МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

Национальный университет Узбекистана им. М. Улугбека

Кафедра биомедицинской физики

На правах рукописи
УДК 539.17

КАНОКОВ ЗАКИРЖОН

МАРКОВСКАЯ И НЕМАРКОВСКАЯ ДИНАМИКА КВАНТОВЫХ И МЕЗОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМ

01.04.02 – Теоретическая физика
(физико-математические науки)

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени доктора наук

Научный консультант: д.ф.-м.н. проф., академик АН РУз. М.М. Мусаханов

Ташкент – 2018

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИИ

Актуальность и востребованность темы диссертации. В настоящее время теоретическое исследование динамической проблемы неравновесных квантовых систем, является одной из фундаментальных проблем современной теоретической и экспериментальной физики. Явления флуктуации и диссипации неравновесных квантовых систем обычно исследуются в рамках стандартной техники теории квантовых марковских процессов. Известно, что отклик реальных физических, технических и биологических систем на внешнее случайное воздействие, является немарковским процессом и эффект немарковости возрастает с ростом сложности системы. Следовательно, такие системы не могут быть описаны посредством стандартных методов, разработанных на основе марковских процессов. В связи с этим, актуальной становится разработка математических методов описания немарковских случайных процессов.

В нашей Республике уделено большое внимание развитию теоретической физики и проведению фундаментальных исследований по этим направлениям на мировом уровне. В этом плане удалось достичь значимых результатов, в частности: в решении теоретических проблем неравновесных квантовых систем и их практическом применении, разработке методов аналитического определения и расчета нестационарных коэффициентов переноса, теоретическом исследовании ядерной реакции с тяжелыми ионами, влиянии внешних полей на открытые квантовые системы и неравновесные процессы.

В соответствии со “ Стратегией действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», является наиболее важным, повышение эффективности отрасли физики неравновесной системы и нанотехнологии на основе теоретических и практических исследований в области

неравновесных квантовых систем и диссипативных неравновесных квантовых процессов за счет внедрения инновационных технологий.

В настоящее время получены новые экспериментальные данные по подбарьерному слиянию ядер в столкновениях тяжелых ионов низких энергий, туннельные переходы с диссипацией в кристаллах, по эффектам, связанным с сильным, слабым и сверхслабым воздействием магнитных полей различной природы на разнообразные сложные физические и биологические объекты, обнаруживают новые тенденции, которые не могут быть объяснены в рамках существующих традиционных подходов и моделей. Теоретическое объяснение большого числа подобных эффектов является актуальной задачей современной теоретической физики. Учет немарковских эффектов в туннельных переходах является не полностью решенной проблемой неравновесной квантовой системы, поэтому решение проблемы о квантовом туннельном переходе с диссипацией может оказаться важным при исследовании ядерных, атомных низкоразмерных и низкотемпературных мезоскопических систем.

Разработка метода определения зависящих от времени коэффициентов переноса и ширин распада метастабильных состояний необходима при описании и объяснении экспериментальных данных по ядерным реакциям полного слияния, квазиделения, деления и захвата ядра ядром. Кроме этого, теоретические данные о туннельном переходе с диссипацией крайне необходимы для транспорта электронов в квантовых точках и ямах, а также для решения одной из важных проблем ядерной астрофизики – слияния ядер в сверхплотных астрономических объектах.

Данная научно-исследовательская работа соответствует задачам, утвержденным в государственных нормативных документах, в Постановлениях Президента Республики Узбекистан № ПП-1442 от 15 декабря 2010 года «О приоритетах развития промышленности Республики Узбекистан в 2011-2015 годах», № ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук,

организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», Указе Президента Республики Узбекистан УП–4958 от 16 февраля 2017 года “О дальнейшем совершенствовании системы послевузовского образования”.

Соответствие исследования по приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан - II. «Энергетика, энерго - и ресурсосбережение».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации. Исследования, по развитию теории для описания динамического свойства неравновесных систем, проводятся в ведущих мировых научных центрах и высших образовательных учреждениях, в том числе, в Университете Штутгарта (Германия), Институте физики при университете Росток (Германия), Университете Алберта (Канада), Университете Бразилии (Бразилия), Университете науки и технологий Китая (Китай), Юго-Восточном университете (Китай), Кембриджском университете (Великобритания), Калифорнийском университете (США), Токийском университете (Япония), Московском государственном университете (Россия), Объединенном институте ядерных исследований (Россия), Институте общей физики Академии наук России (Россия), Московском Физико - техническом институте (Россия), Университете Д. Хопкинса (США), Институте физики плазмы Макса Планка (Германия), Международном центре теоретической физики (Италия) и Национальном университете Узбекистана.

По теоретическому исследованию динамики неравновесных квантовых систем на мировом уровне получен ряд важных результатов, в том числе: неравновесные квантовые системы были исследованы на основе классических линейных и нелинейных марковских уравнений Ланжевена и Фоккера-Планка; численные решения многомерного классического уравнения Ланжевена были применены для описания динамики деления

тяжелых ядер. Нелинейные уравнения Ланжевена и Фоккера-Планка были применены для определения флуктуации неравновесных процессов в плазме, для оценки немарковских эффектов в распространении радиосигналов в среде, также были применены в исследовании процессов деления тяжелых ядер (Московский Государственный университет, научный центр «Сколково», Объединённый институт ядерных исследований, Томский политехнический институт, Россия, Universidade de Lisboa Portugal); теория диссипативных систем была развита на основе модели квантового осциллятора в термостате; для диффузии квантовой частицы в среде была разработана модель Калдейра и Леггета (Калифорнийский университет США); для исследования прохождения через потенциальный барьер и распад метастабильного состояния, было использовано уравнение Линблада, со стационарными транспортными коэффициентами (Университет Штутгарт, Институт Физики при университете Росток Германия, Объединённый институт ядерных исследований, Омский Государственный университет Россия).

