АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

На правах рукописи
УДК 538.915; 538.93; 538.945.71

ГАНИЕВ ОРИФЖОН КУРБАНОВИЧ

ПОЛЯРОННЫЕ И МНОГОЩЕЛЕВЫЕ ОСОБЕННОСТИ ТУННЕЛЬНЫХ СПЕКТРОВ И ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ КУПРАТОВ

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Научный руководитель: д. ф.-м. н. Явидов Б.Я.

Ташкент – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СОКРАЩЕНИЙ И ТЕРМИНОВ …..……..... **5**

ВВЕДЕНИЕ……..... **7**

I. Переноса заряда в купратных сверхпроводниках……..…….. 20

§ 1.1. Подвижность носителей заряда и псевдощель..... 20

§ 1.2. Проводимость в нормальном состоянии……..... 28

§ 1.3. Туннельные спектры S–I–N контактов……..... 30

Выводы по Главе I и постановка задачи…….....…….. 32

II. Подвижность носителей заряда в купратах……..…… 34

§2.1. Энергетические щели и фазовая диаграмма купратных сверхпроводников ……...…… 34

§2.2. Время релаксации для рассеяния решетки…… 46

§2.2.1. Рассеяния носителей заряда на *акустических* фононах……... 47

§2.2.2. Рассеяния носителей заряда на *оптических* фононах…….. 50

§2.3. Подвижность носителей заряда выше и ниже температуры псевдощелевого перехода T^*……..... 51

§2.4. Результаты и обсуждение……..... 53

Выводы по главе II……..... 55

III. Теоретическое объяснение плоскостного удельного сопротивления и коэффициента Холла в нормальном состоянии купратов: Поляронный подход……..... 57

§3.1. Проводимость носителей заряда в $\mathrm{CuO_2}$ слоях решетки купратов 58

§3.1.1. Проводимость больших поляронов выше T^*……..... 59

§3.1.2. Проводимость возбужденных Ферми-компонент поляронных куперовских пар и бозонных куперовских пар ниже T^*……. 61

§3.2. Аномальный резистивный переход выше T_c …….. 65
§3.3. Коэффициент Холла в *ab*-плоскости решетки купратов……. 70
§3.4. Количественное сравнение результатов теории с экспериментальными данными и их анализ ……..... 71
Выводы по главе III……... 86
IV. Поляронные и многощелевые эффекты в туннельных спектрах купратных сверхпроводников…….. 89
§4.1. Возможные механизмы туннелирования квазичастиц через S–I–N контакт…….. 90
§4.2. Многощелевая модель квазичастичного туннелирования через S–I–N контакт……... 94
§4.3. Модельное исследование структуры пик-провал-горб в туннельных спектрах купратов…….. 98
§4.4. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными и их анализ …….. 104
Выводы по главе IV……... 110
ЗАКЛЮЧЕНИЕ…….. 112
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ…….. 115
Приложение А…… 135
Приложение Б…… 140

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СОКРАЩЕНИЙ И ТЕРМИНОВ

Купраты – медно-оксидные соединения с перовскитовой структурой;

СП переход – сверхпроводящий переход;

ВТСП – высокотемпературная сверхпроводимость, высокотемпературные сверхпроводники;

YBCO – $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$;

Bi-2212 – $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$;

ПС – плотность состояний;

ARPES (Angle-resolved photoemission spectroscopy) – фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением;

STM (Scanning tunneling microscopy) – сканирующая туннельная микроскопия;

STS (Scanning tunneling spectroscopy) – сканирующая туннельная спектроскопия;

БКШ – Бардин-Купер-Шриффер;

S–I–N (Superconductor-Insulator-Normal metal) –Сверхпроводник–диэлектрик–нормальный металл;

Псевдощель – уменьшение плотности состояний вблизи уровня Ферми в металлическом состоянии легированных купратов;

Полярон – квазичастица в кристалле, состоящая из электрона (дырки) и сопровождающего его поля упругой деформации (поляризации) решётки;

a_0 – постоянная решетки;

Малый полярон (или полярон малого радиуса) – полярон, область автолокализации которого меньше, чем постоянная решетки (при $R_p < a_0$);

Большой полярон (или полярон большого радиуса) – полярон, область автолокализации которого больше, чем постоянная решетки (при $R_p \gg a_0$);

α – безразмерная константа Фрелиховской электрон-фононной связи;

$\hbar\omega_{LO}$ –энергия продольного оптического фонона;

E_p – энергия связи большого полярона;

ε_∞ – высокочастотная диэлектрическая проницаемость;

ε_0 – статическая диэлектрическая проницаемость;

$\tilde{\varepsilon}$ – эффективная диэлектрическая проницаемость;

a_p – среднее расстояние между поляронами;

m^* – эффективная масса свободного носителя;

m_p – эффективная масса полярона;

m_B – масса бозонных куперовских пар;

E_d – деформационный потенциал носителя;

K – упругая постоянная решетки;

E_F – энергия Ферми;

Δ – БКШ-подобная спаривательная псевдощель;

Δ_p – поляронная псевдощель;

n_p – концентрация поляронов;

λ^p – константа БКШ-подобной связи;

T_c– температура сверхпроводящего перехода;

T^*– характеристическая температура (температура образования псевдощели в ВТСП-купратах);

$\rho_м$ – плотность ВТСП-материалов;

v_s – скорость звука;

m_{ab} – масса носителя заряда в *ab*-плоскости ВТСП-купратов;

m_c – масса носителя заряда вдоль оси *c* ВТСП-купратов;

σ_{ab} – проводимость ВТСП-купратов в *ab*-плоскости;

ρ_0– остаточное сопротивление;

ρ_{ab} – удельное сопротивление ВТСП-купратов в *ab*-плоскости;

T_{BEC} – температура Бозе–Эйнштейновской конденсации;

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и востребованность темы диссертации. В настоящее время в мире большое внимание уделяется изучению транспортных свойств ВТСП-купратов в недодопированных[1] и оптимально допированных[2] режимах, при которых проявляются различные аномалии их электрических свойств, сильно отличающихся от таких свойств обычных сверхпроводников. Изучение транспортных свойств купратов выше температуры сверхпроводящего (СП) перехода T_c может дать возможность выяснить природу их высокотемпературной сверхпроводимости. В связи с этим исследования явлений переноса носителей тока, а именно, электрических проводимостей купратных сверхпроводников в нормальном состоянии является одним из центральных направлений физики ВТСП-систем. При этом аномальными и невыясненными транспортными свойствами купратов в недодопированных режимах являются температурные зависимости удельных сопротивлений ρ_{ab} в CuO_2 плоскости решетки купратов (в *ab* плоскости) и характерные зависимости ρ_{ab} от уровня легирования образцов. Наиболее необычным поведением этих ВТСП-материалов является их псевдощелевая особенность, которая проявляется во многих экспериментально наблюдаемых эффектах, в частности, туннельных эффектах как в нормальном, так и в СП состояниях.

В последние годы в мировой практике наиболее ключевыми вопросами физики ВТСП-систем являются проблемы псевдощелевых особенностей (т.е. псевдощелевых явлений, связанных с уменьшением плотности состояний вблизи уровня Ферми) в недолегированных купратах и аномальных туннельных переходов через ВТСП–диэлектрик–нормальный металл (S–I–N) контактов.

[1]Недодопированный режим купратов – режим легирования купратов, при которой концентрация дырочных носителей $p \sim 0.05 - 0.15$.

[2]Оптимально допированный режим купратов – режим легирования купратов, при которой концентрация дырочных носителей $p \sim 0.15 - 0.17$.

Кроме того, эксперименты по фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (ARPES), сканирующей туннельной микроскопии (STM) и спектроскопии (STS) ясно показали существование сильных электрон-фононных взаимодействий, а также поляронов и биполяронов. Эти эксперименты также показали, что ВТСП является неоднородной системой и неоднородные щелевые структуры оказывают сильное влияние на туннельные спектры. Общая форма туннельных спектров также очень воспроизводима, и поэтому знания о некоторых купратах позволяют нам понять механизм высокотемпературной сверхпроводимости.

В нашей Республике уделяется большое внимание фундаментальным исследованиям, имеющим большое значение для развития материаловедения и его широкого прикладного характера для объяснения конкретных экспериментов по купратным сверхпроводникам, которые отражены в Стратегии[3] действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017–2021 гг. Проведение теоретического исследования механизмов двумерных проводимостей, легированных купратов в нормальном состоянии является крайне необходимым для решения не только фундаментальных, но и прикладных задач ВТСП-материалов. В частности, исследование поляронных и многощелевых особенностей в ВТСП-материалах и аномальных туннельных переходов через S–I–N контакты является крайне необходимым для решения фундаментальных проблем физики сильно коррелированных электронных систем.

Исследования, проведенные в данной диссертационной работе, соответствуют задачам, предусмотренным в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017-2021 гг.», № УП-4958

[3]Указ Президента Республики Узбекистан № УП-4947 «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» от 7 февраля 2017 г.

от 16 февраля 2017 года «О дальнейшем совершенствовании системы послевузовского образования», в Постановлении Президента Республики Узбекистан № ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», а также других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Диссертационная работа выполнена в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан II. «Энергетика, энергосбережение и альтернативные источники энергии».

Степень изученности проблемы. Исследования с целью экспериментального и теоретического изучения электронной структуры, транспортных свойств, механизма микроскопического спаривания, физики псевдощели, щелевых неоднородностей и туннельных характеристик в купратных сверхпроводниках и других родственных соединениях проводятся ведущими учеными мира, например швейцарскими (Ø. Fischer, Ch. Renner, M. Kugler, I. Maggio-Aprile, C. Berthod), американскими (P.W. Anderson, D. Emin, T.P. Devereaux, A. Chubukov, A. Bansil, J.Hoffman, A. Yazdani,A.C. Fang, J.C.S. Davis, K. McElroy, I. Vishik, E. Hudson), английскими (A.S. Alexandrov, A. Carrington, J.R. Cooper, A.P. Mackenzie, N.E. Hussey, J.W. Loram, J.L. Tallon), канадскими (A. Damascelli, A. Kapitulnik), белгийскими (J.T. Devreese), французскими (J. Ranninger, W. Sacks, T. Cren, D. Roditchev), японскими (H. Eisaki, S. Uchida, Y. Koike, S. Ono, Y. Ando, M. Ido, A. Matsuda, T. Kato, R. Sobota) и другими. Узбекистанскими учеными (С. Джуманов, Б.Я. Явидов, П.Ж. Байматов, Б. Абдуллаев) также проведен ряд исследований различных электронных свойств и механизма высокотемпературной сверхпроводимости купратов.

В настоящее время существует несколько теоретических моделей ВТСП: модель экситонов Гинзбурга, модель анионов Лафлина, модель Хаббарда, модель Холстейна-Хаббарда, модель Мотта-Хаббарда, модели резонирующих валентных связей Андерсона, ферми-жидкостная теория Ландау, модель маргинальной ферми-жидкости Вармы, модель почти антиферромагнитной ферми-жидкости Пайнса, модели прекурсивного БКШ-подобного спаривания носителей, учитывающих СП флуктуации выше T_c, модель малых биполяронной сверхпроводимости и т.д. Большинство моделей, предложенных для теоретического изучения купратов, основаны на доминирующей роли определенного типа взаимодействия. Многие экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в ВТСП-купратах электрон-фононное взаимодействие сильное и на порядок больше, чем другие типы взаимодействий, и носителями заряда в купратных сверхпроводниках являются поляроны, поляронные куперовские пары (или биполяроны). В связи с этим ощущается острая необходимость интерпретировать и теоретически объяснить уже собранные экспериментальные данные на основе поляронного подхода.

В настоящее время не существует еще удовлетворительной количественной теории объясняющей аномальные металлические и диэлектрические поведения $\rho_{ab}(T)$ в этих купратах при различных уровнях легирования. Кроме того, причины происхождения пик-провал-горб особенности, плечо-подобной особенности, асимметрии пиков проводимости, щелевой неоднородности и других характеристик в туннельных спектрах ВТСП-купратов также остаются предметом спора. Принимая во внимание текущее состояние проблемы, мы попытались исследовать различные возможные механизмы переноса носителей тока и туннелирования квазичастиц через S–I–N контакты, чтобы описать влияние многих эффектов на туннельные спектры и объяснить аномальное поведение плоскостного удельного

сопротивления в нормальном состоянии допированных купратных сверхпроводников в рамках полярного подхода.

Связь темы диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научно-исследовательских проектов Института ядерной физики Академии наук Республики Узбекистан по темам: ФА-Ф2-Ф070 «Необычные транспортные, тепловые и упругие свойства купратных высокотемпературных сверхпроводников $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ в их нормальном состоянии» (2007÷2011), Ф.2-12 «Механизм образования псевдощели в электронной структуре слаболегированных купратов и их проявления в туннельных характеристиках купрат-металл контактов выше температуры сверхпроводящего перехода» (2012÷2013), Ф2-ФА-Ф120 «Электронные свойства и радиационная модификация низкоразмерных высокотемпературных сверхпроводников, полупроводниковых гетероструктур, металлов и их оксидов» (2012÷2016) и ОТ-Ф2-14 «Исследование коллективных и микроскопических свойств сильновзаимодействующих многочастичных квантовых систем» (2017-2020).

Целью исследования является установление закономерностей процессов переноса заряда в купратных сверхпроводниках и S–I–N туннельных контактах.

Задачи исследования:

получить модифицированные кинетические уравнения Больцмана для описания явления переноса больших поляронов и полярных куперовских пар в нормальном состоянии купратных сверхпроводников;

рассчитать подвижность носителей заряда выше и ниже температуры псевдощелевого перехода в сверхпроводящих купратах;

рассчитать электропроводимость, а также удельное сопротивление и коэффициент Холла в приближении времени релаксации с использованием

модифицированных кинетических уравнений Больцмана и расширенной БКШ-подобной модели;

определить возможные аномалии изменения удельного сопротивления и коэффициента Холла в *ab*-плоскости решетки купратов выше T_c в зависимости от температуры и уровня легирования;

получить аналитические выражения для суммарного туннельного тока и дифференциальной проводимости, состоящей из двух компонентов, соответствующих различным процессам туннелирования, и определить туннельные характеристики S–I–N контактов;

объяснить основные особенности туннельных спектров ВТСП, такие как: приблизительно U- и V-образные подщелевые особенности, асимметрия пиков проводимости, пик-провал-горб структуры и плечо-подобные особенности внутри главных пиков проводимости;

определить роль поляронных эффектов в формировании псевдощели и в туннельных спектрах купратов, а также влияние многощелевых (т.е. щелевой неоднородности) эффектов на туннельные спектры купратных сверхпроводников при различных температурах и уровнях легирования.

Объектами исследования являются поляроны и биполяроны, высокотемпературные сверхпроводящие купраты, S–I–N контакты.

Предметом исследования являются рассеяние носителей заряда на акустических и оптических фононах, куперовское спаривание больших поляронов в плоскостях CuO_2, металлическая и неметаллическая проводимость в нормальном состоянии купратов, процессы туннелирования квазичастиц через S–I–N контакт и характеристики туннельных спектров.

Методы исследования. Метод вторичного квантования, вариационный метод, методы сильной связи, методы теории среднего поля фермионов и бозонов, расширенная БКШ-подобная модель, численные методы решения уравнений среднего поля с высокой точностью.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

выявлено, что немонотонная температурная зависимость подвижности носителей заряда в купратах обусловлена переходом к БКШ-подобному псевдощелевому режиму и образованием некогерентных поляронных куперовских пар в нормальном состоянии купратов;

впервые на основе поляронного подхода объяснены металлическая проводимость слоистых купратных сверхпроводников выше и ниже температуры псевдощелевого перехода T^* и неметаллическая проводимость этих ВТСП материалов ниже T^*;

предложена теоретическая модель туннелирования квазичастиц через S–I–N контакт, описывающая туннелирование электронов из металла в ВТСП при положительном напряжении и туннелирование дырочных больших поляронов, как свободных, так и возникающих в результате диссоциации поляронных куперовских пар, из ВТСП в нормальный металл при отрицательном напряжении;

впервые показано, что поляронные и многощелевые эффекты оказывают существенное влияние на механизмы туннелирования квазичастиц через S–I–N контакты и являются ответственными за аномальные особенности туннельных спектров в различных ВТСП-купратах.

Практические результаты исследования заключается в следующем:

разработан теоретический подход в рамках поляронной модели для объяснения механизмов туннелирования квазичастиц и немонотонной зависимости удельного сопротивления в *ab*-плоскости решетки купратов при различных температурах и уровнях легирования;

получены аналитические выражения результирующих туннельных токов и дифференциальной проводимости для объяснения различных туннельных характеристик;

установлена роль поляронов и псевдощелевого состояния в определении плоскостного удельного сопротивления, а также многощелевых эффектов в туннельных спектрах купратов.

Достоверность результатов исследования подтверждается использованием современных методов теоретической физики конденсированного состояния, соответствием теоретически полученных выводов основным закономерностям процессов туннелирования квазичастиц и двумерной электрической проводимости купратных сверхпроводников, совпадением результатов вычислений и экспериментальных данных, а также использованием высокоэффективных численных методов и алгоритмов.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования заключается как в развитии фундаментальных представлений о псевдощелевом состоянии вещества и новых туннельных переходах через S–I–N контакты выше температуры СП перехода, так и в развитии прикладного материаловедения. Кроме того, результаты исследования способствуют более глубокому пониманию явлений в нормальном состоянии купратных сверхпроводников, позволяют взглянуть на природу сверхпроводимости купратов, на псевдощелевые явления и интерпретировать туннельные характеристики S–I–N контактов с другой точки зрения.

Практическая значимость результатов исследований заключается в том, что полученные результаты по легированным купратным ВТСП могут быть использованы для развития теории высокотемпературной сверхпроводимости, расчётов электронной структуры псевдощелевого состояния купратов, туннельных характеристик S–I–N контактов и создания купратных ВТСП материалов с улучшенными электронными свойствами.

Внедрения результатов исследования. На основе полученных результатов по исследованию поляронных и многощелевых особенностей туннельных спектров и двумерной электрической проводимости купратов:

полученные результаты по определению роли поляронных эффектов для немонотонной температурной зависимости подвижности носителей заряда в купратных сверхпроводниках были использованы зарубежными исследователями (ссылки в международных научных журналах Journal of the Physical Society of Japan **88**, 064711, 2019; Physica B: Condensed Matter **548**, 58-70, 2018; Pramana – Journal of Physics **91**, 84, 2018) для изучения электронной структуры и фазового состояния монокристаллов Bi-2212, при различых уровнях легирования. Использование научных результатов позволило объяснить природу переноса заряда в неоднородных купратах;

полученные результаты в рамках поляронных представлений при изучении металлической проводимости выше и ниже T^* и неметаллической проводимости ниже T^*, а также коэффициента Холла R_H в нормальном состоянии легированных купратов были использованы зарубежными исследователями (ссылки в международных научных журналах International Journal of Modern Physics B **29**, 1550180, 2015; Physica B **457**, 113–116, 2015; Applied Physics Research **7**, No. 4, 2015; Physica C **524**, 18–23, 2016; Current Applied Physics **16**, 931-938, 2016; Low Temperature Physics **44**, 81 (2018); Physica Scripta **94**, 055803, 2019; Journal of the Physical Society of Japan **88**, 064711, 2019; Applied Sciences **10**, 2286, 2020) как перспективный этап в изучении транспортных свойств легированных купратных соединений на основе поляронной модели. Использование научных результатов позволило определить происхождение псевдощели, появляющейся в нормальном состоянии, при $T^* > T_c$ в недодопированных купратах;

предложенная модель, объясняющая туннелирование квазичастиц через S–I–N контакты, а также обеспечивающая адекватное описание туннельных

спектров неоднородных купратных сверхпроводников использована зарубежными исследователями (ссылки в международных научных журналах International Journal of Modern Physics B **29**, 1550180, 2015; Physics Letters A **381**, 2731-2735, 2017; Journal of the Physical Society of Japan **88**, 064711, 2019; Physica Scripta **94**, 055803, 2019) при исследовании течения сверхтока с большими сверхпроводящими щелями, возникающими в результате спаривания поляронов (биполяронов) в реальном пространстве в неоднородных купратных сверхпроводниках. Использование научных результатов позволило выяснить природу многощелевой картины, а также основные особенности туннельных характеристик в неоднородных купратах.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 9 международных и республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 17 научных работ, 8 научных статей в изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций, из них 6 статей в зарубежных научных журналах.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы и двух приложений. Объем диссертации составляет 141 страницы.

Список опубликованных работ:

1. Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S., Kurbanov U.T. Effect of polaronic pseudogap on tunneling spectra of high-T_c cuprate superconductors // Uzbek Journal of Physics - Tashkent (Uzbekistan), 2012. – No 3(14). -pp. 149-157 (01.00.00. №5).
2. Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S. Pseudogap formation and unusual quasiparticle tunneling in cuprate superconductors: Polaronic and multiple-gap effects on the tunneling spectra // Physica B: Condensed Matter. – Elsevier (Netherlands), 2013.– Vol. 427. pp. 22-30. (№4. Journal Citation Reports; IF=1.902).
3. Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S. Normal-state conductivity of underdoped to overdoped cuprate superconductors: Pseudogap effects on the in-plane and c-axis charge transports // Physica B: Condensed Matter. – Elsevier (Netherlands), 2014.– Vol. 440. pp. 17-32. (№4. Journal Citation Reports; IF=1.902).
4. Ganiev O.K. Modeling study of peak-dip-hump structure in tunneling spectra of high-temperature superconducting cuprates // European Physical Journal B. – Springer Berlin Heidelberg (Germany), 2016.– Vol. 89. id.274. – 7p. (№4. Journal Citation Reports; IF=1.347).
5. Yavidov B., Djumanov Sh., Saparbaev T., Ganiyev O., Zholdassova S., Tulepbergenov S., Kurbanov U. The combined effect of lattice's uniaxial strains and electron-phonon interaction's screening on T_{BEC} of the intersite bipolarons // International Journal of Modern Physics B. – World Scientific (Singapore), 2016.– Vol. 30. – id.1650186. – 11p. (№4. Journal Citation Reports; IF=0.833).
6. Ganiev O.K. Polaron effects and the charge carrier mobility in high-T_c cuprate superconductors // Uzbek Journal of Physics - Tashkent (Uzbekistan), 2016. – No 3(18). -pp. 173-179 (01.00.00. №5).

7. Ganiev O.K. Importance of polaron effects for charge carrier mobility above and below pseudogap temperature in superconducting cuprates // Pramana – Journal of Physics. – Springer (India), 2017.– Vol. 88. id.80. – 8p. (№4. Journal Citation Reports; IF=1.110).
8. Ganiev O., Elmurodov A. Explanation of non-linear in-plane resistivity and Hall coefficient in the normal state of cuprates: Polaronic approach // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. – Springer (USA), 2018. Vol. 31, Issue 6, pp 1715–1726. (№4. Journal Citation Reports; IF=1.244).
9. Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S. Modeling of quasiparticle tunneling spectra of high-T_c cuprate superconductors // International Conference "Nuclear Science and its Application" 25-28 September 2012, Samarkand, 2012, pp. 290-291.
10. Джуманов С., Ганиев О.К., Джуманов Ш.С., Курбанов У.Т. Влияние поляронных псевдощелей на туннельные спектры высокотемпературных сверхпроводников // Международная конференция молодых ученых и специалистов «Актуальные вопросы мирного использования атомной энергии», посвященная 20-летию образования НЯЦ РК и 55-летию образования ИЯФ НЯЦ РК, 6-8 июня 2012 г. - Алматы (Казахстан), 2012. -С. 17.
11. Ganiev O.K. Carrier localization and temperature dependence of c-axis conductivity of cuprates at different doping levels // Regional Conference of Young Scientists "Recent Trends in Physical & Biological Sciences", 7-8 March 2014. - Bangalore (India), 2014. - p. 27.
12. Ganiev O.K. Temperature dependence of the polaron hopping drift mobility in layered cuprate superconductors // VII Eurasian Conference "Nuclear science and its application", 21-24 October, 2014. - Baku (Azerbijan), 2014. -pp. 240-241.
13. Ganiev O.K. Doping dependence of the in-plane resistivity of high temperature cuprate superconductors // Сборник тезисов докладов Республиканской

конференции, посвященной 100-летию академика С.А. Азимова, «Фундаментальные и прикладные вопросы физики», 6 - 7 ноября 2014 г. - Ташкент (Узбекистан), 2014. – С. 54-55.

14. Ганиев О.К. Роли многощелевых эффектов в необычных туннельных спектрах ВТСП купратов при различных температурах и уровнях легирования // IV Республиканская Конференция Молодых Физиков Узбекистана «Ядерная физика и ядерные технологии», ИЯФ АН РУ, 2-3 декабря, 2014 г. - Ташкент (Узбекистан), 2014. -С. 173-176.
15. Ganiev O.K. Defect- and phonon-assisted self-trapping of carriers in lightly doped cuprate superconductors // The International Conference Proceedings “Fundamental and Applied Problems of Physics”, 5-6 November 2015. - Tashkent, 2015. - pp.198-203.
16. Ganiev O.K. Modeling study of peak-dip-hump structure in tunneling spectra of high-temperature superconducting cuprates // The International Symposium Proceedings “New Tendencies of Developing Fundamental and Applied Physics: Problems, Achievements, Prospectives”, 10-11 November 2016.-Tashkent, 2016. - pp. 46-47.
17. Ganiev O.K., Yavidov B.Ya. Influence of electron-phonon interaction’s screening and lattice’s uniaxial strains on BEC temperature of the intersite bipolarons // The Ninth International Conference “Modern Problems of Nuclear Physics and Nuclear Technologies”, 24-27 September 2019. - Tashkent (Uzbekistan), 2019. - pp. 225-226.

I. ПЕРЕНОСА ЗАРЯДА В КУПРАТНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Высокотемпературная сверхпроводимость в купратах является одним из самых интригующих явлений, возникающих в сильно коррелированных электронных системах [1; с.189–193]. В настоящее время механизм переноса заряда остается одной из центральных проблем в исследованиях ВТСП, потому что это тесно связано с особенностями сильно коррелированной электронной системы, в которой реализуется сверхпроводимость с высокой T_c. В частности, аномальное поведение переноса заряда в нормальном состоянии купратных сверхпроводников поставило много сложных вопросов и вызвали значительный интерес.

§ 1.1. Подвижность носителей заряда и псевдощель

Электрический ток, генерируемый поляронами в приложенном внешнем однородном электрическом поле $\boldsymbol{E}$, имеет обычный вид [2; с.424]

$$\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E}, \tag{1.1}$$

где σ - диагональная составляющая тензора электропроводности, который в решетке кубической симметрии изотропен.

Дрейфовая подвижность поляронов μ может быть определена через электропроводность

$$\sigma = ne\mu, \tag{1.2}$$

где n - концентрация поляронов, а e - электрический заряд, равный заряду свободного электрона. Дрейфовую подвижность можно рассматривать как среднюю скорость n поляронов в единичном электрическом поле. Если

существует время релаксации τ, которое описывает релаксацию возмущенного распределения поляронов к распределению Максвелла-Больцмана под влиянием рассеяния, то дрейфовая подвижность равна

$$\mu = \frac{e}{m^*}\langle\tau\rangle, \tag{1.3}$$

здесь для изотропного времени релаксации $\tau = \tau(E)$,

$$\langle\tau(E)\rangle = \frac{4}{3\pi^{\frac{1}{2}}(k_B T)^2}\int_0^\infty \tau(E)\,\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{E}}{k_B T}} E^{\frac{3}{2}} dE. \tag{1.4}$$

если постоянная Холла R не равна $1/(nec)$, то в этом случае дрейфовая подвижность отличается от холловской подвижности

$$\mu_H = R\sigma, \tag{1.5}$$

В слабых магнитных полях, где циклотронная частота $\omega_\mathrm{c} = eH/m^*c$ намного меньше, чем частоты столкновений τ^{-1}, постоянная Холла равна [3; с.283–365]

$$R = -\frac{1}{nec}\frac{\langle\tau^2\rangle}{\langle\tau\rangle^2}, \quad (\omega_\mathrm{c}\tau)^2 \ll 1. \tag{1.6}$$

Постоянная Холла в сильных магнитных полях не зависит от степени вырождения носителей заряда или от энергетической зависимости τ и имеет следующий вид [4; с.1799–1807]

$$R_\infty = -\frac{1}{nec}, \quad (\omega_\mathrm{c}\tau)^2 \ll 1, \tag{1.7}$$

Это условие сильного магнитного поля экспериментально сложно выполнить, в частности, в области средних и высоких температур $k_B T \gtrsim \hbar\omega_0$, где преобладает рассеяние на оптических фононах. Поэтому для нахождения подвижности обычно пользуются постоянной Холла в слабых полях. В чистых кристаллах при низких температурах, когда еще слабо возбуждены оптические фононы, доминирует рассеяние на акустических фононах. Изменение энергии полярона при его рассеянии на акустических фононах мало. Кроме того, матричный элемент взаимодействия полярона с длинноволновым акустическим фононом меньше матричного элемента взаимодействия полярона с электрическим полем дипольных моментов, связанных с поляризационными волнами [2; с.424].

При высоких температурах $k_B T \gtrsim \hbar\omega_0$ преобладает рассеяние на оптических фононах. Чтобы вычислить соответствующую подвижность поляронов, Шульц [5; с.526] разработал теорию, основанную на модели Фейнмана, которая использует уравнение Больцмана с резонансным рассеянием как фундаментальный процесс рассеяния. В данной работе анализируется задача расчета подвижности поляронов, определяемой рассеянием фононов продольной оптической моды. Также параметры поляронной модели Фейнмана были рассчитаны численно для различных значений электрон-решеточных взаимодействий в обычной идеализации задачи о медленном электроне в ионном (полярном) кристалле.

Совершенно другое приближение в задаче о подвижности полярона было использовано Фейнманом, Хеллворсом, Иддингсом и Платцманом (ФХИП) [6; с.1004]. Они определили подвижность полярона, вычисляя функцию линейного отклика в электрическом поле через фейнмановский интеграл по путям, при этом в действии учитывалось влияние электрического поля на движение полярона.

При высоких температурах $k_B T \gtrsim \hbar\omega_0$, соответствущая формула для подвижности полярона, согласно (1.3), имеет вид

$$\mu = \frac{4}{3\pi^{1/2}} \frac{e z^{1/2}}{m^{**} \alpha \omega_0}, \qquad z = \frac{\hbar\omega_0}{k_B T} \ll 1. \tag{1.8}$$

При низких и промежуточных температурах, когда время релаксации не существует, был использован вариационный принцип Колера [7; с.772] для расчета подвижности электронов, взаимодействующих с поляризационными фононами [8; с.585–596]. Результат выглядит следующим образом

$$\mu = \frac{4}{3\pi^{1/2}} \frac{e}{m^{**} \alpha \omega_0} \left[G(z) \frac{(e^z - 1)}{z^{1/2}} \right], \tag{1.9}$$

где $G(z)$ есть функция порядка 1, определенная Хауварсом и Зондхеймером [9; с.53–74]. При $z \ll 1$ функция $G(z)$ стремится к 1 и (1.9) переходит в высокотемпературную формулу (1.8). При $z \gg 1$ функция $G(z)$ стремится к постоянной, умноженной на $z^{1/2}$, так что низкотемпературная подвижность изменяется как e^z. Экспоненциальная температурная зависимость подвижности, характерная для рассеяния на оптических фононах, число заполнения которых есть $(e^z - 1)^{-1}$, была впервые найдена Фрёлихом [10; с.230–241]. Вышеприведенные формулы для подвижности μ применимы в случае слабой связи, когда $\alpha \lesssim 1$. В случае сильной связи $\alpha \gg 1$ Пекар [11; с.367] сформулировал теорию подвижности полярона на основе своего гамильтониана для полярон-фононной системы.

Кроме того, Лоу и Пайнс [12; с.414–418] исследовали полярон-фононное рассеяние и получили результат для вероятности рассеяния, аналогичный результату Шульца для резонансного рассеяния. Авторы рассчитали вероятность перехода, используя формулу *S*-матрицы, полученную Лоу [13;

с.1392–1398] для фермион-бозонного рассеяния. При вычислении матрицы рассеяния в качестве начального и конечного состояний полярона использовались состояния, соответствующие низким энергиям, полученные в теории промежуточной связи Ли, Лоу и Пайнса [14; с.297–302]. Волновые функции поляронов, используемые в качестве промежуточных состояний, содержат только бесфононные и однофононные члены. В этом случае результат для подвижности поляронов аналогичен результату Шульца

$$\mu = \frac{e}{2m^*\alpha\omega_0}\left(\frac{m^*}{m^{**}}\right)^3 f(\alpha)e^z, \qquad z \gg 1, \tag{1.10}$$

где функция $f(\alpha) = 1$ для $\alpha = 0$ и изменяется при малых α как α^2, $f(\alpha)$ является медленно возрастающей функцией α и достигает 1.4 при $\alpha = 7$.

Каданов [15; с.1364–1369] дал изящный метод получения подвижности поляронов за счет резонансного рассеяния при низких температурах. Его расчет основан на уравнении Больцмана для распределения поляронов, каждый из которых описывается моделью Фейнмана. Его результат отличается от результата ФХИП только отсутствием множителя $3/2z$.

Некоторые другие авторы изучали подвижность поляронов большого радиуса с помощью метода матрицы плотности. Осака [16; с.517–536] получил подвижность полярона в постоянном поле, вычисляя функцию отклика $\phi(\tau)$, определенную через линейное изменение матрицы плотности в электрическом поле [17; с.570–586]. Функция отклика, или корреляционная функция токов, записывается через интеграл по путям. Из экспоненциального спада функции отклика Осака определил, время столконовений. В случае слабой связи и низких температур он получил для подвижности результат теории возмущений (1.9). Как функция α подвижность при низких температурах уменьшается и имеет минимум при $\alpha \approx 7$. Морита [18] вычислил подвижность на основе общей

теории рассеяния, используя формулировку Гелл-Манна и Голдбергера [19; с.398–408]. Его результат приблизительно совпадает с выводами теории возмущений.

