спиновой щелью.

Внедрение результатов исследования. На основании результатов, полученных при исследовании низкотемпературных фазовых переходов в Бозе системах:

развитое приближение, основанное на вариационной пертурбативной теории для трехмерных оптических решеток, двухкомпонентных атомных газов и квантовых магнитов было использовано зарубежными исследователями (ссылки в международных журналах: Soft Matter, 12. – Р. 2523-2536, 2016; New J. Phys. 19, id.113002, 2017; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013, Phys. Rev. E 90, 032124, 2014; Brazilian Journal of Physics v. 47. – Р. 1-8, 2017; Canadian Journal of Physics. 92(5): 375-379. – Р. 2013; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013; Laser Phys. Lett., 12, 015202, 2015). Использование научных результатов позволило получить фазовые диаграммы для двух и трехмерных оптических решеток;

полученная аналитическая оценка сдвига критической температуры фазового перехода в БЭК в оптических решетках была использована зарубежными исследователями (ссылки в международных журналах: J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 50 085006, 2017; Brazilian Journal of Physics v. 47. – Р. 1-8, 2017; Canadian Journal of Physics. 92(5): 375-379. – Р. 2013; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013; Laser Phys. Lett., 12, 015202, 2015; Canadian Journal of Physics. 94(7): 697-703, 2016). Использование научных результатов позволило получить температуру перехода Березинского–Костерица–Таулесса в зависимости от кинетической энергии атомов и величины химического потенциала;

показанная разность магнетокалорического эффекта выше и ниже критической температуры фазового перехода была использована зарубежными исследователями (ссылки в международных журналах: Phys. Rev. B v. 100, id. 245435, 2019; Physics Letters A, v. 384, 16, id 126313, 2020; Annals of Physics, v.424, id. 168361, 2021; J. Phys.: Condens. Matter v. 33 id. 465401, 2021). Использование научных результатов позволило получить параметры Грюнайзена для моделей Либа-Линигера и Янга-Година, определить детальные границы магнитных фаз и пересечения спиновых уровней, используя измерения намагниченности, электрической поляризации и магнетокалорического эффекта в импульсных магнитных полях до 60 Тл для квантового магнетика $\text{Ba}_2\text{FeSi}_2\text{O}_7$;

полученная фазовая диаграмма двухкомпонентной смеси Бозе-газов для произвольного газового параметра, а также выявленная стабильность и смешиваемость Бозе смеси при больших значениях константы межкомпонентного взаимодействия была использована зарубежными исследователями была использована зарубежными исследователями (ссылки в международных журналах: Laser Phys. Lett. v.19, id. 103001, 2022; Eur. Phys. J. D 77, 37, 2023; Modern Physics Letters B, v. 37, 03, id. 2250206, 2023). Использование научных результатов позволило получить критическую температуру Раби связанный (Rabi coupled) симметричной Бозе-смеси;

найденая зависимость соотношения скоростей звука от константы межкомпонентного взаимодействия для различных значений газового параметра в смеси состоящего из конденсата Бозе-Эйнштейна атомов ^{23}Na в равной части двух сверхтонких основных состояний была использована зарубежными исследователями (ссылки в международных журналах *Laser Phys. Lett.* v.19, id. 103001, 2022; *Eur. Phys. J. D* 77, 37, 2023; *Modern Physics Letters B*, v. 37, 03, id. 2250206, 2023). Использование научных результатов позволило рассмотреть поведение наблюдаемых величин при расслоении квантовых смесей.

Апробация результатов исследования. Результаты исследования были обсуждены на 5 международных и республиканских научно-практических конференциях.

Опубликованность результатов. По теме диссертации опубликовано 10 научных работ, из них 5 научных статей в зарубежных научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций, из которых 5 в зарубежных научных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Объем диссертации составляет 105 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, сформулированы цель и задачи, выявлены объект, предмет и методы исследования, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий в Республике Узбекистан, изложена научная новизна исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыта их теоретическая и практическая значимость, приведены краткие сведения о внедрении результатов и апробации работы, а также о структуре диссертации.

В первой главе диссертации «**Фазовые переходы в оптических решетках**» излагаются основные идеи развиваемых приближений: двух коллективная квантовая теория поля для трехмерной модели Бозе-Хаббарда и приближение, основанное на вариационной пертурбативной теории (или часто используемое в литературе приближение Хартри-Фока-Боголюбова).

Оптические решетки — это газы ультрахолодных атомов, в ловушке с периодическим потенциалом, который создается периодически расположенными пересекающимися стоячими волнами лазерного излучения. Интерес к экспериментальным и теоретическим исследованиям этих искусственных кристаллов обусловлен двумя факторами:

1) нейтральные атомы в этих оптических решетках имеют ряд интересных свойств, которые могут быть использованы для реализации квантового компьютера;

2) их можно использовать для моделирования различных решетчатых структур, имеющих фундаментальное значение в физике конденсированного состояния, поскольку они позволяют контролируемым образом изучать физику твердого тела, в которой можно точно настроить силу взаимодействия для различной геометрии решеток. В частности, можно управлять параметрами гамильтониана и изучать различные режимы параметров системы.

Система бозонов с короткодействующим отталкивающим парным взаимодействием, захваченных в оптическую решетку, может быть описана гамильтонианом типа Бозе-Хаббарда:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_j + \frac{g}{2} \sum_i^{N_s} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i \hat{b}_i + \sum_i^{N_s} (\varepsilon_i - \mu) \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i, \quad (1)$$

где \hat{b}_i^\dagger и \hat{b}_i – бозонные операторы рождения и уничтожения в состоянии i ; суммирование по $\langle i,j \rangle$ включает только пары ближайших соседей; J – амплитуда скачка (hopping amplitude), отвечающая за туннелирование атома с одного узла на другой соседний узел; g – энергия отталкивания, и N_s – число состояний. При нулевой температуре с целочисленным фактором заполнения $\nu \equiv N/N_s$, где N – полное число атомов, система бозонов, описываемая гамильтонианом (1), может находиться в сверхтекущей (SF) или в фазе Мотт диэлектрика (MI). Ясно, что квантовый фазовый переход между этими двумя фазами связан безразмерным параметром силы взаимодействия $u = g/J$. При малых u в системе доминирует член скачка, поэтому она предпочитает находиться в SF-фазе, при больших $u \gg 1$ система находится в MI фазе.

Для определения термодинамических величин находится большой термодинамический потенциал

$$\Omega = -T \ln Z, \quad (2)$$

где

$$Z = \int D\psi^* D\psi e^{-\mathcal{A}(\psi^*, \psi)}, \quad (3)$$

статистическая сумма и \mathcal{A} евклидово действие в представлении Ванье, соответствующее гамильтониану Бозе-Хаббарда (1), который имеет только два свободных параметра (U и J).