По теории неравновесных квантовых систем, в Мире ведутся следующие фундаментальные исследования: вычисление нестационарных коэффициентов переноса в неравновесных квантовых системах; исследование тунельных переходов в диссипативных системах; определение квантовых флуктуаций для неравновесных процессов при низких температурах; исследование влияния внешних полей на динамику неравновесных квантовых систем; образования, эволюция двойной ядерной системы; исследование ее распада на основе стохастического уравнения и развитие диссипативно-динамической модели.

Степень изученности проблемы. В настоящее время ведущими учеными мира, например, американскими (Katja Lindeberg, Bruse J.West, Roy Jay Glauber), немецкими (W.Scheid, G.Ropke, C.V.Gardner), японскими (K.Nishio, K.Fujikawa), итальянским (Gian Paolo Beretta), румынскими (Aurelliu Sandulescu, E.Stefanescu), французскими (Denis Lacroix), канадским

(M.Razavy), российскими (В.В.Додонов, А.В.Додонов, Ю.Л.Климантович, А.Н.Морозов, А.В.Скрипкин, И.Кляцкин, В.Г.Морозов, А.В.Чуркин и др.), бразильским (S.S.Mizrahi) и другими, выполнен большой объем экспериментальных и теоретических исследований для описания статистического и динамического поведения неравновесных систем. Однако, в большинстве этих работ, в уравнениях для осцилляторов в термостате не учитываются немарковские эффекты, или рассматриваются только линейные связи между осциллятором и термостатом, не рассматриваются методы аналитического определения нестационарных коэффициентов переноса.

Теория неравновесных квантовых систем рядом авторов, например, американскими (C.N.Mortan, B.B.Bak и другими), немецкими (H.Hofman, F.P.Hessberger, G.Munzenberg, P.Frobrich, R.Lipperheide), российскими (В.В.Волков, Г.Г.Адамян, Н.В.Антоненко, Р.В.Джолос, И.И.Гончар), японскими (S.Ayik, N.Takigava, Y.Aritoma, Y.Abe) и узбекскими (А.К.Носиров, А.И.Муминов, С.В.Артемов)- была применена для описания процессов деления тяжелых ядер и реакции с тяжелыми ионами. В работах этих авторов эффекты немарковости не учитываются и, в основном, использованы классические динамические уравнения. Игнорируется не локальность диссипации, не учитывается зависимость от времени коэффициентов диффузии и коэффициентов трения или использованы эмпирические формулы, связывающие эти коэффициенты.

Рассмотрение деления ядра в марковском и немарковском пределе привело к тому, что имется большая разница в численных значениях коэффициентов трения ядерного вещества. Такое не согласие показано в работах, например, немецких (G.Wegmann, H.Hofman) и польских ученых (K.Pomarski, M.Dworzeska). В этих работах роль диссипации в рамках микроскопической модели не рассматривается.

Связь темы диссертации с научно - исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научных проектов

Национального университета Узбекистана по темам: Ф-2.1.8 «Динамика ядерных реакций (2003 – 2007); ФА-Ф2-Ф055 «Исследование выхода продуктов реакций с тяжелыми ионами и деления ядер» (2007 –2011); Ф2-ФА-Ф115 «Исследование механизмов реакций многонуклонных передач и слияния-деления ядер» (2012-2016); Ф2-60 «Теория сильно коррелированных квантовых систем» (2012 –2016).

Целью исследования является разработка формализма для описания марковской и немарковской динамики квантовых систем.

Задачи исследования:

установить явный вид гамильтониана неравновесной квантовой системы во внешнем поле, получить обобщенные немарковские квантовые стохастические уравнения для коллективных координат и найти их аналитические решения;

получить из немарковских уравнений квантовые марковские диффузионные уравнения с нестационарными коэффициентами переноса;

получить аналитические решения системы уравнений Ланжевена для потенциалов типа гармонического осциллятора полной связи (ПС-осциллятор) с термостатом и в приближении вращающейся волны (ПВВ-осциллятор);

получить системы нелинейных стохастических уравнений и их аналитические решения для двухуровневых диссипативныхквантовых систем взаимодействующих с квантовым термостатом;

определить зависящие от времени коэффициенты переноса для относительных коллективных координат диссипативной системы во внешнем магнитном поле, исследовать асимптотики коэффициентов переноса и корреляционных функций;

описать и интерпретировать экспериментальные данные по сечениям образования тяжелых элементов.

Объектом исследования являются открытые квантовые системы и неравновесные процессы в квантовых и мезоскопических системах.

Предметом исследования являются процессы диссипации, диффузии, а также квантовые флуктуации в неравновесных системах.