Лангрет и Каданов [20; с.A1070–A1075] получили формулу для подвижности полярона, используя формулу Кубо [17; с.570–586]. Они выразили корреляционную функцию токов через двухчастичную функцию Грина (в отсутствие электрического поля). Затем двухчастичная гриновская функция была разложена в ряд по одночастичным гриновским функциям и электрон-решеточному взаимодействию. Их результат в случае слабого взаимодействия совпадает с (1.9), если для m^{**} выбрать выражение, полученное в пределеле слабой связи.

Известна, что полярон определяется как носитель, обернутый как в фононное облако, так и в электронное поляризационное облако [21]. Поэтому электронное поляризационное облако вокруг дырочного носителя можно рассматривать как малый электрон-подобный карман на дырочной поверхности Ферми допированных купратов. Если носитель тока сильно локализован в режиме сильной связи, характерные времена релаксации для дырочных носителей и электронных поляризаций составляют примерно $\tau_h \sim 10^{-14}$с и $\tau_e \sim 10^{-15}$с, соответственно. В этом случае электронное поляризационное облако (электрон-подобный карман), индуцированное дырочным носителем, должно учитываться при переносе полярона. При $\tau_h \sim \tau_e$ носитель тока достаточно делокализован в режиме промежуточной связи, и электронная поляризация становится неважной [21]. Такая ситуация для больших дырочных поляронов, вероятно, реализуется ниже и выше T_c в купратных сверхпроводниках при нулевом магнитном поле. Однако в магнитных полях, достаточно больших для подавления сверхпроводимости, ситуация совершенно иная для дырочных носителей в недодопированных купратах при достаточно низких температурах из-за локализации носителей заряда сильными

магнитными полями [22; с.398]. Подобное объяснение этих экспериментов было недавно предложено на основе анализа подвижности носителей заряда [23; с.121–132], которая сильно уменьшается при низких температурах из-за образования малого полярона. Кроме того, малый полярон обычно движется некогерентно за счет последовательных термически активированных скачков. Преобладание электрон-фононного взаимодействия ближнего действия обеспечивается таким образом, что изменение электронной энергии, сопровождающее перенос ближайшего соседа, превышает его энергию переноса [24; с.305-348. 25; с.227]. В связи с этим, подвижность малого полярона обычно составляет менее 0.1-1 $см^2/(В·сек)$, например, $\mu \leq 1$ $см^2/(В·сек)$ при 300К [26; с.918-934. 27; с.520. 28; с.476]. Подвижность увеличивается с ростом температуры, когда малый полярон движется за счет термически активированных некогерентных скачков. Но в купратах подвижность носителей заряда уменьшается с ростом температуры, что не характерно для малого полярона. В настоящее время имеются достаточное количество работ явно свидетельсвующие о том, что соответствующими носителями заряда в купратах являются большие поляроны (см. работы [29; с.066501-52. 30; с.2625-2628. 31; с.897-928] и ссылки там). В отличие от малого полярона, движение большого полярона согласовано со многими атомами решетки. Еще одной особенностью купратов, обусловленный поляронами, наличие псевдощели ПС на уровне Фреми. Вопрос о том, как будет подвижность носителей заряда в псевдощелевом состоянии купратов, остается открытым.

Из приведенного обзора следует, что учет поляронных эффектов крайне необходим для объяснения природы переноса заряда и вычисления подвижности носителей заряда в купратах. В связи с этим, представляет большой интерес проводить тщательное теоретическое исследование подвижности носителей заряда на основе модифицированного уравнения

переноса Больцмана в приближении времени релаксации в купратных материалах.

Далее, энергетическая щель в нормальном состоянии или псевдощель является уникальным свойством этого класса сверхпроводящих материалов, в дополнение к беспрецедентной высокой сверхпроводящей T_c. Происхождение псевдощели - главная нерешенная проблема купратной сверхпроводимости [32; с.61-122]. Многие считают, что это ключ к пониманию аномального нормального состояния и сверхпроводимости в этих материалах.

Мотт [33; с.677-683] предложил термин псевдощель для обозначения минимума электронной ПС вблизи уровне Ферми. Псевдощель в купратных сверхпроводниках была впервые обнаружена с помощью исследований ядерного магнитного резонанса и магнитной восприимчивости [34; с.1193-1196. 35; с.9574-9577. 36; с.130-133], которые измеряют температурную зависимость сдвига Найта и скорости спин-решеточной релаксации. Сдвиг Найта пропорционален ПС на энергии Ферми; при температуре кроссовера T^* наблюдалось постепенное истощение, что свидетельствует об открытии псевдощели значительно выше T_c на недодопированной стороне купратной фазовой диаграммы. В целом эффект псевдощели наблюдается во всех измерениях купратов, но в разных экспериментах определяется по-разному. Псевдощель максимальна при легировании $x \sim 0.05$, где x - число дырок на один плоский CuO_2. Псевдощель уменьшается примерно линейно с увеличением x, и ее величина составляет ~ 80 мэВ для $x \approx 0.05$, где T_c и сверхпроводящая щель почти равны нулю. Объемные измерения показывают, что псевдощель стремится к нулю при $x \approx 0.19$, [37; с.53-68. 38; с.092502-4] тогда как максимальное легирование для сверхпроводимости находится при $x \approx 0.27$. Кроме того, измерения с помощью STM [39; с.353-419. 40; с.569-572. 42; с.677-680. 42; с.213–216] обнаруживают изменяющуюся в пространстве псевдощель со средним значением, которое уменьшается с легированием.

Поскольку псевдощель появляется в нормальном состоянии выше сверхпроводящей T_c и исчезает при значении допирования внутри сверхпроводящей фазы, понимание ее происхождения имеет решающее значение для определения механизма сверхпроводимости и свойств аномального нормального состояния купратов.

Также считалось, что псевдощель происходит из-за флуктуирующего или короткодействующего явления кроссовера, возникающего из локализованных носителей в форме поляронов. Теоретически до сих пор не было достигнуто единого мнения о происхождении фазы псевдощели, и, кроме того, оставалось неясным, какую роль эта фаза играет для ВТСП. В этом отношении, необходимы подробные теоретические исследования для решения фундаментальных вопросов о возможности существования псевдощели в спектрах возбуждения купратов.

§ 1.2. Проводимость в нормальном состоянии

Экспериментальные исследования свидетельствуют о том, что характерные особенности удельного сопротивления и коэффициента Холла как функции температуры и допирования показывают различные аномальные поведения во всех семействах дырочно-допированных купратов.

Для понимания различных электронных свойств купратных сверхпроводников и механизма высокотемпературной сверхпроводимости, прежде всего, необходимо выяснить механизмы спаривания носителей в реальных и импульсных пространствах, образования различных псевдощелей, металлических и неметаллических проводимостей в нормальном состоянии ВТСП-материалах при различных температурах и уровнях легирования.

Стандартные теории твердого тела и сверхпроводимости, основанные на квантово-механическом рассмотрении свободных электронов, движущихся в

периодическом потенциале решетки, и на модели БКШ спаривания носителей при слабом электрон-фононном взаимодействии [43; с. 8-38. 44; с.505-536. 45; с.1078-1084], встретились со значительными трудностями при описании СП и нормальных свойств слоистых купратных сверхпроводников. Предпринимались многочисленные попытки описать электронные свойства купратных сверхпроводников в рамках различных нестандартных теоретических моделей, таких как модель резонирующих валентных связей предложенный Андерсоном [46; с.454] и развитым другими авторами [47; с.17-85], основанные на разделении заряда и спина [47; с.17-85. 48; с.6120-6147], модели СП флуктуации [47; с.17-85. 49; с.434-437. 50; с.157-160], прекурсивного БКШ-подобного спаривания больших поляронов [51; с.2269-2270. 52; с.13121-13128. 53; с.385-418. 54; с.2151-2224], модели маргинальной Ферми-жидкости Вармы [55; с.1996-1999], почти антиферромагнитной Ферми-жидкости Пайнса [56; с.8576-8595], модели больших биполяронов [57; с.343-367] и малых биполяронов [58; с.279-291. 59; с.300. 60; с.5337-5348. 61; с.807-810. 62; с.71-76. 63; с.1650186-11].

Большинство из этих теоретических подходов основанные на сильных электронных корреляциях, описываемых моделью Хаббарда и так называемой t-J моделью, которые хорошо применимы лишь для недопированных купратов, рассматривают электронные подсистемы слоистых ВТСП как двухмерные (2D) системы и пренебрегают эффектами трехмерности и доминирующими электрон-фононными взаимодействиям. Эти подходы к решению задачи о нормальном и СП состоянии допированных купратных сверхпроводников в рамках модели Хаббарда и t-J модели, как правило, приводят к результатам, противоречащим друг другу, поэтому возникают сомнения относительно адекватности и применимости этих моделей даже к недодопированным ВТСП-купратам [64; с.191-196].

В связи с этим, детальные теоретические исследования механизмов металлических и неметаллических проводимостей допированных ВТСП-

купратов в рамках надлежащих теоретических подходов являются весьма необходимыми для обяснения интригующих транспортных свойств этих материалов.

§ 1.3. Туннельные спектры S–I–N контактов

Среди экспериментальных методов, сканирующая туннельная микроскопия и спектроскопия [39; с.353-419. 40; с.569-572. 65; с.207-208. 66; с.197005-4. 67; с.017007-4. 68; с.880-881], фотоэмиссионная спектроскопия [69; с.473-541. 70; с.18332-18337] сделали значительный прогресс в изучении электронных свойств купратных сверхпроводников. STM и STS методы являются очень чувствительными к любой энергетической щели в ПС на уровне Ферми и к электронным (или щелевым) неоднородностям, которые свойственны ВТСП-купратам [39; с.353-419. 40; с.569-572. 67; с.017007-4]. Однако, для ВТСП купратов ситуация довольно сложна из-за наличия поляронных эффектов, электронной неоднородности и многощелевых структур [29; с.066501-52. 47; с.17-85. 71; с.484-494. 72; с.481-501]. Например, в туннельных спектрах ВТСП-купратов проявляются щелевые особенности как в СП состоянии, так и в нормальном состоянии, что дает прямую информацию об электронных состояниях и щелевых или псевдощелевых неоднородностях [39; с.353-419. 69; с.473-541. 73; с.149-152. 74; с.65-68]. Различные STM и STS измерения по ВТСП-купратам, показали богатое разнообразие туннельных спектров (т.е. дифференциальных проводимостей) (dI/dV) S–I–N туннельных контактов. Эти туннельные спектры показывают многие аномальные особенности, такие как U- и V-образные особенности, плечи внутри пиков проводимостей [39; с.353-419. 40; с.569-572. 65; с.207-208. 66; с.197005-4. 67; с.017007-4. 68; с.880-881. 69; с.473-541] асимметричные пики [73; с.149-152. 74; с.65-68. 75; с.1692-1695. 76; с.153-156] и провал-горб структуры [73; с.149-152.

74; с.65-68. 76; с.153-156. 77; с.1018-1021. 78; с.53-56. 79; с.9208-9218. 80; с.103-109]. Причины происхождения пик-провал-горб особенности и асимметрия пиков в туннельных спектрах ВТСП-купратов были также предметом спора. Эти особенности туннельных спектров приписывались либо несобственным (зонным) эффектам (т.е. Ван Хов сингулярности и двухслойному расщеплению) [81; с.1-8. 82; с.3650-3662. 83; с.224502-7] или собственным эффектам таким как частица-дырочной асимметрии [84; с.514-521. 85; с.282-289], эффектам сильной связи (которые возникают от связи к фононной моде [86; с.3262-3264] или к коллективной электронной моде [84; с.514-521]) и эффекты собственной энергии [87; с.174517-15].

Несмотря на значительные теоретические и экспериментальные усилия [32; с.61-122. 37; с.53-68. 39; с.353-419. 69; с.473-541. 86; с.3262-3264. 88; с.539-564. 89; с.21-25. 90; с.1535-1540. 91; с.483-495. 92; с.062501-9. 93; с.840–842. 94; с.149–152. 95; с.257-262. 96; с.065014-32. 97; с.373-379. 98; с.341-346], затраченные на изучение туннельных явлений в купратах, природа псевдощелевых аномалий и причины происхождения пик-провал-горб структур в туннельных характеристиках недолегированных ВТСП-систем остаются пока неизвестными. Известные теории, хорошо описывающие металлическое и СП состояния низкотемпературных сверхпроводников оказались неадекватными для описания основных особенностей и щелевой неоднородности картины туннельных характеристик через S–I–N контакты. Однако эти теоретические модели неадекватно описывают наличие различных псевдощель в купратных сверхпроводниках и они часто противоречат друг другу (см. [36; с.53-68. 45; с.1078-1084. 88; с.539-564. 99; с.403202-11. 100; с.15053–15061. 101; с.164-168. 102; с.33-38. 103; с.214510-17. 104; с.10-11. 105; с.026401-4. 106; с.457-482]).

Как видно, из вышеприведённого обзора, исследование туннельных переходов через S–I–N контакты и псевдощелевых явлений в туннельных

спектрах неоднородных ВТСП-материалах является крайне необходимым для решения фундаментальных проблем физики ВТСП-систем.

Выводы по Главе I и постановка задачи

На основе анализа литературы по теме диссертации можно сделать следующие выводы:

1. Имеются многочисленное количество экспериментальных работ, убедительно показывающий, что в купратах электрон-фононное взаимодействие является доминирующей в определении динамики носителей заряда и что, носителями заряда в купратах являются поляроны большого радиуса.
2. К настоящему времени имеются большинство теоретических работ по описанию электронных свойств купратов в рамках различных нестандартных теоретических моделей, основным недостатком которых, является игнорирование поляронных эффектов.
3. Электропроводимость купратов вдоль медно-кислородной плосткости является сложной функцией температуры и степени допирования. Для определения электропроводимости купратов, следует определить подвижность носителей заряда в купратах с учетом особенностей электрон-решеточной системы купратов, а именно поляронный характер носителей заряда.
4. Теоретичесое объяснение зависимости двумерной электропроводимости от температуры и степени допирования купратов в рамках имеющихся моделей нельзя назвать удовлетворительной и полной из-за игнорирования поляронных особенностей купратов, в частости, псевдощелевую структуру спектра носителей заряда.

5. Поляроны и псевдощель в спектре носителей заряда должны проявлять себя в характеристиках SIN контактов.
6. Имеющиеся теории, объясняющие характеристики SIN контактов, в основном не учитывают полярoнную природу носителей заряда в купратах и не в состояний объяснить происхождение «пик-провал-горб структуры» в туннельных характеристиках купратов.
7. Кроме того, имеющиеся теории, объясняющие характеристики SIN контактов, не учитывают псевдощелевую особенность в спектре носителей заряда и, еще боле важное особенность, имеющееся неоднородность псевдощелевой структуры в купратах.

На основании этих выводов сформулированы цель и задачи диссертации, которые описаны во введении.

II. ПОДВИЖНОСТЬ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В КУПРАТАХ

В этой главе будет рассмотрена важность поляронных эффектов подвижности носителей заряда в ВТСП-купратах. Для того, чтобы рассчитать подвижность носителей выше и ниже T^*, мы используем соответствующие уравнения переноса Больцмана в приближении времени релаксации. В частности, мы рассмотрим вопрос о том, как происходит рассеяние носителей при акустических и оптических колебаниях решетки и куперовское спаривание больших поляронов в плоскостях $\mathrm{CuO_2}$ купратных сверхпроводников выше T_c. Эта глава основана на наших опубликованных статьях [107; с.173-179. 108; с.80-8].

§ 2.1. Энергетические щели и фазовая диаграмма купратных сверхпроводников

Как известно, в рамках теории Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) [109; с.1175-1204], все куперовские пары электронов конденсируются в одно- и низкоэнергетическое состояние. В этом состоянии эквивалентная энергия одиночного электрона, которая определяется как полная энергия состояния, деленная на число электронов, принимается равной энергии Ферми E_F. Энергии, лежащие выше этого основного состояния (разделенные энергией сверхпроводящей щели Δ), являются возбужденными состояниями квазичастиц. Для данного волнового вектора $\mathbf{k}$ энергия E_k этих квазичастичных состояний задается в теории БКШ как $E_\mathbf{k} = \sqrt{\xi_\mathbf{k}^2 + \Delta_\mathbf{k}^2}$, где энергетическая щель Δ может в общем случае также изменяться в зависимости от $\mathbf{k}$, но предполагается, что она является постоянной в исходном БКШ уравнении. Кроме того, к эффективной потенциальной энергии щели возбужденные квазичастицы также имеют кинетическую энергию $\xi_\mathbf{k} = \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m^*} - E_F$.

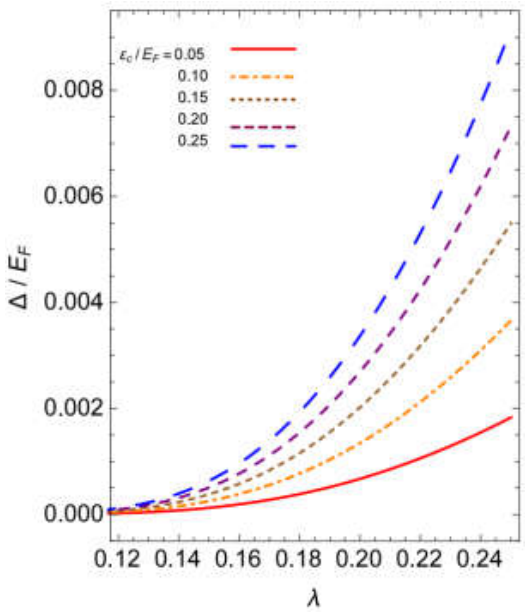

Рис. 2.1. Сверхпроводящая щель Δ как функция константы связи λ для различных энергий обрезания взаимодействий ε_c, нормированных на энергию Ферми E_F

На рисунке 2.1 сверхпроводящая щель представлена как функция БКШ константы связи λ для различных значений энергии обрезания ε_c. Безразмерная константа связи λ определяется как $\lambda = N(E_F)V_0$, где $N(E_F)$- плотность состояний на уровне Ферми. Сверхпроводящая щель экспоненциально подавляется при малых значениях взаимодействия $\lambda \simeq 0.25$ (хорошо известный предел БКШ слабой связи $\Delta = 2\varepsilon_c e^{-1/\lambda}$ был восстановлен нашими численными расчетами) и увеличивается при больших значениях взаимодействия. Сверхпроводящая щель становится все больше и больше, когда энергия обрезания ε_c увеличивается. Как видно из рисунка 2.1 в обычных сверхпроводниках электрон-фононное взаимодействие является слабым и поэтому, куперовское спаривание электронов и БКШ конденсации куперовских пар в сверхтекучее (СТ) Ферми-жидкостное состояние происходят одновременно при критической температуре СП перехода T_c. В

противоположность этому, в купратных сверхпроводниках куперовское спаривание одетых носителей заряда (т.е. носители заряда одетые в деформационные шубы (статические деформационные облака)) при промежуточных и сильных электрон-фононных взаимодействиях может происходить при характеристической температуре T^* выше, чем T_c, при которых предварительно формированные куперовские пары конденсируются в СТ бозе-жидкостное состояние. В результате этого ниже T^* БКШ-подобная энергетическая щель проявляется как псевдощель в купратных ВТСП, как наблюдается во многих экспериментах [32; с.61-122. 37; с.53-68. 39; с.353-419. 47; с.17-85. 69; с.473-541. 88; с.539-564]. Утверждалось, что в этих ВТСП-материалах БКШ-подобная энергетическая щель, проявляющаяся на поверхности Ферми ниже T^*, должна быть отличной от СП параметра появляющегося ниже T_c. В этой связи нами проведены теоретические исследования возможности существования поляронной псевдощели и куперовского спаривания больших поляронов в нормальном состоянии ВТСП-купратов, приводящие к образованию БКШ-подобной спаривательной псевдощели в спектрах возбуждения ВТСП-купратов при промежуточных электрон-фононных взаимодействиях. ВТСП-купраты является полярными материалами в которых образование больших поляронов становится возможным при промежуточных и сильных электрон-фононных взаимодействиях [51; с.2269-2270. 52; с.13121-13128. 110; с.1330-1335]. При низких уровнях легирования узкие энергетические зоны больших поляронов образуются внутри энергетической щели переноса заряда (т.е. внутри запрещенной зоны недодопированных купратов), тогда как квазисвободные дырочные (электронные) состояния валентной зоны (или зоны проводимости) становятся возбужденными состояниями. Энергия возбуждения больших поляронов проявляется в спектрах возбуждения ВТСП-купратов как поляронная псевдощель. Сильные сильное электрон-фононные взаимодействия приводят к

понижению электронной энергии (т.е. уровень Ферми или химический потенциал смещается) на величину Δ_p (поляронное смещение электронных состояний) с открыванием поляронной псевдощели Δ_p на уровнях Ферми квазисвободных носителей. Поэтому, в недодопированном режиме поляронный уровень Ферми ε_F лежит внутри запрещенной зоны ВТСП-купратов и пороговая энергия для возбуждения носителя из поляронного состояния в свободное состояние носителя будет равна Δ_p. По-видимому, плоская энергетическая зона (которая находится ~ 0.12 эВ ниже энергия Ферми квазисвободных носителей) обнаруженная с помощью ARPES в недодопированных купратных сверхпроводниках [111; с.094504-11] является энергетической зоной больших поляронов так как эта узкая зона постепенно сдвигается вверх с увеличением уровня легирования и эффективная масса носителей полученная на основе анализа ARPES составляет около $2.1m_e$. По мере того, как допирование (или концентрация полярона n_p) увеличивается в направлении недодопированной области, кулоновское отталкивание между поляронами увеличивается, и энергия связи E_p поляронов уменьшается так, что поляронный эффект ослабевает с увеличением допирования и исчезает в передопированной области. Действительно, энергии связи поляронов $E_p = 0.12$ эВ и $E_p = 0.06$ эВ наблюдались экспериментально в недодопированных и оптимально допированных купратах, соответственно [30; с.2625-2628]. Когда уровень допирования увеличивается, кулоновское отталкивание между поляронами увеличивается в металлическом состоянии и энергия связи больших поляронов E_p уменьшается. При этом, диссоциация больших поляронов происходит при некотором критическом уровне легирования $p = p_c$. При $p < p_c$ пороговая энергия для возбуждения носителя из поляронного состояния в состояние свободного носителя или для диссоциации большого полярона может быть приближенно определена как [112; с.155–160]

$$\Delta_p = E_p - E_c \tag{2.1}$$

где $E_c = e^2/\varepsilon_0 a_p$ энергия кулоновского взаимодействия между двух больших поляронов,

$a_p = (3/4\pi n_p)^{1/3}$ среднее расстояние между этими поляронами.

В режиме сильного электрон-фононного взаимодействия прекурсивное спаривание больших поляронов посредством обмена статических фононов (т.е. деформационной шубы) происходит в реальном пространстве и приводит к образованию больших биполяронов в слабо допированных купратных сверхпроводниках. Тогда как куперовское спаривание больших поляронов через комбинированный обмен статическими и динамическими фононами можно ожидать в режиме промежуточной БКШ-подобной электрон-фононной связи. В этом случае образование некогерентных куперовских пар поляронов становится возможным при определенной температуре $T^* > T_c$ в нормальном состоянии недодопированных, оптимально допированных и передопированных купратных сверхпроводников [51; с.2269-2270. 52; с.13121-13128. 53; с.385-418. 54; с.2151-2224. 108; с.80–8. 110; с.1330-1335. 113; с.1111-1112. 114; с.1131-1132. 115; с.17-32. 116; с.1715–1726].

Допированные купратные сверхпроводники являются неоднородными системами (где носители заряда, введенные в кристалл в процессе допирования распределены неоднородно) и недодопированные купраты являются более неоднородными, чем передопированные купраты [68; с.880-881]. В этих материалах неоднородное пространственное распределение носителей заряда приводит к их сегрегации в виде наномасштабного фазового разделения на чередующиеся металлические и диэлектрические полосы, соответственно с подвижными и неподвижными носителями [71; с.484-494. 117; с.251-252. 118; с.1201-1241.]. Предполагается, что значительная часть поляронных носителей остается в CuO_2 слоях, имеющих конечную толщину и они являются

подвижными, тогда как незначительная часть таких носителей распределена по областям между CuO_2 слоями. Спаривание поляронных носителей между CuO_2 слоями происходит в ***r***-пространстве при сильной электрон-фононной связи и низкой концентрации поляронов и это приводит к образованию локализованных (неподвижных) биполяронов. Однако, ситуация совершенно другая в обогащенных поляронными носителями металлических CuO_2 слоях, в которых прекурсивное куперовское спаривание поляронов описываемое модифицированной теорией БКШ [51; с.2269-2270. 52; с.13121-13128. 53; с.385-418. 54; с.2151-2224. 110; с.1330-1335. 119; с.43-50. 120; с.197-209] может происходить в нормальном состоянии купратных сверхпроводников при промежуточных электрон-фононных связях. Как будет показано ниже, образование некогерентных (т.е. несверхпроводящих) поляронных куперовских пар становится возможным при $T^* > T_c$ в слоях CuO_2 недодопированных, оптимально допированных и передопированных купратных сверхпроводников. Предполагается, что в этом случае электрон-фононные взаимодействия (т.е. комбинированные и более эффективные БКШ и Фрёлиховское типы притягательных взаимодействий) будут ответственными за спаривательные корреляции выше T_c в этих материалах.

Путем применения БКШ-подобного формализма к системе взаимодействующих поляронов и использования Боголюбовского модельного потенциала взаимодействия [121; с.78] (который имеет как притягательную, так и отталкивательную части) между поляронами, мы можем написать гамильтониан среднего поля этой системы с парным взаимодействием в виде [122; с.454]

$$H_{MF} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \xi_{\mathbf{k}} a^{+}_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma} + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} V^{p}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} a^{+}_{\mathbf{k}\uparrow} a^{+}_{-\mathbf{k}\downarrow} a_{-\mathbf{k}'\downarrow} a_{\mathbf{k}'\uparrow}, \tag{2.2}$$

где $a^{+}_{\mathbf{k}\sigma}(a_{\mathbf{k}\sigma})$ - оператор рождения (уничтожения) для полярона, имеющего импульс $\mathbf{k}$ и проекцию спина σ (= ↑ или ↓),

$V^{p}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ - потенциал парного взаимодействия между поляронами.

Диагонализируя теперь гамильтониан (2.2) с помощью стандартного Боголюбовского преобразования операторов Ферми, мы получаем энергию основного состояния поляронных куперовских пар. При этом возбужденное и основное состояния образующихся этих куперовских пар поляронов отделены БКШ-подобной энергетической щелью $\Delta_{\mathbf{k}}$, которая при конечной температуре определяется из выражения (см. Приложение А)

$$\Delta_{\mathbf{k}}(T) = -\sum_{\mathbf{k}'} V^{p}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}(T)}{E_{\mathbf{k}'}(T)} \tanh\left[\frac{E_{\mathbf{k}'}(T)}{2k_B T}\right], \tag{2.3}$$

где $E(\mathbf{k},T) = \sqrt{\xi^2(\mathbf{k}) + \Delta^2(\mathbf{k},T)}$ энергия одночастичного возбуждения.

Далее, используем модельный потенциал Боголюбовского типа [121; с.78], который можно выбрать в виде

$$V^{p}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \begin{cases} V_c - V_{ph} & \text{для } |\xi_{\mathbf{k}}|,\ |\xi_{\mathbf{k}'}| \le \varepsilon_A, \\ V_c & \text{для } \varepsilon_A \le |\xi_{\mathbf{k}}|,\ |\xi_{\mathbf{k}'})| < \varepsilon_c, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \tag{2.4}$$

где $\varepsilon_A = E_p + \hbar\omega_{LO}$, E_p энергия связи полярона,

V_{ph}- притягательный потенциал между двумя поляронами взаимодействующими через обмен динамическими и статическими фононами, V_c - отталкивающий кулоновский потенциал взаимодействия между этими носителями,

ε_c- энергия обрезания для кулоновского взаимодействия,

ω_{LO}- частота длинноволнового оптического фонона.

Используя модельный потенциал (2.4) и заменяя суммы по $\mathbf{k}$ на интеграл по ξ в уравнении (2.3), получаем следующее БКШ-подобное уравнение для определения спаривательной псевдощели, $\Delta(T)$ и температуры спаривания

поляронов T^* [108; с.80–8. 115; с.17-32.55. 116; с.1715–1726. 123; с.22-30. 124; с.7]:

$$\frac{1}{\lambda^p} = \int_0^{\varepsilon_A} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(T)}} \tanh \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(T)}}{2k_B T}, \tag{2.5}$$

где $\lambda^p = D_p(\varepsilon_F)\tilde{V}^p$- БКШ-подобная константа связи электрон-фононного взаимодействия,

$D_p(\varepsilon_F)$- плотности состояний на уровне Ферми поляронов,

$\tilde{V}^p = V_{ph} - \tilde{V}_c$- эффективный потенциал полярон-поляронного взаимодействия,

$\tilde{V}_c = V_c/[1 + D_p(\varepsilon_F)V_c \ln(\varepsilon_c/\varepsilon_A)]$- экранированное кулоновское взаимодействие между двумя поляронами.

При $T = 0$ решая уравнение (2.5) для $\Delta(0)$, имеем

$$\Delta(0) = \varepsilon_A \cdot \mathrm{Csch}\left[\frac{1}{\lambda_\mathrm{p}}\right] \tag{2.6}$$

Используя значение $\varepsilon_A = 0.12$ эВ и значения БКШ-подобной константы связи $\lambda^p = 0.6$ и $\lambda^p = 0.45$ для недодопированных и почти оптимально допированных ВТСП-купратов, находим $\Delta(0) = 47$ мэВ и $\Delta(0) = 26.3$ мэВ, которые согласуются со значениями энергетических щелей 45 мэВ и 25 мэВ наблюдаемых в нормальном состоянии Bi-2212 [32; с.61-122]. Можно предполагать, что энергетическая щель $\Delta = 28$ мэВ наблюдаемая в недодопированных образцах $\mathrm{YBa_2Cu_3O_{6.6}}$ [32; с.61-122] является также БКШ-подобной спаривательной псевдощелью, соответствующей значениям параметров $\varepsilon_A = 0.1$ эВ и $\lambda^p \simeq 0.5$.

При $T = T^*$ и $\varepsilon_c = \varepsilon_F > \varepsilon_A > k_B T^*$, уравнение (2.5) принимает следующий вид:

$$\frac{1}{\lambda^p} = \int_0^{\varepsilon_A} \frac{d\xi}{\xi} \tanh \frac{\xi}{2k_B T^*}. \tag{2.7}$$

При $\varepsilon_A >> k_B T^*$, получаем следующее выражение для температуры БКШ-подобного спаривания поляронных носителей или БКШ-подобного фазового перехода в нормальном состоянии купратных сверхпроводников:

$$k_B T^* \simeq 1.134(E_p + \hbar\omega_{LO}) \exp\left[-\frac{1}{\lambda^p}\right]. \tag{2.8}$$

Из этого уравнения видно, что обычная БКШ картина с $T_c = T^*$ востанавливается при слабой электрон-фононной связи (т.е. в отсутствии поляронных эффектов, $E_p = 0$). В этом случае предэкспоненциальный множитель в уравнении (2.8) заменяется на дебаевскую энергию $\hbar\omega_D$ для обычных металлов или на $\hbar\omega_{LO}$ для сильно допированных ВТСП-купратов.

При $E_p \neq 0$ купратные сверхпроводники отличаются от БКШ сверхпроводников, а поляронные эффекты ответственны за образование некогерентных куперовских пар в интервале температур $T_c < T < T^*$. Недодопированные, оптимально допированные и умеренно допированные купраты на самом деле не являются БКШ сверхпроводниками, где разделение между двумя температурами T^* (начало BCS-подобного перехода) и T_c (начало λ-подобного сверхпроводящего перехода) происходит из-за поляронных эффектов.

Для определения концентрационной зависимости Δ и T^*, ПС на уровне Ферми ε_F можно аппроксимировать в простой форме

$$D_p(\varepsilon_F) = \begin{cases} 1/\varepsilon_F & \text{for } \varepsilon < \varepsilon_F = \hbar^2(3\pi^2 n)^{2/3}/2m_p \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{2.9}$$

Тогда из уравнений (2.6) и (2.8) получаем следующие уравнения для $\Delta^*(p)$ и $T^*(p)$:

$$\Delta^*(p) = \frac{\varepsilon_A}{\sinh[\frac{\hbar^2(3\pi^2 n_a p)^{2/3}}{2m_p \tilde{V}^p}]}, \tag{2.10}$$

и

$$k_B T^*(p) \simeq 1.134 \varepsilon_A \exp\left[-\frac{\hbar^2(3\pi^2 n_a p)^{2/3}}{2m_p \tilde{V}^p}\right], \tag{2.11}$$

где m_p масса больших поляронов.