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\psi^*, \psi) = & \int_0^\beta d\tau \left\{ \sum_i \psi^*(x_i, \tau) [\partial_\tau - \mu] \psi(x_i, \tau) - J \sum_{\langle i, j \rangle} \psi^*(x_i, \tau) \psi(x_j, \tau) \right. \\ & \left. + \frac{g}{2} \sum_i \psi^*(x_i, \tau) \psi^*(x_i, \tau) \psi(x_i, \tau) \psi(x_i, \tau) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

Статсумма содержит интегралы по путям (континуальные интегралы), и ее невозможно посчитать аналитически. По этой причине пользуются приближениями. С помощью преобразования Хаббарда-Стратоновича член взаимодействия в (4) можно исключить, добавив к действию фиктивное действие:

$$\mathcal{A}_{pair}[\psi^*, \psi, \Delta, \Delta^*] = \int_0^\beta d\tau \sum_i \left\{ \frac{1}{2U} \nabla |\Delta(x_i, \tau) - g\psi(x_i, \tau)\psi(x_i, \tau)|^2 \right\}. \quad (5)$$

содержащее парное поле Δ . После этого составим континуальный интеграл $\int D\Delta D\Delta^* e^{-\mathcal{A}_{pair}[\psi^*, \psi, \Delta, \Delta^*]}$, и проинтегрируем по парному полю ψ . Это приведет к умножению статистической суммы Z на тривиальный постоянный множитель. Но эта процедура является сильно вырожденной. На самом деле, вместо (5) можно было бы с таким же успехом ввести плазмонное поле $\varphi(x, \tau)$, добавив к действию

$$\mathcal{A}_{pl}[\psi^*, \psi, \varphi] = \int_0^\beta d\tau \sum_i \left\{ -\frac{1}{2U} [\varphi(x_i, \tau) - g\psi^*(x_i, \tau)\psi(x_i, \tau)]^2 \right\}, \quad (6)$$

и образуя функциональный интеграл $\int D\varphi e^{-\mathcal{A}_{pair}[\psi^*, \psi, \varphi]}$, который опять умножается на Z с константой. В принципе, мы также можем добавить комбинацию \mathcal{A}_{pair} и \mathcal{A}_{pl} , оставив при этом физические свойства системы неизменными. Например, $\mathcal{A}_{pl} \cosh^2 \theta - \mathcal{A}_{pair} \sinh^2 \theta$ для конкретного значения $\sinh \theta = 1$. Данное приближение именуется как **приближение двух коллективной квантовой теории поля** для трехмерной модели Бозе-Хаббарда.

Полученные результаты сравниваются с результатами **вариационной теории возмущения**. В низшем порядке это эквивалентно приближению Хартри-Фока-Боголюбова, используемому в операторном формализме. В этом приближении добавляется и вычитывается следующий член

$$\begin{aligned} A_{(\Sigma)} = & \int_0^\beta d\tau \sum_i \left\{ \Sigma_{cl} \tilde{\psi}^*(x_i, \tau) \tilde{\psi}(x_i, \tau) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \Delta_{cl} [\tilde{\psi}^*(x_i, \tau) \tilde{\psi}^*(x_i, \tau) + \tilde{\psi}(x_i, \tau) \tilde{\psi}(x_i, \tau)] \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

с вариационными параметрами Σ_{cl} и Δ_{cl} . Нижние индексы cl подчеркивают, что это вариационные параметры, в отличие от предыдущих полей φ и Δ , не предназначены для функционального интегрирования.

Показано, что основные уравнения приближения двух коллективной квантовой теории поля и приближения, основанного на вариационной пертурбативной теории, формально совпадают. Отличие заключается в знаке аномальной плотности. Эта смена знака обусловлена тем, что разреженные атомные газы имеют КФП в приближении HFB, но не в двухколлективной квантовой теории поля на уровне среднего поля.

На рис. 1 представлена конденсированная доля n_0 как функция от $u = g/J$ для $\nu = 1, 2, 3, 4$. Видно, что n_0 плавно стремится к нулю и обращается в ноль при u_{crit} . Можно сравнить со следующими результатами приближения Гуцвиллера: $u_{crit}(\nu = 1) = 34.97$, $u_{crit}(\nu = 2) = 59.39$, $u_{crit}(\nu = 3) = 83.56$, $u_{crit}(\nu = 4) = 107.66$.

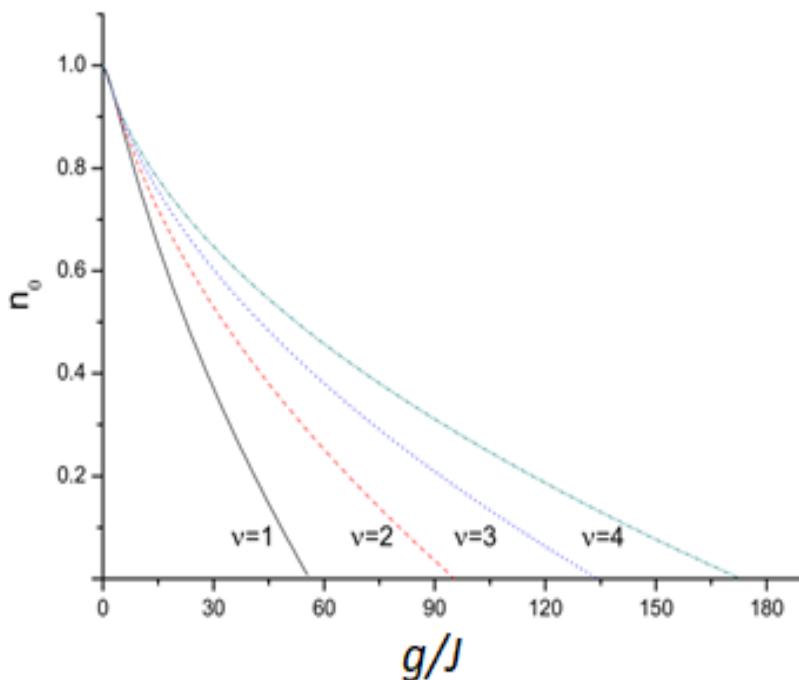


Рис.1. Конденсированная фракция n_0 при нулевой температуре как функция $u = g/J$ для различных факторов заполнения ν

Видно, что несмотря на довольно большие значения u_{crit} (см. Таблицу 1) в двух коллективной квантовой теории поля, она дает желаемый фазовый переход второго рода. $u_c = (g/J)_c$ указывается во второй строке. В третьей строке указаны критические температуры идеальных оптических решеток при $d = 3$ в единицах J . В четвертой строке представлены приблизительные значения t_c^0 .

Таблица 1

Критические параметры модели Бозе-Хаббарда в зависимости от фактора заполнения ν в приближении двух коллективных квантовых полей

ν	1	2	3	4	5
$u_c = (g/J)_c$	56.08	95.4	134.3	173	211.7
$t_c^0 = T_c^0/J$	5.6	9.69	13.70	17.70	21.67
t_c^0 in small q approx.	5.06	10.07	15.2	20.25	25.32

Получена аналитическая оценка сдвига критической температуры фазового перехода в БЭК T_c , обусловленная контактным взаимодействием (см. рис. 2), как в режиме слабого, так и сильного взаимодействий. Сдвиг равен нулю для вариационной пертурбативной теории, хотя имеет нетривиальную зависимость от силы связи (g/J) в приближении коллективного квантового поля. Общее поведение фазовой диаграммы качественно хорошо согласуется с существующими экспериментальными и неэмпирическими квантовыми результатами Монте-Карло.