Методы исследования. Для получения системы квантовых уравнений и нестационарных коэффициентов переноса, используются методы стохастической динамики, нерелятивистской квантовой механики и теории случайных процессов. Проблема взаимодействия системы и термостата решается методом Гейзенберга-Ланжевена.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

получена и аналитически решена система нелинейных квантовых стохастических уравнений в пределе полной связи между гармоническим осциллятором и квантовым термостатом в приближении вращающейся волны;

разработана методика получения зависящих от времени коэффициентов переноса и получены аналитические формулы для вычисления квантовых флуктуаций в неравновесных квантовых системах;

выведено из обобщенного немарковского стохастического уравнения марковское квантовое уравнение для матрицы плотности и получены квантовые флуктуационно-диссипативные (ФД) соотношения;

получена и аналитически решена система нелинейных стохастических уравнений с учетом внешнего магнитного поля;

вычислены значения нестационарных коэффициентов трения и диффузии для двумерного заряженного квантового гармонического осциллятора в однородном магнитном поле;

получены аналитические выражения для асимптотики коэффициентов переноса и корреляционных функций для двумерного заряженного осциллятора;

предсказан степенной закон распада корреляционных функций осциллятора с полной связью в пределе низких температур и больших времен;

установлена роль квантовых и немарковских эффектов в реакциях с тяжелыми ионами.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

из немарковских квантовых стохастических уравнений выведены марковские диффузионные уравнения с зависящими явно от времени коэффициентами переноса;

выведены квантовые ФД соотношения и формулы для вычисления зависящих от времени коэффициентов переноса и флуктуаций в неравновесных процессах;

разработан метод определения нестационарных квантовых коэффициентов переноса заряженных двухмерных осцилляторов во внешнем магнитном поле.

Достоверность результатов исследования обосновывается использованием современных методов теоретической физики, теории случайных процессов и стохастической динамики, а также весьма эффективных численных методов и используемых алгоритмов;

тщательной проверкой согласованности полученных теоретических результатов с экспериментальными данными и результатами исследований других авторов; соответствием выводов с основными положениями статистической физики открытых систем и теории ядерных реакций.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования определяется возможностью применения полученных аналитических формул для описания туннельного перехода диссипативной системы; описания времен жизни метастабильных состояний квантовых систем.

Практическая значимость результатов исследований заключается в том, что они могут быть успешно применены к решению квантово-механических

проблем многих тел в атомной, ядерной и статистической физике, а также для расчета кинетических и флуктуационных характеристик оптических квантовых генераторов. Проведенный анализ новых немарковских эффектов может быть использован в нанотехнологиях и при конструировании новых типов приборов в квантовой электронике.

Внедрение результатов исследований. На основе полученных результатов по разработке формализма для описания марковской и немарковской динамики неравновесных квантовых систем:

результаты теоретического анализа немарковской динамики неравновесных квантовых систем и разработанные методы решения квантовых стохастических уравнений были использованы в рамках фундаментального гранта Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований № 01-3-1029-99/200320061 «Динамика и проявление структуры в ядерных и мезоскопических системах» (1999-2003) при описании теоретических и экспериментальных результатов и объяснении немарковской динамики неравновесных квантовых систем (Письмо Объединенного института ядерных исследований № 300-20/15 от 12.07.2016). Применение результатов данной научно-исследовательской работы, позволило разработать новый подход описания сильнодеформированных ядерных состояний и, в рамках этого подхода, предложен новый метод экспериментальных исследований таких ядер;

методы определения нестационарных коэффициентов переноса и ширины распада метастабильных состояний были использованы в рамках научной темы № 01-3-1029-99/2008 «Ядро - ядерные столкновения и ядерные свойства при низких энергиях» (2003-2008) при объяснении экспериментальных данных по ядерным реакциям полного слияния, квазиделения, деления и захвата (Письмо Объединенного института ядерных исследований № 300-20/15 от 12.07.2016). Использование результатов данной научно-исследовательской работы позволило получить редкие нейтронно-

избыточные изотопы с помощью стабильных и радиоактивных ионных пучков;

немарковская динамика квантовых систем, распад метастабильных состояний и немарковский Ланжевеновский формализм ядерных реакций с тяжелыми ионами низких энергиях широко используются в зарубежных научных журналах при описании и объяснении теоретических и экспериментальных данных по ядерным реакциям с участием тяжелых ионов полного слияния, квазиделения, деления и захвата, а также для объяснения немарковской динамики неравновесных квантовых систем (ссылки в зарубежных научных журналах Physics Letters A, 2009; Physical Review C, 2010; Modern Physics Letters A, 2014; Physical Review B, 2015; Physics Reports 2015; Physics Letters A, 2009; International Journal of Modern Physics B, 2015).

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 14 международных и 6 республиканских научно-практических конференциях.

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 40 научных работ, из них 20 научных статей в зарубежных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 136 страниц.

В первой главе приведен обзор литературы по теме диссертации о Марковской и немарковской динамике квантовых и мезоскопических систем.

Вторая глава посвящена установлению подходящего квантового гамильтониана для открытой системы, с помощью которого получена система квантовых уравнений Гейзенберга-Ланжевена. В данной диссертационной работе для описания динамики используется метод уравнений Ланжевена, который широко применяется для описания

неравновесной динамики макроскопических системах. Получены квантовые интегро-дифференциальные стохастические уравнения. Полученные уравнения проверяются с точки зрения их соответствия квантовой флуктуационно-диссипативной теореме. Получено квантовое флуктуационно-диссипативное соотношение. Решения стохастических квантовых уравнений применены для определения нестационарных коэффициентов переноса системы в случае произвольной температуры и сильной связи. Эти коэффициенты переноса включают в себя немарковские эффекты. Из сравнения уравнений движения для первых (средних) и вторых (дисперсий) моментов с их классическими аналогами выводятся формулы для нестационарных коэффициентов переноса. На основе немарковских уравнений Ланжевена получены марковские квантовые уравнения для матрицы плотности с нестационарными коэффициентами переноса.