Из полученных уравнений следует, что как $\Delta^*(p)$, так и $T^*(p)$ увеличивается с уменьшением уровня легирования $p = n_p/n_a$ (где $n_a = 1/V_a$ плотности атомов решетки, V_a объем формульной единицы CuO_2 в купратных сверхпроводниках). Такие концентрационные зависимости псевдощели $\Delta^*(p)$ и характеристической температуры T^* экспериментально наблюдались в ВТСП-купратах [39; с.353-419. 40; с.569-572. 69; с.473-541. 70; с.18332-18337. 77; с.1018-1021. 89; с.21-25. 90; с.1535-1540. 125; с.81-84. 126; с.062501-10. 127; с.589-595. 128; с.851-853]. В этих системах поляронная и БКШ-подобная псевдощели появляются соответственно при характеристических температурах $T_p \sim \Delta_p/k_B$ и T^*. Характеристическая температура поляронной псевдощели T_p уменьшается с увеличением p и приближается к нулю при квантовой критической точке (QCP) $p_{QCP} = p_c$ (рис. 2.2). При $\Delta_p = 0$ мы можем найти положения такой поляронной QCP из уравнения (2.1). Используя значения параметров $E_p \approx 0.095$ эВ $\varepsilon_0 \simeq 25$ и $n_a = 1/V_a = 5.3 \times 10^{21}$см$^{-3}$ (при $V_a = 190$Å^3 для LSCO, находим $p_c \simeq 0.2$ в соответствии с существующими экспериментальными результатами [37; с.53-68. 75; с.1692-1695].

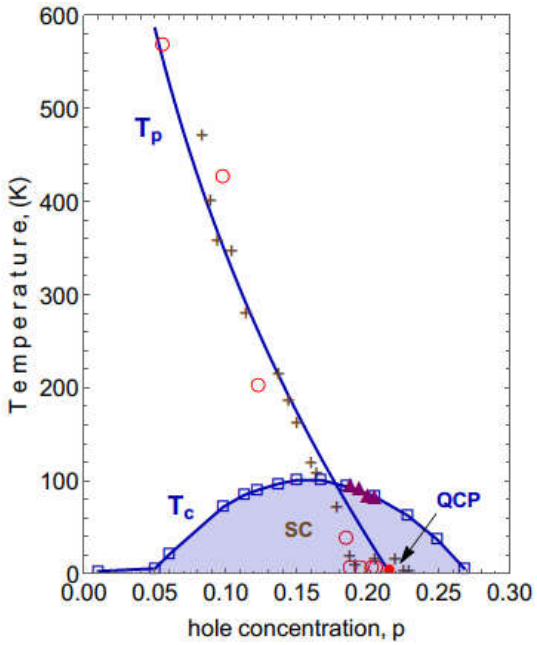

Рис. 2.2. Температурно-допированная (T - p) фазовая диаграмма для $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$. Сплошная линия $T_p(p)$, соответствует температуре поляронной псевдощели и приближается к нулю при квантовой критической точке QCP (красная точка) рассчитываются по формуле (2.1) с параметрами $E_p = 0.131$ эВ, $\varepsilon_0 = 25$, $n_a = 1.3 \times 10^{22}$ см$^{-3}$, сравнивается с экспериментальными данными [37; с.53-68] (все символы)

Поляронная псевдощель была также обнаружена в YBCO [37; с.53-68. 125; с.81-84], в которых псевдощель определенная с помощью различных экспериментальных методов исчезает при $p_c = 0.19$ и температура образования псевдощели стремится к нулю как $p \to 0.19$. Если мы берем $E_p \simeq 0.096$ эВ $\varepsilon_0 \simeq 30$ и $n_a = 1 \times 10^{22}$см$^{-3}$ для YBCO, тогда находим $p_c = 0.19$ в соответствии с этими экспериментальными результатами. Такие допированные зависимости псевдощели, $\Delta^*(p)$ и температуры псевдощели $T^*(p)$ наблюдались экспериментально в ВТСП [77; с.1018-1021. 86; с.3262-3264. 128; с.851-853.]. Мы также определили допирование из T_c по эмпирической кривой,

$T_c = T_{c,max}[1 - 82.6(p - 0.16)^2]$, взяв 96 K в качестве оптимальной T_c для Bi-2212 [129; с.12911-12914].

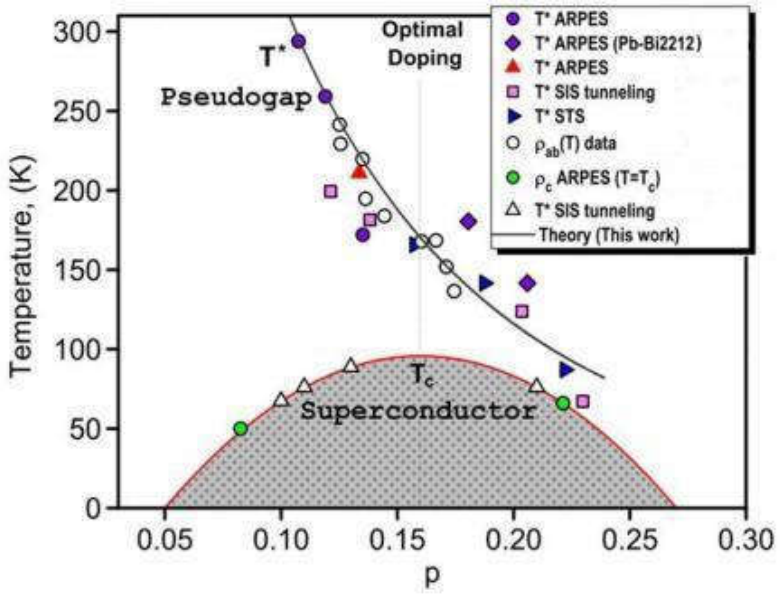

Рис. 2.3. Предложенная температурно-допированная (*T - p*) фазовая диаграмма для $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ при $T_{c,max} \simeq 96$ К. Оптимальное допирование обозначено вертикальной пунктирной линией, соответствующей вершине сверхпроводящего купола, а области слева (справа) от этой линии являются недодопированными (передопированными) областями фазовой диаграммы, соответственно.Точки данных T^* были получены как функция дырочного допирования *p* по данным ARPES измерений [70;с.18332-18337. 89; с.21-25. 90; с.1535-1540. 91; с.483-495], STS [40; с.569-572] и экспериментов по SIS туннелированию [127; с.589-595. 130; с.7], а также путем анализа данных $\rho_{ab}(T)$ [128; с.851-853] Сплошная линия $T^*(p)$ соответствует экспериментальным данным (все символы) с использованием по формуле (2.11) с параметрами $m_p = 2.1m_e$, $\varepsilon_A = 0.14$ эВ, $\tilde{V}^p = 0.1$ эВ и $n_a = 1 \times 10^{21}$ см$^{-3}$

Как показано на рисунке 2.3, предсказанное поведение T^* как функция уровня легирования p хорошо согласуется с экспериментальными результатами для Bi-2212. Мы видим, что температура кроссовера псевдощели выше T_c Bi-2212, как это наблюдалось в различных экспериментах [39; с.353-419. 40; с.569-572. 70; с.18332-18337. 89; с.21-25. 90; с.1535-1540. 126; с.062501-10. 127; с.589-595. 128; с.851-853].

§ 2.2. Время релаксации для рассеяния решетки

Носители заряда в полярных кристаллах рассеиваются при их взаимодействии с акустическими и оптическими колебаниями решетки и эти процессы рассеяния являются главными источниками, зависящими от температуры сопротивления в ВТСП-купратах и могут лучше описать их транспортные свойства. Теперь рассмотрим рассеяния носителей заряда на акустических и оптических фононах для того, чтобы найти изменение времени релаксации как функции энергии носителя и температуры кристалла. Мы обсуждаем ниже поведение времена релаксации, зависящее от энергии и температуры, определяющие скорость, с которой поляронные носители и некогерентные куперовские пары изменяют свои $\vec{k}$ −векторы, а также их подвижность в электрических полях. Знание времени релаксации решеточного рассеяния позволит нам рассчитать подвижность носителей заряда купратных сверхпроводников.

Из уравнения Больцмана и принципа детального равновесия время релаксации $\tau(\vec{k})$ носителя для любого типа рассеяния в общем виде определяется как [131; с.616]

$$\frac{1}{\tau(\mathbf{k})} = \frac{V}{(2\pi)^3}\int d^3\mathbf{k}' W(\mathbf{k},\mathbf{k}')(1-\cos\theta), \tag{2.12}$$

где $V = N\Omega$ объем кристалла,

$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ вероятность рассеяния носителей из состояния $|\boldsymbol{k}\rangle$ в $|\boldsymbol{k}'\rangle$ состояние,

θ угол между волновыми векторами $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{k}'$ носителя,

N число единичных ячеек в кристалле и Ω объем единичной ячейки.

Если мы рассмотрим решеточное рассеяние, скорость перехода носителя из начального состояния $|\boldsymbol{k}\rangle$ в конечное состояние $|\boldsymbol{k}'\rangle$ дается выражением

$$W(\ \mathbf{k}, \mathbf{k}')\ \ =\ \ \frac{2\pi}{\hbar}|\langle \mathbf{k}', \mathbf{q}'|H_{eL}|\mathbf{k}, \mathbf{q}\rangle|^2 \delta\left[\varepsilon(\mathbf{k}') - \varepsilon(\mathbf{k}) \mp \hbar\omega_{\mathbf{q}}\right], \qquad (2.13)$$

где H_{eL} гамильтониан электрон-решеточного (или фононного) взаимодействия и $|\mathbf{k}, \mathbf{q}\rangle$ дается произведением электронной волновой функции и волновой функции рассеивающего центра, который является фононом с волновым вектором $\vec{q}$, $\varepsilon(\mathbf{k})$ и $\varepsilon(\mathbf{k}')$ энергии носителя в начальном и конечном состояниях, $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$ энергия фонона.

§ 2.2.1. Рассеяния носителей заряда на акустических фононах

Гамильтониан носитель-акустического фононного взаимодействия определяется выражением [131; с.616]

$$H_{eL} = E_d \sum_{\mathbf{q}} \sqrt{\frac{\hbar}{2MN\omega_{\mathbf{q}}}} i\mathbf{q}\left(a_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{qr}} - a^{+}_{-\mathbf{q}} e^{-i\mathbf{qr}}\right), \qquad (2.14)$$

где E_d–деформационный потенциал,

M–масса атомов в элементарной ячейки,

$a^{+}_{\mathbf{q}}$ $(a_{\mathbf{q}})$–оператор рождения (уничтожения) фонона,

$\boldsymbol{r}$–радиус вектор носителя.

Для того, чтобы вычислить матричный элемент для этого гамильтониана взаимодействия, заменим $|\mathbf{q}\rangle$ на $|n_{\mathbf{q}}\rangle$ (где $n_{\boldsymbol{q}}$– число фононов) и используем функцию Блоха

$$|\ \mathbf{k}\rangle = (N\Omega)^{-1/2} U_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{kr}} \tag{2.15}$$

Тогда волновая функция начального и конечного состояний имеет вид

$$|\ \mathbf{k}, \mathbf{q}\rangle = |n_{\mathbf{q}}\rangle \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \tag{2.16}$$

и

$$|\ \mathbf{k}', \mathbf{q}'\rangle = |n_{\mathbf{q}} + 1\rangle \psi_{\mathbf{k}'}(\mathbf{r}), \tag{2.17}$$

соответственно.

Далее вероятность рассеяния $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ рассчитывается с использованием циклических граничных условий для функции Блоха

$$\sum_l e^{i(\ \mathbf{k}-\mathbf{k}'-\mathbf{q})\mathbf{r}_l} = N,\ \frac{1}{\Omega}\int u^*_{\mathbf{k}'}(\mathbf{r}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = 1 \tag{2.18}$$

и рассматриваются процессы рассеяния, соответствующие излучению и поглощению фононов, а также интеграл в уравнении (2.13) по $\mathbf{k}'$ заменяется интегралом по $\mathbf{q}$.

Для акустических фононов выполняется соотношение $\omega_{\mathbf{q}} = v_s q$ (где v_s – скорость звука), и допустимые значения $\mathbf{q}$ определяются на основе соответствующих законов сохранения ($\mathbf{k}' = \mathbf{k} \pm \mathbf{q}$ и $\varepsilon(\mathbf{k}') = \varepsilon(\mathbf{k}) \pm \hbar\omega_{\mathbf{q}}$) как

$$q = 2k\left(\mp\cos\beta \pm \frac{m_p v_s}{\hbar k}\right) \tag{2.19}$$

где β- угол между направлениями векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{q}$.

Когда условие $m_p v_s/\hbar k << 1$ выполнено (например, если $\hbar k \simeq m_p v_s = \sqrt{3 m_p k_B T},\ m_p = 2m_e,\ v_s = 4\cdot 10^5 cm/s$ и $T = 100K$, условие $m_p v_s/\hbar k < 0.084$ выполнено), рассеяние на носитель-акустическом фононе

может рассматриваться как упругое рассеяние. При этом условии допустимые значения q варьируются от 0 до $2k$.

Выше T^*, выражение для $\tau_{ac}(\mathbf{k})$ записывается в виде

$$\begin{aligned}\frac{1}{\tau_{ac}(\mathbf{k})} &= \frac{V}{2\pi\hbar}\int_0^{2k} q^2 dq|V(\mathbf{q})|^2 \\ &\times \int_{\beta_{min}}^{\beta_{max}} \sin\beta d\beta\,[(n_{\mathbf{q}}+1)\delta(\varepsilon(\mathbf{k}-\mathbf{q})-\varepsilon(\mathbf{k})) \\ &+n_{\mathbf{q}}\delta(\varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q})-\varepsilon(\mathbf{k}))]\,(1-\cos\theta),\end{aligned} \tag{2.20}$$

где $V(\mathbf{q}) = E_d(\hbar/2MN\omega_{\mathbf{q}})^{1/2} i\mathbf{q}$ и δ-функция написать как

$$\delta\left[\frac{\hbar^2(\mathbf{k}\pm\mathbf{q})^2}{2m_p} - \frac{\hbar^2k^2}{2m_p}\right] = \frac{m_p}{\hbar^2kq}\delta\left[\frac{q}{2k}\pm\cos\beta\right]. \tag{2.21}$$

Поскольку мы рассматриваем упругое рассеяние, векторы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ лежат на одной энергетической поверхности (то есть на одной сфере), в этом случае имеет место следующее соотношение:

$$1-\cos\theta = -\frac{q}{k}\cos\beta,\ 0\le\theta\le\pi,\ \frac{\pi}{2}\le\beta\le\pi. \tag{2.22}$$

Вставляя соотношения (2.21) и (2.22) в уравнение (2.20), используя приближение $n_{\mathbf{q}}+1\approx n_{\mathbf{q}}\approx k_BT/\hbar\omega_{\mathbf{q}} >> 1$ и выполняя интегрирование по q и β, получим

$$\tau_{ac}(\varepsilon,T) = \frac{\pi\hbar^4\rho_M v_s^2}{\sqrt{2}E_d^2 m_p^{3/2}k_BT\sqrt{\varepsilon}}, \tag{2.23}$$

где ρ_M- плотность материала и $\varepsilon = \hbar^2k^2/2m_p$- энергия полярона.

§ 2.2.2. Рассеяния носителей заряда на оптических фононах

Для того, чтобы определить время релаксации больших поляронов при их рассеянии на продольных оптических фононах в ионной модели, рассмотрим поляризацию кристалла из-за ионного движения или оптического колебания решетки, определяемых как [131; с.616. 132; с.449]

$$P(\ \mathbf{r}) = e^{*}u(\mathbf{r})/\Omega \quad \text{or} \quad P(\mathbf{r}) = (N/V)e^{*}u(\mathbf{r}), \tag{2.24}$$

где e^{*}– эффективный заряд ионов, $u(\mathbf{r})$ их относительное смещение,

$\Omega = 2a^3$, a - расстояние между ближайшими соседними ионами.

Величина эффективного заряда ионов определяется выражением [133; с.449]

$$e^{*} = \sqrt{M\Omega\omega_0^2/16\pi^2\tilde{\varepsilon}}, \tag{2.25}$$

где $M = M_1M_2/(M_1 + M_2)$ приведенная масса ионов (анионов и катионов) в $\mathrm{CuO_2}$ слоях купратов,

ω_0 частота оптического фонона,

$\tilde{\varepsilon}^{-1} = \varepsilon_{\infty}^{-1} - \varepsilon_0^{-1} = (1-\eta)/\varepsilon_{\infty}$ эффективная диэлектрическая постоянная,

ε_{∞} и ε_0 высокочастотная и статическая диэлектрические постоянные, соответственно.

Когда условие $k_BT << \hbar\omega_0$ выполняется, время релаксации больших поляронов, рассеиваемое оптическими фононами, имеющими специфические частоты $\omega_0 = \omega_{01}$, можно определить из соотношения [131; с.616]

$$\begin{aligned}\frac{1}{\tau_{op}(T)} &= \frac{Vm_p^{*}(2\pi)^3e^{*2}e^2}{8\pi^2\hbar^2k^3NMa^6\omega_{01}}\exp\left[-\frac{\hbar\omega_{01}}{k_BT}\right] \\ &\times\left(2k\sqrt{k^2+k_0^2} - k_0^2\ln\frac{\sqrt{k^2+k_0^2}+k}{\sqrt{k^2+k_0^2}-k}\right)\end{aligned} \tag{2.26}$$

где k_0– волновой вектор, соответствующий энергии полярона $\hbar\omega_{01}$:

$$\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m_p} = \hbar\omega_{01}. \tag{2.27}$$

Для малых k, разложение выражения в квадратной скобке в ряд Тайлора по степеням $(k/k_0) << 1$ дает k^3/k_0. Далее мы используем соотношение $\Omega = V/N = 2a^3$ и уравнение (2.25). Тогда время релаксации поляронных носителей при их рассеянии на оптических фононах не зависит от энергии полярона и выражается как

$$\tau_{op}(T) = \frac{4\sqrt{2}\pi\tilde{\varepsilon}(\hbar\omega_{01})^{3/2}}{\omega_{01}^2 e^2\sqrt{m_p}} \exp\left[\frac{\hbar\omega_{01}}{k_B T}\right]. \tag{2.28}$$

§2.3. Подвижность носителей заряда выше и ниже температуры псевдощелевого перехода T^*

Полная вероятность рассеяния поляронных носителей при их рассеянии на акустических и оптических фононах определяется суммой двух возможных вероятностей рассеяния. В частности, полное время релаксации поляронных носителей выше T^* определяется как

$$\frac{1}{\tau_p(\varepsilon, T)} = \frac{1}{\tau_{ac}(\varepsilon, T)} + \frac{1}{\tau_{op}(T)} \tag{2.29}$$

где $\tau_{ac}(\varepsilon, T) = \frac{A_p}{t\sqrt{\varepsilon}}$, $A_p = \frac{\pi\hbar^4\rho_M v_s^2}{E_d^2\sqrt{2}m_p^{3/2}k_B T^*}$, $\tau_{op}(T) = B_p \exp\left[\frac{\hbar\omega_{01}}{k_B T^* t}\right]$, $t = T/T^*$, $B_p = \frac{4\sqrt{2}\pi\tilde{\varepsilon}(\hbar\omega_{01})^{3/2}}{\omega_{01}^2 e^2\sqrt{m_p}}$.

Ниже T^* поляронные носители в энергетическом слое шириной ε_c около Ферми поверхности участвуют в БКШ-подобном спаривании и образуют куперовские пары в CuO_2 слоях. Если мы используем свойство δ-функции $\delta[E(k') - E(k)] = (d\varepsilon/dE)\delta[\varepsilon(k') - \varepsilon(k)]$ в выражении для $\tau_p(k)$ ниже T^*, тогда

время релаксации больших поляронов при их БКШ-подобном спаривании определяется выражением

$$\tau_{BCS}(\varepsilon,T)=\frac{E(\mathbf{k})}{|\xi(\mathbf{k})|}\tau_p(\varepsilon,T), \tag{2.30}$$

где $E(k)=\sqrt{\xi^2(k)+\Delta^2(k)}$ - энергия возбуждения спаренных квазичастиц в БКШ-подобного псевдощелевом состоянии, $\xi(k)=\varepsilon(k)-\mu$, μ-химический потенциал поляронного Ферми-газа. Поэтому мы можем рассматривать поляронные куперовские пары ниже T^* как идеальный бозе-газ с химическим потенциалом $\mu_B=0$.

Можно предполагать, что поляронные куперовские пары рассеиваются эффективно на оптических фононах, имеющих особую (т.е. характерную) частоту $\omega_0=\omega_{02}$ и время релаксации таких бозонных носителей ниже T^* определяется выражением

$$\tau_{op}^{c}(t<1)=\frac{4\sqrt{2}\pi\tilde{\varepsilon}(\hbar\omega_{02})^{3/2}}{(\omega_{02})^2(2e)^2\sqrt{m_B}}\exp\left[\frac{\hbar\omega_{02}}{k_BT^*t}\right]. \tag{2.31}$$

Полное время релаксации некогерентных куперовских пар, которые рассеиваются как бозонные куперовских пар на акустических и оптических фононах ниже T^*, определяется из соотношения

$$\tau_B(\varepsilon,T)=\frac{\tau_{ac}^{c}(\varepsilon,T)\tau_{op}^{c}(T)}{\tau_{ac}^{c}(\varepsilon,T)+\tau_{op}^{c}(T)}, \tag{2.32}$$

где $\tau_{ac}^{c}(\varepsilon,T)=\dfrac{\pi\hbar^4\rho_Mv_s^2}{E_d^2\sqrt{2}m_B^{3/2}k_BT^*t\sqrt{\varepsilon}}$, и $m_B=2m_p$ масса поляронных куперовских пар.

Для того чтобы получить соответствующие выражения для времени релаксации носителей заряда, если предположить, что рассеяние поляронных носителей и бозонных куперовских пар на акустических и оптических фононах в купратных сверхпроводниках. Знание полного времени релаксации поляронных носителей и бозонных куперовских пар позволяет нам вычислить подвижности этих носителей в $\mathrm{CuO_2}$ слоях купратных ВТСП выше T_c.

Тогда можно получить выражения для подвижностей поляронных носителей и бозонных куперовских пар в анизотропном купратном сверхпроводнике при их рассеянии на акустических и оптических фононах, которые мы можем написать в виде [107; с.173-179. 108; с.80-8]

$$\mu_p(\varepsilon,T)=\frac{e\tau_p(\varepsilon,T)}{m_p}, \tag{2.33}$$

и

$$\mu_B(\varepsilon,T)=\frac{(2e)\tau_B(\varepsilon,T)}{m_B}. \tag{2.34}$$

§ 2.4. Результаты и обсуждение

На рисунке 2.4 показано время релаксации поляронов при их БКШ-подобном спаривании τ_{BCS} как функция температуры и Δ в плоскостях $\mathrm{CuO_2}$.

Энергетическая щель Δ, которая уменьшается с ростом температуры и связанного с ней времени релаксации τ_{BCS}, также уменьшается с уменьшением Δ.

На рисунке 2.5 ясно показано, что подвижность носителей заряда (подвижность больших поляронов и бозонных куперовских пар) в зависимости от температуры в высокотемпературных купратах демонстрирует резкое падение при T^*.

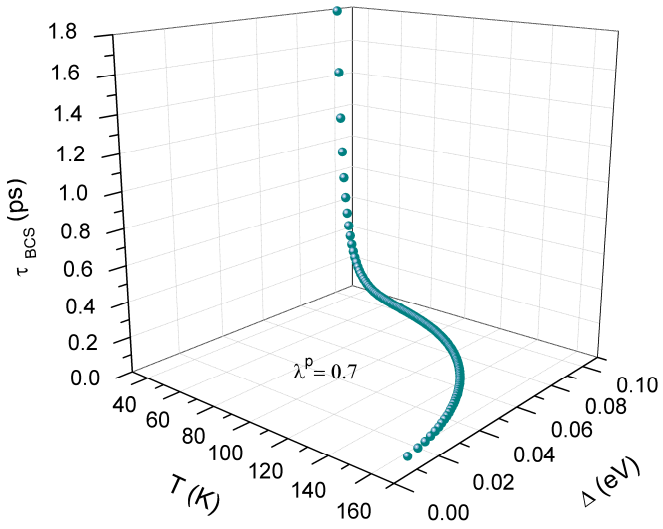

Рис. 2.4. Время релаксации поляронов при их БКШ-подобном спаривании τ_{BCS} как функция температуры и Δ в плоскостях CuO_2 сверхпроводящих купратов

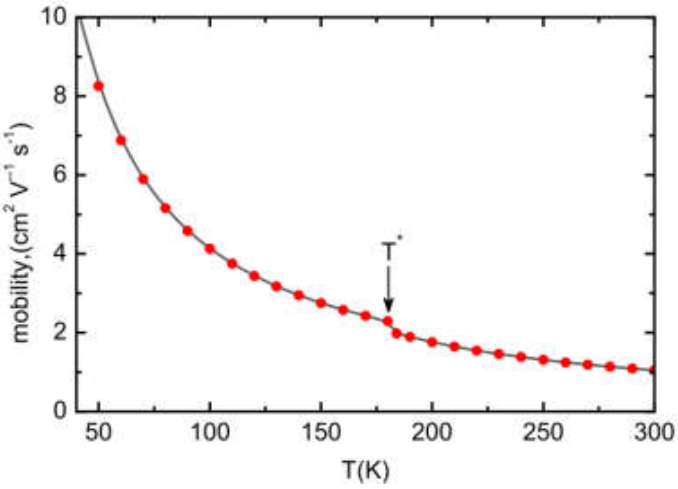

Рис. 2.5. Температурная зависимость подвижности носителей заряда выше и ниже температуры псевдощели в купратных сверхпроводниках

Как упоминалось выше (см. Главу I), подвижность малого полярона возрастает с ростом температуры, когда малый полярон движется за счет термически активированных некогерентных скачков. В отличие от малого

полярона, большой полярон движется очень медленно, но согласованно с атомными колебаниями. Преобладание дальнодействующего электрон-фононного взаимодействия обеспечивает тот факт, что изменение электронной энергии, сопровождающее перенос ближайшего соседа, меньше, чем его энергия переноса. Однако огромная масса большого полярона позволяет ему лишь слабо рассеиваться фононами, с которыми он сталкивается. Если большие поляроны имеют тепловые энергии, то их подвижности должны быть наименьшего порядка 1-10 $см^2/(В·сек)$. Для больших поляронов и бозонных куперовских пар подвижность уменьшается с увеличением температуры, поскольку увеличивается рассеяние на фононах. В результате большой полярон проявляет значительную подвижность при комнатной температуре (например, $\mu \geq 1$ $см^2/(В·сек)$ при 300 K), которая падает с ростом температуры. Также важно отметить, что аномальное температурное поведение подвижности носителей заряда в псевдощелевом состоянии купратов естественно объясняется разработанной теорией переноса заряда, если предположить, что поляронные носители и бозонные куперовские пары рассеяны на разных оптических фононах, имеющих отличительные частоты ω_{01} и ω_{02}.

Выводы по главе II

В этой главе изучено влияние поляронных эффектов на подвижности носителей заряда в ВТСП-купратах. На основе изложенных исследований сформулированы следующие основные выводы:

1. Показано, что характерные энергетические масштабы поляронных и БКШ-подобных энергетических щелей идентифицированы двумя различными псевдощелевыми температурами кроссовера на фазовой диаграмме купратных сверхпроводников.

2. Получены выражения для времен релаксации носителей заряда (предполагая, что поляроны и бозонные куперовские пары поляронов рассеиваются на акустических и оптических фононах CuO_2 слоев), которые затем используются для получения транспортных коэффициентов в купратных сверхпроводниках.
3. Немонотонная температурная зависимость подвижности носителей заряда в купратах (отклонение вверх от *T*-линейного поведения ниже $\boldsymbol{T}^*$) обусловлены переходом к БКШ-подобному псевдощелевому режиму и образованием некогерентных поляронных куперовских пар в нормальном состоянии купратов;
4. Уменьшение подвижности носителей заряда с ростом температуры обусловливается за счет рассеяния носителей на фононах. В результате, при низких температурах большой полярон проявляет значительную подвижность порядка 1–10 $см^2/(В \cdot сек)$.

III. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБЪЯСНЕНИЕ ПЛОСКОСТНОГО УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТА ХОЛЛА В НОРМАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ КУПРАТОВ: ПОЛЯРОННЫЙ ПОДХОД

В данной главе мы изложим результаты исследования [115; с.17-32. 116; с.1715–1726], в которых дается детальное теоретическое обсуждение механизмов металлических и неметаллических электропроводимостей, а так же удельного сопротивления $\rho_{ab}(T)$ и коэффициента Холла $R_H(T)$ в рамках поляронной модели и сценария прекурсивного спаривания с учетом двухкомпонентной картины носителей заряда в нормальном состоянии ВТСП-купратов. Здесь использованы подход с уравнением Больцмана и расширенная БКШ-подобная модель для вычисления $\rho_{ab}(T)$ и $R_H(T)$ в приближении времени релаксации. В частности, рассмотрен вопрос о том, как электрон-фононные взаимодействия (которые описывают рассеяние носителей при акустических и оптических колебаниях решетки, куперовское спаривание поляронных носителей в слоях $\mathrm{CuO_2}$ ниже температуры псевдощели T^*) влияют на свойства переноса заряда в нормальном состоянии ВТСП-купратов. Также открытие псевдощели в нормальном состоянии купратов должны влиять на их транспортные свойства.

Обнаружено, что переход в режим псевдощелевого состояния и эффективная проводимость носителей заряда в нормальном состоянии ответственны за произнесенную нелинейную температурную зависимость ρ_{ab} и R_H. Результаты расчетов сравнены с экспериментальными данными $\rho_{ab}(T)$ и $R_H(T)$, полученными для различных высокотемпературных купратов.

§ 3.1. Проводимость носителей заряда в CuO_2 слоях решетки купратов

Теперь рассмотрим слоистый купратный сверхпроводник с простой эллипсоидальной энергетической поверхностью и проводимости носителей заряда в квази-двумерных (2D) слоях $\mathrm{CuO_2}$ (с ненулевой толщиной) выше T_c. Мы предполагаем, что носители заряда в такой системе могут образовать большие поляроны с радиусом нескольких постоянных решетки. Образование больших поляронов в анизотропных многомерных электронных системах связано с преобладанием дальнодействующего электрон-фононного взаимодействия на основе кулоновских взаимодействий между электронным (или дырочным) носителем и удаленными ионами. При этом, большой полярон с огромной эффективной массой движется через решетку очень медленно, но когерентно в согласии с колебаниями ионов, и возникает сильная электрон-фононная связь. Мы примем этот подход, поскольку он кажется более естественным или реалистичным. Далее мы возьмем эффективную массу компоненты $m_{p1} = m_{p2} = m_{ab}$ для ab-плоскостии $m_{p3} = m_c$ для оси c в купратах. Тогда эффективная масса m_p поляронного носителя в купратах составляет $\sqrt[3]{m_{ab} \cdot m_c}$. В связи с этим, мы рассчитываем электропроводимость, а также удельное сопротивление и коэффициент Холла в зависимости от температуры и уровня легирования в нормальном состоянии ВТСП-купратов. Используя уравнения переноса Больцмана в приближении времени релаксации, мы получаем соответствующие выражения для проводимости больших поляронов выше T^* и для проводимостей возбужденных Ферми-компонент поляронных куперовских пар и бозонных куперовских пар ниже T^* в слоях $\mathrm{CuO_2}$.

§ 3.1.1. Проводимость больших поляронов выше T^*

Явления переноса носителей заряда (больших поляронов) в легированных трехмерных анизотропных купратах, определяющие их транспортные свойства, можно рассматривать с помощью кинетического уравнения Больцмана в приближении времени релаксации. Сначала рассмотрим объемную проводимость дырочных поляронных носителей, имеющих эффективную массу m_p в анизотропных легированных купратах, где большие поляроны образуют сверхрешетки и энергетические зоны с шириной зоны 0.1 эВ. Перенос носителей заряда происходит в этой сравнительно узкой поляронной зоне перекрывающейся с валентной зоной кислорода. Поэтому, поляронная псевдощель не проявляется в транспортных свойствах ВТСП-купратов, хотя эта псевдощель будет проявляться в их оптических свойствах.

Когда электрическое поле приложено вдоль оси *x* в плоскости *ab*, проводимость больших поляронов в анизотропных трехмерных или квазидвумерных купратных сверхпроводниках выше T^* из кинетических уравнений Больцмана в приближении времени релаксации определяется как [115; с.17-32. 116; с.1715–1726. 131; с.616]

$$\sigma_p(T > T^*) = -\frac{e^2}{4\pi^3}\int \tau_p(\varepsilon, T) v_x^2 \frac{\partial f_p}{\partial \varepsilon} d^3k, \tag{3.1}$$

где $f_p(\varepsilon) = (e^{(\varepsilon-\mu)/k_BT}+1)^{-1}$ функция Ферми распределения, $\varepsilon = \hbar^2k^2/2m_p$ и $v_x = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial \varepsilon}{\partial k_x}$ соответственно энергия и скорость поляронов, $m_p = (m_{ab}^2 m_c)^{1/3}$.