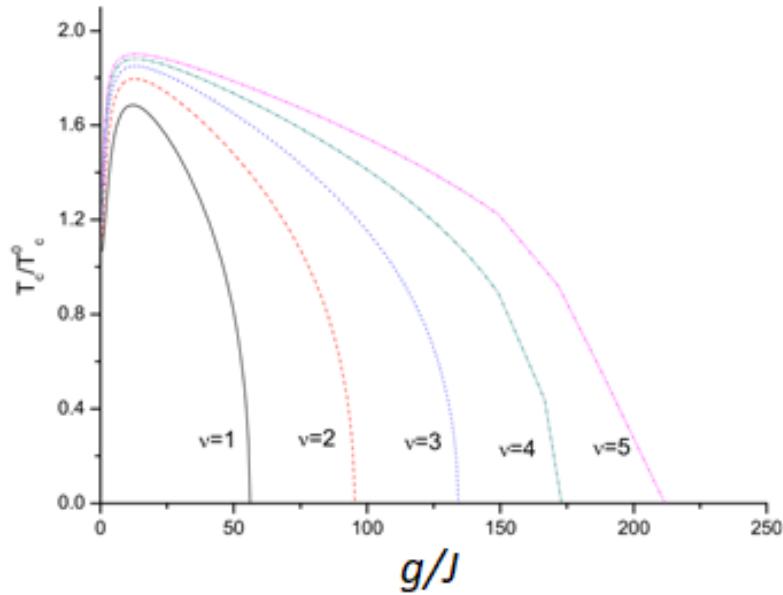


Рис.2. T_c (в единицах J) как функция g/J в приближении двухколлективной теории поля для $\nu = 1, 2, 3, 4, 5$

Относительно зависимости критической температуры от коэффициента заполнения показано, T_c/T_c^0 увеличивается с увеличением ν при фиксированном g/J . При применении данных приближений не обнаружено экзотическое сверхтекучее состояние с конечной аномальной плотностью, но

было обнаружено отсутствие конденсата (с присутствием аномальной плотности).

Вторая глава диссертации «**Критические свойства квантовых магнитов со спиновой щелью**» посвящена исследованию термодинамических свойств димеризированных квантовых магнитов. Существует класс материалов, которые в литературе именуются как квантовые магниты с безполевой щелью (zero field gap quantum magnets). В подклассе этих материалов два спина $\frac{1}{2}$ образуют димер, и энергетическая щель между основным синглетным и возбужденным триплетным состояниями перекрывается при магнитном поле выше критического значения H_c , под действием эффекта Зеймана. В результате возникают бозонные квазичастицы, которые именуются в литературе как «триплоны». Триплоны могут конденсироваться при температуре ниже критической T_c . Развитое в предыдущей главе приближение, основанное на вариационной пертурбативной теории, применено для описания термодинамических свойств триплонов в конденсированном состоянии.

Расходимость Γ_H вблизи фазового перехода. Низкотемпературное разложение Γ_H , в пределе $r = \frac{H-H_c}{H_c} \rightarrow 0$ имеет вид

$$\Gamma_H \approx \frac{G_t(H - H_c)}{T^2} + \frac{G_r}{H - H_c}, \quad (8)$$

где

$$G_t = \frac{5g_L^2\mu_B^2}{\pi^2(1+4a_sQ_0)^2} G_r \quad (9)$$

и

$$G_r = \frac{2}{Q_0\pi} + \frac{2}{gmQ_0^2} \simeq 0.51 + \frac{0.1}{a_s} \quad (10)$$

Первый член в формуле (8) доминирует при фиксированном магнитном поле $H > H_c$ для температур $T \ll \eta(H - H_c)$, с $\eta \approx \frac{0.48g}{1+5a_s}$ (в единицах К/Тл), в то время как второй член доминирует в противоположном пределе, когда H приближается к H_c сверху при фиксированной низкой температуре T .

Расхождение $\Gamma_H \sim \frac{1}{T^2}$ при достаточно низких температурах для квантовых магнитов со спиновой щелью является одним из наших главных результатов. Отметим, что классификация ряда магнитных систем от соединений с тяжелыми фермионами до фрустрированных магнитов, сделанная Гегенвартом показывает, что большинство из этих материалов действительно демонстрируют сходное поведение, за некоторыми исключениями. Чувствительность критических параметров к размерности и другим свойствам системы делает их принадлежностью к разным классам универсальности. Фазовая граница между конденсированным и неконденсированным состояниями в квантовых магнетиках со спиновой щелью может быть выражена степенным законом вида $T_c \propto (H - H_c)^{\phi(T_c)}$ со скейлинговым анализом квантовых фазовых переходов, предсказывая $1/\phi(T_c \rightarrow 0) = zv$.

Зависимость ϕ от T_c может возникать из-за непараболической затравочной дисперсии триплонов и учитывается в нашем расчете. Эта непараболичность, однако, не меняет качественных особенностей термодинамических величин.

Зависимость $\Gamma_H \simeq G_r(H - H_c)^{-1}$, очевидно, также реализуется в системах, которые рассматриваются в настоящей работе. Отметим, однако, что это соотношение не может быть непосредственно применено к непрерывным системам, таким как атомные газы, где $Q_0 \rightarrow \infty$. В этом случае процедуры перенормировки могут привести к различным зависимостям.

Отметим, что два разных квантовых магнита принадлежат к одному классу, т.е. имеют одинаковый G_r , если у них одинаковые a_s . G_r приближается к универсальному значению $G_r = 0.5$, предсказанному Гарстом в пределе унитарности (in the unitarity limit): $1/a_s \rightarrow 0$.

Полученные результаты были применены к конкретным сплавам $\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ и $\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$. Параметры g_L , H_c , g и J_0 получены из экспериментальных работ (см. Таблицу 2). Из входных параметров g_L , H_c и g получаем J_0 путем подгонки экспериментальной фазовой границы $T_c(H)$

Таблица 2

Параметры материала, используемые для численных расчетов

	g_L	H_c [T]	J_0 [K]	g [K]	Δ_{st} [K]	G_r	a_s
$\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$	1.95	12.10	5.045	20	15.85	0.84	0.315
$\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$	1.95	30.40	15.86	51.2	39.8	0.9	0.257
TiCuCl_3	2.06	5.10	50.0	315	7.1	0.72	0.5

Магнитокалорический эффект (МКЭ) рассмотрен в этих материалах. Теоретически МКЭ описывается магнитным параметром Грюнайзена. Соответствующие вычисления для $\Gamma_H(T)$ показаны на рис.3 и для $S(T)$ на рис.4. Из рис.3 видно, что при соответствующих T_c , $\Gamma_H(T)$ демонстрирует разрыв и меняет знак. Как и ожидалось, $S(T)$ меняет свой наклон при T_c . На рис.4 линия, отмеченная буквой А, показывает путь, вдоль которого адиабатическое увеличение магнитного поля вызывает повышение температуры. Линия, отмеченная буквой В, показывает путь, по которому та же процедура приводит к снижению температуры.