Третья глава. В этой главе из гамильтониана, с общей нелинейной связью между взаимодействующих подсистем, получены гамильтонианы с линейной связью по координате и импульсу. Из этих микроскопических гамильтонианов получены и решены системы квантовых уравнений Гейзенберга-Ланжевена для затухающего линейного осциллятора в приближении вращающейся волны (ПВВ-осциллятор), полной связи (ПС-осциллятор) между осциллятором и термостатом. Рассмотрены асимптотики нестационарных коэффициентов переноса и корреляционных функций линейных осцилляторов. Получена система нелинейных стохастических уравнений для двухуровневых квантовых диссипативных систем в приближении вращающейся волны и найдены их аналитические решения.

Четвертая глава посвящена исследованию немарковской динамики неравновесных процессов с участием фермионов. Рассматривается осциллятор, взаимодействующий с квантовым термостатом, состоящий из множества квантовых осцилляторов подчиняющихся статистике Ферми-Дирака. Показано, что в случаях линейной полной связи уравнения первых и вторых моментов для определения нестационарных коэффициентов

переноса имеют одинаковый вид для фермионной и бозонной внутренних подсистем. Получены аналитические выражения нестационарных коэффициентов переноса для осциллятора с общей связью по координате между коллективной и фермионной подсистемой. Получены квантовые коэффициенты переноса для осцилляторов с нестационарной связью.

В пятой главе с помощью обобщенного Ланжевеновского подхода и квантового диффузионного уравнения, описан диффузионный процесс прохождения через потенциальный барьер. Рассматривается вопрос включения квантовых эффектов флуктуации и диссипации в описание процесса захвата с помощью редуцированной матрицы плотности. С помощью предложенного квантового формализма исследуются зависимости вероятности захвата от глубины потенциального “кармана”, энергии столкновения и величины трения. Расчеты используются для вычисления сечений в реакциях слияния при энергиях около кулоновского барьера и сравниваются с экспериментальными данными.

В шестой главе получен гамильтониан открытой квантовой системы с учетом внешнего магнитного поля. Рассмотрена линейная связь по координате с термостатом. Получена система квантовых уравнений Гейзенберга-Ланжевена и найдены их аналитические решения. Вычислены нестационарные коэффициенты переноса двумерного заряженного квантового гармонического осциллятора во внешнем магнитном поле. Показано, что влияние магнитного поля на динамику системы является более явным в случае низкой температуры. Было показано, что при низкой температуре, когда магнитное поле и диссипация энергий больше чем определенные критические значения, диссипация энергий уменьшает поперечную локализацию заряженной частицы. Для магнитного поля и диссипации энергий меньших, чем критические значения, диссипация увеличивает локализацию.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. З.Каноков, Р.Х.Утамуратов, Д.Элмуратова. Уравнение Ланжевена для многофермионной диссипативной системы//Узбекский физический журнал, том 4,(№2), 2002, ст.75-79.(01.00.00.№5).

2. Kanokov Z., Palchikov Yu.V., Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Non-Markovian dynamics of quantum systems: 1.Formalism and transport coefficients//Physical Review E.–New York(USA), 2005.-vol.71.-id.016121.-20 p.

3. Palchikov Yu.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Non- Markovian dynamics of quantum systems: II. Decay rate, capture and pure states// Physical Review E.-New York (USA), 2005. –vol. 71.– id. 016122. - 10 p.

4. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum Non-Markovian Langevin Equations and Transport Coefficients //Physics of Atomic Nuclei. - Moscow, 2005. -vol. 68, N 12. - pp. 2009–2021.

5. Adamian G.G., Antonenko N.V., Kanokov Z., Sargsyan V.V. Quantum non-markovian stochastic equations // Theoretical and Mathematical Physics. - Moscow, 2005. –vol.145, N1. - pp. 1443–1456.

6. Kalandarov Sh.A., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Transport coefficients of a quantum system interacting with a squeezed heat bath // Physical Review E. – New York (USA), 2006.- vol. 74.- id.011118.-11 p.

7. Sargsyan V.V., Palchikov Yu.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Coordinate-dependent diffusion coefficients: Decay rate in open quantum systems // Physical Review A. - New York (USA), 2007.–vol. 75.–id.062115.- 7 p.

8. Sargsyan V.V., Palchikov Yu.V., Kanokov Z., Adamian G.G., AntonenkoN.V. Decay rate with coordinate-dependent diffusion coefficients // Physica A. – Elsevier: Holland, 2007. – vol.386. – pp.36-46.

9. Kalandarov Sh.A., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Influence of external magnetic field on dynamics of open quantum systems// Physical Review E. -New York (USA), 2007.–vol.75. –id. 031115. - 16 p.

10. Sargsyan V.V., Palchikov Yu.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Fission rate and transient time with a quantum master equation // Physical Review C. - New York (USA), 2007. – vol. 76. – id. 064604.- 7p.

11. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum non-Markovian Langevin formalism for heavy ion reaction near the Coulomb barrier// Physical Review C. -New York (USA), 2008. –vol. 77.–id. 024607.-13 p.

12. Adamian G.G., Antonenko N.V., Kanokov Z., Sargsyan V.V. Quantum non-markovian stochastic equations// Theoretical and Mathematical Physics. - Moscow, 2008. – vol. 156, N3. - pp.1331–1346.

13. Sargsyan V.V., Zubov A.S., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum Non-Markovian Langevin Equations and Transport Coefficients //Physics of Atomic Nuclei.- Moscow, 2009. - vol. 72, N 3. - pp. 425–438.

14. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Capture process in nuclear reactions with a quantum master equation // Physical Review C. -New York (USA), 2009. –vol. 80. – id.034606. - 13p.

15. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Interaction times in the ^{136}Xe+^{136}Xe and ^{238}U+^{238}U reactions with a quantum master equation// Physical Review C.-New York(USA), 2009.–vol. 80.–id. 047603.-4p.

16. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum Statistical Effects in Nuclear Reactions, Fission, and Open Quantum Systems // Physics of Particles and Nuclei. – Moscow, 2010. - vol.41, N 2. - pp.175-229.

17. Kanokov Zakirjon, Schmelzer Jürn W. P.,. Nasirov Avazbek K. New mechanism of solution of the k_BT-problem in magnetobiology// Central European Journal of Physics, (CEJPh). 2010. Vol.8 №4. P.667-671, DOI: 10.2478/s11534-009-0144-3

18. Kalandarov Sh.A., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Non-Markovian dynamics of an open quantum system with nonstationary

coupling // Physical Review E. – New York (USA), 2011. -vol. 83.– id. 041104.-11p.

19. З.Каноков. Немарковское уравнение Ланжевена для двухуровневых атомов, взаимодействующих с квантовым термостатом//Вестник Национального университета Узбекистан, 2014г., №3,ст.186-191.

20. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Application of the Theory of Open Quantum Systems to Nuclear Physics Problems // Physics of Particles and Nuclei.- Moscow, 2016. - vol.47, N 2. - pp.157-205.

21. Adamian G.G., Kanokov Z., Muminov A.I., NasirovA.K. On the experimental check of dinuclear system model in nuclear fission processes induced neutrons // International Conference on Nuclear Physics. –Berkeley, California (USA), 2001. - pp.324.

22. Nasirov A.K., Adamian G.G., Giardina G., Hofmann S., Jovliev U.Yu., Kanokov Z., Muminov A.I., Pavliy K.V. Effect of the entrance channel on the synthesis of superheavy elements // Nuclear physics in the 21st century: International Nuclear Physics Conference INPC-2001. – AIP Conference Proceedings. -Berkeley, California (USA),2002. –vol. 610.-pp. 638-642.

23. Fazio G., Giardina G., Lamberto A., Ruggeri R., Hanappe F., Materna T., Jovliev U.Yu., Khugaev A.V., Muminov A.I., Nasirov A.K., Pavliy K.V., Pikul V.P., Kanokov Z., Yakhshiev U., Palamara R., Stuttgé L. The Role of Entrance Channel and Shell Structure on the Yield of Quasifission Products // New projects and lines of research in nuclear physics: Proceedings of the International Symposium 24-26 October 2002.- Messina (Italy), 2003.-pp. 258-271.

24. Kanokov Z., Adamian G.G. Nonequilibrium quantum processes in deep-inelastic interactions of heavy ions// International Conference «Modern Problems of Nuclear Physics»12-15 August 2003. -Samarkand (Uzbekistan), 2003. –pp.92.

25. Giardina G., Fazio G., Lamberto A., Palamara R., Nasirov A.K., Muminov A.I., Pavliy K.V., Khugaev A.V., Kanokov Z., Hanappe F., Materna T., Stuttgé L. The Role of the Quasifission Process in Reactions for the Synthesis of

Superheavy Elements // Seminar on fission 16-19 September 2003.- Belgium,2004. - pp. 181-190.

26. Kanokov Z., Khidoyatov A. Nonlinear effects in nuclear matter // V-th International Conference «Nuclear and Radiation Physics» 26-29 September 2005.- Almaty (Kazakhstan), 2005. –pp.86.

27. Каноков З. Роль диссипации в коллективных движениях ядерной материи// Материалы международной конференции, посвященной 15-летию независимости Узбекистана 26-27октября 2006.– Ташкент, 2006.- С.19.

28. Abdurakhmanov I.B., Kanokov Z. Influence of external electric and magnetic field on dynamics of open quantum systems // International Conference «Modern Problems of Nuclear Physics» 19-22 September 2006. - Tashkent (Uzbekistan), 2006. – pp.59-60.

29. Kanokov Z. Non-markovian Langevin equations for two-level systems // International Conference «Modern Problems of Nuclear Physics» 19-22 September 2006. – Tashkent (Uzbekistan), 2006. –pp.59.

30. Каноков З. Роль квантовых и немарковских эффектов при прохождении потенциального барьера // «Фундаментальные и прикладные проблемы современной физики»: Материалы научно-практической конференции. – Ташкент, 2008 - С.87-90.

31. Каноков З., Турсунмахатов К.И. Стохастические описание деление деформированных ядер // «Фундаментальные и прикладные проблемы современной физики»: Материалы научно-практической конференции. – Ташкент, 2008 - С.126-129.

32. Турсунмахатов К.И., Хусанбоев У.Я., Каноков З. Стохастические описание деформированных ядер // В сб. «Оптические методы в современной физике». - Ташкент, 2008. - С.211.

33. Sargsyan V.V., Palchikov Yu.V., Kanokov Z., Adamian, G.G., Antonenko N.V.Fission transient time with quantum master equation// 4Th international workshop on nuclear fission and fission-product spectroscopy: AIP Conference Proceedings. – Cadarache (France), 2009 –vol.1175.-pp. 65-68.

34. Каноков З. Влияние внешнего магнитного поля на коэффициенты переноса//«Неравновесные процессы в физике полупроводников»: Тез.докл. Межд. конф. – Ташкент, 2009.- С.136.

35. Каноков З. Квантовое туннелирование с диссипацией //«Актуальные проблемы физической электроники»: Тез. докл. Межд. конф. 28 ноября 2012. - Ташкент, 2012.- С.148.

36. Kanokov Z. Non-Markovian dynamics of quantum systems // Nuclear science and its applications: International Conference September 25-28, 2012, Samarkand, Uzbekistan.- Tashkent, 2012.- pp. 112.