Для того, чтобы найти ПС в случае эллипсоидальной поверхности энергии, сделаем следующие преобразования аналогично как в [133; с.640]: $k_x = m_{p1}^{1/2}k'_x$, $k_y = m_{p2}^{1/2}k'_y$, $k_z = m_{p3}^{1/2}k'_z$. Тогда энергия ε преобразуется из $\hbar^2k_\alpha^2/2m_\alpha$ в $\hbar^2k_\alpha'^2/2$ и среднее значение $\hbar^2k_\alpha^2/2m_\alpha$ по энергетическому слою $\Delta\varepsilon$

в *k*-пространстве равно среднему значению $\hbar^2 k_\alpha'^2/2$ по сферическому слою в k'–пространстве, и поэтому не зависит от α(=1,2,3). Это значит, что средняя по слою $\Delta\varepsilon$ кинетическая энергия полярона вдоль трех направлений k_x, k_y и k_z одинакова и равна одной трети всей энергии (принцип равнораспределения энергии). Поэтому, заменяя v_x^2 на $\hbar^2 k_\alpha'^2/m_\alpha$, и используя соотношение $d^3k = (m_{ab}^2 m_c)^{1/3} d^3k'$ мы можем написать (3.1) в виде

$$\sigma_p(T > T^*) = -\frac{e^2}{4\pi^2}(m_{ab}^2 m_c)^{1/2} \int \tau_p(\varepsilon, T)\frac{\hbar^2 k_\alpha'^2}{m_\alpha}\frac{\partial f_p}{\partial \varepsilon} d^3k' \tag{3.2}$$

Также заменяя $k_\alpha'^2$ на $2\varepsilon/3\hbar^2$, и используя далее плотность носителей n, даваемая выражением

$$n = \frac{2}{(2\pi)^3}\int f_p(k) d^3k = \frac{(2m_{ab}^2 m_c)^{1/2}}{\pi^2\hbar^3}\int f_p(\varepsilon)\varepsilon^{1/2} d\varepsilon, \tag{3.3}$$

мы можем написать (3.2) в виде

$$\sigma_p(T > T^*) = \frac{2ne^2}{3m_{ab}}\frac{\int_0^\infty \tau_p(\varepsilon, T)\varepsilon^{3/2}(-\partial f_p/\partial\varepsilon)d\varepsilon}{\int_0^\infty f_p(\varepsilon)\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}. \tag{3.4}$$

Когда энергия Ферми большого полярона ε_F намного больше, чем их тепловая энергия $k_B T$, мы имеем дело с вырожденным поляронным Ферми-газом. Для вырожденного поляронного Ферми-газа, которого приближенно можно считать $f_p(\varepsilon < \varepsilon_F) = 1$ и $f_p(\varepsilon > \varepsilon_F) = 0$. В этом случае функция $-\partial f_p/\partial\varepsilon$ является отличной от нуля только вблизи $\varepsilon = \varepsilon_F = \mu$ и близка к δ–функции. Поэтому, мы можем заменить $-\partial f_p/\partial\varepsilon$ на $\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)$ и интеграл в (3.4) можем оценить как

$$\int_0^\infty \tau_p(\varepsilon)\varepsilon^{3/2}\left(-\frac{\partial f_p}{\partial \varepsilon}\right)d\varepsilon = B_p e^{\alpha_p/t}\int_0^{\varepsilon_F}\frac{\varepsilon^{3/2}}{1+c_p(t)\sqrt{\varepsilon}} \times\delta(\varepsilon-\varepsilon_F)d\varepsilon = B_p e^{\alpha_p/t}\frac{\varepsilon_F^{3/2}}{1+c_p(t)\sqrt{\varepsilon_F}}, \quad (3.5)$$

где $\alpha_p = \hbar\omega_{01}/k_B T^*$, $c_p(t) = (B_p/A_p)te^{\alpha_p/t}$., $t = T/T^*$, $A_p = \frac{\pi\hbar^4\rho_M v_s^2}{E_d^2\sqrt{2}m_p^{3/2}k_B T^*}$,

$B_p = \frac{4\sqrt{2}\pi\tilde{\varepsilon}(\hbar\omega_{01})^{3/2}}{\omega_{01}^2 e^2\sqrt{m_p}}$.

Используя вышеупомянутое свойство функции Ферми распределения, интеграл в знаменателе в (3.4) оценивается как

$$\int_0^\infty f_p(\varepsilon)\varepsilon^{1/2}d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_F}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon = \frac{2}{3}\varepsilon_F^{3/2}. \quad (3.6)$$

Подставляя соотношения (3.5) и (3.6) в (3.4), получаем следующее выражение для проводимости больших поляронов выше T^* в слоях CuO_2:

$$\sigma_1(t>1) = \frac{ne^2 B_p e^{\alpha_p/t}}{m_{ab}(1+c_p(t)\sqrt{\varepsilon_F})}. \quad (3.7)$$

§ 3.1.2. Проводимость возбужденных Ферми-компонент поляронных куперовских пар и бозонных куперовских пар ниже T^*

Ниже T^* большие поляроны в энергетическом слое шириной ε_c вокруг поверхности Ферми принимают участие в куперовском спаривании и образуют поляронные куперовские пары. Полное число возбужденных Ферми-компонент куперовских пар поляронов и бозонных куперовских пар определяется как [115; с.17-32. 116; с.1715–1726]

$$n = n_p^* + 2n_B = 2\sum_k \left[u_k^2 f_p^*(k) + v_k^2(1 - f_p^*(k))\right], \tag{3.8}$$

где $n_p^* = 2\sum_k u_k^2 f_p^*(k)$ число возбужденных поляронных компонент куперовских пар,

$n_B = \sum_k v_k^2(1 - f_p^*(k))$ число бозонных куперовских пар,

$f_p^*(k) = (e^{E/k_BT} + 1)^{-1}$, $u_k = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\xi}{E}\right)$, $v_k = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\xi}{E}\right)$.

Вклад возбужденных поляронных компонент куперовских пар в проводимость в квази-2D купратных сверхпроводниках ниже T^* в приближении времени релаксации определяется выражением (см. Приложение Б)

$$\sigma_p^*(T < T^*) = -\frac{e^2}{8\pi^3}\int \tau_{BCS}(\xi, T) v_\alpha^2 \frac{\xi}{E}\left(1 + \frac{\xi}{E}\right)\frac{\partial f_p^*}{\partial E} d^3k. \tag{3.9}$$

Когда мы рассматриваем тонкий слой $\mathrm{CuO_2}$ допированного купратного сверхпроводника с эллипсоидальной энергетической поверхностью, выражение для $\sigma_p^*(T < T^*)$ можно записать как

$$\sigma_p^*(t < 1) = \frac{ne^2}{3m_{ab}} \frac{\int\limits_{-\varepsilon_c}^{\varepsilon_c} \tau_{BCS}(\xi + \mu)(\xi + \mu)^{3/2} \frac{\xi}{E}\left(1 + \frac{\xi}{E}\right)\left(-\frac{\partial f_p^*}{\partial E}\right) d\xi}{\int\limits_0^\infty f_p(\varepsilon)\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}. \tag{3.10}$$

Энергетическая щель Δ и характеристическая температура T^* определяются из БКШ-подобного уравнения (2.5).

Для вычисления вклада поляронных куперовских пар в проводимость купратов в нормальном состоянии, рассмотрим такие куперовские пары как бозе-частицы. Тогда массу бозонной куперовской пары в слоистых купратах

можно определить как $m_B = (M_{ab}^2 M_c)^{1/3}$, где $M_{ab} = 2m_{ab}$ и $M_c = 2m_c$ соответственно массы куперовских пар поляронов в *ab*-плоскости и вдоль оси *c*.

Ниже T^* концентрация куперовских пар определяется из уравнения

$$n_B = \frac{(m_{ab}^2 m_c)^{1/2}}{2\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_{-\varepsilon_c}^{\varepsilon_c} \left[1 - \frac{\xi}{E}\right] (\xi + \mu)^{1/2} \frac{e^{E/k_B T}}{e^{E/k_B T} + 1} d\xi. \tag{3.11}$$

Тогда температура Бозе-Эйнштейновской конденсации бозонных куперовских пар определяется по формуле

$$T_{BEC} = \frac{3.31\hbar^2 n_B^{2/3}}{k_B m_B}. \tag{3.12}$$

Численные расчеты концентрации n_B и температуры Бозе-Эйнштейновской конденсации бозонных куперовских пар T_{BEC} показывают, что чуть ниже T^* значение T_{BEC} очень близко к T^* (т.е. $T_{BEC} \gtrsim T^*$), но несколько ниже T^*, $T_{BEC} >> T^*$. Таким образом, мы можем рассматривать поляронные куперовские пары ниже T^* как идеальный бозе-газ с химическим потенциалом $\mu_B = 0$. Ниже T_{BEC} полное число бозонных куперовских пар с нулевым и ненулевым импульсами K или энергией ε определяется как

$$n_B = n_B(\varepsilon > 0) + n_B(\varepsilon = 0), \tag{3.13}$$

где

$$n_B(\varepsilon > 0) = \frac{(M_{ab}^2 M_c)^{1/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{e^{\varepsilon/k_B T} - 1} = n_B \left(\frac{T}{T_{BEC}}\right)^{3/2}. \tag{3.14}$$

Очевидно, что бозонные куперовские пары с нулевым импульсом центра масс $(K = 0)$ или скоростью не дают вклад к току и только куперовские пары с

$K \neq 0$ и концентрацией $n_B(T/T_{BEC})^{3/2}$ дают вклад в нормальном состоянии к проводимости слоистых купратов с эллипсоидальной поверхностью постоянной энергии. Проводимость бозонных куперовских пар ниже T^* определяется как (см. Приложение Б)

$$\sigma_B(T < T^*) = -\frac{e^2}{2\pi^3}\int_0^\infty v_x^2 \tau_B(\varepsilon, T)\frac{\partial f_B}{\partial \varepsilon} d^3k, \tag{3.15}$$

где $f_B(\varepsilon) = (e^{\varepsilon/k_BT} - 1)^{-1}$ функция бозе распределения, $\tau_B(\varepsilon, T)$ время релаксации куперовских пар их рассеянии на акустических и оптических фононах и определяется как

$$\tau_B(\varepsilon, T) = \frac{\tau_{ac}^c(\varepsilon, T)\tau_{op}^c(T)}{\tau_{ac}^c(\varepsilon, T) + \tau_{op}^c(T)},$$

где $\tau_{ac}^c(\varepsilon, T) = \dfrac{\pi\hbar^4\rho_M v_s^2}{E_d^2\sqrt{2}m_B^{3/2}k_BT^*t\sqrt{\varepsilon}}$, $\tau_{op}^c(t<1) = \dfrac{4\sqrt{2}\pi\tilde{\varepsilon}(\hbar\omega_{02})^{3/2}}{(\omega_{02})^2(2e)^2\sqrt{m_B}}\exp\left[\dfrac{\hbar\omega_{02}}{k_BT^*t}\right]$.

При этом, мы можем снова сделать преобразование $K = M_\alpha^{1/2}K'$. Тогда выражение для проводимости $\sigma_B(T < T^*)$ бозонных куперовских пар в анизотропных ВТСП-купратах при их рассеянии на акустических и оптических фононах можно написать в виде

$$\sigma_B(T < T^*) = \frac{e^2}{2\pi^3}(M_{ab}^2 M_c)^{1/2}\int \tau_B(\varepsilon, T)\frac{\hbar^2 K_\alpha'^2}{M_\alpha}(-\frac{\partial f_B}{\partial \varepsilon})d^3K', \tag{3.16}$$

Используя (3.14) и соотношение $K'_\alpha = 2\varepsilon/3\hbar^2$ и после замены M_α на M_{ab}, проводимость бозонных куперовских пар ниже T^* можно записать в виде

$$\sigma_B(T<T^*)=\frac{8n_B(T/T_{BEC})^{3/2}e^2}{3M_{ab}}\frac{\int_0^\infty \tau_B(\varepsilon,T)\varepsilon^{3/2}(-\partial f_B/\partial\varepsilon)d\varepsilon}{\int_0^\infty f_B(\varepsilon)\varepsilon^{1/2}d\varepsilon}. \qquad (3.17)$$

После оценки интеграла в знаменателе этого уравнения, мы можем написать (3.17) в виде

$$\sigma_B(t<1)=0.19\frac{m_B^{3/2}e^2}{M_{ab}\hbar^3}\int_0^\infty \tau_B(\varepsilon,T)\varepsilon^{3/2}\left(-\frac{\partial f_B}{\partial\varepsilon}\right)d\varepsilon$$

$$=0.19\frac{m_B^{3/2}e^2}{M_{ab}\hbar^3}\frac{B_c e^{\alpha_c/t}}{k_BT^*t}\int_0^\infty \frac{\varepsilon^{3/2}e^{\varepsilon/k_BT^*t}}{(e^{\varepsilon/k_BT^*t}-1)^2\left(1+\beta_c(t)\sqrt{\varepsilon}\right)}d\varepsilon, \qquad (3.18)$$

где $\beta_c(t)=B_cte^{\alpha_c/t}/A_c$, $\alpha_c=\hbar\omega_{02}/k_BT^*$., $A_c=\frac{\pi\hbar^4\rho_M v_s^2}{E_d^2\sqrt{2}m_B^{3/2}k_BT^*}$, $B_c=\frac{\sqrt{2}\pi\tilde{\varepsilon}(\hbar\omega_{02})^{3/2}}{\omega_{02}^2e^2\sqrt{m_B}}$.

Результирующая проводимость возбужденных поляронных компонент куперовских пари бозонных куперовских пар ниже T^* в CuO_2 слоях определяется из выражения

$$\sigma_2(t<1)=\sigma_p^*(t<1)+\sigma_B(t<1). \qquad (3.19)$$

Путем использования резистивных данных из различных экспериментов, мы можем получить как качественное, так и количественное согласие с экспериментальными данными, приведенными в следующих параграфах.

§ 3.2. Аномальный резистивный переход выше T_c

Хорошо известно, что удельное сопротивление $\rho(T)$ слоистых купратов представляет по существу его значение в ab-плоскости из-за относительно высокой проводимости в CuO_2 слоях по сравнению с направлением вдоль c оси.

Любая микроскопическая теория, которая пытается объяснить нетрадиционную сверхпроводимости в высокотемпературных купратах, должна быть в состоянии последовательно и количественно объяснить наблюдаемые температурные и концентрационные зависимости транспортных свойств в этих материалах. При этом экспериментальные наблюдения показывают [32; с.61-122. 37; с.53-68. 128; с.851-853. 134; с.468-474. 135; с.227. 136; с.214535-6. 137; с.365-372. 138; с.104512-9. 139; с.115-124], что температурные зависимости измеренного объемного удельного сопротивления ρ (включая плоскостное сопротивление ρ_{ab}) выше и ниже температуры появления псевдощели T^* (которая систематически сдвигается к более низким температурам с увеличением уровня легирования p и, наконец, сливается с T_c в передопированных купратах [48; с.6120-6147. 140; с.51-54. 141; с.325-329. 142; с.10049-10082. 143; с.363-367]) являются удивительно различными. В псевдощелевом режиме ситуация очень сложна и несколько неясна из-за явно отличающихся отклонений от T −линейного резистивного поведения, которые приводят к выраженной нелинейной или даже немонотонной температурной зависимости ρ (или ρ_{ab}). В некоторых случаях удельное сопротивление очень быстро изменяется вблизи T^*. Следует отметить, что ни одна из существующих теоретических моделей, объясняющих высокотемпературное линейное поведение $\rho(T)$ и $\rho_{ab}(T)$, не может удовлетворительно описать явно отличающиеся отклонения от линейной зависимости удельного сопротивления ниже T^*. Здесь мы покажем, что вышеизложенная теория переноса заряда в нормальном состоянии слоистых ВТСП-купратов может описать адекватно и последовательно разные температурные зависимости удельного сопротивления $\rho_{ab}(T)$ выше и ниже T^* и аномальные резистивные переходы при $T = T^*$ от недодопированных до передопированных случаев. Вышеупомянутые комбинированные и более эффективные притягивающие взаимодействия типа БКШ и типа Фрёлиха (Глава 2) ответственны за корреляцию спаривания выше T_c в купратах, и

нетрадиционное фонон-опосредованное куперовское спаривание при некоторой температуре $T^* > T_c$ должно происходить в режиме промежуточной связи. Уравнение (3.7) позволяет нам вычислить удельное сопротивление $\rho_{ab}(T > T^*) = \rho_0 + 1/\sigma_1(T > T^*)$ в CuO_2 слоях ВТСП-купратов, где ρ_0 остаточное сопротивление из-за предполагаемой примеси или безпорядка в ВТСП образцах. Мы далее используем решение уравнение (3.5) для вычисления $\rho_{ab}(T < T^*) = \rho_0 + 1/\sigma_2(T < T^*)$ путем численного интегрирования уравнений (3.10) и (3.18). Энергия Ферми для недодопированных купратов составляет около $E_F = 7$эВ [144; с.950-953] и E_d оценены как $E_d = (2/3)E_F$. Для допированных ВТСП-купратов экспериментальные значения ρ_M, v_s, ε_∞, ε_0 и $\hbar\omega_0$ лежат в пределах $\rho_M \simeq (4-7)$ г/см^3 [145], $v_s \simeq (4-7)\times 10^5$ см/сек [145], $\varepsilon_0 \simeq 22-50$ [31; с.897-928. 146; с.6575-6593], $\varepsilon_\infty \simeq 3-7$ [31; с.897-928] и $\hbar\omega_0 \simeq 0.03-0.08$ эВ [31; с.897-928. 69; с.473-541. 147; 148; с.831-834. 149; с.2705-2708].

Для иллюстрации конкурирующих эффектов БКШ-подобной псевдощели (т.е. вклады разорванных куперовских пар) и бозонных куперовских пар на результирующую проводимость (сопротивление), на рисунке 3.1 приведены результаты наших расчетов для предполагаемого недолегироанного образца ВТСП-купратах с $T^* = 170$ K ($\lambda^p = 0.585$), при использовании параметров $v_s = 5.5\times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 6.0$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 5.6$, $m_{ab} = 1.82\times 10^{-27}$ г, $m_p = 2.003\times 10^{-27}$ г, $n = 0.5\times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.05$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.056$ эВ, $\rho_0 = 0.2$ мОм см и $v_s = 5.4\times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 5.8$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.6$, $m_{ab} = 1.88\times 10^{-27}$ г, $m_p = 2.14\times 10^{-27}$ г, $n = 0.45\times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.04$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.041$ эВ, $\rho_0 = 0.04$ мОм см, соответственно.

Как видно из рисунка 3.1, $\rho_{ab}(T)$ показывает $T-$линейное поведение выше T^* как наблюдается в различных недодопированных ВТСП-купратах.

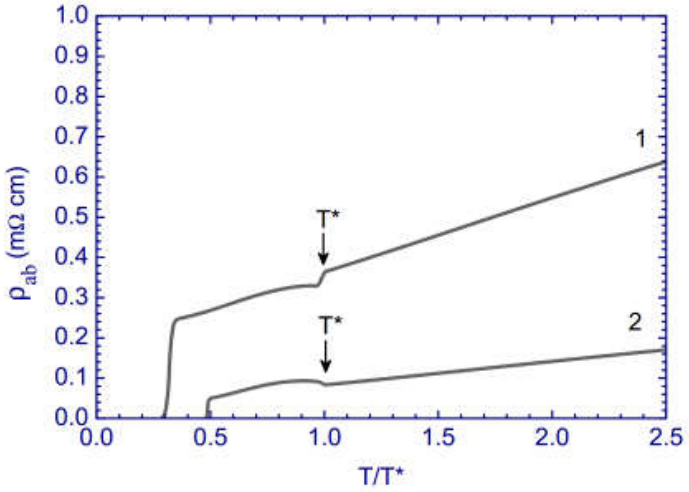

Рис. 3.1. Температурные зависимости ρ_{ab} рассчитаны для двух разных недодопированных образцов купратов с разными температурами открытия псевдощели. Ниже T^* $\rho_{ab}(T)$ отклоняется либо вниз (кривая 1), либо вверх (кривая 2) от линейности

Такое аномальное металлическое T −линейное поведение удельного сопротивления выше T^* возникает в результате рассеяния больших поляронов на акустических и оптических фононах. Однако, ниже T^* сопротивление $\rho_{ab}(T)$ имеет нелинейную температурную зависимость и начинает отклоняться вниз от линейного закона, причем $\rho_{ab}(T)$ проявляет резкий спад (т.е. резистивный переход) при $T = T^*$. Эти аномальные металлические поведения $\rho_{ab}(T)$ близко напоминают аналогичные поведения, найденные экспериментально в различных ВТСП-купратах [32; с.61-122. 135; с.227. 150; с.879-880]. Ниже T^* удельное сопротивление $\rho_{ab}(T)$ показывает нелинейную T −зависимость и начинает отклоняться либо вниз, либо вверх от T −линейного поведения, в зависимости от конкретных параметров материалов. Наши расчеты показывают, что аномальное поведение удельного сопротивления в режиме псевдощели, которое на самом деле характерно от недодопированных до передопированных купратов и чувствительно зависит от двух отличительных частот оптических

фононов ω_{01} и ω_{02}, не очень чувствительно к изменениям концентрации носителей. В целом, в различных дырочно-допированных купратах отклонение $\rho_{ab}(T)$ от линейности происходит ниже T^*, что указывает на появление некоторой избыточной проводимости из-за перехода в псевдощелевое состояние и эффективной проводимости бозонных куперовских пар. Кроссовер между режимами высокой и низкой температуры происходит вблизи T^*, где значение $\rho_{ab}(T)$ быстро изменяется из-за чувствительности результирующей проводимости $\sigma_2(t<1)$ к быстрому изменению температуры $\sigma_p^*(t<1)$ и $\sigma_B(t<1)$ ниже T^*. Также на рисунке 3.2 ясно видно, что $\rho_{ab}(T)$ в ВТСП-купратах проявляет нелинейное поведение при переходе в псевдощелевой режим.

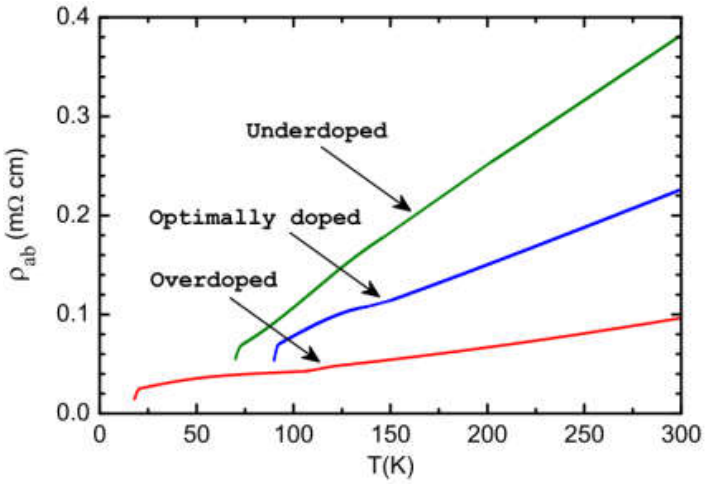

Рис. 3.2. Немонотонная температурная зависимость удельного сопротивления в *ab*-плоскости, рассчитанная по нашей модели при различных уровнях легирования

Эти результаты для резистивных переходов очень похожи на результаты, полученные в некоторых ВТСП-купратах [139; с.115-124. 150; с.879-880. 151; с.823-826]. Действительно, расчетные кривые удельного сопротивления, показанные на рисунках 3.1 и 3.2, демонстрируют кроссовер при T^*,

аналогичный тому, который наблюдался экспериментально в различных высокотемпературных купратах. При этом лучшая подгонка экспериментальных данных достигается за счет более подходящего выбора и тщательного изучения соответствующих параметров материалов.

Подробное объяснение различных аномальных поведений удельного сопротивления в нормальных состояниях, наблюдаемых выше T^*, ниже T^* и при T^* в недодопированных к передопированных купратах, более детально приведено в пункте 3.4 в терминах вышеупомянутой теории переноса заряда применительно к этим материалам.

§ 3.3. Коэффициент Холла в *ab*-плоскости решетки купратов

Коэффициент Холла R_H в *ab*-плоскости у дырочно-допированных купратов заметно меняется как при допировании p, так и при температуре T. Происхождение сильной температурной зависимости R_H и ее большой величины при низком допировании были предметом интенсивных дискуссий в сообществе. На простой картине Друде резкий рост температурной зависимости коэффициента Холла $R_H(T)$ предполагает потерю носителей с понижением температуры, возможно, из-за открытия псевдощели. С этой точки зрения немонотонная $R_H(T)$, наблюдаемая у большинства купратов при низком допировании, будет интерпретирована как репопуляция состояний. Для вычисления немонотонной $R_H(T)$ мы используем формулу, полученную путем решения уравнений Больцмана [116; с.1715–1726].

Рассмотрим проводимость и коэффициент Холла для двухкомпонентной системы возбужденных поляронных компонент и бозонных куперовских пар. Тогда $R_H(T)$ определяется как

$$R_H(T) = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2) + \sigma_1\sigma_2\left(\sigma_1 R_p^2 + \sigma_2 R_B^2\right) H^2}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2(R_p + R_B)^2 H^2}, \tag{3.20}$$

На основе теории переноса Больцмана в пределе слабого магнитного поля уравнение коэффициента Холла для двухкомпонентной модели можно упростить как

$$R_H(T) = \frac{\sigma_1^2 R_p + \sigma_2^2 R_B}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}, \tag{3.21}$$

где $R_p = \frac{1}{en_p c}$ и $R_B = \frac{1}{(2e)n_B c}$ постоянная Холла для поляронных носителей и бозонных куперовских пар, соответственно, *c* - скорость света.

§ 3.4. Количественное сравнение результатов теории с экспериментальными данными и их анализ

Для сравнения с существующими экспериментальными данными по удельному сопротивлению мы также представляем наши результаты для T −зависимого удельного сопротивления в недодопированных, оптимально допированных и умеренно передопированных купратах с реалистичными наборами подгоночных параметров, которые во многих случаях были предварительно определены экспериментально и не являются полностью свободными параметрами [115; с.17-32. 116; с.1715–1726]. Экспериментально, в этих материалах встречается переход от линейного в T−поведении удельного сопротивления к нелинейному (включая немонотонное) в T −поведении ниже T^*, даже если аномалия вблизи T^* является слабой. Возможно, что неоднородность и другие дефекты в образцах допированных купратов влияют на этот кроссовер, который может быть скрыт из-за таких внешних факторов и может стать почти замаскированным или менее выраженным резистивным

переходом типа БКШ. На самом деле, в недодопированных, оптимально допированных и даже передопированных ВТСП-материалах вблизи T^* наблюдается несколько различных кроссоверов по удельному сопротивлению, где $\rho_{ab}(T)$ показывает конечную отрицательную или положительную кривизну. Часто ошибочно полагают, что оптимально допированные купраты обладают T −линейным удельным сопротивлением в широкой области температур, которая простирается до T_c. Однако, тщательное изучение экспериментальных данных по удельному сопротивлению в различных оптимально допированных купратах показывает, что удельное сопротивление будет T −линейно от 300 К до T^*, а затем в этих материалах будут иметь место различные отклонения от линейности ниже T^*.

Купратные сверхпроводники очень сложны и характеризуются многими внутренними параметрами. Ясно, что минимальная модель, которая использует меньше параметров купратов, не описывает реальную физическую картину, особенно в неоднородных высокотемпературных купратах, и не может воспроизвести многие важные особенности в $\rho_{ab}(T)$. Полученные выражения для $\sigma_1(t>1)$, $\sigma_p^*(t<1)$ и $\sigma_B(t<1)$ позволяют нам выполнять подгонки измеренного удельного сопротивления в ab-плоскости $\rho_{ab}(T)=\rho_0+1/\sigma_{ab}(T)$ в различных ВТСП-купратах выше T_c, используя конкретные параметры предлагаемой модели в рамках поляронного подхода (таблица 3.1). Здесь мы показываем, что предлагаемая нами модель переноса заряда в нормальном состоянии слоистых купратов может адекватно и последовательно описывать различные T −зависимости удельного сопротивления выше и ниже T^* и аномальные резистивные переходы при T^* от недодопированных к передопированным режимам.

Таблица 3.1

Значения *n*, *T, λ^{p} и ρ_0 определяются из сравнения к экспериментальным данным $\rho_{ab}(T)$. Соответствующие T_c и ссылки перечислены**

Образец	T_c (K)	$n\times10^{21}$ (cm^{-3})	T^* (K)	λ^p	ρ_0 $(m\Omega\ cm)$	Лит.
$La_{1.92}Sr_{0.08}CuO_4$	20	0.45	120	0.553	0.220	[145]
$La_{1.48}Nd_{0.40}Sr_{0.12}CuO_4$	10	0.60	75	0.483	0.093	[151; с.823-826]
$La_{1.90}Ba_{0.10}CuO_4$	30	0.60	43	0.428	0.080	[139; с.115-124]
$La_{1.89}Ba_{0.11}CuO_4$	21	0.65	52	0.416	0.100	[139; с.115-124]
$YBa_2Cu_3O_{6.72}$	68	1.00	160	0.546	0.018	[152; с.13051-13059]
$YBa_2Cu_3O_{6.81}$	87	1.15	140	0.521	0.020	[152; с.13051-13059]
$YBa_2Cu_3O_{6.95}$	91	1.35	120	0.473	0.016	[152; с.13051-13059]
$Y_{0.90}Ca_{0.10}Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$	80	1.20	140	0.447	0.200	[137; с.365-372]
$Bi_2Sr_2Ca_{0.92}Y_{0.08}Cu_2O_8$	64	0.67	190	0.579	0.280	[153; с.402-408]
$CuBa_2Ca_3Cu_3O_y$ (с добавлением AgO содержанием $x = 0.9$)	69	0.85	113	0.508	0.008	[154; с.209-216]

На рисунке 3.3 приводится сравнение рассчитанного удельного сопротивления ρ_{ab} как функции температуры с хорошо известными экспериментальными результатами Каррингтона и др. [152; с.13051-13059], полученными для недодопированных и оптимально допированных образцов ВТСП-купратов $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$. Сравнение проводится в диапазоне температур выше T_c до 300 K, расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Изучение экспериментальных данных, представленных на рисунке 3.3, показывает, что отклонения вниз $\rho_{ab}(T)$ от линейности в соединениях $YBa_2Cu_3O_{6.72}$, $YBa_2Cu_3O_{6.81}$, и $YBa_2Cu_3O_{6.95}$ происходят ниже псевдощелевых температур $T^* = 160$ K (для $\lambda^p = 0.6$), 140 K (для $\lambda^p = 0.57$) и 120 K (для $\lambda^p = 0.5$), соответственно. Ясно, что ниже T^* основной вклад в результирующую проводимость этих купратов вносит проводимость некогерентных бозонных куперовских пар, и температурная зависимость удельного сопротивления, в основном, определяется этим вкладом в $\sigma_2(t < 1)$, который определяет отклонение $\rho_{ab}(T)$ вниз от T–линейного поведения при T^* (в этой точке начинает открываться псевдощель). В численных расчетах $\rho_{ab}(T > T^*)$ и $\rho_{ab}(T < T^*)$ нами использованы следующие наборы соответствующих параметров ВТСП-материалов для того, чтобы получить лучшие согласия с экспериментальными данными: $v_s = 4.0 \times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 4.1$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.1$, $m_{ab} = 1.257 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 1.75922 \times 10^{-27}$ г, $n = 1.15 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.041$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.058$ эВ, $\rho_0 = 0.02$ мОм·см для недодопированных $YBa_2Cu_3O_{6.81}$, $v_s = 4.1 \times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 4.1$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.1$, $m_{ab} = 1.547 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 1.925 \times 10^{-27}$ г, $n = 1.0 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} \simeq 0.051$ эВ, $\hbar\omega_{02} \simeq 0.062$ эВ, $\rho_0 = 0.018$ мОм·см для недодопированных $YBa_2Cu_3O_{6.72}$ и $v_s = 4.0 \times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 4.0$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.0$, $m_{ab} = 1.2 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 1.6221 \times 10^{-27}$ г, $n = 1.35 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.040$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.057$ эВ, $\rho_0 = 0.016$ мОм·см для оптимально допированных $YBa_2Cu_3O_{6.95}$,

соответственно. Очевидно, что результаты расчетов достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными как выше T^*, так и ниже T^*, особенно с учетом того факта, что экспериментальные результаты, полученные вблизи псевдощелевой температуры T^*, зависят от внешних факторов.

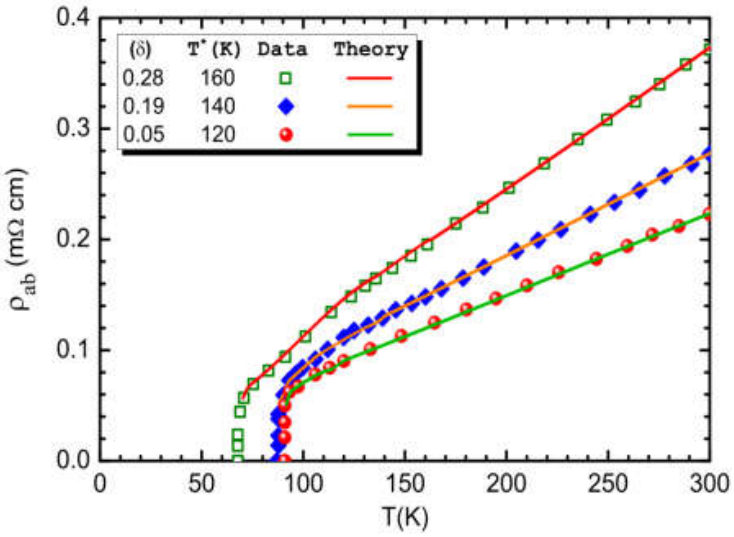

Рис. 3.3. Сравнение вычисленных результатов для $\rho_{ab}(T)$ (сплошная линия) с экспериментальными данными (все символы), полученными Каррингтоном и др. [152; с.13051-13059] для недодопированных купратов (с δ=0.19 и 0.28) и оптимально допированного $YBa_2Cu_3O_{6.95}$ материала

Далее результаты сравнения экспериментальных данных $\rho_{ab}(T)$ приведены на рисунке 3.4 для различных образцов ВТСП-купратов при разных допированиях. Мы получили разумное соответствие экспериментальным данным, принимая соответствующие наборы параметров: $\tilde{\varepsilon} = 4.1$, $m_{ab} = 1.25 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 2 \times 10^{-27}$ г, $n = 0.72 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.052$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.06$ эВ, $\rho_0 = 0.02$ мОм·см для $YBa_2Cu_3O_{6.72}$, $\tilde{\varepsilon} = 4.5$, $m_{ab} = 1.53 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 2.4 \times 10^{-27}$ г, $n = 1.35 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} \simeq 0.051$ эВ, $\hbar\omega_{02} \simeq 0.061$ эВ, $\rho_0 = 0.0188$ мОм·см для $YBa_2Cu_3O_{6.95}$ и $\tilde{\varepsilon} = 3.0$, $m_{ab} = 1.82 \times 10^{-27}$ г,

$m_p = 3 \times 10^{-27}$ г, $n = 1.5 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.064$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.079$ эВ, $\rho_0 = 0.01$ для $Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$, соответственно.