На рис.5 показана серия изоэнтропических линий с $S(T)$ для $\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ и $\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$. Каждый цвет соответствует постоянному значению энтропии. Белыми линиями показаны фазовые границы, отделяющие конденсированную (правая сторона) от неконденсированной фазы (левая сторона), соответственно.

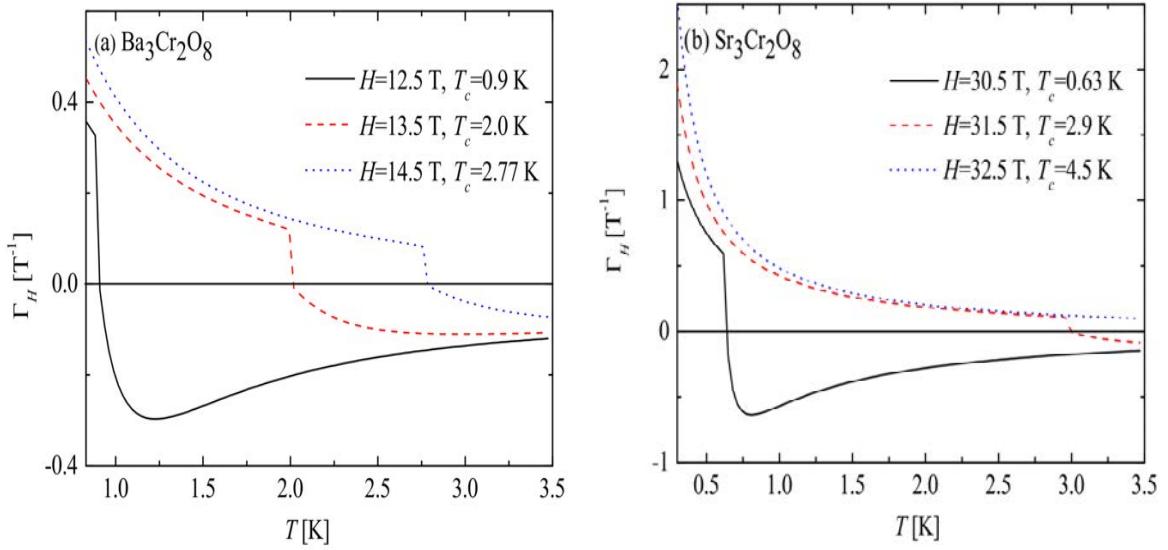


Рис. 3. Зависимость параметра Грюнайзена от температуры для Ba₃Cr₂O₈ (а) и Sr₃Cr₂O₈ (б) при различных магнитных полях

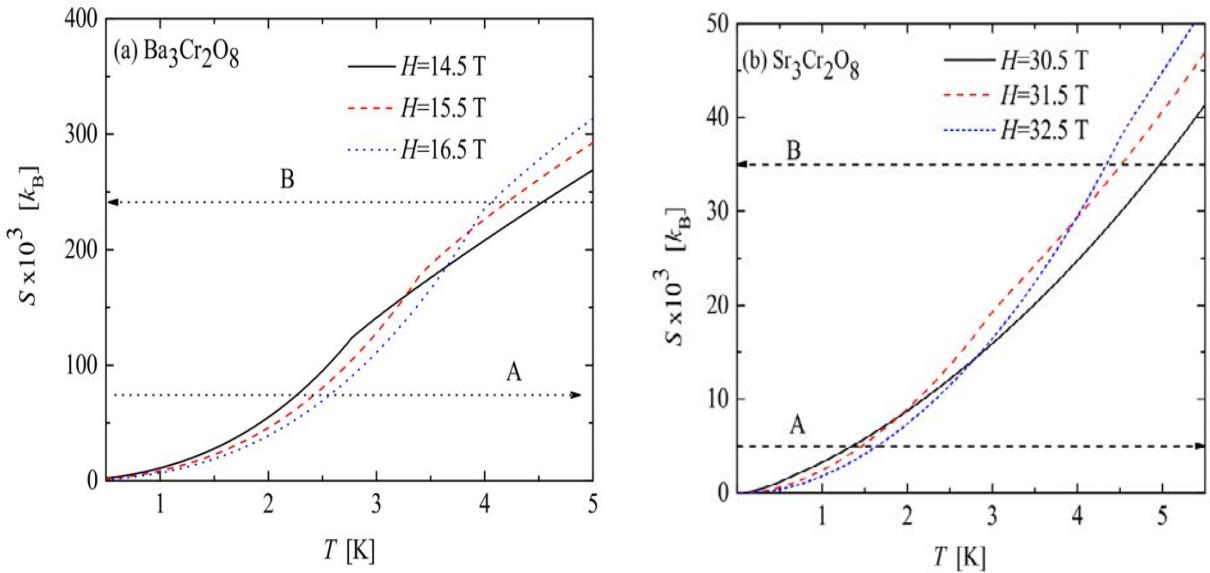


Рис. 4. Зависимость энтропии S от температуры T для Ba₃Cr₂O₈ (а) и Sr₃Cr₂O₈ (б) для различных значений магнитного поля H

Фазовый переход хорошо виден на всех этих рисунках. Параметр Грюнайзена $\Gamma_H(T)$ имеет разрыв и меняет свой знак при $T_c(H)$, в то время как зависимость энтропии от температуры $S(T)$ демонстрирует изменение наклона, тем самым отражая разрыв теплоемкости C_H , а также приводит к тому, что с адиабатическим увеличением магнитного поля выше критической температуры фазового перехода температура образца повышается, а ниже критической температуры та же процедура приводит к снижению температуры.