37. Каноков З. Асимптотики корреляционных функций затухающего квантового осциллятора // Актуальные проблемы теоретической и ядерной физики: Тез. докл. Респ. конф.25-26 октября 2013. - Ташкент, 2013. – С.56

38. Каноков З. Немарковская динамика неравновесной квантовой системы, с фермионной внутренней подсистемой // Актуальные проблемы теоретической и ядерной физики: Тез. докл. Респ. конф.25-26 октября 2013. - Ташкент, 2013. – С.56-57.

39. Каноков З. Квантовое Немарковское Уравнение Ланжевена для Двухуровневых Атомов, Взаимодействующих с Диссипативной Системой// Тез. Докл. IV-Международная конференция. Самарқанд 28-31.05. 2013г стр.77.

40. Каноков З. Эффект немарковости в ядерных реакциях с участием тяжелых ионов // Международная конференция «Фундаментальные и прикладные вопросы физики» 5-6 ноября 2015. – Ташкент, 2015.- С. 40-41.

ГЛАВА I

МАРКОВСКАЯ И НЕМАРКОВСКАЯ ДИНАМИКА КВАНТОВЫХ И МЕЗОСКОПИЧЕСКИХ ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ

В настоящее время, статистические методы все глубже проникают в физику различных квантовых систем. Это может быть связано как с неопределенностями структуры системы, так и с проявлениями стохастичности в самой динамике, которые, как оказалось, характерны, не только для систем многих тел, но, при определенных условиях, и в случае малого числа степеней свободы [1;11-с., 2;120-с.,3,3, 5;17-с]. Такие системы в силу диссипативности являются открытыми, самоорганизация структур в них возможно лишь за счет нелинейности. Открытые системы обмениваются с окружающими объектами энергией, веществом и информацией. Благодаря этому в открытых системах возможны, в частности, и процессы самоорганизации, в результате которых возникают более сложные и одновременно более совершенные структуры [5; 16-17-с.].

Диссипативные процессы в неравновесных системах играют важную роль. Ключом к пониманию сути сложных явлений и процессов является диссипативность и нелинейность динамической системы [5; 23-25-с.]. Мощным аппаратом, позволяющим решать сложные статистические задачи открытых систем, является теория марковских случайных процессов и процессов диффузионного типа, возникшая на основе теории броуновского движения. Марковский случайный процесс характеризуется тем, что переходы внутри двух последовательных временных интервалов происходят независимо друг от друга. Отсюда следует, что временная эволюция при марковском процессе определяется лишь мгновенными состояниями, но не предысторией системы. Математически это выражается в том, что марковский процесс описывается дифференциальным уравнением первого порядка относительно времени [6;11-с].

Определение: Марковские процессы это - такие процессы, в которых будущее и прошлое при фиксированном настоящем независимы [117, 32-с].

Теории броуновского движения посвящены многочисленные монографии и руководства [7-11]. При описании случайных процессов, происходящих в физических, биологических, социальных и других системах, пользуются обычно моделью Броунского движения в пределе марковского приближения. Однако, марковская модель является слишком идеализированной и применяемой для описания статистических свойств простых открытых систем. В работах [12-17] показано, что процесс движения броуновской частицы в вязкой среде является процессом с памятью. Поэтому в расчетах флуктуаций импульса броуновской частицы в марковском пределе приведет к существенной погрешности. Отклик сложных открытых систем таких как биологические и социальные на внешнее случайное воздействие является немарковским процессом и возрастает с ростом сложности системы.

За последние годы произошло качественное изменение уровня знаний о коллективных ядерных процессах большой амплитуды (слияние и глубоконеупругое взаимодействие тяжелых ионов, деление ядер, вращение с большими угловыми моментами, возбуждение и распад гигантских резонансов и т.д.) [18-26]. Описание таких процессов в чисто динамических или в чисто статистических терминах недостаточно: число степеней свободы в ядре велико, но оно еще мало для перехода к термодинамическому пределу. Разумным представляется промежуточное описание, где выделяется динамика «глобальных» (коллективных) степеней свободы, а остальные («внутренние») переменные описываются усредненным образом (аналог термостата или среды, в которой разыгрываются коллективные процессы). Однако ядерный термостат не находится в равновесии, его параметры не фиксированы и эволюционируют согласованно с глобальным движением. В работе [20,23,24,26] дан обзор динамических моделей деления составных ядер, образованных в реакции полного слияния тяжелых ионов. В этих моделях, деления рассматривается как марковский случайный процесс. В

качестве динамических уравнений используется классические уравнения Ланжевена (УЛ).

При низких температурах становятся существенными квантовые эффекты в поведении частицы. Для их описания необходима квантовая теория частицы, движущейся в среде. Проблема построения, такой теории и, вообще, квантовой теории диссипативных систем долгое время оставалась нерешенной. Для ее решения предлагались различные подходы, которые лишь в последние десятилетия привели к успеху [27-38]. Первые попытки построить квантовую теорию диссипативных систем состояли в поисках метода квантования классических диссипативных уравнений, которые содержат силу трения, зависящую от скорости. Они сталкивались с трудностями и фактически были обречены на неудачу, потому что вступали в противоречие с принципом неопределенности. Ведь в квантовой механике положение и скорость нельзя определить одновременно с любой точностью, поэтому не может существовать сила, зависящая от скорости. Затем научились описывать диссипацию квантовой системы, явно вводя в рассмотрение ее окружение (резервуар), взаимодействие с которым и является физической причиной диссипации. Это было технически чрезвычайно сложно ввиду огромного числа степеней свободы резервуара. Однако уравнения для самой диссипативной системы, которые получались после того, как резервуар устранялся из рассмотрения (процедурой редукции), оказывались простыми и мало зависели от модели резервуара. Одной из наиболее успешных оказалась модель квантовой диффузии, предложенная в 1983 г. Калдейрой и Леггетом [39, 40] Модель Калдейры-Леггета разработана для того, чтобы описать диффузию квантовой частицы через вещество. Модель является одномерной. В ней предполагается, что броуновская частица движется в среде, состоящей из большого числа точечных частиц, взаимодействующих друг с другом. Именно совокупность частиц среды составляет резервуар, приводящий к диссипации броуновской частицы. Предполагается, что потенциал, описывающий эту совокупность частиц (резервуар), имеет