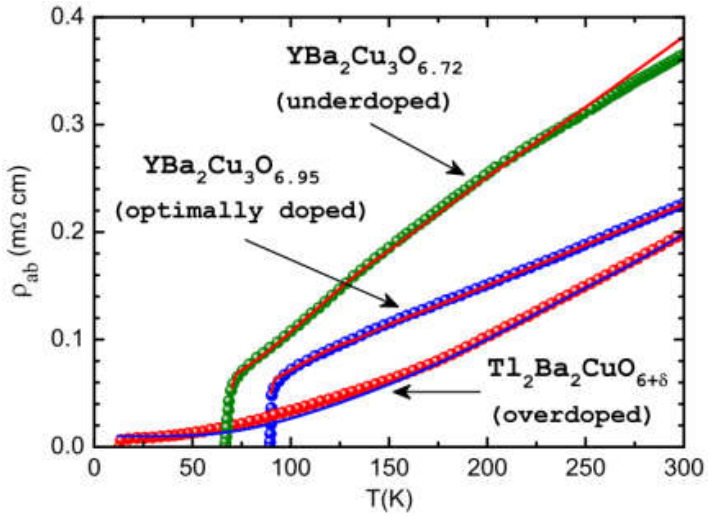

Рис. 3.4. Температурная зависимость ρ_{ab} значительно изменяется в зависимости от допирования. Сравнение нашей модели для $\rho_{ab}(T)$ (сплошная линия) с экспериментальными данными (заполненные кружки), полученными Маккензием и др. [155; с.5848-5855] для недодопированных, оптимально допированных и передопированных купратов

Другие результаты подгонки экспериментальных данных $\rho_{ab}(T)$ показаны на рисунках 3.5 и 3.6 для $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ ($x = p = 0.08$) и $Bi_2Sr_2Ca_{0.92}Y_{0.08}Cu_2O_8$ с $T^* = 120$ К ($\lambda^p = 0.553$) и $T^* = 190$ К ($\lambda^p = 0.579$). Мы получили разумное соответствие экспериментальным данным, взяв соответствующие наборы параметров материалов: $v_s = 5.0 \times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 5.2$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.762$, $m_{ab} = 1.82 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 2.224 \times 10^{-27}$ г, $n = 0.45 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.046$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.049$ эВ, $\rho_0 = 0.22$ мОм·см для $La_{1.92}Sr_{0.08}CuO_4$ и $v_s = 4.0 \times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 4.0$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.5$, $m_{ab} = 1.78 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 2.288 \times 10^{-27}$ г, $n = 0.67 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.042$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.051$ эВ, $\rho_0 = 0.28$ мОм·см для $Bi_2Sr_2Ca_{0.92}Y_{0.08}Cu_2O_8$.

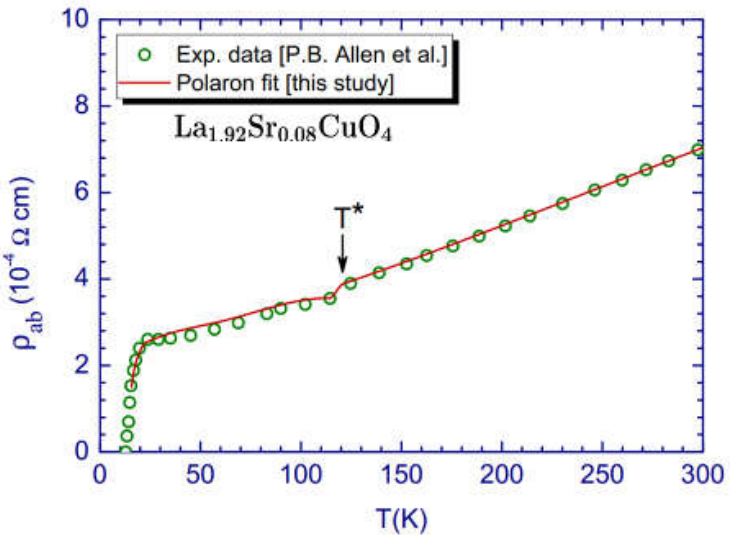

Рис. 3.5. Экспериментальные данные $\boldsymbol{\rho_{ab}(T)}$ для $\mathbf{La_{1.92}Sr_{0.08}CuO_4}$, приведенныев работе[145] (незаполненные кружки) и соответствующие подгонки (сплошная линия)

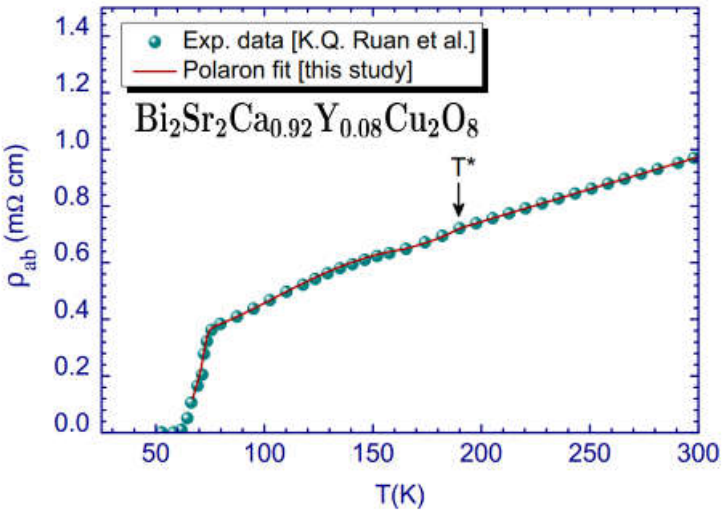

Рис. 3.6. Экспериментальные данные $\boldsymbol{\rho_{ab}(T)}$ для $\mathbf{Bi_2Sr_2Ca_{0.92}Y_{0.08}Cu_2O_8}$, приведенные в работе[153; с.402-408] (заполненные кружки) и соответствующие подгонки (сплошная линия)

Видно, что как в $La_{1.92}Sr_{0.08}CuO_4$, так и в Y-допированном Bi-2212 удельное сопротивление $\rho_{ab}(T)$ нелинейно при $T < T^*$. Кроме того, при

сравнении рисунков 3.5 и 3.6 можно видеть, что ниже T^* отклонения вверх и вниз $\rho_{ab}(T)$ от линейности происходят в $La_{1.92}Sr_{0.08}CuO_4$ и $Bi_2Sr_2Ca_{0.92}Y_{0.08}Cu_2O_8$, соответственно, как это было видно в экспериментах.

Наши численные результаты по немонотонной температурной зависимости удельного сопротивления в различных ВТСП-купратах при различных уровнях легирования также представлены на рисунках 3.7–3.9 наряду с существующими экспериментальными данными.

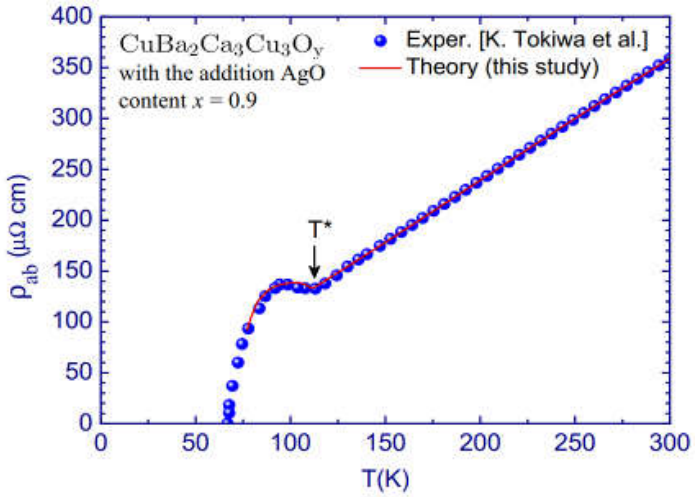

Рис. 3.7. Рассчитанная температурная зависимость ρ_{ab} (сплошная линия) по сравнению с экспериментальными данными для сверхпроводника $CuBa_2Ca_3Cu_3O_y$ (с добавлением AgO содержанием $x = 0.9$) [154; с.209-216] (заполненные кружки). Соответствующие параметры материала используются $v_s = 4.1 \times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 4.5$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.8$, $m_{ab} = 1.547 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 2.9492 \times 10^{-27}$ г, $n = 0.85 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.050$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.054$ эВ, $\rho_0 = 0.008$ мОм·см

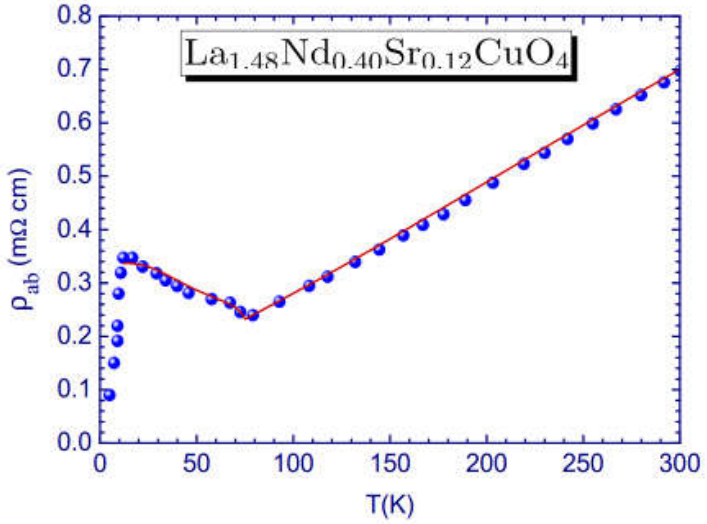

Рис. 3.8. Экспериментальные данные $\rho_{ab}(T)$ для недодопированного $La_{1.48}Nd_{0.40}Sr_{0.12}CuO_4$ [151; с.823-826] (заполненные кружки) и соответствующих подгонок (сплошная линия). Соответствующие параметры материала используются $v_s = 4.4 \times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 5.0$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 6.0$, $m_{ab} = 2.002 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 2.5225 \times 10^{-27}$ г, n = 0.6×10^{21} см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.0431$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.0432$ эВ, $\rho_0 = 0.093$ мОм·см

Мы полагаем, что ярко выраженное немонотонное поведение $\rho_{ab}(T)$ (то есть скачкообразные и пиковые аномалии в $\rho_{ab}(T)$ при T^* и ниже T^* оответственно) в большинстве образцов ВТСП-купратов напрямую связаны с конкурирующими вкладами (т.е. вклад неспаренных компонентов куперовских пар, который резко уменьшается ниже T^*, и вклад бозонных куперовских пар, который быстро увеличивается ниже T^*), в результирующую проводимость $\sigma_2(t < 1)$. Рисунки 3.7–3.9 ясно демонстрируют, что поведение удельного сопротивления в псевдощелевом режиме особенно чувствительно к изменениям подгоночных параметров $\hbar\omega_{01}$ и $\hbar\omega_{02}$. В частности, в купратах с $\omega_{02} \gtrsim \omega_{01}$ отклонение удельного сопротивления вверх от его высокотемпературного $T-$линейного поведения происходит ниже T^*, и иногда между T_c и T^* существует пик удельного сопротивления, в то время как отклонение вниз от $T-$линейного

резистивного поведения происходит ниже T^* в других системах с достаточно большими значениями $\hbar\omega_{02}$ по сравнению с $\hbar\omega_{01}$.

Далее мы проанализируем экспериментальные данные удельного сопротивления в передопированных образцах ВТСП-купратов.

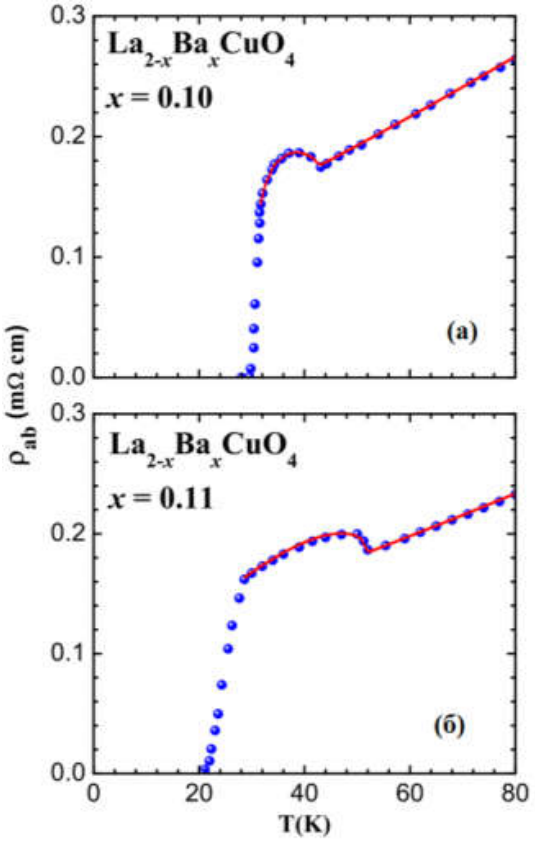

Рис. 3.9. Экспериментальные данные $\boldsymbol{\rho_{ab}(T)}$ для недодопированных $\mathbf{La_{2-x}Ba_xCuO_4}$ образцов $\mathbf{x = 0.10}$, 0.11 [139; с.115-124] (заполненные кружки) и соответствующих подгонок (сплошная линия). Соответствующие параметры материала используются (а) $\mathbf{v_s = 4.0 \times 10^5}$ см/сек, $\rho_M = 4.0$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.762$, $\mathbf{m_{ab} = 1.911 \times 10^{-27}}$ г, $\mathbf{m_p = 2.108 \times 10^{-27}}$ г, $\mathbf{n = 0.6 \times 10^{21}}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.036$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.038$ эВ, $\rho_0 = 0.08$ мОм·см. (б) $\mathbf{v_s = 4.0 \times 10^5}$ см/сек, $\rho_M = 4.5$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.762$, $\mathbf{m_{ab} = 1.642 \times 10^{-27}}$ г, $\mathbf{m_p = 2.124 \times 10^{-27}}$ г, $\mathbf{n = 0.65 \times 10^{21}}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.030$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.033$ эВ, и $\rho_0 = 0.1$ мОм·см

На рисунке 3.10 следующее сравнение, рассчитанное нами температурно-зависимое удельное сопротивление с экспериментальными данными $\rho(T)$, полученными для передопированного $(p = 0.17)$ соединения $Y_{1-x}Ca_xBa_2(Cu_{1-y}Zn_y)_3O_{7-\delta}$ [147; с.365-372]. В этом материале также наблюдается переход от линейного в $T-$поведении удельного сопротивления к нелинейному в $T-$поведении ниже T^*, как показано на рисунке 3.10 для поликристаллических образцов, замещенных Ca и Zn YBCO, где удельное сопротивление отклоняется вниз от линейности в T^*, который уже близок к T_c, когда система приближается к передопированному режиму.

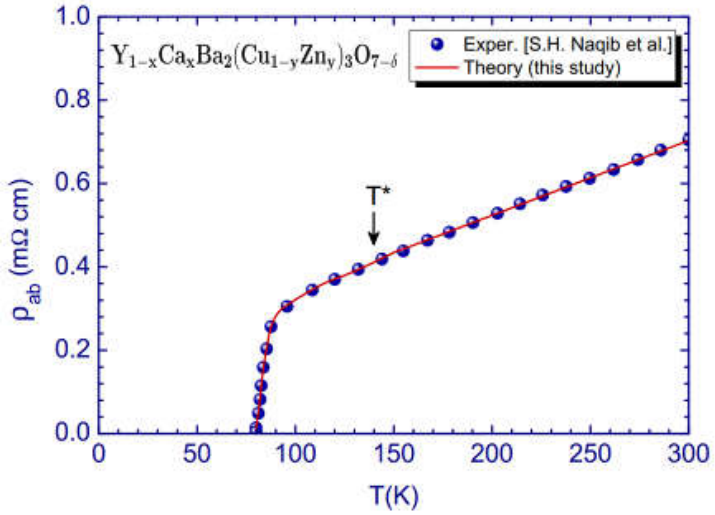

Рис. 3.10. Рассчитанная температурная зависимость ρ_{ab} (сплошная линия) по сравнению с экспериментальными данными для передопированного $Y_{1-x}Ca_xBa_2(Cu_{1-y}Zn_y)_3O_{7-\delta}$ с $x = 0.1$ и $y = 0$ [137; с.365-372] (запольненные кружки). Соответствующие параметры материала используются $v_s = 3.5 \times 10^5$ см/сек, $\rho_M = 3.8$ г/см^3, $\tilde{\varepsilon} = 4.0$, $m_{ab} = 1.7 \times 10^{-27}$ г, $m_p = 1.89 \times 10^{-27}$ г, $n = 1.2 \times 10^{21}$ см$^{-3}$, $\hbar\omega_{01} = 0.045$ эВ, $\hbar\omega_{02} = 0.055$ эВ, $\rho_0 = 0.2$ мОм·см

Таким образом, результаты для сверхлегированного материала, представленные на рисунке 3.10, напоминали результаты, полученные для оптимально допированных купратов, а не для недодопированного образца. На самом деле, как указано в работе [137; с.365-372], кроссовер по удельному сопротивлению существует даже в этом материале, но T^* сравнительно близок к T_c. Этот результат дает прямое указание на присутствие БКШ-подобных псевдощелей и некогерентных куперовских пар в передопированных купратах.

Приведенный выше количественный анализ данных удельного сопротивления показывает, что предложенный нами подход последовательно описывает как $T-$линейное удельное сопротивление выше T^*, так и отчетливо разные отклонения от высокотемпературного $T-$линейного поведения в $\rho(T)$ и $\rho_{ab}(T)$ ниже T^* в этих материалах.

Кроме того, следует отметить, что поведение коэффициента Холла в зависимости от температуры остается одним из наиболее интригующих и противоречивых свойств нормального состояния купратных сверхпроводников. Коэффициент Холла R_H в этих материалах при оптимальном допировании (для наибольшего T_c) линейно уменьшается с температурой. На других уровнях легирования существуют значительные отклонения от этого простого поведения. Здесь мы показываем, что Друде-подобная картина для двухкомпонентной модели (такой как возбужденные поляронные компоненты и бозонные куперовские пары) переноса заряда в нормальном состоянии в $\mathrm{CuO_2}$ слоях квазидвумерных купратных сверхпроводников может адекватно и последовательно описывать различные $T-$зависимости коэффициента Холла при различных уровнях легирования.

На рисунке 3.11 показана температурная зависимость коэффициента Холла $R_H(T)$ с использованием двухкомпонентной модели, рассчитанная путем извлечения $\sigma_1(t>1)$ и $\sigma_2(t<1)$ при различных уровнях легирования. Рассчитанный коэффициент Холла $R_H(T)$ в плоскости, соответствующий

удельным сопротивлениям на рисунке 3.3, показан на рисунке 3.12. Одна особенность всех $R_H(T)$ на рисунке 3.12 - это максимум R_H в нормальном состоянии, который расширяется и сдвигается к более высокой температуре при увеличении δ.

На рисунке 3.13 мы сравниваем нашу рассчитанную R_H как функцию температуры с экспериментальными данными, приведенными Матти и др. [157; с.7875-7882] для тонких пленок $\mathrm{GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$. Кривые соответствуют пленкам с уровнем легирования дырок $p =$ 0.10, 0.12 и 0.16 и критическими температурами 84.6 К, 62.7 К и 53.1 К, соответственно. Также можно заметить на рисунке 3.13, что максимум в R_H происходит в нормальном состоянии около 100 К для каждой кривой и, похоже, не связан с T_c. На рисунке 3.14 показаны измеренные и рассчитанные результаты для коэффициента Холла $R_H(T)$ для разных значений T_c. Все они соответствуют допированию, для которого наблюдается немонотонная температурная зависимость, которая увеличивается с увеличением T_c. Температурная зависимость R_H предполагает, что допированные носители в плоскостях $\mathrm{CuO_2}$ являются невзаимодействующими дырочными поляронами и их рассеяние на акустических и оптических фононах ответственно за $T-$линейный коэффициент Холла, в то время как некоторая доля допированных носителей ограничена биполяронными потенциальными ямами между плоскостями $\mathrm{CuO_2}$. Кроме того, мы предполагаем, что открытие БКШ-подобной псевдощели и эффективная проводимость бозонных куперовских пар в купратах ниже T^* приводят к немонотонной $T-$зависимости R_H, которая увеличивается с уменьшением допирования.

Сравнение наших результатов с экспериментальными данными R_H показывает качественное и в некоторой степени также количественное согласие.

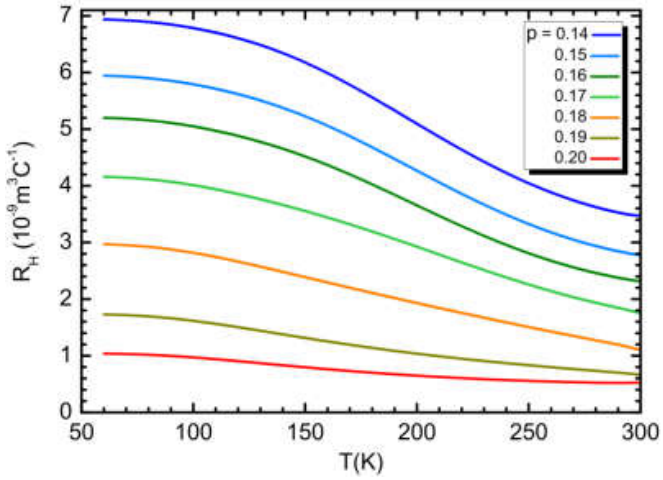

Рис. 3.11. Температурная зависимость коэффициента Холла R_H в нормальном состоянии, рассчитанная по нашей модели для семи представительных уровней легирования

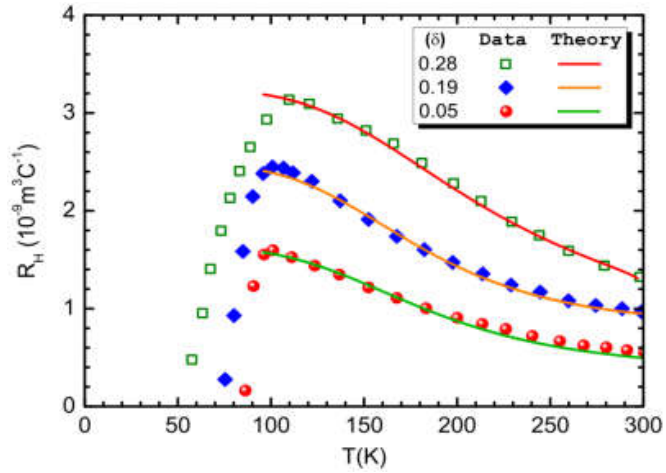

Рис. 3.12. Коэффициент Холла $R_H(T)$ в *ab*-плоскости, соответствующий удельным сопротивлениям на рисунке 3.3. Сравнение $R_H(T)$ (сплошная линия) с экспериментальными данными (все символы) [152; с.13051-13059] для недодопированных и оптимально допированных образцов материала $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$

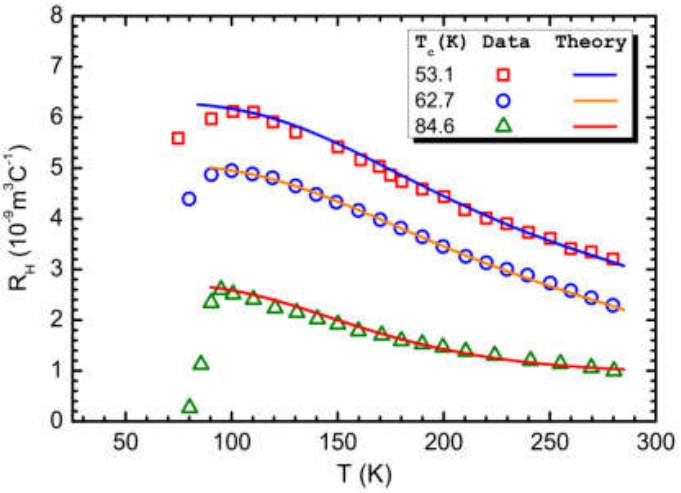

Рис. 3.13. Экспериментальные данные по $R_H(T)$, приведенные Матти и др. [156; с.024513-5] (все символы) для $GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ и соответствующие теоретические подгонки (сплошные линии)

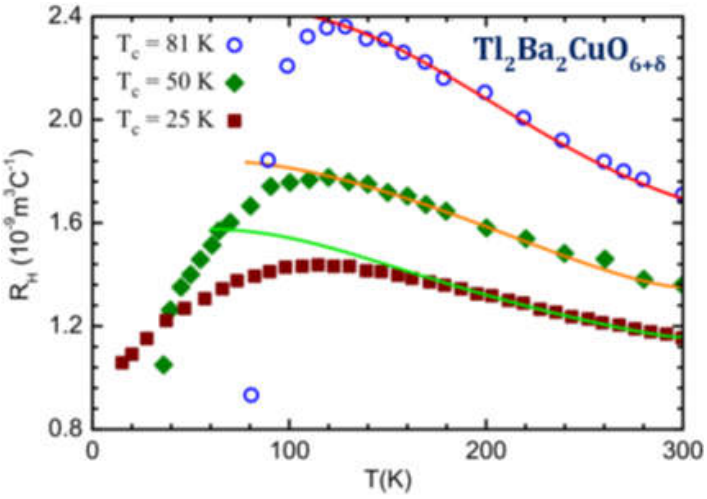

Рис. 3.14. Температурная зависимость коэффициента Холла $R_H(T)$ для нескольких различных T_c. Экспериментальные данные $R_H(T)$ (все символы) для $T_c = 81$ K приведены для поликристаллических образцов, измеренных в работе [157; с.7875-7882], данные для $T_c = 50$ K взяты из работы [158; с.11019-11024], и данные $T_c = 25$ K взяты из работы [159; с.122-125] и соответствующая теоретическая подгонка (сплошные линии)

Выводы по главе III

Слоистые купраты имеют неодинаковые металлические проводимости выше и ниже температуры псевдощелевого перехода T^*, а для некоторых ВТСП-купратов проводимость ниже T^* является неметаллической, что наблюдалось в экспериментах. В этой главе проведено теоретическое исследование транспортных свойств в нормальном состоянии, удельного сопротивления и коэффициента Холла, а также обсудили внутренние механизмы переноса заряда в купратах. На основании приведенного выше анализа важно отметить, что открытие псевдощели в нормальном состоянии купратов должно влиять на их транспортные свойства. В результате исследования, изложенного в этой главе, мы можем сделать следующие выводы:

1. Разработана последовательная количественная теория переноса заряда в *ab*-плоскости решетки дырочно-допированных купратных сверхпроводников. Можно полагать, что это необходимо для полного микроскопического описания аномальных транспортных свойств купратов в нормальном состоянии.
2. В рамках этой теории предполагается, что носителями заряда в высокотемпературных сверхпроводящих материалах выше T_c являются дырочные поляроны и куперовские пары поляронов в богатых носителями металлических слоях $\mathrm{CuO_2}$ (с ненулевой толщиной) и локализованные большие (би)поляроны, находящиеся в областях низкого допирования между слоями $\mathrm{CuO_2}$.
3. Предложенная модель переноса заряда используется для расчета удельного сопротивления ρ_{ab} в *ab*-плоскости решетки и коэффициента Холла R_H для недодопированных и оптимально допированных купратов выше T_c. Используя уравнения переноса Больцмана и расширенную

модель БКШ-подобного спаривания нам удалось получить выражения для $\rho_{ab}(T)$ выше и ниже температуры образования псевдощели T^* в приближении времени релаксации.

4. Металлическая и неметаллическая проводимость слоистых купратов выше и ниже температуры псевдощелевого (т.е. БКШ-подобного) перехода T^* обусловливается поляронами (при $T > T^*$) и взаимном вкладом поляронов и куперовских пар поляронов (при $T < T^*$), соответственно.
5. БКШ-подобные парные корреляции в нормальном состоянии купратов ответственны за выраженную нелинейную зависимость $\rho_{ab}(T)$ и различные отклонения вниз и вверх от T-линейного поведения ρ_{ab} ниже T^*, которые увеличиваются с уменьшением легирования.
6. Различные резистивные переходы при $T^* > T_c$, наблюдающиеся в некоторых экспериментах, и множество различных аномальных поведений $\rho_{ab}(T)$ в псевдощелевом состоянии купратов естественным образом объясняются предложенной моделью переноса заряда в *ab*-плоскости решетки купратов, если допустить, что поляронные носители и поляронные куперовские пары рассеиваются различными оптическими фононами, имеющими характерные частоты ω_{01} и $\omega_{02} > \omega_{01}$.
7. Проведенные количественные расчеты показывают, что предложенная теория последовательно описывает как линейную по температуре зависимость удельного сопротивления выше T^*, так и отчетливо разные отклонения от линейного по температуре поведения $\rho_{ab}(T)$ ниже T^* в купратных сверхпроводниках.
8. В рамках двухкомпонентной модели, проанализирована температурная зависимость коэффициента Холла в *ab*-плоскости решетки купратов в нормальном состоянии и обнаружено очень слабая зависимость

коэффициента Холла в *ab*-плоскости решетки купратов к резистивному переходу при T^*, обусловленый переходом к псевдощелевому состоянию.

9. Количественное сравнение вычисленных теоретических результатов и экспериментальных данных по удельному сопротивлению и коэффициенту Холла в *ab*-плоскости решетки купратов является удовлетворительной.

IV. ПОЛЯРОННЫЕ И МНОГОЩЕЛЕВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ТУННЕЛЬНЫХ СПЕКТРАХ КУПРАТНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Данная глава диссертации посвящена изучению основных особенностей и многощелевой (т.е. щелевой неоднородности) картины туннельных характеристик ВТСП с использованием поляронного подхода. Здесь нами предлагается новая и более адекватная модель квазичастичного туннелирования, основанная на разных механизмах туннелирования носителей заряда через S–I–N контакт при отрицательно и положительно приложенных напряжениях и многощелевой картины. При этом будет показано, что предлагаемая модель воспроизводит вышесказанные хорошо установленные экспериментальные туннельные спектры ВТСП-купратов и их приблизительно U- и V-образные особенности, асимметрии, плечи внутри пиков проводимостей и пик-провал-горб структуры. Нами показано, что главные экспериментальные особенности туннельных спектров ВТСП-купратов и их температурные и концентрационные зависимости могут быть хорошо воспроизведены с использованием БКШ ПС при положительных напряжениях ($V > 0$) и комбинированной БКШ ПС и плотности квазисвободных состояний (возникающие при диссоциации больших поляронов) при отрицательных напряжениях ($V < 0$) и с учётом щелевых неоднородностей. При этом нами проанализировано аномальное поведение туннельных спектров S–I–N контактов и выяснено, что такие особенности туннельных спектров ВТСП-купратов не могут быть объяснены ни в рамках простой *s*-волновой модели БКШ спаривания, ни в рамках *d*-волновой модели БКШ спаривания. Результаты исследования в этой главе были опубликованы в [123; с.22-30. 124; с.274-7. 160; с.149-157].

§ 4.1. Возможные механизмы туннелирования квазичастиц через S–I–N контакт

Туннелирование в ВТСП немного отличается от туннелирования в нормальном металле и, таким образом, требует некоторого изучения. Теперь рассмотрим модель, описывающую два специфических механизма туннелирования квазичастиц через S–I–N контакт при $V<0$ и $V>0$, и объясняющую асимметрию туннельных токов с учетом различных ПС, существующие в этих слоях.

Первый механизм описывает процессы $S \to N$ туннелирования, связанные с диссоциацией куперовских пар поляронов и больших поляронов при отрицательном смещении. Это $S \to N$ туннелирование становится возможным только при $|eV|>\Delta$ (eV- характеризует разность энергий Ферми двух контактов). Диссоциация больших поляронов происходит при $|eV|>\Delta_p$ и носители, освобожденные из поляронных потенциальных ям могут туннелировать из квазисвободных состояний в свободные состояния нормального металла. Такой $S \to N$ переход дает дополнительный вклад к туннельному току.

Другой механизм описывает туннелирование электронов из нормального металла к БКШ-подобным квазичастичным состояниям в ВТСП-купратах при $V>0$, тогда как квазисвободные состояния, появляющиеся только при диссоциации поляронов отсутствуют. Поэтому, при $V>0$ туннельный ток через S–I–N контакт будет пропорционален БКШ ПС ВТСП-купратов определяемый из выражения

$$D_{BCS}(E,\Delta)=\begin{cases} D(\varepsilon_F)\frac{|E|}{\sqrt{E^2-\Delta^2}} & \text{для } |E|>\Delta, \\ 0 & \text{для } |E|<\Delta, \end{cases} \tag{4.1}$$

При $V < 0$, полный ток является суммой двух туннельных токов и пропорционален квадрату туннельного матричного элемента $|M|^2$ [122; с.454], $D_{BCS}(E, \Delta)$ и плотности квазисвободных состояний. Этот ток течет от ВТСП к нормальному металлу при диссоциации куперовских пар и поляронов. Энергия возбуждения поляронов проявляется в одночастичном спектре купратов в виде поляронной псевдощели. Поскольку сильные электрон-фононные взаимодействия приводят к снижению электронной энергии на величину Δ_p (поляронный сдвиг электронных состояний) и поляронную псевдощель Δ_p, она открывается на уровне Ферми квазисвободных носителей. В купратных сверхпроводниках квазисвободные носители появляющиеся при диссоциации больших поляронов, имеют эффективную массу m^* и энергию $E = \Delta_p + \hbar^2 k^2 / 2m^*$. Тогда плотности квазисвободных состояний определяются как

$$D_f(E, \Delta_p) = \begin{cases} D(\varepsilon_F^f) \sqrt{\frac{|E| - \Delta_p}{\varepsilon_F^f}} & \text{для } |E| > \Delta_p, \\ 0 & \text{для } |E| < \Delta_p, \end{cases} \tag{4.2}$$

где $D(\varepsilon_F^f)$ плотность состояний на уровне Ферми квазисвободных носителей ε_F^f, которая может быть аппроксимирована как $D(\varepsilon_F^f) = 1/\varepsilon_F^f$ [161; с.7757–7794. 162; с.591–598].