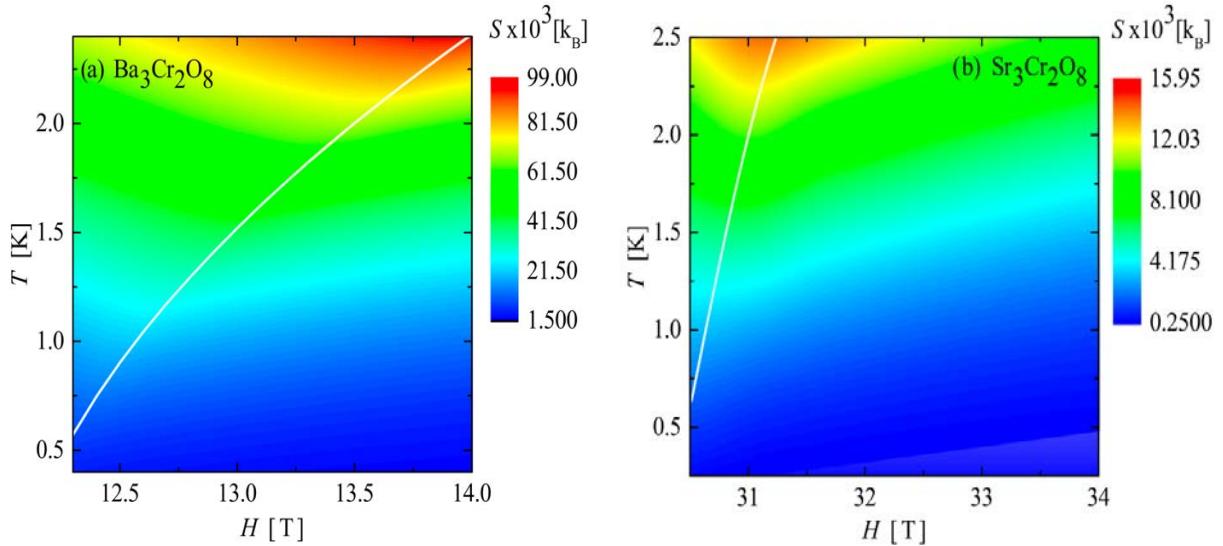


Рис. 5. Изоэнтропные линии магнитных систем $\text{Ba}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ (а) и $\text{Sr}_3\text{Cr}_2\text{O}_8$ (б) в плоскости (H, T).

В третьей главе диссертации «Критерий устойчивости однородной бинарной Бозе-смеси с сильным отталкивающим межкомпонентным взаимодействием» разработанное приближение расширяется для двухкомпонентного Бозе газа. Основная задача заключалась в определении условия стабильности и смешиваемости двух компонент, которая не накладывает ограничения на газовый параметр. Существующий ранее критерий ($g_c = \sqrt{g_{aa}g_{bb}}$) был получен с использованием приближения Боголюбова, и справедлив только для сильно разреженных Бозе газов. Смесь смешивается, если выполняется условие $g_{ab} < \sqrt{g_{aa}g_{bb}}$, и остается несмешиваемым при $g_{ab} > \sqrt{g_{aa}g_{bb}}$. Здесь g_{aa} , g_{bb} и g_{ab} – константы связи своднового контактного взаимодействия, компоненты а, б и межкомпонентная, соответственно. В диссертационной работе рассмотрен только случай с отталкивающими взаимодействиями ($g_{aa} > 0$, $g_{bb} > 0$, $g_{ab} > 0$).

Получено условие устойчивости двухкомпонентной однородной Бозе-системы: при температурах ниже критической, когда система находится в конденсированной фазе, смесь устойчива при соблюдении общего условия

$$\frac{\Delta_a(\gamma, T)\Delta_b(\gamma, T)}{\Delta_{ab}^2(\gamma, T)} \geq 1 \quad (11)$$

Здесь собственные энергии $\Delta_a(\gamma, T)$, $\Delta_b(\gamma, T)$ и $\Delta_{ab}(\gamma, T)$ являются решениями следующей системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_a = \mu_{1a} + 2g_a(\sigma_a - \rho_{1a}) - g_{ab}\rho_b \\ \Delta_b = \mu_{1b} + 2g_b(\sigma_b - \rho_{1b}) - g_{ab}\rho_a \\ \Delta_{ab} = g_{ab}(\sqrt{\rho_{0a}\rho_{0b}} + \rho_{ab}/2) . \end{array} \right.$$

где μ_{1a} , μ_{1b} – химические потенциалы компонент a и b , соответственно, ρ_{0a} и ρ_{0b} соответствуют конденсированным частям компонент a и b , соответственно, ρ_{1a} и ρ_{1b} плотности несконденсированных частиц, σ_a и σ_b аномальные плотности и ρ_{ab} «смешанные» плотности.

Получена фазовая диаграмма на плоскости (\bar{g}_{ab}, γ) при нулевой температуре (на рис. 6 представлена сплошная линия). Видно, что наличие квантовых флюктуаций приводит к тому, что система при $T = 0$ остается стабильной даже, например, при $\bar{g}_{ab}^*(\gamma \approx 0.013) \approx 1.9$. Это один из основных результатов настоящей работы.

Настоящая работа была бы неполной без сравнения с экспериментом, проведенным Kim et al.¹ Авторы исследовали смесь атомов с двумя сверхтонкими основными состояниями ^{23}Na и измерили скорости звука $c_1 = 3.23 \text{ mm/s}$ и $c_2 = 0.70 \text{ mm/s}$, зафиксировав относительную константу связи $\bar{g}_{ab} = 0.93$ и газовый параметр $\gamma \approx 1.4 \cdot 10^{-6}$. Для этого набора параметров нами получены следующие значения скоростей звука: $c_1 = 3.91 \text{ mm/s}$, $c_2 = 0.75 \text{ mm/s}$, которые достаточно близки к экспериментальным данным. Чтобы сделать дальнейший прогноз, мы рассчитали относительную скорость звука c_2/c_1 в зависимости от \bar{g}_{ab} для трех различных значений γ . Результаты представлены на рис. 7б. Видно, что c_2/c_1 уменьшается с увеличением \bar{g}_{ab} и обращается в нуль при $\bar{g}_{ab} = \bar{g}_{ab}^*$, где происходит расслоение фаз.

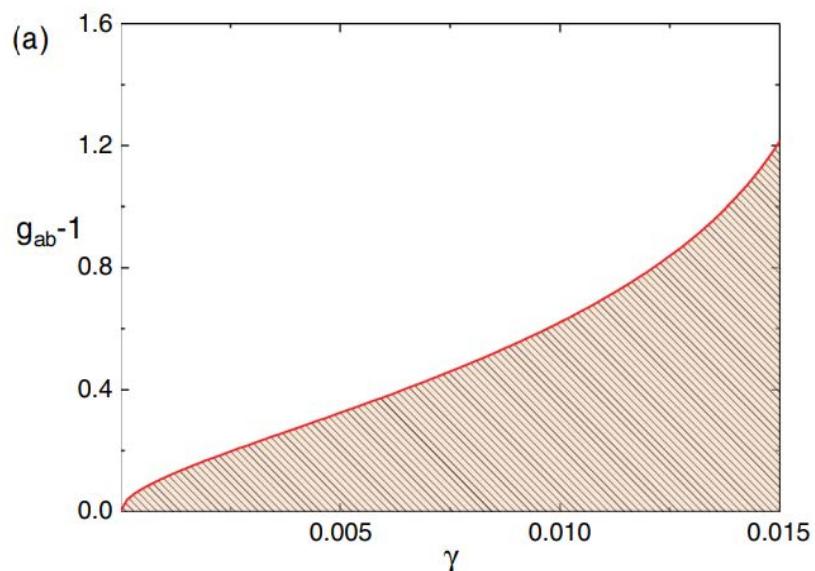


Рис. 6. Фазовая диаграмма симметричной бинарной Бозе-системы с отталкивающими взаимодействиями при нулевой температуре. Заштрихованная область соответствует стабильной смешивающейся фазе

¹ J. H. Kim, D. Hong, and Y. Shin, Observation of two sound modes in a binary superfluid gas // Phys. Rev. A. - American Physical Society (USA), 2020. Vol.101. 061601(R)-5.