абсолютный минимум, соответствующий положению равновесия всех частиц, частицы совершают лишь небольшие колебания относительно положений равновесия, а их взаимодействие с броуновской частицей мало. В предположении, что потенциал, описывающий частиц, можно считать квадратичным по их координатам, т.е. представлять совокупность частиц как набор взаимодействующих друг с другом гармонических осцилляторов.

В работах [7-11,41-52] были исследованы поведения неравновесной системы при высоких температурах. В этих работах термостат рассматривается как подсистема, состоящая из бесконечно большого количества квантовых гармонических осцилляторов, связь между координатами системы и термостата считается линейной. Таким образом, использование марковского приближения во многих случаях является грубым и принципиально неприменимым для точного расчета квантовых флуктуации в открытых квантовых системах. В связи с этим, актуальной становится разработка формализма для описания динамики неравновесных систем в немарковском подходе. Такой подход требует описать немарковского процесса использованием интегро-дифференциальных уравнений, что позволяет учесть память системы при протекании в ней случайного процесса.

В теории открытых систем широко применяется марковское феноменологическое уравнение Линдблада [53,54]. Это детерминистическое уравнение, которое может быть получено усреднением стохастического уравнения Ланжевена по управляющим квантовым шумом. Для описания динамики неравновесных процессов стохастический подход является очень удобным и упрощает вычисление квантовых, тепловых флуктуаций и корреляционных функций.

ГЛАВА II

КВАНТОВАЯ НЕМАРКОВСКАЯ ДИНАМИКА И ДИФФУЗИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ

С проблемой описания неравновесных квантовых систем, мы сталкиваемся во многих областях физики**.** Для получения уравнений движения затухающего квантового осциллятора в квантово-механическом термостате разработаны различные методы. Однако рассмотрение релаксации системы в основном ограничивалось Марковским пределом. Если же изменения в системе происходит достаточно быстро, то необходимо принять во внимание еще и не локальность диссипации. Существует много примеров, когда Марковские приближение неприменимо, например, туннелирование через потенциальный барьер при низкой температуре термостата [36, 51-52]. Изучение поведения диссипативной квантовой системы с сильной связью при высоких температурах является интенсивно исследуемой проблемой неравновесной динамики[15-17,41].

Данная глава[1] посвящена разработке метода определения нестационарных коэффициентов переноса, т.е. коэффициентов трения и диффузии для подсистемы в случае произвольной температуры и затухания. Данные коэффициенты переноса включают в себе немарковские эффекты.

[1] В данной главе использованы следующие работы: 1. Z. Kanokov, Yu.V. Palchikov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Non-Markovian dynamics of quantum systems: Formalism and transport coefficients// Physical Review E. 2005. – vol. 71, – pp.016121; 2. V.V. Sargsyan, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko: Quantum non- Markovian Langevin equations and transport coefficients// Physics of Atomic Nuclei 2005. – vol. 68, –p.2009-2021; 3. G.G. Adamian, N.V. Antonenko, Z. Kanokov, V.V. Sargsyan: Quantum non-Markovian stohastic equations// Theoretical and Mathematical Physics, –vol. 145, –pp. 1443-1456; В. В. Саргсян, З. Каноков, Г. Г. Адамян, Н. В. Антоненко, Квантовые статистические эффекты в ядерных реакциях, делении и открытых квантовых системах// Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2010, -том 41. Вып.2.-С.297-388(обзор), З.Каноков, Р.Х.Утамуратов, Д.Элмуратова. Уравнение Ланжевена для многофермионной диссипативной системы//Узбекский физический журнал, том 4,(№2), 2002, ст.75-79.

В главе рассматриваются следующие задачи: 1) Установить явный вид микроскопического гамильтониана системы и получить немарковские квантовые стохастические уравнения для коллективных координат;

2). Получить аналитические решения системы стохастических уравнений для потенциалов гармонического осциллятора;

3). Определить зависящие от времени коэффициенты переноса для коллективных координат диссипативной системы, исследовать асимптотики коэффициентов переноса и корреляционных функций;

Полученные уравнения проверяются с точки зрения их соответствия квантовой флуктуационно-диссипативной теореме. Из сравнения уравнений движения для первых (средних) и вторых (дисперсий) моментов с их классическими аналогами, выводятся выражения для зависящих от времени коэффициентов трения и диффузия. Микроскопически обосновывается аксиоматический подход Линдблада [45,47-52] к описанию неравновесных квантовых систем.

§1. Немарковские стохастические квантовые уравнения

Для последовательной квантовой теории броуновского движения целесообразно иметь дело с гамильтоновой системой. В статической физике традиционно допускается, что термостат можно моделировать бесконечным набором осцилляторов. В этой связи, важное значение, имеет работа [10-41], где было показано, что уравнение Ланжевена может быть смоделировано в рамках некоторой гамильтоновой системы с большим числом степеней свободы. Применяя далее известные методы квантования гамильтоновой системы, можно построить квантовые аналоги броуновской частицы и уравнения Ланжевена.