Для нормального металла ПС на уровне Ферми E_F независят от энергии E, т.е. $D(E) \simeq D(0)$. Таким образом, при $V > 0$ туннельный ток, текущий из нормального металла к ВТСП, описывается выражением

$$I_{N\to S}(V)=C\,|\,M\,|^2\;D(0)D(\varepsilon_F)\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{|\,E+eV\,|}{\sqrt{(E+eV)^2-\Delta^2}}[f(E)-f(E+eV)]dE$$
$$=\frac{G(\varepsilon_F)}{e}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{|\,\varepsilon\,|}{\sqrt{\varepsilon^2-\Delta^2}}[f(\varepsilon-eV)-f(\varepsilon)]d\varepsilon, \tag{4.3}$$

где $G(\varepsilon_F)=eC|M|^2D(0)D(\varepsilon_F)$, C некоторая постоянная, $f(\varepsilon)$ функция Ферми, $\varepsilon=E+eV$. Тогда дифференциальная проводимость определяется из выражения

$$dI_{N\to S}/dV=G(\varepsilon_F)[A_1(\Delta_T,a_V)+A_2(\Delta_T,a_V)], \tag{4.4}$$

где

$$A_1(\Delta_T,a_V)=\int\limits_{\Delta_T}^{+\infty}\frac{y\exp[-y-a_V]dy}{\sqrt{y^2-\Delta_T^2}(\exp[-y-a_V]+1)^2},$$
$$A_2(\Delta_T,a_V)=\int\limits_{\Delta_T}^{+\infty}\frac{y\exp[y-a_V]dy}{\sqrt{y^2-\Delta_T^2}(\exp[y-a_V]+1)^2},$$

$y=\varepsilon/k_BT$, $\Delta_T=\Delta/k_BT$, $a_V=eV/k_BT$.

При $V<0$ туннельный ток, текущий из ВТСП к нормальному металлу, и дифференциальная проводимость будут равны

$$I_{S\to N} = \frac{G(\varepsilon_F)}{e}\left\{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{|\varepsilon|d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2-\Delta^2}}[f(\varepsilon)-f(\varepsilon+eV)]\right.$$
$$\left.+\frac{D(\varepsilon_F^f)}{D(\varepsilon_F)\sqrt{\varepsilon_F^f}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{|\varepsilon|-\Delta_p}[f(\varepsilon)-f(\varepsilon+eV)]d\varepsilon\right\}, \tag{4.5}$$

и

$$\frac{dI_{S\to N}}{dV} = G\left\{A_1(\Delta_T,-a_V)+A_2(\Delta_T,-a_V)\right.$$
$$\left.+a_F(T)[B_1(\Delta_p^*,a_V)+B_2(\Delta_p^*,a_V)]\right\}, \tag{4.6}$$

где $\varepsilon = E - eV$,

$$B_1(\Delta_p^*, a_V) = \int_{\Delta_p^*}^{\infty} \sqrt{|y| - \Delta_p^*} \frac{\exp[y + a_V]dy}{(\exp[y + a_V] + 1)^2},$$

$$B_2(\Delta_p^*, a_V) = \int_{\Delta_p^*}^{\infty} \sqrt{|y| - \Delta_p^*} \frac{\exp[-y + a_V]dy}{(\exp[-y + a_V] + 1)^2},$$

$$a_F(T) = [D(\varepsilon_F^f)/D(\varepsilon_F)]\sqrt{k_B T/\varepsilon_F^f}, \quad \Delta_p^* = \Delta_p/k_B T.$$

Параметры $G(\varepsilon_F)$ и $a_F(T)$ приведены в соответствии с экспериментальными данными. Кривая дифференциальной проводимости S–I–N контакта, вычисленная при температуре $T = 40$ К для случая одиночной щели (касательно как поляронной щели Δ_p, так и *s*- волновой БКШ щели Δ), показана на рисунке 4.1.

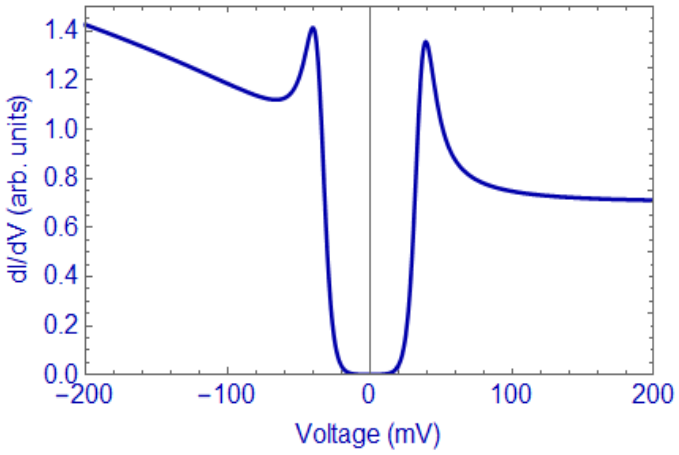

Рис. 4.1. Туннельный спектр S–I–N контакта для $T = 40$ К вычисленный используя однощелевую модель с одной *s* – волновой БКШ щели $\Delta = 35$ мэВ и одной поляронной щели $\Delta_p = 40$ мэВ, проявляющий U –образную особенность при низком напряжении

В этой модели отсутствие распределения щелей (т.е. отсутствие щелевых неоднородностей) приводит к U - образному спектральному поведению при низких напряжениях и такая плоская подщелевая дифференциальная проводимость будет ожидаться для однородных купратных сверхпроводников.

Как видно из рисунка 4.1, имеются асимметричные пики с высоким пиком на стороне отрицательного напряжения. Можно ожидать, что учет распределения энергетических щелей (щелевых неоднородностей) в рамках многощелевой модели (которая будет предложена в следующих разделах) позволяет объяснить V- образную особенность туннельного спектра и их температурные и концентрационные зависимости. Величины температурно-независящей поляронной псевдощели и зависящей от температуры БКШ-подобной щели пропорциональны температурам кроссовера Δ_p и $T^*(p)$ соответственно. В недодопированной области фазовой диаграммы $T-p$ для купратов величина $T_p(p)$ значительно больше, чем $T^*(p)$, так что $\Delta_p > \Delta$. Однако величина $T_p \sim \Delta_p$ становится меньше, чем $T^* \sim \Delta$ с передопированной. В следующих разделах параметры щели Δ и Δ_p в недодопированных, оптимально допированных и передопированных купратах будут выбраны с учетом возможных ситуаций на фазовой диаграмме купратных сверхпроводников.

§ 4.2. Многощелевая модель квазичастичного туннелирования через S–I–N контакт

Неоднородность, вызванная допированием купратных сверхпроводников, оказывает существенное влияние на физику квазичастичного туннелирования из ВТСП в нормальный металл и наоборот из нормального металла в ВТСП. Поэтому, неоднородные ВТСП-купраты (например, LSCO, YBCO, Bi-2201, Bi-2212 и др.) проявлют очень разные, асимметричные и более V-образные

туннельные спектры с различными локальными энергетическими щелями, которые не являются *d*-волновыми БКШ щелями [66; с.197005-4. 67; с.017007-4. 163; с.965–966]. Можно ожидать, что электронная неоднородность в ВТСП-купратах может создавать микрообласти с разными уровнями легирования и величинами энергетических щелей ($\Delta(i)$ и $\Delta_p(i)$) и с изменением локальной ПС. Недавние STM и STS эксперименты показывают, что щелевая неоднородность часто существует в этих материалах независимо от уровня легирования [66; с.197005-4. 67; с.017007-4. 125; с.81-84].

В последнее время «двухщелевая» феноменология сверхпроводимости купратов была предложена в работах [87; с.174517-15. 130; с.7. 164; с.214527-11]. При таком подходе все характеристики (широкие квазичастичные пики, провалы, горбы и проводимость с нулевым смещением) в спектрах купратов могут быть надлежащим образом подобраны с удивительно небольшим количеством параметров. В частности, наличие двух значений параметров энергетической щели в спектре возбуждения неоднородных ВТСП проявляется как подщелевые особенности в их туннельных спектрах из-за суперпозиции различных туннельных проводимостей. Ясно, что минимальная модель, которая использует меньше параметров неоднородных купратов, не описывает реальную физическую картину и не может воспроизвести многие важные особенности их туннельных спектров. Поэтому, чтобы воспроизвести основные особенности туннельных спектров высокотемпературных купратов, мы должны рассмотреть многощелевую картину и многоканальные туннельные процессы, которые вносят вклад в общий туннельный ток.

Теперь рассмотрим многощелевой случай и многоканальные процессы туннелирования (которые вносят вклад к туннельному току) и распространим вышерассмотренную простую модель квазичастичного туннелирования к случаю неоднородных ВТСП-купратов, где энергия Ферми, БКШ щель, поляронная щель и локальная ПС в различных механических микрообластях

(или полосах) будут различными и обозначены соответственно через ε_{Fi}, $\Delta(i)$, $\Delta_p(i)$, $D_{BCS}(E,\Delta(i))$ и $D_f(E,\Delta_p(i))(i=1,2,...)$.

При $V>0$ электроны туннелируют из нормального металла в эти металлические микрообласти ВТСП с различной БКШ ПС $D_{BCS}(E,\Delta(i))$ и вклад *i*-го канала $\mathrm{N}\rightarrow\mathrm{S}$ туннелирования в полной ток дается выражением (4.4). Тогда результирующую дифференциальную проводимость можно записатькак

$$\frac{dI_{N\rightarrow S}}{dV}=\sum_i G_i[A_{1i}(\Delta_T(i),a_V)+A_{2i}(\Delta_T(i),a_V)]. \tag{4.7}$$

В случае $V<0$, вклады различных параллельных каналов проводимости к $\mathrm{S}\rightarrow\mathrm{N}$ туннельному току ожидаются из различных металлических микрообластей ВТСП при диссоциации различных поляронных куперовских пар и больших поляронов. Поэтому, полный ток является суммой туннельных токов текущих из различных металлических микрообластей ВТСП с различными локальными плотностями состояний ($D_{BCS}(E,\Delta(i))$ и $D_f(E,\Delta_p(i))$) в нормальный металл. Вклад *i*-го $\mathrm{S}\rightarrow\mathrm{N}$ канала туннелирования квазичастиц в полный туннельный ток дается в режиме (4.6) и результирующая дифференциальная проводимость записывается в виде

$$\begin{aligned}\frac{dI_{S\rightarrow N}}{dV}=\sum_i G_i\{&A_{1i}(\Delta_T(i),-a_V)+A_{2i}(\Delta_T(i),-a_V)\\&+a_{Fi}(T)[B_{1i}(\Delta_p^*(i),a_V)+B_{2i}(\Delta_p^*(i),a_V)]\}.\end{aligned} \tag{4.8}$$

В такой многощелевой модели квазичастичного туннелирования, туннельные спектры S–I–N контакта проявляют более V-образные поведения при низких приложенных напряжениях, пик-провал-горб особенность при отрицательных напряжениях и асимметрия пиков проводимостей. Форма S–I–N туннельного спектра между двух пиков проводимостей стремится быть более V-

образной в неоднородных многощелевых областях с различными локальными значениями $\Delta(i)$ и $\Delta_p(i)$ из-за наложения разных БКШ туннельных проводимостей и более круглой U-образной в однородных областях с одной БКШ щелью и одной поляронной щелью. Действительно, Фанг и др. [67; с.017007-4] обнаружили таких два типа туннельных спектров, один из них является приблизительно V-образным в микрообластях ВТСП со среднимибольшими энергетическими щелями, а другой является более округленный U-образный в микрообластях ВТСП с малыми энергетическими щелями. На рисунке 4.2a, сначала значения БКШ-щели $\Delta = 40$ мэВ (соответствующие $\lambda^p = 0.6071$), 30 мэВ ($\lambda^p = 0.5211$) и 22 мэВ ($\lambda^p = 0.4507$) определяются по формуле (2.5) при 30 К, а затем изменение температуры значений БКШ-щели определяется по формуле (2.5) для T = 45, 60, 75, 90, 105 и 120 К. На рисунке 4.2b показано, что пики проводимости становятся более асимметричными с уменьшением допирования и пиков проводимости, провалные и горбоподобные особенности все перемещаются к более высоким энергиям связи с недодопированным, как видно в экспериментах [39; с.353-419. 73; с.149-152. 74; с.65-68].

Ожидается, что поляронная псевдощель в недодопированных купратных сверхпроводниках будет намного больше, чем БКШ-щель. В результате, провал-горб особенность проявляется в туннельном спектре недодопированных купратов (нижняя криваяна рисунке 4.2b). Провалная особенность в туннельном спектре передопированных купратов становится слабее (верхняя криваяна рисунке 4.2b) из-за ослабления поляронного эффекта.

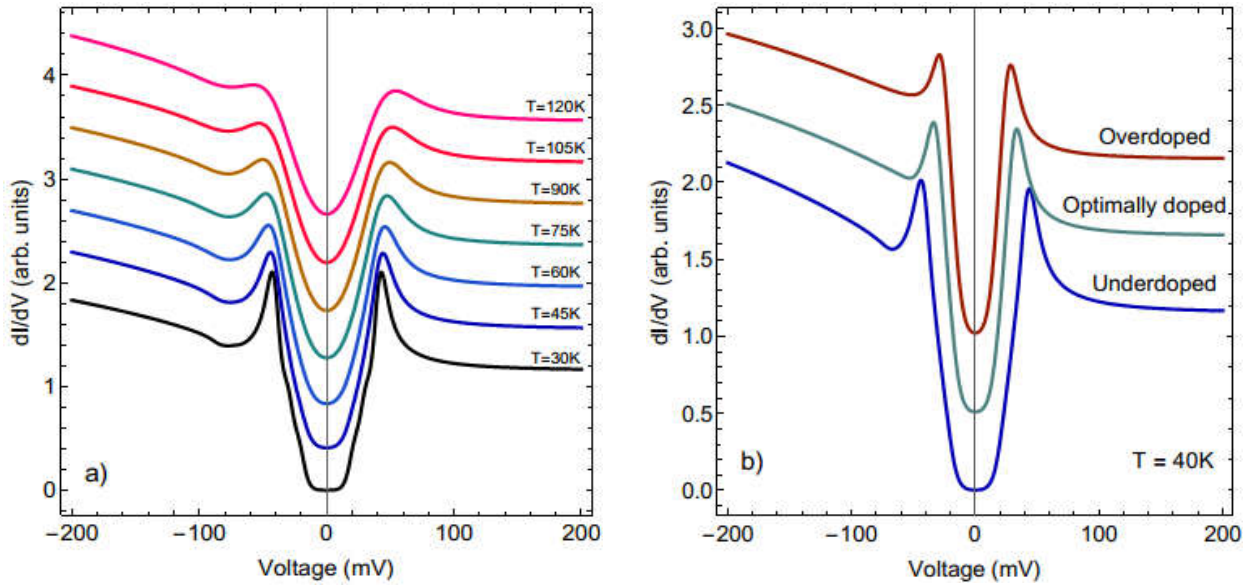

Рис. 4.2. Туннельная проводимость как функция температуры (a) и допирования (b), рассчитанная с использованием многощелевой модели.В (a) значения поляронных щель: Δ_p = 65, 47 и 31 meV. В (b) T = 40 K и набор значений щели: Δ = 42, 31, 23 и 16 мэВ, Δ_p = 70, 50, 34 и 22 мэВ для нижней кривой; Δ = 30, 24, 18 and 14 мэВ, Δ_p = 52, 40, 26 и 17 мэВ для средней кривой; и Δ = 25, 20, 16 и 12 мэВ, Δ_p = 34, 27, 20 и 15 мэВ для верхней кривой

§ 4.3. Модельное исследование структуры пик-провал-горб в туннельных спектрах купратов

В разделе 4.2 мы рассмотрели возможные механизмы, описывающие процессы туннелирования квазичастиц через S–I–N контакт. Теперь рассмотрим особенности пик-провал-горб структур, основываясь на этих механизмах туннелирования, которые наблюдаются в туннелных спектрах ВТСП-купратов.

Как видно из приведенного выше раздела 4.2, БКШ ПС и плотности квазисвободных состояний ВТСП-купратов определяются из соотношений 4.1 и 4.2, соответственно.

Итак, учитывая вышеперечисленные механизмы, определим результирующие туннельные токи при $V > 0$ и $V < 0$, которые можно написать в виде [165; с.785]

$$I = \frac{G}{e}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\{u_{\mathbf{k}}^2[f(E_{\mathbf{k}},T) - f_p(E_{\mathbf{k}},T)] + v_{\mathbf{k}}^2[f_m(E_{\mathbf{k}},T) - f(E_{\mathbf{k}},T)]\}d\xi$$
$$+\frac{D(\varepsilon_F^f)}{D_S(\varepsilon_F)\sqrt{\varepsilon_F^f}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{|\xi| - \Delta_p}[f(E_{\mathbf{k}},T) - f_m(E_{\mathbf{k}},T)]d\xi \qquad (4.9)$$

где $f(E_{\mathbf{k}},T) = \frac{1}{e^{E_{\mathbf{k}}/k_BT}+1}$ - функция Ферми,

$$f_p(E_{\mathbf{k}},T) = \frac{1}{e^{(E_{\mathbf{k}}+eV)/k_BT}+1},$$
$$f_m(E_{\mathbf{k}},T) = \frac{1}{e^{(E_{\mathbf{k}}-eV)/k_BT}+1}.$$

Обычно вводят следующие коэффициенты квазичастиц носителей заряда:

$$u_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\xi_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}}\right)$$
$$v_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\xi_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}}\right). \qquad (4.10)$$

Отметим, что спектр квазичастиц носителей заряда имеет такую же функциональную форму.

Возбужденное и основное состояния образующихся куперовских пар поляронов отделены БКШ-подобной энергетической щелью $\Delta_{\mathbf{k}}$. Таким образом, мы пишем $\Delta_{\mathbf{k}} \to \Delta_{\mathbf{k}}(\xi_{\mathbf{k}})$, и закон дисперсии:

$$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2(\xi_{\mathbf{k}})} \qquad (4.11)$$

Следует отметить, что особенности туннелирования квазичастиц, такие как: проводимость с нулевым смещением, плечо-подобные особенности внутри главных пиков проводимости, пик-провал-горб структуры и проводимость при высоком смещении сильно зависят от энергии.

Можно предположить модельное решение БКШ-подобного уравнения щели по формуле (2.3) при заданном потенциале парного взаимодействия $V^p_{\mathbf{kk'}}$. При этом, сильно зависящая от энергии функция спаривательной щели может быть записана как

$$\Delta(\xi) = \frac{\Delta_0}{(1+\alpha(|\xi| - E_d)^2)} \tag{4.12}$$

где Δ_0 обозначает амплитуду спаривательной щели при нулевой температуре Кельвина, α и E_d- подгоночные параметры модели.

Дифференциальная проводимость, dI/dV, определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dV} &= G\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cosh\left[\frac{\sqrt{\xi^2+\Delta^2(\xi)}-eV}{k_BT}\right]+\cosh\left[\frac{\sqrt{\xi^2+\Delta^2(\xi)}+eV}{k_BT}\right]}{2k_BT\left(\cosh\left[\frac{eV}{k_BT}\right]+\cosh\left[\frac{\sqrt{\xi^2+\Delta^2(\xi)}}{k_BT}\right]\right)^2}d\xi \\ &+\int\limits_{-\infty}^{-\Delta_p}\sqrt{|\xi|-\Delta_p}\frac{\exp\left[\frac{\xi-eV}{k_BT}\right]}{k_BT\left(\exp\left[\frac{\xi-eV}{k_BT}\right]+1\right)^2}d\xi \\ &+\int\limits_{\Delta_p}^{\infty}\sqrt{|\xi|-\Delta_p}\frac{\exp\left[\frac{\xi+eV}{k_BT}\right]}{k_BT\left(\exp\left[\frac{\xi+eV}{k_BT}\right]+1\right)^2}d\xi\end{aligned} \tag{4.13}$$

В многощелевом случае результирующая дифференциальная проводимость определяется аналогично приведенной в разделе 4.3, и может быть записана как

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dV} &= \sum_i G_i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cosh\left[\frac{\sqrt{\xi^2+\Delta_i^2(\xi)}-eV}{k_BT}\right] + \cosh\left[\frac{\sqrt{\xi^2+\Delta_i^2(\xi)}+eV}{k_BT}\right]}{2k_BT\left(\cosh\left[\frac{eV}{k_BT}\right] + \cosh\left[\frac{\sqrt{\xi^2+\Delta_i^2(\xi)}}{k_BT}\right]\right)^2} d\xi \\ &+ \int_{-\infty}^{-\Delta_p(i)} \sqrt{|\xi| - \Delta_p(i)} \frac{\exp\left[\frac{\xi-eV}{k_BT}\right]}{k_BT\left(\exp\left[\frac{\xi-eV}{k_BT}\right]+1\right)^2} d\xi \\ &+ \int_{\Delta_p(i)}^{\infty} \sqrt{|\xi| - \Delta_p(i)} \frac{\exp\left[\frac{\xi+eV}{k_BT}\right]}{k_BT\left(\exp\left[\frac{\xi+eV}{k_BT}\right]+1\right)^2} d\xi \end{aligned} \quad (4.14)$$

Провал-горб особенность, наблюдаемую в экспериментах с туннельной проводимостью, нельзя точно отнести к эффектам нормального состояния внешней псевдощели. Модель проводимости, которая включает в себя такие эффекты нормального состояния, при создании провал-горб структуры, может точно воспроизвести важные характеристики этой структуры, особенно в спектрах S–I–N туннелирования. Как видно из рисунка 4.3, имеются характеристики провал-горб особенности, проводимости с нулевым смещением и асимметричных пиков, которые являются результатом суперпозиции туннельных проводимостей, связанных с БКШ ПС и плотности квазисвободных состояний.

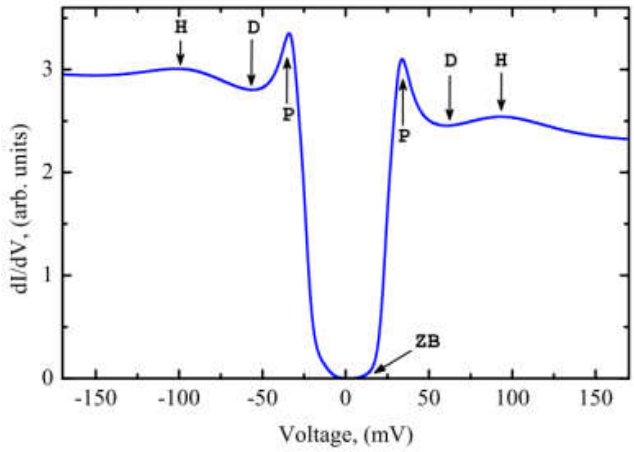

Рис 4.3. Рассчитанная S–I–N туннельная проводимость с использованием предложенной модели. Параметры для расчета: $\Delta_0 = 230$, 180 мэВ и Δ_p = 40, 30 мэВ, $\alpha = 4.2$, $E_d = 0.33$, проявляя U –образную особенность при низком напряжении. Положения квазичастичного пика, провала, горба и нулевого смещения указаны P, D, H и ZB соответственно

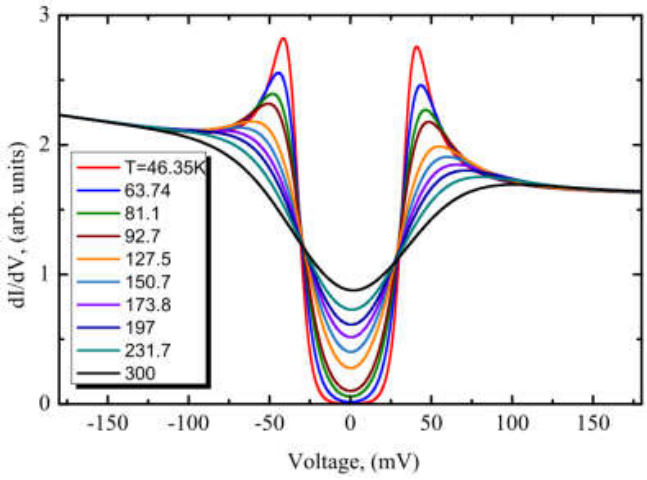

Рис 4.4. Туннельная проводимость как функция температуры, рассчитанная с использованием предложенной модели. Набор параметров: $\Delta_0 = 50$ мэВ, $\Delta_p = 40$ мэВ, $\alpha = 4.1$ и $E_d = 0.3$

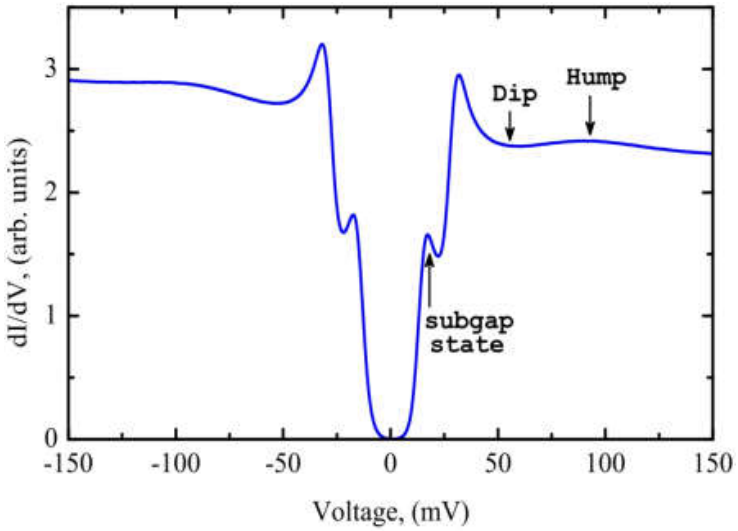

Рис. 4.5. S–I–N туннельная проводимость с ярко выраженной V-образной и подщелевой характеристиками, рассчитанная при 92.7 К с использованием набора параметров модели: $\Delta_0 = 250$ и 170 мэВ; $\Delta_p = 40$ и 30 мэВ, $\alpha = 4.1$ и $E_d = 0.32$

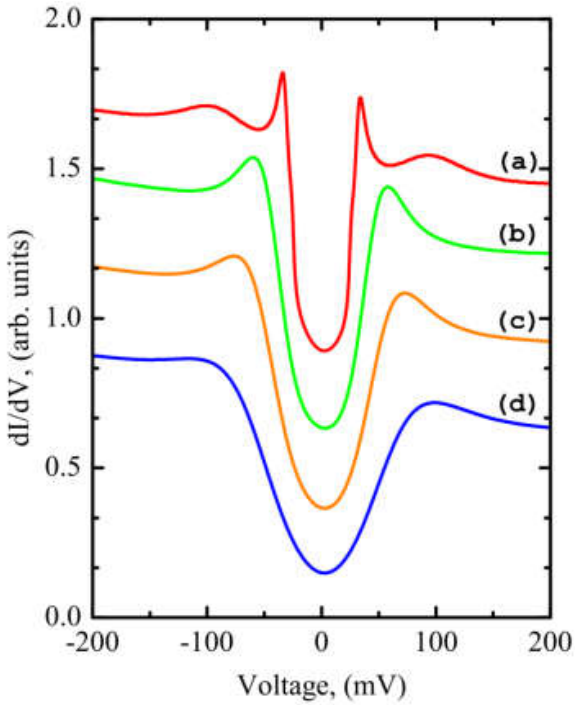

Рис 4.6. Туннельные спектры dI/dV для (a) сверхпроводимости на больших диапазонах, (b) сверхпроводимости на малых диапазонах, (c) псевдощелевого состояния и (d) большой псевдощелевой области

На рисунке 4.4 показана температурная зависимость туннельной проводимости как функции напряжения. С увеличением температуры провал и пик постепенно исчезают (рис. 4.4), оставляя горбоподобную особенность и второй пик проводимости, как это наблюдалось в туннельных экспериментах [39; с.353-419. 73; с.149-152. 74; с.65-68].

На рисунке 4.5 показаны подщелевые особенности внутри главных пиков проводимости, провал-горб структуры, и V-образный фон с конечной проводимостью нулевого смещения в туннельном спектре неоднородного Bi-2212. Таким образом, рисунок 4.5 подтверждает отсутствие чувствительности подщелевого состояния к сверхпроводимости.

На рисунке 4.6 показаны туннельные спектры неоднородного Bi-2212 в сверхпроводящем (рис. 4.6a и 4.6b кривые) и псевдощелевом (рис. 4.6c и 4.6d кривые) состояниях, соответственно.

§ 4.4. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными и их анализ

В рамках вышеупомянутой многощелевой модели туннельные спектры демонстрируют некоторые особенности, такие как V-образную и подщелевую характеристики при низком смещении, пик-провал-горб структуру и асимметрии пиков проводимости.

В этом разделе мы сравниваем наши теоретические спектры туннелирования, рассчитанные с использованием многощелевой модели, с экспериментальными данными S–I–N туннелирования. Параметры, входящие в уравнения (4.7) и (4.8), можно варьировать в соответствии с экспериментальными данными. В нашем анализе мы учли возможную щелевую неоднородность в передопированных, недодопированных и сильно

недодопированных микрообластях в каждом Bi-2212 образце. При этом лучшее согласование экспериментальных данных достигается за счет более подходящего выбора и тщательного изучения различных индивидуальных щелей и других соответствующих параметров. Важно отметить, что экспериментальные спектры туннелирования слегка неоднородных купратных сверхпроводников на основе висмута (Bi) воспроизводятся правильно с использованием меньшего числа параметров материалов. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными для недодопированного, слегка недодопированного и передопированного Bi-2212 представлено на рисунке 4.7. Мы получили лучшее соответствие экспериментальным спектрам, взяв только два или три члена в уравнениях (4.7) и (4.8). Таким образом, нам удалось согласовать почти все экспериментальные кривые проводимости, взяв две или три (БКШ и поляронные) щели с различными значениями. Различные V-образные подщелевые особенности, асимметричные пики и провал-горб особенности, их температурные зависимости, наблюдаемые в туннельных спектрах недодопированного Bi-2212 (левая вставка на рис. 4.7), слегка недодопированного Bi-2212 (правая вставка на рис. 4.7) и передопированного Bi-2212 (основная панель на рис. 4.7) адекватно воспроизведены с использованием многощелевой модели.

В наших численных расчетах конкретные значения БКШ-щели выбираются с учетом приблизительного положения пиков проводимости и V-образных подщелевых особенностей, наблюдаемых в туннельных спектрах Bi-2212 при различных уровнях легирования и температурах. Выбор значений для БКШ-щелей $\Delta(i)$ и поляронных псевдощелей $\Delta_p(i)$ на каждом уровне легирования основывается на анализе возможных ситуаций на фазовых диаграммах купратов (рис. 2.2 и 2.3). Количество этих щелей и их распределение с различными размерами берется так, чтобы получить

наилучшее соответствие экспериментальной кривой проводимости при заданном уровне легирования.

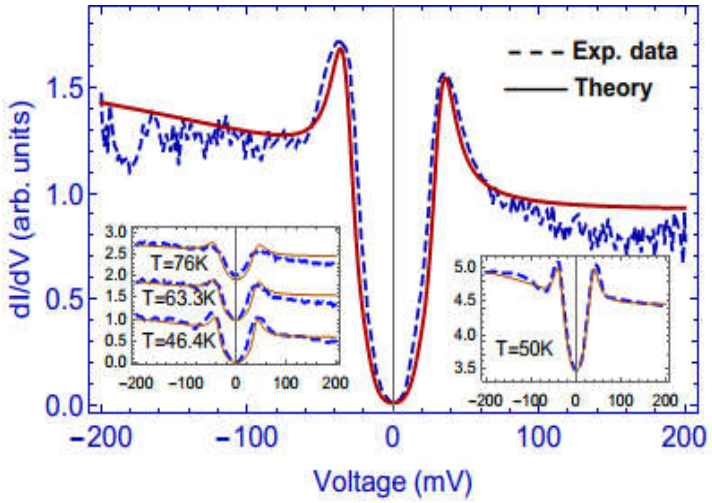

Рис. 4.7. Основная панель: S–I–N туннельный спектр, измеренный на передопированном Bi-2212 при 43.1 К (пунктирная линия) [73; с.149-152] фитирован с использованием двухщелевой модели (сплошная линия), с Δ = 31 мэВ (для $\lambda^{\mathrm{p}} = 0.5298$) и 18 мэВ (для $\lambda^{\mathrm{p}} = 0.4154$); Δ_{p}= 22 и 15 мэВ

Левая вставка: подгонка S–I–N туннельных спектров, измеренных на недодопированном Bi-2212 [73; с.149-152] (пунктирная линия) с использованием трехщелевой модели (сплошная линия), с Δ_{p} = 50, 30 и 25 мэВ и набором значений щели Δ = 38 мэВ (для $\lambda^{\mathrm{p}} = 0.5899$), 26 мэВ (для $\lambda^{\mathrm{p}} = 0.4866$) и 17 мэВ (для $\lambda^{\mathrm{p}} = 0.4073$) для 46.4 К, Δ = 37.966 мэВ, 25.7718 и 16.1064 мэВ; для 63.3 К и Δ = 37.874 мэВ, 25.3622 и 14.7637 мэВ для 76 К

Правая вставка: подгонка S–I–N туннельного спектра, измеренная на слегка недодопированном Bi-2212 при 50К [74; с.65-68] (пунктирная линия), с использованием двухщелевой модели (сплошная линия), с Δ = 36 мэВ (для $\lambda^{\mathrm{p}} = 0.5729$) и 23 мэВ (для $\lambda^{\mathrm{p}} = 0.4694$); Δ_{p}= 71 и 37 мэВ

Изменение температуры $\Delta(i)$ определяется с использованием БКШ-подобного уравнения щели (2.5) (т.е. сначала мы помещаем значение

температуры и приблизительное значение $\Delta(i)$, взятые из одного из экспериментальных туннельных спектров, в уравнение (2.5) и находим значение λ^p, а затем определяем значения $\Delta(i)$ в туннелированные спектры, измеренные при других температурах). Высокоэнергетическая часть экспериментальных туннельных спектров на стороне отрицательного смещения показывает широкую ширину линии, которая растет почти линейно по энергии, и разделение пика-провала уменьшается с передопированием. Как видно на рисунке 4.7, согласие теории с хорошо известными экспериментальными результатами [73; с.149-152. 74; с.65-68] достаточно хорошее, хотя высоты пиков проводимости в некоторых туннельных спектрах Bi-2212 несколько занижены для передопированных и слегка недодопированных образцов.