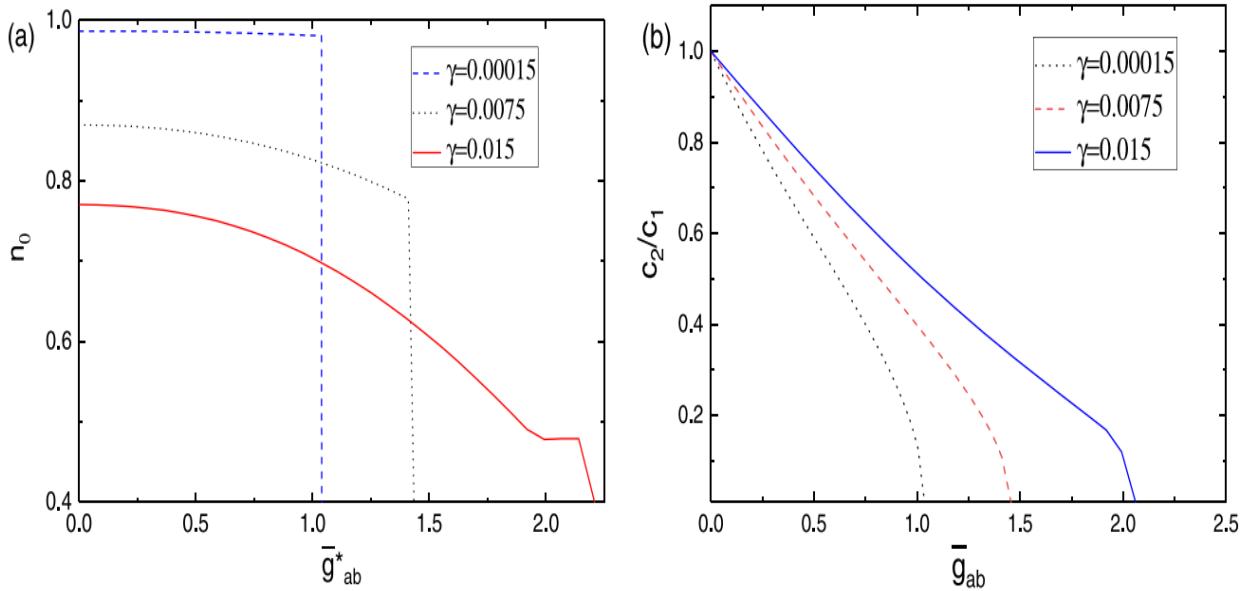


Рис. 7. Конденсированная доля ($n_0 = \rho_0/(\rho/2)$) при нулевой температуре в зависимости от $\bar{g}_{ab} = g_{ab}/g$ для различных значений γ (а); относительная скорость звука c_2/c_1 в зависимости от \bar{g}_{ab} для различных значений γ при $T = 0$ (б)

Вблизи точки фазового перехода конденсированная фракция представлена на рис.7а в зависимости от \bar{g}_{ab} . Видно, что межкомпонентное отталкивание g_{ab} стремится разрушать БЭК, выталкивая конденсированные частицы.

Фазовая диаграмма также получена и при конечных температурах. На рис. 8 представлена фазовая диаграмма симметричного двухкомпонентного БЭК на плоскости (\bar{g}_{ab}, t) для четырех значений γ . Видно, что нестабильность может возникнуть при любой температуре ниже критической в зависимости от $g_{ab} = \bar{g}_{ab}g$.

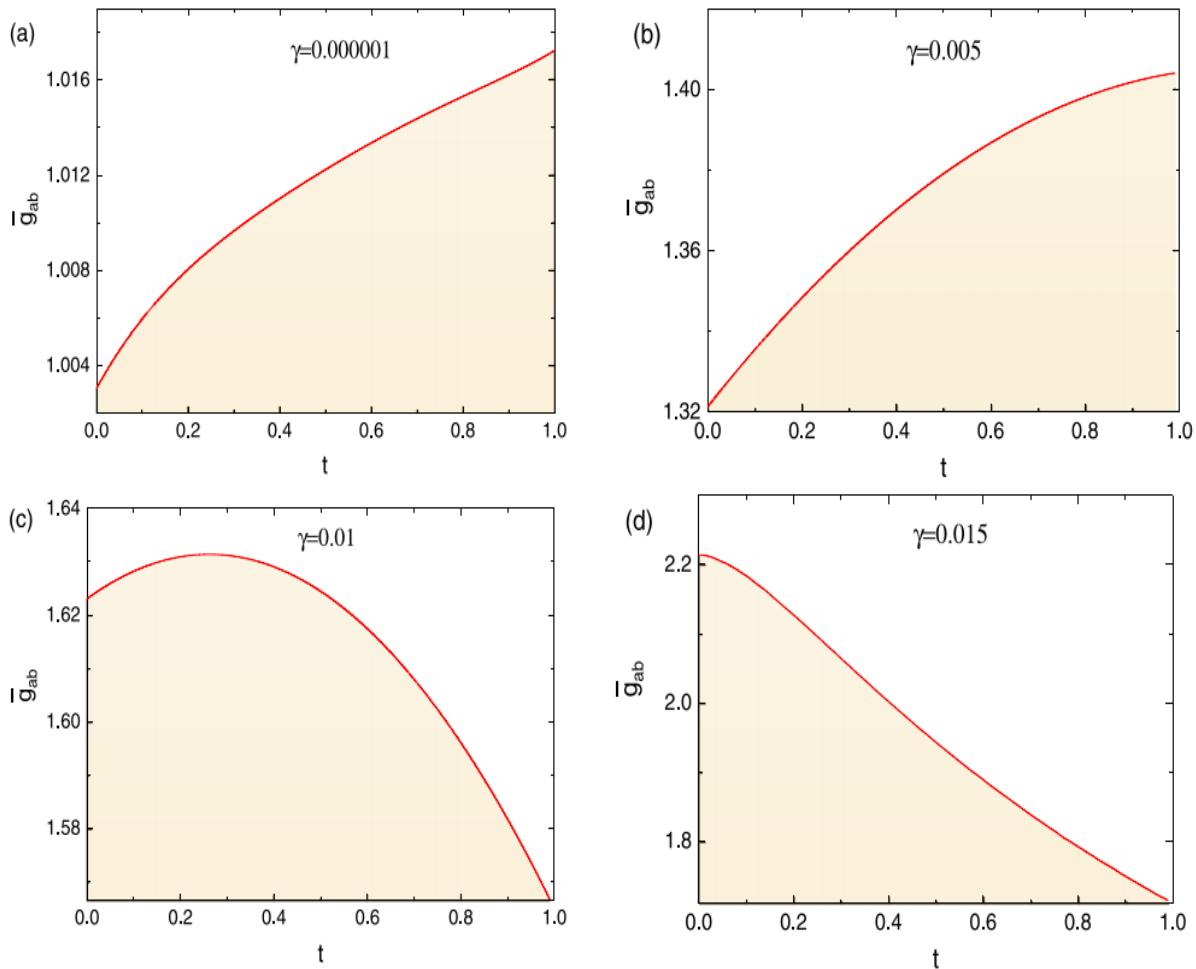


Рис. 8. Фазовая диаграмма сбалансированной симметричной двухкомпонентной Бозе-смеси на плоскости ($\bar{g}_{ab} = g_{ab}/g, t = T/T_c$) для различных газовых параметров (а: $\gamma = 0.000001$, б: $\gamma = 0.005$, в: $\gamma = 0.01$, г: $\gamma = 0.015$). Заштрихованная область соответствует стабильному смешиваемому состоянию

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам проведенных исследований по докторской диссертации на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам на тему «Критические свойства трехмерных оптических решеток и квантовых магнетиков при сверхнизких температурах», сделаны следующие выводы:

1. Разработаны приближение коллективной квантовой теории поля и приближение, основанное на теории вариационного возмущения для 3D оптических решеток при сверхнизких температурах. Показано, что основные уравнения этих двух приближений формально совпадают. Получена аналитическая оценка сдвига критической температуры фазового перехода в конденсированное состояние, обусловленная контактным взаимодействием. Показано, что общее поведение фазовой диаграммы качественно согласуется с

существующими экспериментальными и неэмпирическими квантовыми результатами Монте-Карло.

2. Разработанное приближение, основанное на вариационной пертурбативной теории применено для димеризованных квантовых магнитов со спиновой щелью, которые переходят в БЭК состояние магнитных квазичастиц (триплонов). Вычислены свободная энергия Ω и связанные с ней энтропия S , теплоемкость C_H , намагниченность M , а также магнитный параметр Грюнайзена Γ_H и получены явные выражения для этих величин. Показано, что вблизи критической температуры и теплоемкость, и параметр Грюнайзена имеют разрыв.

3. Показано, что для димеризованных квантовых магнитов со спиновой щелью с увеличением внешнего магнитного поля, выше критической температуры фазового перехода в БЭК температура понижается, а ниже критической температуры повышается, что соответствует смене знака магнитного параметра Грюнайзена Γ_H . Такое поведение ожидается для систем с квантовой критической точкой, управляемой магнитным полем.

4. Разработанный подход расширяется для однородной смеси двухкомпонентных Бозе-систем. Получен критерий смешиваемости, справедливый для произвольного газового параметра. Показано, что система может оставаться стабильной и смешиваемой даже при больших значениях константы межкомпонентного взаимодействия при правильном учете аномальных плотностей. Получена фазовая диаграмма сбалансированной симметричной конфигурации двухкомпонентной смеси Бозе-газов как при нулевой, так и при конечных температурах для произвольных газовых параметров. Показано, что конечная температура может переводить двухкомпонентные БЭК в смешивающееся состояние.

5. Полученные результаты применены к смеси атомов с двумя сверхтонкими основными состояниями ^{23}Na для сравнения скоростей звука с экспериментом. Показано, что результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Сделаны дальнейшие прогнозы по относительной скорости звука c_2/c_1 в зависимости от константы межкомпонентного взаимодействия для трех различных значений газового параметра.

**SCIENTIFIC COUNCIL DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 ON AWARD OF
SCIENTIFIC DEGREES AT THE INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS**

INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS

NARZIKULOV ZABARDAST AXMADOVICH

**CRITICAL PROPERTIES OF THREE-DIMENSIONAL OPTICAL
LATTICES AND QUANTUM MAGNETS AT LOW TEMPERATURES**

01.04.07 – Condensed matter physics

**DISSERTATION ABSTRACT
of the doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences**

Tashkent – 2023

The theme of the dissertation of the doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered by the Supreme Attestation Commission of the Ministry of higher education, science and innovations of the Republic of Uzbekistan under No.B2021.2.PhD/FM242.

The doctoral (PhD) dissertation was carried out at the Institute of Nuclear Physics of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation was posted in three (Uzbek, Russian, English (resume)) languages on the website of the Scientific Council at www.inp.uz and on the website of “Ziyonet” Information and Educational portal at www.ziyonet.uz.

Scientific supervisor:

Rakhimov Abdulla Mannabovich

doctor of physical and mathematical sciences,
senior researcher

Official opponents:

Dzhumanov Safarali

doctor of physical and mathematical sciences,
professor

Baizakov Bakhtiyor Baizkovich

doctor of physical and mathematical sciences,
senior researcher

Leading organization:

Bukhara institute of engeneering and technology

The defense of the dissertation will be held on “___” _____ 2023, at ___ at the meeting of the Scientific Council No.DSc.02/30.12.2019.FM/T.33.01 at the Institute of Nuclear Physics (Address: INP, Ulugbek settlement, 100124 Tashkent city. tel. (+99871) 289-31-41; fax (+99871) 289-36-65; e-mail: info@inp.uz).

The doctoral (PhD) dissertation can be looked through at the Information Resource Centre of the Institute of Nuclear Physics (registered under No._____) Address: INP, Ulugbek settlement, 100124 Tashkent city. tel. (+99871) 289-31-19.

The abstract of dissertation was distributed on “___” _____ 2023.
(Registry record No. ___ dated “___” _____ 2023.)

M.Yu. Tashmetov

Chairman of the Scientific Council on award
of Scientific degrees, D.Ph-M.S., Professor

O.R. Tojiboev

Scientific secretary of the Scientific Council onward
of Scientific degrees, PhD ph.-m.s.,
Senior Researcher

E.M. Tursunov

Chairman of the Scientific seminar of the Scientific Council
on award of Scientific Degrees, D.Ph-M.S., Professor

INTRODUCTION (PhD thesis annotation)

The aim of the research is to determine the thermodynamic properties of Bose systems near the phase transition at low temperatures.

The tasks of the research:

to develop an approximation for 3D optical lattices at low temperatures and to estimate the shift of the critical temperature T_c due to contact interaction, both in the weak and strong interaction regimes.

to obtain the phases and a phase diagram for optical lattices and quantum magnets.

to apply the developed approximation for quantum magnets with a spin gap and obtain expressions for the main thermodynamic quantities and compare them with experimental data for some alloys.

to obtain an expression for the magnetic Grüneisen parameter and investigate its behavior near the critical point.

to estimate the magnetocaloric effect above and below the critical temperature of phase transition.

to obtain phase diagrams at zero and finite temperatures for a two-component Bose mixture.

to define the miscibility condition for a two-component Bose mixture.

The object of research is Bose condensed systems (optical lattices, atomic gases and quantum magnets.)

The subjects of research are the critical temperature, change in thermodynamic quantities near the critical point.