Некоторое различие между расчетными и измеренными пиками проводимости может быть связано с несколькими причинами, такими как качество поверхности образца и контакт наконечника с образцом [39; с.353-419], влияние условий эксперимента на туннельные измерения (например, естественное загрязнение поверхности [166; с.13324–13329]), локальное изменение температуры. Туннельные эксперименты предполагают, что существуют различные типы S–I–N туннельных спектров, которые не согласуются друг с другом. Например, противоположные асимметрии и допированные зависимости пиков проводимости, наблюдаемые в экспериментах по S–I–N туннелированию на недодопированном и передопированном Bi-2212 [77; с.1018-1021], и провалы, наблюдаемые в некоторых измерениях STM и STS туннелирования с обеих сторон смещения (см. [76; с.153-156. 87; с.174517-15. 167; с.180504-4]), не были найдены в других экспериментах по S–I–N туннелированию [39; с.353-419. 40; с.569-572. 65; с.207-208. 66; с.197005-4. 67; с.017007-4. 68; с.880-881. 73; с.149-152. 74; с.65-68. 77; с.1018-1021. 78; с.53-56]. Учитывая возможные неопределенности в экспериментальных измерениях, модель с несколькими щелями приводит даже

в случаях передопированного Bi-2212 (при 43.1 К) [73; с.149-152.] и слабодопированного Bi-2212 (при 50 К) [74; с.65-68] к разумному согласию между расчетными кривыми проводимости и достоверными экспериментальными данными по туннелированию (рис. 4.7). Таким образом, основные аспекты проблемы S–I–N туннелирования успешно смоделированы. Кроме того, многощелевая модель используется для количественного согласования экспериментальных туннельных спектров сильно неоднородных сверхпроводников с несколькими наборами параметров. Если мы возьмем гораздо больше параметров щели $\Delta(i)$ и $\Delta_p(i)$ с соответствующим распределением размеров щелей, представляющих неоднородность образца, многощелевая модель воспроизводит другие V-образные спектры (с щели варьируют от Δ = 12 до 60 мэВ и Δ_p = 15 до 100 мэВ) и плечи внутри пиков проводимости, наблюдаемые МакЭлрой и др. [66; с.197005-4] и Фанг и др. [67; с.017007-4] в Bi-2212. Например, для шести (БКШ и поляронных) щелей, взятых с разумным распределением их размеров, многощелевая модель адекватно воспроизводит один из репрезентативных туннельных спектров неоднородного Bi-2212 (рис. 2, кривая 4 в работе [66; с.197005-4]) взяв шесть членов в уравнениях (4.7) и (4.8), как показано на рисунке 4.8. Кроме того, кривая туннельной проводимости, рассчитанная таким же образом, сравнивается с другим репрезентативным туннельным спектром неоднородного Bi-2212 (рис. 1, кривая *c* в работе [67; с.017007-4]).

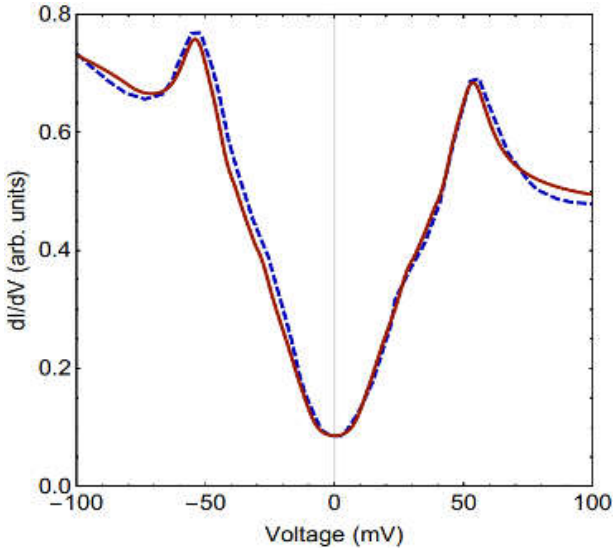

Рис. 4.8. Сравнение экспериментального туннельного спектра неоднородного Bi-2212 на рис. 2 (кривая 4) из работы [66; с.197005-4] с туннельной проводимостью, рассчитанной при 30 К с использованием многощелевой модели (Δ = 52, 45, 36, 27, 19 и 12 мэВ; Δ_p = 78, 65, 47, 34, 23 и 15 мэВ). Пунктирная линия – экспериментальные туннелированые данные по Bi-2212. Сплошная линия - подгонка к экспериментальному туннельному спектру с использованием многощелевой модели

Как видно на рис. 4.9, рассчитанный туннельный спектр с учетом только шести членов в уравнениях (4.7) и (4.8) аналогично показанным на рис. 1 (c) из работы [67; с.017007-4] измерен на неоднородном Bi-2212 и показывает хорошее согласие, особенно в сопоставлении провал-горб характеристиками на стороне отрицательного смещения, V-образной и пиковой (или плечо)-подобной подщелевой особенности при низком смещении.

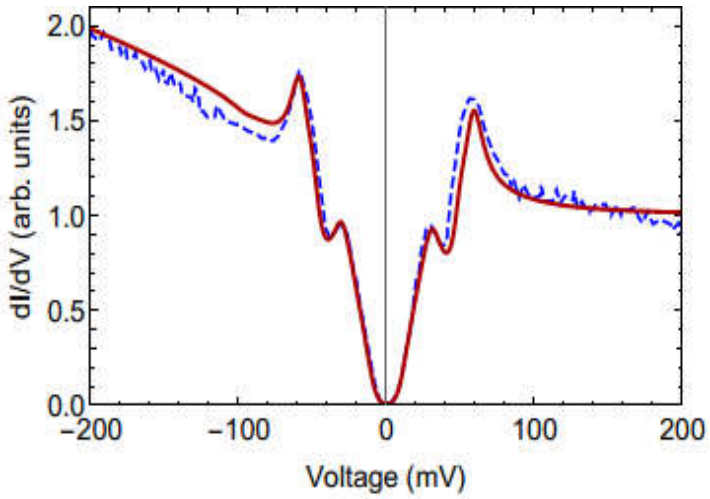

Рис. 4.9. Сравнение экспериментального туннельного спектра неоднородного Bi-2212 на рис. 1 (кривая c) из работы [67; c.017007-4] с туннельной проводимостью, рассчитанной при 30 К с использованием многощелевой модели (Δ = 57, 49, 29, 23, 17 и 12 мэВ; Δ_p = 98, 78, 67, 52, 39 и 23 мэВ). Пунктирная линия - экспериментальные данные по туннелированию для неоднородного Bi-2212. Сплошная линия - подгонка к экспериментальному спектру с использованием многощелевой модели

Выводы по главе IV

В результате исследования, изложенного в этой главе, можно сделать следующие выводы:

1. Специфические и обобщенные многощелевые (с учетом неоднородности щели) модели, учитывающие различные механизмы квазичастичного туннелирования через S–I–N контакт, обеспечивают адекватное описание туннельных спектров неоднородных купратных сверхпроводников;
2. Предложенная модель S–I–N туннелирования квазичастиц описывает два механизма для туннелирования: электронов в купратный сверхпроводник при положительном смещении и туннелирования диссоциирующих поляронных куперовских пар и больших поляронов в нормальный металл

при отрицательном смещении с учетом различных туннельных ПС в этих случаях.

3. Провал-горб особенность (систематически появляющая при $V < 0$ и $V > 0$) и асимметричные пики наблюдаемых туннельных спектров S–I–N контактов возникают из-за эффектов псевдощели и суперпозиции туннельных проводимостей, связанных с БКШ ПС и плотности квазисвободных состояний (появляется при диссоциации полярона);
4. Аномальные особенности туннельных спектров, наблюдаемые в Bi-2212, возникают из-за спектральной суперпозиции туннельных проводимостей, связанные с БКШ ПС, плотности квазисвободного состояния и многоканального туннелирования.
5. Поляронные и многощелевые эффекты оказывают существенное влияние на механизмы туннелирования квазичастиц через контакты ВТСП-диэлектрик-нормальный металл и являются ответственными за многие особенности туннельных спектров S–I–N контактов, таких как, например, U- и V-образные туннельные характеристики, пик-провал-горб структуры вне пиков проводимости, подщелевые особенности, асимметрия пиков проводимости и их эволюция с температурой и легированием, наблюдаемые в различных купратных сверхпроводниках.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе полученных результатов исследования, проведенного по теме диссертации доктора философии (PhD) «Поляронные и многощелевые особенности туннельных спектров и двумерной электрической проводимости купратов», представлены следующие выводы:

1. Обнаружено, что в купратах значение подвижности носителей заряда варьируются в интервале 1-10 см^2/(В·сек) и что, она в основном определяется поляронными эффектами, в частности, за счет поляронов и некогерентных поляронных куперовских пар, образование которых проявляется как псевдощелевое состояние.
2. Установлено, что металлическая и неметаллическая проводимость слоистых купратов выше и ниже температуры псевдощелевого (т.е. БКШ-подобного) перехода T^* обусловливается поляронами (при $T > T^*$) и взаимным вкладом поляронов и куперовских пар поляронов (при $T < T^*$), соответственно;
3. Продемонстрировано, что БКШ-подобные парные корреляции в нормальном состоянии купратов ответственны за выраженную нелинейную зависимость $\rho_{ab}(T)$ и различные отклонения вниз и вверх от T-линейного поведения ρ_{ab} ниже T^*, которые увеличиваются с уменьшением легирования;
4. Обнаружено, что различные резистивные переходы при $T^* > T_c$, наблюдающиеся в некоторых экспериментах, и множество различных аномальных поведений $\rho_{ab}(T)$ в псевдощелевом состоянии купратов естественным образом объясняются предложенной моделью переноса заряда в ab-плоскости решетки купратов, если допустить, что поляронные носители и поляронные куперовские пары рассеиваются различными оптическими фононами, имеющими характерные частоты ω_{01} и $\omega_{02} > \omega_{01}$;

5. Показано, что специфические и обобщенные многощелевые (с учетом неоднородности щели) модели, учитывающие различные механизмы квазичастичного туннелирования через S–I–N контакт, обеспечивают адекватное описание туннельных спектров неоднородных купратных сверхпроводников;
6. Установлено, что провал-горб особенность (систематически появляющая при $V < 0$ и $V > 0$) и асимметричные пики наблюдаемых туннельных спектров S–I–N контактов возникают из-за эффектов псевдощели и суперпозиции туннельных проводимостей, связанных с БКШ ПС и плотности квазисвободных состояний (появляется при диссоциации полярона);
7. Показано, что поляронные и многощелевые эффекты оказывают существенное влияние на механизмы туннелирования квазичастиц через контакты ВТСП-диэлектрик-нормальный металл и являются ответственными за многие особенности туннельных спектров S–I–N контактов, таких как, например, U- и V-образные туннельные характеристики, пик-провал-горб структуры вне пиков проводимости, подщелевые особенности, асимметрия пиков проводимости и их эволюция с температурой и легированием, наблюдаемые в различных купратных сверхпроводниках.

В заключении я выражаю глубокую признательность научному руководителю д.ф.-м.н. Бахраму Янгибаевичу Явидову за оказанную неоценимую помощь при подготовке диссертационной работы. Кроме того, я бы хотел, искренне поблагодарить д.ф-м.н. проф. С. Джуманова за помощь в получении и обсуждении некоторых результатов по теме исследования. Я также хотел бы выразить искреннюю благодарность д.ф-м.н. проф. Р. Ярмухамедову, д.ф-м.н. А. Насирову, д.ф-м.н. З. Канокову, д.ф-м.н. А. Рахимову, д.ф-м.н. проф.

Э.М. Турсунову и д.ф-м.н. М.С. Надырбекову за обсуждения научных результатов, ценные замечания и моральную поддержку. А также я искренне хочу поблагодарить весь коллектив лаборатории «Физики наноструктурных и сверхпроводящих материалов», лаборатории «Теоретической ядерной физики», отдела «Радиационной физики твердого тела» и ИЯФ АН РУз за плодотворное сотрудничество, практическую помощь в работе и постоянную поддержку.

С особой теплотой и благодарностью хочу посвятить эту диссертацию светлой памяти моей мамы Ойсифат Ганиевой, а также моих учителей д.ф-м.н. З. Канокова и д.ф-м.н. проф. Р. Ярмухамедова, которые работали со мной.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bednorz J. G., Müller K. A. Possible high-T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system // Zeitschrift für Physik B Condensed Matter - Springer Berlin Heidelberg (Germany), 1986. –V.64. –p.189–193
2. Поляроны // Сборник под ред. Фирсова Ю.А., Наука, Москва, 1975. – 424 с.
3. Fan H.Y. Valence Semiconductors, Germanium and Silicon // Solid State Physics – Elsevier (Netherlands), 1955. –V.1. –p.283–365
4. Swanson J.A. Saturation Hall Constant of Semiconductors // Physical Review – American Physical Society (USA), 1955. –V.99, N6. –p.1799–1807
5. Schultz T. D. Slow Electrons in Polar Crystals: Self-Energy, Mass, and Mobility // Physical Review – American Physical Society (USA), 1959. –V.116, N3. –p.526
6. Feynman R.P., Hellwarth R.W., Iddings C.K., Platzman P.M. Mobility of Slow Electrons in a Polar Crystal // Phys. Rev. – American Physical Society (USA), 1962. –V.127, N4. –p.1004
7. Kohler M. Zeitschrift für Physik - Springer Berlin Heidelberg (Germany), 1948. - V.124. –p.772
8. Greenwood D.A., The Boltzmann Equation in the Theory of Electrical Conduction in Metals // Proceedings of the Physical Society - IOP Publishing Ltd. (London), 1958. –V.71, N4. –p.585–596
9. Howarth D.J., Sondheimer E.H. The Theory of Electronic Conduction in Polar Semi-Conductors // Proceedings of the Royal Society A - Royal Society Publishing (United Kingdom), 1953. –V.219, N1136. –p.53–74.
10. Fröhlich H. Theory of Electrical Breakdown in Ionic Crystals // Proceedings of the Royal Society A - Royal Society Publishing (United Kingdom), 1937. –V.160, N901. –p.230–241
11. Pekar S.I. Fortschritte der Physik - Wiley-VCH GmbH (Germany), 1954. –V.1, N8. –p.367

12. Low F.E., Pines D. Mobility of Slow Electrons in Polar Crystals // Physical Review – American Physical Society (USA), 1955. –V.98, N2. –p.414–418
13. Low F.E. Boson-Fermion Scattering in the Heisenberg Representation // Physical Review – American Physical Society (USA), 1955. –V.97, N5. –p.1392–1398
14. Lee T.D., Low F.E., Pines D. The Motion of Slow Electrons in a Polar Crystal // Physical Review – American Physical Society (USA), 1953. –V.90, N2. –p.297–302
15. Kadanoff L.P. Boltzmann Equation for Polarons // Physical Review – American Physical Society (USA), 1963. –V.130, N4. –p.1364–1369
16. Osaka Y. Theory of Polaron Mobility // Progress of Theoretical Physics – The Physical Society of Japan (Japan), 1961. –V.25, N4. –p.517–536
17. Kubo R. Statistical-Mechanical Theory of Irreversible Processes. I. General Theory and Simple Applications to Magnetic and Conduction Problems // Journal of the Physical Society of Japan - The Physical Society of Japan (Japan), 1957. –V.12, N6. –p.570–586
18. Morita A., Sci. Rep. Tohoku Univ., First Ser. –V.38, –p.1 (1954); –V.38, 158 (1954); . –V.39, –p.73 (1955).
19. Gell-Mann, M., & Goldberger, M. L. (1953). The Formal Theory of Scattering // Physical Review – American Physical Society (USA), 1953. –V.91, N2. –p.398–408
20. Langreth D.C., Kadanoff L.P. Perturbation Theoretic Calculation of Polaron Mobility // Physical Review – American Physical Society (USA), 1964. –V.133, N4A. –p.A1070–A1075
21. Silinsh E.A., Kurik M.V., Čapek V. Electronic processes in organic molecular crystals. Localization and polarization phenomena // (in Russian) Zinatne, Riga, 1988. – 329 p.
22. Böttger H., Bryksin V.V. Hopping conduction in solids // Akademie-Verlag, Berlin, 1985. – 398 p.

23. Koizumi H., Hidekata R., Okazaki A., Tachiki M. Persistent Current Generation by the Spin-Vortex Formation in the Cuprate with the Single-Valuedness Constraint on the Conduction Electron Wave Functions //Journal of Superconductivity and Novel Magnetism - Springer Science+Business Media New York (USA), 2014. –V.27, No.1. –p.121–132
24. Emin D. Phonon-assisted transition rates I. Optical-phonon-assisted hopping in solids // Advances in Physics – Taylor & Francis (United Kingdom), 1975. – V.24,No.3. –p.305-348
25. Emin D. Polarons // Cambridge University Press, Cambridge, 2013. – 227 p.
26. Emin D. In-plane conductivity of a layered large-bipolaron liquid // Philosophical Magazine. – Taylor & Francis (United Kingdom), 2015. –V.95, No.8. –p.918-934
27. Itoh N., Stoneham A.M. Materials modification by electronic excitation // Cambridge University Press, Cambridge, 2001. – 520 p.
28. Salje E. K. H., Alexandrov A. S., Liang W.Y. Polarons and Bipolarons in High-T_c Superconductors and Related Materials // Cambridge University Press, Cambridge, 1995. – 476 p.
29. Devreese J.T., Alexandrov A.S. Fröhlich polaron and bipolaron: recent developments // Reports on Progress in Physics - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2009. –V.72. –id.066501. -52 p.
30. Bi X.X., Eklund P.C. Polaron contribution to the infrared optical response of $La_{2-x}Sr_xCuO_{4+\delta}$ and $La_{2-x}Sr_xNiO_{4+\delta}$ // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 1993. –V.70, N17. –p.2625-2628
31. Kastner M.A., Birgeneau R.J., Shirane G., Endoh Y. Magnetic, transport, and optical properties of monolayer cooper oxides // Reviews of Modern Physics - American Physical Society (USA), 1998. –V.70, N10. –p.897-928
32. Timusk T., Statt B. The pseudogap in high temperature superconductors: an experimental survey // Reports on Progress in Physics - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 1999. –V.62. –p.61-122

33. Mott N.F. Metal-Insulator Transition // Reviews of Modern Physics - American Physical Society (USA), 1968. –V.40,N4. –p.677-683
34. Warren Jr. W.W. Walstedt R.E., Brennert G.F. Cava R.J., Tycko R. Bell R.F. Dabbagh G. Cu spin dynamics and superconducting precursor effects in planes above T_c in $YBa_2Cu_3O_{6.7}$ // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 1989. –V.62, N10. –p.1193-1196
35. Walstedt R.E., Warren Jr. W.W., Bell R.F., Cava R.J., Espinosa G.P., Schneemeyer L.F., Waszczak J.V. Physical Review B - American Physical Society (USA), 1990. –V.41, N13. –p.9574-9577
36. Batlogg B., Hwang H.Y., Takagi H., Cava R.J., Kao H.L., Kwo J. Normal state phase diagram of $(La,Sr)_2CuO_4$ from charge and spin dynamics // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 1994. –V.235-240. –p.130-133
37. Tallon J.L., Loram J.W. The doping depence of T^* - what is the real high-T_c phase diagram // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2001. –V.349. –p.53-68
38. Tallon J.L., Storey J.G., Loram J.W. Fluctuations and Critical Temperature Reduction in Cuprate Superconductors // Physical Review B – American Physical Society (USA), 2011. –V.83. –id.092502. –4p.
39. Fischer Ø., Kugler M., Maggio-Aprile I., Berthod C., Renner C. Scanning tunneling spectroscopy of high-temperature superconductors // Reviews of Modern Physics - American Physical Society (USA), 2007. V.79. –p.353-419
40. Gomes K.K., Pasupathy A., Pushp A., Ono S., Ando Y., Yazdani A. Visualizing pair formation on the atomic scale in the high-T_c superconductor $Bi_2Sr_2Ca_2CuO_{8+\delta}$ // Nature – Nature Publishing Group(England), 2007. –V.447. –p.569-572
41. Parker C.V., Aynajian P., Neto E.H.D., Pushp A., Ono S., Wen J.S., Xu Z.J., Gu G.D., Yazdani A. Fluctuating Stripes at the Onset of the Pseudogap in the High-T_c

Superconductor // $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$ // Nature – Nature Publishing Group (England), 2010. –V.468. –p.677-680

42. Wise W.D., Chatterjee K., Boyer M.C., Kondo T., Takeuchi T., Ikuta H., Xu Z.J., Wen J.S., Gu G.D., Wang Y.Y., Hudson E.W. Imaging Nanoscale Fermi-Surface Variations in an Inhomogeneous Superconductor // Nature Physics - Macmillan Publishers Ltd. (England), 2009. -V.5. –p.213–216
43. Гинзберг Д.М. Введение, история открытия и обзор свойств высокотемпературных сверхпроводников // Мир, Москва, 1990. – С.8-38
44. Элиашберг Г.М. Электронная структура и физические свойства ВТСП // Мир, Москва, 1990. –С.505-536
45. Боярский Л.А. Псевдощелевые эффекты в сильно коррелированных электронных системах // Физика низких температур.–Харьков, 2006. -Т.*32*. -№8-9. – С.1078-1084
46. Anderson P.W. The theory of superconductivity in the high-T_c cuprates // Princeton University Press, Princeton, 1997. – 454 p.
47. Lee P.A., Nagaosa N., Wen X.-G. Doping a Mott insulator: Physics of the cuprate superconductors // Reviews of Modern Physics. - American Physical Society (USA), 2006. -V.78. –p.17-85
48. Emery V.J., Kivelson S.A., Zachar O. Spin-gap proximity effect mechanism of high-temperature superconductivity // Physical Review B. - American Physical Society (USA), 1997. -V.56., No.10. –p.6120-6147
49. Emery V.J., Kivelson S.A. Importance of phase fluctuations in superconductors with small superfluid density // Nature.– Springer Nature Ltd.(England), 1995. -V.374. –p.434-437
50. Norman M.R., Ding H., Randeria M., Campuzano J.C., Yokoya T., Takeuchi T., Takahashi T., Mochiku T., Kadowaki K., Guptasarama P., Hinks D.G. Destruction of the Fermi surface in underdoped high-T_c superconductors // Nature.– Macmillan Publishers Ltd.(England), 1998. -V.392. –p.157-160

51. Dzhumanov S. A unified theory of a new two-stage Fermi-Bose-liquid scenarios of superconductivity // Physica C: Superconductivity and its Applications.– Elsevier (Netherlands), 1994. -V.235-240. –p.2269-2270
52. Dzhumanov S., Baratov A.A., Abboudy S. Pairing theory of polarons in real and momentum space // Physical Review B. - American Physical Society (USA), 1996. -V.54, N18. –p.13121-13128
53. Dzhumanov S., Khabibullaev P.K. Microscopic theory of single particle and pair condensation of an attacting Bose gas as the basis for superfluidity and superconductivity // Pramana – Journal of Physics. – Springer (India), 1995.– V.45. –p.385-418
54. Dzhumanov S. The microscopic theory of superfluidity and superconductivity driven by single particle and pair condensation of attacting bosons // International Journal of Modern Physics E. – World Scientific Publishing Co. 1998. -V.12, N 21. –p.2151-2224
55. Varma C.M., Littlewood P.B., Schmitt-Rink S., Abrahams E., Ruckenstein A.E. Phenomenology of the normal state of Cu-O high-temperature superconductors // Physical Review Letters. – American Physical Society (USA), 1989. -V.63, N18. –p.1996-1999
56. Stojkovic B.P., Paines D. Theory of the longitudinal and Hall conductivities of the cuprate superconductors // Physical Review B. - American Physical Society (USA), 1997. –V.55, N13. –p.8576-8595
57. Emin D. Overview of the theory of the superconductivity of large bipolarons // In: Models and Methods of High-T_c superconductivity: Some Frontal Aspects, Eds. Srivastava J. K., Rao S. M. – Nova Science Publishers Inc., New York, (USA),Chapter 11, -2003. –V.2. –p.343-367
58. Raninger J., Robin J.M. The boson-fermion model of high-T_c superconductivity. Doping dependence // Physica C: Superconductivity and its Applications.– Elsevier (Netherlands), 1995. –V.253. –p.279-291

59. Alexandrov A.S. Theory of superconductivity: From weak to strong coupling // IOP Publishing Ltd., Bristol and Philadelphia, (England), 2003. – 300 p.
60. Alexandrov A.S., Kornilovitch P.E. The Fröhlich-Coulomb model of high-temperature superconductivity and charge segregation in the cuprates. Journal of Physics: Condensed Matter - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2002. – V.14, N21. –p.5337–5348
61. Alexandrov A.S., Kornilovitch P.E. Mobile Small Polaron // Physical Review Letters - American Physical Society (USA), 1999. –V.82, N4. –p.807–810
62. Yavidov B.Y. An effect of the uniaxial strain on the temperature of Bose–Einstein condensation of the intersite bipolarons // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2011. –V.471. –p.71–76
63. Yavidov B., Djumanov Sh., Saparbaev T., Ganiyev O., Zholdassova S., Tulepbergenov S., Kurbanov U. The combined effect of lattice's uniaxial strains and electron-phonon interaction's screening on T_{BEC} of the intersite bipolarons // International Journal of Modern Physics B. – World Scientific(Singapore), 2016.– V.30. – id.1650186. – 11p.
64. Белявский В.И., Копаев Ю.В. Первая Международная конференция: Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости // Успехи физических наук. – Москва, 2005. -Т.175. -№2. –с.191-196
65. Matsuda A., Fujii T., Watanabe T. Gap inhomogeneity, phase separation and a pseudogap in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2003. -V. 388-389. –p.207-208
66. McElroy K., Lee D.-H., Hoffman J.E., Lang K.M., Hudson E.W., Eisaki H., Uchida S., Lee J., Davis J.C. Coincidence of Checkerboard Charge Order and Antinodal State Decoherence in Strongly Underdoped Superconducting $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$// Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 2005. -V.94. –id.197005. - 4 p.

67. Fang A.C., Capriotti L., Scalapino D.J., Kivelson S.A., Kaneko N., Greven M., Kapitulnik A. Gap-inhomogeneity-induced electronic states in superconducting $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 2006. -V.96. –id.017007. -4 p.
68. Kato T., Noguchi T., Saito R., Machida T., Sakata H. Gap distribution in overdoped $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ observed by scanning tunneling spectroscopy // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2007. – V.460–462. –p.880-881
69. Damascelli A., Hussian Z., Shen Z.-X. Angle-resolved photoemission studies of the cuprate superconductivity // Reviews of Modern Physics - American Physical Society (USA), 2003. –V.75. –p.473-541
70. Vishik I.M., *et al.* Phase competition in trisected superconducting dome //Proceedings of the National Academy of Sciences– United States National Academy of Sciences (USA), 2012. –V.109, N45. –p.18332-18337
71. Dzhumanov S., Baimatov P.J., Ganiev O.K., Khudayberdiev Z.S., Turimov B.V. Possible mechanisms of carrier localization, metal-insulator transitions and stripe formation in inhomogeneous hole-doped cuprates // Journal of Physics and Chemistry of Solids – Elsevier (Netherlands), 2012. –V.73. –p.484-494
72. Kresin V.Z., Wolf S.A. Colloquium: Electron-lattice interaction and its impact on high T_c superconductivity // Reviews of Modern Physics - American Physical Society (USA), 2009. –V.81. –p.481-501
73. Renner Ch., Revaz B., Genoud J.-Y., Kadowaki K., Fischer Ø. Pseudogap precursor of the superconducting gap in under- and overdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 1998. –V.80, N1. –p.149-152
74. Matsuda A., Sugita S., Fujii T., Watanabe T. Study of pseodogap phenomena by STM and other probes // Journal of Physics and Chemistry of Solids – Elsevier (Netherlands), 2001. –V.62. –p.65-68

75. Sonier J.E., Brewer J.H., Kiefl R.F., Miller R.I., Morris G.D., Stronach C.E., Gardner J.S., Dunsiger S.R., Bonn D.A., Hardy W.N., Liang R., Heffner R.F. Anomalous weak magnetism in superconducting $YBa_2Cu_3O_{6+x}$ // Science - American Association for the Advancement of Science (USA), 2001. –V.292. –p.1692-1695
76. DeWilde Y.,*et al*. Unusual strong-coupling effects in the tunneling spectroscopy of optimally-doped and overdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$ //Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 1998. –V.80, N1. –p.153-156
77. Miyakawa N., Zasadzinski J.F., Ozyuzer L., Guptasarma P., Hinks D.G., Kendziora C., Gray K.E. Predominantly superconducting origin of large energy gaps in underdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ from tunneling spectroscopy // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 1999. –V.83, N5. –p.1018-1021
78. Renner Ch., Fischer Ø. Non BCS IV characteristics of superconducting $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+d}$ single crystals // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 1994. –V.235-240. –p.53-56
79. Renner Ch., Fischer Ø. Vacuum tunneling spectroscopy and asymmetric density of states of $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1995. –V.51, N14. –p.9208-9218
80. Rast S., *et al.* Temperature-dependent photoemission features for overdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$ // Europhysics Letters - EDP Sciences (France), 2000. –V.51. –p.103-109
81. Bok J., Bouvier J. Tunneling in anisotropic gap superconductors // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 1997. –V.274. –p.1-8
82. Wei J.Y.T., *et al.* Quasiparticle tunneling spectra of the high-T_c mercury cuprates: Implications of the *d*-wave two-dimentional van Hove scenario //

Physical Review B - American Physical Society (USA), 1998. –V.57, N 6. – p.3650-3662

83. Hoogenboom B.W., Berthod C., Peter M., Fischer Ø., Kordyuk A.A. Modeling scanning tunneling spectra of $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2003. –V.67. id.224502. -7 p.
84. Yusof Z., Zasadzinski J.F., Coffey L., Miyakawa N. Modeling of tunneling spectroscopy in high-T_c superconductors incorporating band structure, gap symmetry, group velocity, and tunneling directionality // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1998. –V.58, N1. –p.514-521
85. Anderson P.W. Present status of the theory of the high-T_c cuprates // Low Temperature Physics – AIP publishing (USA), 2006. –V.32, N4-5. –p.282-289
86. Eschring M., Norman M.R. Neutron Resonance: Modeling photoemission and tunneling data in the superconducting state of $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 2000. –V.85, N15. –p.3262-3264
87. Sacks W., Gren T., Roditchev D., Douçot B. Quasiparticle spectrum of the cuprate $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$: Possible connection to the phase diagram // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2006. –V.74. id.174517. -15 p.
88. Садовский М.В. Псевдощель в высокотемпературных сверхпроводниках // Успехи физических наук – Москва, 2001. -Т.171, №5. –с.539-564
89. Kondo T., Hamaya Y., Palczewski A.D., Takeuchi T., Wen J.S., Xu Z.J., Gu G., Schmalian J., Kaminski A. Disentangling Cooper-pair formation above the transition temperature from the pseudogap state in the cuprates // Nature Physics - Macmillan Publishers Ltd. (England), 2011. -V.7. –p.21-25
90. Dipasupil R.M., Oda M., Momono N., Ido M. Energy Gap evolution in the tunneling spectra of $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Journal of the Physical Society of Japan – The Physical Society of Japan (Japan), 2002. –V.71, N6. –p.1535-1540

91. Hashimoto M., Vishik I.M., He R.-H., Devereaux T.P., Shen Z.-X. Energy gaps in high-transition-temperature cuprate superconductors // Nature Physics – Macmillan Publishers Ltd. (England), 2014. –V.10. –p.483-495
92. Hufner S., Hossain M.A., Damascelli A., Sawatzky G.A. Two gaps make a high-temperature superconductor? Reports on Progress in Physics - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2008. –V.71. –id.062501. -9 p.
93. Solovjov A. L., Tkachenko M. A., Vovk R. V., Obolenskii M. A. Peculiarities of fluctuation conductivity and pseudogap behavior in slightly doped $HoBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ single crystals under pressure // Low Temperature Physics - American Institute of Physics (USA), 2011. –V.37,N10. –p.840–842
94. Ekino T., Hashimoto S., Fujii H. Probing the normal-state gap in high-T_c superconductors bybreak-junction tunneling // Journal of Physics and Chemistry of Solids – Elsevier (Netherlands), 2001. –V.62, N1-2. –p.149–152
95. Kristoffel N., Rubin P. Superconducting gaps and pseudogaps in a composite model of two-component cuprate // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2004. –V.402. –p.257-262
96. Schmidt A.R., Fujita K., Kim E.-A., Lawler M.J., Eisaki H., Uchida S., Davis J.C. Electronic structure of the cuprate superconducting and pseudogap phases from spectroscopic imaging STM // New Journal of Physics - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom) and Deutsche Physikalische Gesellschaft (Germany), 2011. –V.13. –id.065014. – 32 p.
97. Alexandrov A.S., Andreev A.F. Gap and subgap tunnelling in cuprates // Europhysics Letters - EDP Sciences (France), 2001. –V.54. –p.373-379
98. Bansil A., Basak S., Das T., Lin H., Lindroos M., Nieminen J., Suominen I., Markiewicz R.S. Interplay of matrix element, self-energy and geometric effects in various spectroscopies of the cuprates // Journal of Physics and Chemistry of Solids – Elsevier (Netherlands), 2011. –V.72. –p.341-346

99. Beanland J., Alexandrov A.S. Theory of extrinsic and intrinsic tunnelling in cuprate superconductors // Journal of Physics: Condensed Matter - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2010. –V.22. –id.403202. -11 p.
100. Williams G.V.M., Tallon J.L., Loram J.W. Crossover temperatures in the normal-state phase diagram of high-T_c superconductors // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1998. –V.58, N22. –p.15053–15061
101. Suzuki M., Anagawa K., Lmouchter M., Watanabe T. Distinct superconducting gap and the pseudogap in the interlayer tunneling spectroscopy for $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2001. –V.362, N1-4. –p.164-168
102. Batlogg B., Varma C.M. The underdoped phase of cuprate superconductors // Physics World - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2000. –V.13, N2. –p.33–38
103. Krasnov V.M. Temperature dependence of the bulk energy gap in underdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$: Evidence for the mean-field superconducting transition // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2009. –V.79. –id.214510. –17 p.
104. Van der Marel D. Beware of the pseudogap // Nature Physics - Macmillan Publishers Ltd. (England), 2011. -V.7. –p.10-11
105. Alexandrov A.S., Beanland J. Superconducting Gap, Normal State Pseudogap, and Tunneling Spectra of Bosonic and Cuprate Superconductors // Physical Review Letters - American Physical Society (USA), 2010. –V.104. –id.026401. – 4 p.
106. Fradkin E., Kivelson S.A., Tranquada J.M. Colloquium: Theory of intertwined orders in high temperature superconductors // Reviews of Modern Physics - American Physical Society (USA), 2015. –V.87. –p.457-482

107. Ganiev O.K. Polaron effects and the charge carrier mobility in high-T_c cuprate superconductors // Uzbek Journal of Physics - Tashkent (Uzbekistan), 2016. –V.3. –No.18. –p.173-179

108. Ganiev O.K. Importance of polaron effects for charge carrier mobility above and below pseudogap temperature in superconducting cuprates // Pramana – Journal of Physics. – Springer (India), 2017.– V.88. id.80. – 8p.

109. Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. Theory of Superconductivity // Physical Review – American Physical Society (USA), 1957. –V.108. –No.5. – p.1175-1204

110. Dzhumanov S., Baimatov P.J., Inoyatov Sh.T., Djumanov Sh.S., Gulyamov A.G. Formation of intermediate coupling optical polarons and bipolarons in two-dimensional systems // Physics Letters A– Elsevier (Netherlands), 2019. –V.383. –p.1330-1335

111. Ino A., Kim C., Nakamura M., Yoshida T., Mirzokawa T., Fujimori A., Shen Z.-X., Kakeshita T., Eisaki H., Uchida S. Doping-dependent evolution of the electronic structure of $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ in the superconducting and metallic phases // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2002. –V.65. id.094504. - 11 p.

112. Dzhumanov S. Possible insulating, metallic and superconducting states in doped high-T_c superconductors // Solid State Communications – Elsevier (Netherlands), 2000. –V.115. –p.155–160

113. Dzhumanov S., Baimatov P.J.Unusual metallic in-plane and non-metallic c-axis charge transports in underdoped cuprates // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2007. –V.460–462. –p.1111-1112

114. Dzhumanov S. Precursor non-superconducting pairing and novel superconductivity in underdoped and optimally doped cuprates // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2007. –V.460–462. –p.1131-1132

115. Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S. Normal-state conductivity of underdoped to overdopedcuprate superconductors: Pseudogap effects on the in-plane and c-axis charge transports // Physica B: Condensed Matter. – Elsevier (Netherlands), 2014.– V.440. –p.17-32

116. Ganiev O., Elmurodov A. Explanation of non-linear in-plane resistivity and Hall coefficient in the normal state of cuprates: Polaronic approach // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. – Springer (USA), 2018. –V.31, N6 – p.1715–1726

117. Zaanen J. Self-organized one dimensionality // Science - American Association for the Advancement of Science (USA), 1999. –V.286. –p.251-252

118. Kivelson S.A., Bindloos I., Fradkin E., Oganesyan V., Tranquada J., Kapitulnic A., Howard C. How to detect fluctuating stripes in the high-temperature superconductors // Reviews of Modern Physics - American Physical Society (USA), 2003. –V.75. –p.1201-1241

119. Dzhumanov S., Baimatov P.J., Djumanov Sh.S. Unusual isotope effects on the pseudogap in high-T_c cuprate superconductors as support for the BCS-like pairing theory of large polarons above T_c // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2015. –V.513. –p.43-50

120. Dzhumanov S. Bosonization of Cooper pairs and novel Bose-liquid superconductivity and superfluidity in high-$T_c$cuprates and other exotic systems // Physica A – Elsevier (Netherlands), 2019. –V.517. –p.197-209

121. Bogoliubov N.N., Tolmachev V.V., Shirkov D.V. A New Method in the Theory of Superconductivity // Izdatel'tsvo Akademii Nauk SSSR, Moscow, 1958. –78 p

122. Tinkham M. Introduction to Superconductivity // 2nd ed. – McGraw-Hill, Inc., (New York), 1996. – 454 p.

123. Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S. Pseudogap formation and unusual quasiparticle tunneling in cuprate superconductors: Polaronic and

multiple-gap effects on the tunneling spectra // Physica B: Condensed Matter. – Elsevier (Netherlands), 2013.– V.427. –p.22-30

124. Ganiev O.K. Modeling study of peak-dip-hump structure in tunneling spectra of high-temperature superconducting cuprates //European Physical Journal B - EDP Sciences, SIF, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (Germany),2016. –V.89. – id.274. -7 p.

125. Lee W.S., Vishik I.M., Tanaka K., Lu D.H., Sasagawa T., Nagaosa N., Devereaux T.P., Hussain Z., Shen Z.X. Abrupt onset of a second energy gap at the superconducting transition of underdoped Bi2212 // Nature– Nature Publishing Group(England), 2007. –V.450. –p.81-84

126. Vishik I.M. Photoemission perspective on pseudogap, superconducting fluctuations, and charge order in cuprates: a review of recent progress // Reports on Progress in Physics - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2018. –V.81. – id.062501. -10 p.

127. Ozyuzer L., Zasadzinski J.F., Gray K.E., Kendziora C., Miyakawa N. Absence of pseudogap in heavily overdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ from tunneling spectroscopy of break junctions // Europhysics Letters– EDP Sciences (France), 2002. –V.58. - p.589-595

128. Raffy H., Toma V., Murrills C., Li Z.Z. *c*-axis resistivity of $Bi_2Sr_2CaCu_2O_y$ thin films at various oxygen doping: Phase diagram and scaling law // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2007. –V.460-462. –p.851-853

129. Tallon J.L., Bernhard C., Shaked H., Hitterman R.L., Jorgensen J.D. Generic superconducting phase behavior in high-T_c cuprates: T_c variation with hole concentration in $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1995. –V.51. –No.18. –p.12911-12914

130. Ren J.K., Zhu X.B., Yu H.F., Tian Ye., Yang H.F., Gu C.Z., Wang N.L., Ren Y.F., Zhao S.P. Energy gaps in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8-\delta}$ cuprate superconductors // Scientific Reports - Nature Publishing Group (England), 2012. –V.2, N248. -7 p.

131. Ансельм А.И. Ввведение в теорию полупроводников // Наука, Москва, 1978. – 616 с.

132. Ridley B.K. Quantum processes in semiconductors // 5th Ed., Oxford University Press, Oxford, 2013. – 448 p.

133. Цидильковский И.М. Электроны и дырки в полупроводниках // Наука, Москва 1972. – 640 с.

134. Orenstein J., Millis A.J. // Science - American Association for the Advancement of Science (USA), 2000. –V.288. –p.468-474

135. Takagi H., Hussey N.E. Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" Course CXXXVI // Eds. Iadonisi G., Schrieffer J.R., Chiafalo M.L. IOS Press, Amsterdam, 1998. –p.227

136. Komiya S., Ando Y., Sun X.F., Lavrov A.N. *c*-axis transport and resistivity anisotropy of lightly to moderately doped $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ single crystals: Implications on the charge transport mechanism // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2002. -V.65. –id.214535. – 6 p.

137. Naqib S.H., Cooper J.R., Tallon J.L., Panagopoulos C. Temperature dependence of electrical resistivity of high-T_c cuprates – from pseudogap to overdoped regions // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2003. –V.387. –p.365-372

138. Ono S., Ando Y. Evolution of the resistivity anisotropy in $Bi_2Sr_{2-x}La_xCuO_{6+\delta}$ single crystals for a wide range of hole doping // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2003. -V.67. –id.104512. – 9 p.

139. Koike Y., Adachi T. Impurity and magnetic field effects on the stripes in cuprates // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2012. –V.481. –p.115-124

140. Ding H., Yokoya T., Campuzano J.C., Takahashi T., Randeria M., Norman M.R., Mochiku T., Kadowaki K., Giapintzakis J. Spectroscopic evidence for a pseudogap in the normal state of underdoped high-T_c superconductors // Nature Nature – Springer Nature Ltd.(England), 1996. -V.382. –p.51-54

141. Loeser A.G., Shen Z.-X., Dessau D.S., Marshall D.S., Park C.H., Fournier P., Kapitulnik A. Excitation gap in the normal state of underdoped $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ // Science - American Association for the Advancement of Science (USA), 1996. –V.273. –p.325-329

142. Puchkov A.V., Basov D.N., Timusk T. The pseudogap state in high-Tc superconductors: an infrared study // Jornal of Physics: Condensed Matter - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 1996. –V.8. –p.10049-10082

143. Dzhumanov S. The dependence of T_c on carrier concentration in high-T_c superconductors // Superlattices and Microstructures - Academic Press Ltd. (United Kingdom), 1997. –V.21, N3. –p.363-367

144. Lu J.P., Si Q. Spin polarons in high-T_c copper oxides: Differences between electron- and hole-doped systems // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1990. –V.42, N1. –p.950-953

145. Allen P.B., Fisk Z., Migliary A. Ed. Ginsberg D.M. Physical properties of high temperature superconductors I // Mir, Moscow, 1990. Chap. 5

146. Emin D., Hillery M.S. Formation of a large singlet bipolaron: Application to high-temperature bipolaronic superconductivity // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1989. –V.39, N10. –p.6575-6593

147. Timusk T., Tanner D.B. Physical Properties of High Temperature Superconductors I // Ed. Ginsberg D.M., Mir, Moscow, 1990. Chap. 7

148. Cohen R.E., Pickett W.E. Krakauer H. First-Principles Phonon Calculations for La_2CuO_4 // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 1989. –V.62,N7. –p.831-834

149. Reedyk M., Timusk T. Evidence for a-b-plane coupling to longitudinal c-axis phonons in high-T_c superconductors // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 1992. –V.69, N18. –p.2705-2708
150. Ulug A., Ulug B. Yagbasan R. Observation of anomalous resistive transition in a new mixed-phase $Y_3Ba_4Cu_7O_x$ system around 125–260 K // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 1994. –V.235-240. –p.879-880
151. Uchida S. Pseudogap vs stripe fluctuations in high-T_c cuprates // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2000. –V.341–348. –p.823-826
152. Carrington A., Walker D.J.C., Mackenzie A.P., Cooper J.R. Hall effect and resistivity of oxygen-deficient $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ thin films // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1993. –V.48, N17. –p.13051-13059
153. Ruan K.Q., Cao Q., Li S.Y., Qian G.G., Wang C.Y., Chen X.H., Cao L.Z. The detailed transport property of the underdoped Bi-2212 system in the pseudogap state // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2001. –V.351. –p.402-408
154. Tokiwa K., *et al*. High pressure synthesis and characterization of single crystals of $CuBa_2Ca_3Cu_4O_y$ superconductor // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 1998. –V.298. –p.209-216
155. Mackenzie A.P., Julian S.R., Sinclair D.C., Lin C.T. Normal-state magnetotransport in superconducting $Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$ to millikelvin temperatures // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1996. –V.53,N9. –p.5848-5855
156. Matthey D., Gariglio S., Giovannini B., Triscone J.-M. Hall effect in underdoped $GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ thin films: Evidence for a crossover line in the pseudogap regime // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2001. –V.64. –id.024513. – 5 p.

157. Kubo Y., Shimakawa Y., Manako T., Igarashi H. Transport and magnetic properties of $Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$ showing a δ-dependent gradual transition from an 85-K superconductor to a nonsuperconducting metal // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1991. –V.43, N10. –p.7875-7882
158. Manako T., Kubo Y., Shimakawa Y. Transport and structural study of $Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$ single crystals prepared by the KCl flux method // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1992. –V.46, N17. –p.11019-11024
159. Hussey N.E., Cooper J.R., Wheatley J.M., Fisher I.R., Mackenzie A.P., Lin C.T., Milat O. Angular Dependence of the *c*-axis Normal State Magnetoresistance in Single Crystal $Tl_2Ba_2CuO_6$ // Physical Review Letters – American Physical Society (USA), 1996. –V.76, N1. –p.122-125
160. Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S., Kurbanov U.T. Effect of polaronic pseudogap on tunneling spectra of high-T_c cuprate superconductors // Uzbek Journal of Physics - Tashkent (Uzbekistan), 2012. –V.14, N3. –p.149-157
161. Friedel J. (1989). The high-Tcsuperconductors: a conservative view // Journal of Physics: Condensed Matter - IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 1989. –V.1,N42. –p.7757–7794
162. Hirsch J. E., Marsiglio F. Hole superconductivity: Review and some new results // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 1989. –V.162-164. –p.591–598
163. Momono N., Goto T., Takeyama K., Oda M., Ido M. (2007). STM/STS study on underdoped $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ // Physica C: Superconductivity and its Applications – Elsevier (Netherlands), 2007. –V.460-462. –p.965–966
164. Chien C.-C., He Y., Chen Q., Levin K. Two-energy-gap preformed-pair scenario for cuprate superconductors: Implications for angle-resolved photoemission spectroscopy // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2009. –V.79. -id.214527. –11p.

165. Mahan G.D. Many-particle physics // -3rd ed. Springer Science+Business Media, New York, 2000. –785 p.
166. Mallet P., Roditchev D., Sacks W., Défourneau D., Klein J. Vacuum tunneling spectroscopy of high-temperature superconductors: A critical study // Physical Review B - American Physical Society (USA), 1996. -V.54, N18. –p.13324–13329
167. Zasadzinski J.F., Coffey L., Romano P., Yusof Z. Tunneling spectroscopy of $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$:Eliashberg analysis of the spectral dip feature // Physical Review B - American Physical Society (USA), 2003. -V.68. –id.180504. –4 p.
168. Румер Ю. Б., Рывкин М. Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика // Наука, Москва, 1972. – 400 с.
169. Gaebler J. P., Stewart J.T., Drake T. E., Jin D. S., Perali A., Pieri P. and Strinati G. C. Observation of pseudogap behaviour in a strongly interacting Fermi gas // Nature Physics - Macmillan Publishers Ltd. (England), 2010. -V.6. –p.569-573
170. Dzhumanov S. Microscopic theory of pseudogap phenomena and unconventional Bose-liquid superconductivity and superfluidity in high-T_c cuprates and other systems // arXiv: 1912.12407v5 [cond-mat.supr-con] -2020.

Приложение А

Модифицированный БКШ формализм для системы взаимодействующих поляронов

В дырочно-допированных купратах, возникает новая ситуация, когда существуют поляронные эффекты и механизм притяженного взаимодействия (например, из-за обмена статическими и динамическими фононами) между носителями, работающими в диапазоне энергий $\{-(E_p + \hbar\omega_{LO}), (E_p + \hbar\omega_{LO})\}$ гораздо эффективнее, чем на простом БКШ картине. Поэтому теория БКШ спаривания должна быть модифицирована, чтобы включить поляронные эффекты. В случае высокотемпературных купратов форма БКШ-подобной теории спаривания может естественным образом описывать образование поляронных куперовских пар выше T_c.

Энергия основного состояния взаимодействующей многополяронной системы рассчитывается с использованием модельного гамильтониана (1.2). Можно предположить, что отклонения произведений операторов $a^+_{\boldsymbol{k}'\uparrow}a^+_{-\boldsymbol{k}'\downarrow}$ и $a_{-\boldsymbol{k}\downarrow}a_{\boldsymbol{k}\uparrow}$ в уравнении (1.2) от их средних значений $\langle a^+_{\boldsymbol{k}'\uparrow}a^+_{-\boldsymbol{k}'\downarrow}\rangle$ и $\langle a_{-\boldsymbol{k}\downarrow}a_{\boldsymbol{k}\uparrow}\rangle$ малы. Тогда одну пару операторов, $a_{-\boldsymbol{k}\downarrow}a_{\boldsymbol{k}\uparrow}$ или $a^+_{\boldsymbol{k}'\uparrow}a^+_{-\boldsymbol{k}'\downarrow}$, можно заменить ее средним значением. Далее мы можем записать тождество, следуя Тинхаму [122; с.454], в виде

$$a_{-\boldsymbol{k}\downarrow}a_{\boldsymbol{k}\uparrow} = b_{\boldsymbol{k}} + (a_{-\boldsymbol{k}\downarrow}a_{\boldsymbol{k}\uparrow} - b_{\boldsymbol{k}}), \tag{A.1}$$

где $b_{\boldsymbol{k}} = \langle a_{-\boldsymbol{k}\downarrow}a_{\boldsymbol{k}\uparrow}\rangle$. Это приближение среднего поля, а величина в скобке в уравнении (A.1) представляет собой небольшой флуктуационный член. Подставляя уравнение (A.1) и его эрмитово сопряженным в гамильтониан (1.2) и сбрасывания член $\sum_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}'} V^p_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'}\,(a^+_{\boldsymbol{k}'\uparrow}a^+_{-\boldsymbol{k}'\downarrow} - b^*_{\boldsymbol{k}'})(a_{-\boldsymbol{k}\downarrow}a_{\boldsymbol{k}\uparrow} - b_{\boldsymbol{k}})$, который является

вторым порядком по флуктуациям и считается очень малым, модельный гамильтониан среднего поля можно записать в виде

$$H_{MF} = \sum_{k\sigma} \xi_{\boldsymbol{k}} a^{+}_{k\sigma} a_{k\sigma} + \sum_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'} V^{p}_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'} \left[a^{+}_{\boldsymbol{k}'\uparrow} a^{+}_{-\boldsymbol{k}'\downarrow} b_{\boldsymbol{k}} + a_{-\boldsymbol{k}\downarrow} a_{\boldsymbol{k}\uparrow} b^{*}_{\boldsymbol{k}'} - b^{*}_{\boldsymbol{k}'} b_{\boldsymbol{k}} \right] \quad (\text{A.}2)$$

Теперь мы вводим функцию щели $\Delta_{\boldsymbol{k}}$:

$$\Delta_{\boldsymbol{k}} = -\sum_{\boldsymbol{k}'} V^{p}_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'} \langle a_{-\boldsymbol{k}'\downarrow} a_{\boldsymbol{k}'\uparrow} \rangle = -\sum_{\boldsymbol{k}'} V^{p}_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'} b_{\boldsymbol{k}'}. \quad (\text{A.}3)$$

Функция $\Delta_{\boldsymbol{k}}$ и эрмитова сопряженная функция $\Delta^{*}_{\boldsymbol{k}}$ могут быть выбраны в качестве реальных функций [168; с.400]. Подставляя эти функции в уравнение (А.2), получаем следующий результирующий гамильтониан:

$$H_{MF} = \sum_{k\sigma} \xi_{\boldsymbol{k}} \left[a^{+}_{\boldsymbol{k}'\uparrow} a_{\boldsymbol{k}\uparrow} + a^{+}_{-\boldsymbol{k}'\downarrow} a_{-\boldsymbol{k}\downarrow} \right] - \sum_{\boldsymbol{k}} \Delta_{\boldsymbol{k}} \left[a^{+}_{\boldsymbol{k}} a^{+}_{-\boldsymbol{k}} + a_{-\boldsymbol{k}} a_{\boldsymbol{k}} - b^{*}_{k'} \right]. \quad (\text{A.}4)$$

Гамильтониан (А.4) диагонализируется с помощью преобразования Боголюбова:

$$\begin{aligned} a_{\boldsymbol{k}\uparrow} &= u_{\boldsymbol{k}} \gamma_{\boldsymbol{k}\uparrow} + v_{\boldsymbol{k}} \gamma^{+}_{-\boldsymbol{k}\downarrow}, \qquad a_{-\boldsymbol{k}\downarrow} = u_{\boldsymbol{k}} \gamma_{-\boldsymbol{k}\downarrow} - v_{\boldsymbol{k}} \gamma^{+}_{\boldsymbol{k}\uparrow} \\ a^{+}_{\boldsymbol{k}\uparrow} &= u_{\boldsymbol{k}} \gamma^{+}_{\boldsymbol{k}\uparrow} + v_{\boldsymbol{k}} \gamma_{-\boldsymbol{k}\downarrow}, \qquad a^{+}_{-\boldsymbol{k}\downarrow} = u_{\boldsymbol{k}} \gamma^{+}_{-\boldsymbol{k}\downarrow} - v_{\boldsymbol{k}} \gamma_{\boldsymbol{k}\uparrow}, \end{aligned} \quad (\text{A.}5)$$

где $\gamma^{+}_{\boldsymbol{k}}$ $(\gamma_{\boldsymbol{k}})$ - оператор нового рождения (уничтожения) для Ферми квазичастицы, $u_{\boldsymbol{k}}$ и $v_{\boldsymbol{k}}$ - реальные функции, удовлетворяющие условию

$$u^{2}_{\boldsymbol{k}} + v^{2}_{\boldsymbol{k}} = 1. \quad (\text{A.}6)$$

Новые операторы $\gamma_{k\sigma}^{+}$ и $\gamma_{k\sigma}$, как и старые операторы $a_{k\sigma}^{+}$ и $a_{k\sigma}$, удовлетворяют антикоммутационным соотношениям операторов Ферми:

$$[\gamma_{k\sigma}, \gamma_{k'\sigma'}] = \left[\gamma_{k\sigma}^{+}, \gamma_{k'\sigma'}^{+}\right] = 0, \quad \left[\gamma_{k\sigma}^{+}, \gamma_{k'\sigma'}^{+}\right] = \delta_{kk'}\delta_{\sigma\sigma}. \tag{A.7}$$

Подставляя уравнение (A.5) в уравнение (A.4) и принимая во внимание уравнение (A.6) и уравнение (A.7), получим

$$\begin{aligned} H_{MF} = \sum_{k} \{ & \left[2\xi_k v_k^2 - 2\Delta_k u_k v_k\right] \\ & + \left[\xi_k\left(u_k^2 - v_k^2\right) + 2\Delta_k u_k v_k\right](\gamma_{k\uparrow}^{+}\gamma_{k\uparrow} + \gamma_{-k\downarrow}^{+}\gamma_{-k\downarrow}) \\ & + \left[2\xi_k u_k v_k - \Delta_k\left(u_k^2 - v_k^2\right)\right](\gamma_{k\uparrow}^{+}\gamma_{-k\downarrow}^{+} + \gamma_{-k\downarrow}\gamma_{k\uparrow}) + b_k^{*}\Delta_k\}. \end{aligned} \tag{A.8}$$

Теперь выберем u_k и v_k, чтобы они удовлетворяли условию

$$2\xi_k u_k v_k - \Delta_k\left(u_k^2 - v_k^2\right) = 0. \tag{A.9}$$

Тогда гамильтониан (A.8) имеет диагональную форму и включает в себя члены энергии основного состояния E_0 и энергии квазичастиц E_k

$$H_{MF} = E_0 + \sum_{k} E_k\,(\gamma_{k\uparrow}^{+}\gamma_{k\uparrow} + \gamma_{-k\downarrow}^{+}\gamma_{-k\downarrow}), \tag{A.10}$$

где

$$E_0 = \sum_{k}\left(2\xi_k v_k^2 - 2\Delta_k u_k v_k + b_k^{*}\Delta_k\right), \tag{A.11}$$

$$E_k = \xi_k\left(u_k^2 - v_k^2\right) + 2\Delta_k u_k v_k. \tag{A.12}$$

Как видно из уравнения (A.10), гамильтониан (A.8) сводится к гамильтониану идеального газа невзаимодействующих фермионных квазичастиц. Объединение уравнения (A.6) и уравнение (A.9) и, решая квадратное уравнение, имеем

$$u_{\boldsymbol{k}}^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\xi_{\boldsymbol{k}}}{E_{\boldsymbol{k}}}\right), \qquad v_{\boldsymbol{k}}^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\xi_{\boldsymbol{k}}}{E_{\boldsymbol{k}}}\right). \tag{A.13}$$

Подставив уравнения (A.11), (A.12) и (A.13) в уравнение (A.10), получим

$$H_{MF} = \sum_{\boldsymbol{k}} \left\{ \left[\xi_{\boldsymbol{k}} - E_{\boldsymbol{k}} + b_{\boldsymbol{k}}^* \, \Delta_{\boldsymbol{k}} \right] + E_{\boldsymbol{k}} [\gamma_{\boldsymbol{k}\uparrow}^+ \gamma_{\boldsymbol{k}\uparrow} + \gamma_{-\boldsymbol{k}\downarrow}^+ \gamma_{-\boldsymbol{k}\downarrow}] \right\}. \tag{A.14}$$

Для нетрадиционных парных взаимодействий утверждается [51; с.2269-2270. 169; p.569-573. 170], что псевдощелевой фаза имеет БКШ-подобную дисперсию, определяемую $E_{\boldsymbol{k}} = \sqrt{\xi_{\boldsymbol{k}}^2 + \Delta_{\boldsymbol{k}}^2}$, но BCS-подобная щель $\Delta_{\boldsymbol{k}}$ больше не является сверхпроводящим параметром порядка и появляется на поверхности Ферми при характерной температуре T^*, которая представляет собой температуру начала куперовского спаривания фермионных квазичастиц выше T_c.

Теперь мы можем определить БКШ-подобную запрещенную зону $\Delta_{\boldsymbol{k}}$ и связанную с ней температуру пересечения псевдощели в нормальном состоянии T^*. После замены операторов $a_{\boldsymbol{k}\sigma}$ операторами $\gamma_{\boldsymbol{k}\sigma}$ и сбрасывания недиагональных операторов $\gamma_{-\boldsymbol{k}'\downarrow}\gamma_{\boldsymbol{k}'\uparrow}$ и $\gamma_{\boldsymbol{k}'\uparrow}^+\gamma_{-\boldsymbol{k}'\downarrow}^+$, которые не влияют на среднее значение произведения операторов $a_{-\boldsymbol{k}'\downarrow}a_{\boldsymbol{k}'\uparrow}$, функция щели или параметр порядка $\Delta_{\boldsymbol{k}}$ определяется как

$$\Delta_{\boldsymbol{k}} = -\sum_{\boldsymbol{k}'} V_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'}^p \left(1 - \gamma_{\boldsymbol{k}'\uparrow}^+ \gamma_{\boldsymbol{k}'\uparrow} - \gamma_{-\boldsymbol{k}'\downarrow}^+ \gamma_{-\boldsymbol{k}'\downarrow}\right). \tag{A.15}$$

Эта БКШ-подобная энергетическая щель существует в спектре возбуждения $E_{\boldsymbol{k}}$ фермионных квазичастиц. Следовательно, число таких квазичастиц, населяющих состояние $\boldsymbol{k}$ при температуре T, равно

$$\langle \gamma^{+}_{\boldsymbol{k}\sigma}\gamma_{\boldsymbol{k}\sigma}\rangle = f\big(E_{\boldsymbol{k}}(T)\big) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{\boldsymbol{k}}}{k_B T}\right)+1}. \qquad \text{(A. 16)}$$

Используя это соотношение, уравнение разрыва (A.15) можно записать в виде

$$\Delta_{\boldsymbol{k}}(T) = -\sum_{\boldsymbol{k}'} V^{p}_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'}\, u_{\boldsymbol{k}'} v_{\boldsymbol{k}'}[1-2f_{\boldsymbol{k}'}(T)]. \qquad \text{(A. 17)}$$

При $T = 0$ квазичастиц нет, так что $f\big(E_{\boldsymbol{k}}(T)\big) = 0$.

Таким образом, зависящее от температуры уравнение БКШ-подобной щели

$$\Delta_{\boldsymbol{k}}(T) = -\sum_{\boldsymbol{k}'} V^{p}_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'}\frac{\Delta_{\boldsymbol{k}}(T)}{2E_{\boldsymbol{k}'}(T)}\tanh\left[\frac{E_{\boldsymbol{k}'}(T)}{2k_B T}\right]. \qquad \text{(A. 18)}$$

Приложение Б

Кинетическое уравнение Больцмана для возбужденных ферми-компонент куперовских пар и бозонных куперовских пар

Уравнение переноса Больцмана для возбужденных ферми-компонент куперовских пар в приближении времени релаксации можно записать в виде

$$f_p^0(k) - f_p^*(k) = \frac{\tau_{BCS}(k)}{\hbar} \boldsymbol{F} \frac{\partial f_p^*}{\partial k}, \qquad (Б.1)$$

где $f_p^0(k)$ - равновесная функция распределения Ферми, $\tau_{BCS}(k)$ - время релаксации ферми-компонент куперовских пар в БКШ-подобном псевдощелевом режиме, $\boldsymbol{F}$ - сила, действующая на носитель заряда в кристалле.

Рассмотрим проводимость дырочных носителей при наличии электрического поля, приложенного в направлении *x*.
Тогда мы можем написать уравнение (Б.1) как

$$f_p^0(k) - f_p^*(k) = \frac{\tau_{BCS}(k)}{\hbar} \boldsymbol{F_x} \frac{\partial f_p^*}{\partial k_x} = \frac{\tau_{BCS}(k)}{\hbar} \boldsymbol{F_x} \frac{\partial f_p^*}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial k_x}$$
$$= \frac{\tau_{BCS}(k)}{\hbar} \boldsymbol{F_x} \hbar V_x \frac{\partial f_p^*}{\partial E}, \qquad (Б.2)$$

где $E(k) = \sqrt{\xi^2(k) + \Delta^2(k)}$, $\xi(k) = \varepsilon(k) - \varepsilon_F$, $\varepsilon(k) = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)/2m_p$, $V_x = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E_x}{\partial k_x} = v_x \frac{\xi}{E}$, $v_x = \hbar k_x / m_p$.

Плотность ферми-компонент куперовских пар определяется из соотношения

$$n_p^* = 2\sum_k u_k f_p^*(k) = 2\sum_k \frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi}{E}\right) f_p^*(k) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \left(1+\frac{\xi}{E}\right) f_p^*(k) d^3k \quad (\text{Б.}3)$$

Используя уравнения (Б.2) и (Б.3), плотность тока в направлении x может быть определена как

$$J_x^* = \frac{e}{(2\pi)^3}\int v_x \left(1+\frac{\xi}{E}\right) f_p^*(k) d^3k = \frac{e}{(2\pi)^3}\int v_x \left(1+\frac{\xi}{E}\right) f_p^0(k) d^3k$$
$$-\frac{e}{(2\pi)^3}\int v_x^2 \tau_{BCS}(k) \boldsymbol{F_x} \frac{\xi}{E}\left(1+\frac{\xi}{E}\right)\frac{f_p^*(k)}{\partial E} d^3k, \quad (\text{Б.}4)$$

где ξ и E - четные функции от k, а $v_x f_p^0(k)$ - нечетная функция от v_x. Поскольку интеграция по dk_x находится в диапазоне от $-\infty$ до $+\infty$, первый член в уравнении (Б.4) становится нулевым, и остается только второй член, что приводит к (для $F_x = +eE_x$)

$$J_x^* = -\frac{e^2 E_x}{8\pi^3}\int v_x^2 \tau_{BCS}(k) \frac{\xi}{E}\left(1+\frac{\xi}{E}\right)\frac{f_p^*(k)}{\partial E} d^3k \quad (\text{Б.}5)$$

Точно так же плотность тока бозонных куперовских пар в направлении x определяется как (для $F_x = 2eE_x$)

$$J_x^B = \frac{2e}{(2\pi)^3}\int v_x \left[f_B^0(k) - \tau_B(k) v_x \boldsymbol{F_x} \frac{\partial f_B}{\partial \varepsilon}\right] d^3k$$
$$= -\frac{2e^2 E_x}{8\pi^3}\int v_x^2 \tau_B(k) \frac{\partial f_B}{\partial \varepsilon} d^3k. \quad (\text{Б.}6)$$