The scientific novelty of the research:

the approximation based on variational perturbative theory was developed for three-dimensional optical lattices, two-component atomic gases and quantum magnets at low temperatures;

the analytical estimation was obtained for the shift of the critical temperature of a phase transition to the BEC state in optical lattices due to contact interaction;

for the first time it has been shown that with an increase in the external magnetic field, the temperature of dimerized quantum magnets with a spin gap, decreases above the critical temperature of the phase transition to the BEC state, and increases below the critical temperature;

for the first time the phase diagram of a balanced symmetric configuration of the two-component Bose mixture was obtained both at zero and at finite temperatures for an arbitrary gas parameter; it has been shown that the system may remain in a stable and miscible phase also for larger intercomponent interaction constant;

the relative sound velocity depending on the constant of intercomponent interaction for various values of the gas parameter in a Bose-Einstein condensate of the mixture of atoms with two hyper-fine ground states of ^{23}Na are determined.

Implementation of the research results. Based on the results obtained in the research of low-temperature phase transitions in Bose systems:

the developed approximation based on the variational perturbative theory for three-dimensional optical lattices, two-component atomic gases and quantum magnets was used by foreign researchers (cites in the international journals: Soft Matter, 12. – P. 2523-2536, 2016; New J. Phys. 19, id.113002, 2017; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013, Phys. Rev. E 90, 032124, 2014; Brazilian Journal of Physics v. 47. – P. 1-8, 2017; Canadian Journal of Physics. 92(5): 375-379. – P. 2013; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013; Laser Phys. Lett., 12, 015202, 2015). The use of scientific results allowed to obtain phase diagrams for two and three-dimensional optical lattices;

the obtained analytical estimation of the shift of the critical temperature of phase transition to BEC state in optical lattices was used by foreign researchers (cites in the international journal: : J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 50 085006, 2017; Brazilian Journal of Physics v. 47. – P. 1-8, 2017; Canadian Journal of Physics. 92(5): 375-379. – P. 2013; Phys. Rev. A 88, 023607, 2013; Laser Phys. Lett., 12, 015202, 2015; Canadian Journal of Physics. 94(7): 697-703, 2016). The used scientific results allowed to obtain the Berezinskii–Kosterlitz–Thouless transition temperature as a function of the kinetic energy of atoms and obtain the chemical potential;

the difference between the magnetocaloric effect above and below the critical temperature of phase transition was used by foreign researchers (cites in the international journals: Phys. Rev. B v. 100, id. 245435, 2019; Physics Letters A, v. 384, 16, id 126313, 2020; Annals of Physics, v.424, id. 168361, 2021; J. Phys.: Condens. Matter v. 33 id. 465401, 2021). Used results allowed to obtain the Grüneisen parameters for the Lieb-Liniger and Yang-Godin models, to determine the detailed boundaries of magnetic phases and intersections of spin levels, using measurements of magnetization, electric polarization and magnetocaloric effect in pulsed magnetic fields up to 60 T for the $\text{Ba}_2\text{FeSi}_2\text{O}_7$ quantum magnet;

the phase diagram of a two-component mixture of Bose gases obtained for an arbitrary gas parameter and obtained stability and miscibility of the Bose mixture at large values of the intercomponent interaction constant was used by researchers (cites in the international journal: : Laser Phys. Lett. v.19, id. 103001, 2022; Eur. Phys. J. D 77, 37, 2023; Modern Physics Letters B, v. 37, 03, id. 2250206, 2023). The used results allowed to obtain the critical temperature of the Rabi coupled symmetric Bose mixture;

the found dependence of the sound velocity ratio on the intercomponent interaction constant for different values of the gas parameter in a mixture of ^{23}Na atoms consisting of a Bose-Einstein condensate in an equal part of two hyperfine ground states was used by foreign researchers (cites in the international journal: Laser Phys. Lett. v.19, id. 103001, 2022; Eur. Phys. J. D 77, 37, 2023; Modern Physics Letters B, v. 37, 03, id. 2250206, 2023). The used results allowed to consider the behavior of the observed quantities during the separation of quantum mixtures.

The outline of the thesis. The PhD dissertation consists of an introduction, three chapters, conclusion, appendix and a bibliography. The size of the dissertation is 105 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; part I)

1. Rakhimov A., Narzikulov Z. Hohenberg-Martin Dilemma for Bose Condensed Systems and its Solution // NATO Science for Peace and Security Series B: Physics and Biophysics: Complex Phenomena in Nanoscale Systems. – Springer, Dordrecht (Netherlands), 2009. – P. 165-175 (№ 3. Scopus; IF = 0.234).
2. Kleinert H., Narzikulov Z., Rakhimov A. Quantum phase transitions in optical lattices beyond the Bogoliubov approximation // Physical Review A – American Physical Society.–USA, 2012. V.85. ID.063602. –P.11 (№1. Web of Science; IF=3.14).
3. Kleinert H., Narzikulov Z., Rakhimov A. Phase transitions in three-dimensional bosonic systems in optical lattices // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. IOP Publishing. – United Kingdom, 2014. ID. P01003. – P. 29 (№ 1. Web of Science; IF = 2.231)
4. Rakhimov A., Gazizulina A., Narzikulov Z., Schilling A., Sherman E.Ya. Magnetocaloric effect and Grüneisen parameter of quantum magnets with a spin gap // Physical Review B. American Physical Society. – USA, 2018. Vol. 98. ID. 144416. – P. 12 (№ 1. Web of Science; IF = 3.14).
5. Rakhimov A., Abdurakhmonov T., Narzikulov Z., Yukalov V.I. Self-consistent theory of a homogeneous binary Bose mixture with strong repulsive interspecies interaction // Physical Review A. American Physical Society. – USA, 2022. Vol. 106. ID. 033301. – P. 15 (№ 1. Web of Science; IF = 3.14).

II бўлим (II часть; part II)

6. Narzikulov Z., Quantum corrections to the energy of Bose Einstein condensation state in optical lattices / “Nuclear Science and its Applications”: Book of Abstracts of the International Conference. – Samarkand, 2012. 25-28 September. – P. 58-59.
7. Narzikulov Z. Phase transitions in three-dimensional optical lattices in auxiliary field approach / “Nuclear Science and its Application”: Book of Abstracts of the VII Eurasian Conference. – Baku, 2014. October 21-24. – P. 154.
8. Narzikulov Z., Rakhimov A., Schilling A. The magnetocaloric effect in dimerized spin system with $s=\frac{1}{2}$ / 6th International Conference on Superconductivity and Magnetism.–Antalya (Turkey), 2018. 29 April – 4 May. –P.253
9. Narzikulov Z. Fluctuation of magnetization of triplons in TlCuCl₃ / 7th International conference “Superconductivity and Magnetism”. – Milas-Bodrum (Turkey), 2021. October 21-27. – P. 702.
10. Narzikulov Z.A., Abdurakhmonov T., Rakhimov A. Strong repulsive interspecies interaction effects in two-component bose mixture / “Modern problems of condensed matter theory” International conference. – Dubna (Russia), 2022. October 17-22. – P. 53.