Установим микроскопический гамильтониан H, взаимодействующей открытой системы с помощью которого будем получать квантовые немарковские стохастические системы уравнения Ланжевена и зависящие от времени коэффициенты переноса для коллективной подсистемы[3,45]. Для

ядерных систем в работах [55,56] был построен квантовый гамильтониан, зависящий явно от коллективной координаты q, канонически сопряженного коллективного импульса p и внутренних степеней свободы[3,45, 49]:

$$H = H_c + H_b + H_{cb}$$

$$H_c = p\frac{1}{2\mu(q)}p + U(q) \qquad (2.1)$$

$$H_b = \sum_\nu \hbar\omega_\nu b^+ b$$

$$H_{cb} = \sum_\nu V_\nu(q)(b_\nu^+ + b_\nu) + i\sum_\nu G_\nu(q,p)(b_\nu^+ - b_\nu);$$

$$[b_\nu, b_{\nu'}^+] = \delta_{\nu\nu'}$$

Здесь b_ν^+ и b_ν – фононные операторы рождения и уничтожения соответственно, описывающие внутренние возбуждения системы с энергией $\hbar\omega_\nu$. Для простоты обозначений мы опустили знаки операторов. H_c и H_b являются гамильтонианами для коллективной и внутренней подсистемы соответственно. H_{cb} в (2.1) описывает связь коллективного движения с внутренними возбуждениями и является источником появления диссипативных членов в уравнениях для операторов коллективных переменных. Например, при описании взаимодействия ядер при низких энергиях первый член H_{cb} отвечает воздействию среднего поля каждого из ядер на одночастичное движение в другом ядре, а второй описывает связь тока внутреннего движения с коллективным током. При условии

$$G_\nu(q,p) = \{\tilde{G}_\nu(q), p\} = \tilde{G}_\nu(q)p + p\tilde{G}_\nu(q)\}$$

гамильтониан H является обратимым по времени. Наша цель – вывести и аналитически решить уравнения Ланжевена для операторов p и q.

Используя гамильтониан (2.1), получаем систему квантовых уравнений Гейзенберга для операторов, относящихся к коллективному и внутреннему движениям[45,49]:

$$\dot{q} = \frac{i}{\hbar}[H,q] = \frac{1}{2}\{\mu^{-1}(q), p\}_+ + i\sum_\nu G'_{\nu p}(b_\nu^+ - b_\nu)$$

$$\dot{p} = \frac{i}{\hbar}[H, p] = -H'_{c,q}(q, p) - \sum_{\nu} V'_{\nu,p} q(b_\nu^{\ +} + b_\nu) - i\sum_{\nu} G'_{\nu,q} q(b_\nu^{\ +} - b_\nu) \tag{2.2}$$

$$\dot{b}_\nu^{+} = \frac{i}{\hbar}[H, b^{+}{}_{\nu}] = i\omega b^{+}{}_{\nu} + \frac{1}{\hbar}(iV_\nu(q) + G_\nu(q, p))$$

$$\dot{b}_\nu = \frac{i}{\hbar}[H, b_{\ \nu}] = -i\omega b_{\ \nu} + \frac{1}{\hbar}(-iV_\nu(q) + G_\nu(q, p)) \,. \tag{2.3}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$H'_{c,q} = \frac{\partial H_{c,q}(q, p)}{\partial q}, \qquad V'_{\nu,q} = \frac{\partial V_\nu(q(t))}{\partial q},$$

$$G'_{\nu,p} = \frac{\partial G_\nu(q(t), p(t))}{\partial p}, \quad G'_{\nu,q} = \frac{\partial G_\nu(q(t), p(t))}{\partial q}$$

Подставляя следующие решения (2.3)

$$b_\nu^{\ +}(t) + b_\nu(t) = f_\nu^{\ +}(t) + f_\nu(t) - \frac{2V_\nu(q)}{\hbar\omega_\nu} - \frac{i}{\omega_\nu}\int_0^t d\tau[\dot{\Phi}^{+}(\tau)e^{i\omega_\nu(t-\tau)} - \dot{\Phi}\ (\tau)e^{-i\omega_\nu(t-\tau)}] \tag{2.4}$$

$$b_\nu^{\ +}(t) - b_\nu(t) = f_\nu^{\ +}(t) - f_\nu(t) + \frac{2iG_\nu(q, p)}{\hbar\omega_\nu} - \frac{i}{\omega_\nu}\int_0^t d\tau[\dot{\Phi}^{+}(\tau)e^{i\omega_\nu(t-\tau)} + \dot{\Phi}\ (\tau)e^{-i\omega_\nu(t-\tau)}]$$

в уравнения (2.2), получаем систему нелинейных интегро-дифференциальных стохастических уравнений[45, 49]

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{2}\{\tilde{\mu}^{-1}(q), p\}_{+} - \frac{1}{2}\int_0^t d\tau\{K_{GV}(t,\tau), \dot{q}(\tau)\}_{+} + \frac{1}{2}\int_0^t d\tau\{K_{GG}(t,\tau), \dot{p}(\tau)\}_{+} + F_q(t)$$

$$\dot{p}(t) = -H_{c,q}(q, p) - \frac{1}{2}\int_0^t d\tau\{K_{VV}(t,\tau), \dot{q}(\tau)\}_{+} + \frac{1}{2}\int_0^t d\tau\{K_{VG}(t,\tau), \dot{p}(\tau)\}_{+} + F_p(t) \tag{2.5}$$

При получении (2.5) мы пренебрегли членами второго порядка по $\hbar$:

$$[[G'_{\nu,p}(t), \dot{q}(t')], V'_{\nu,q}(t')], \qquad [[G'_{\nu,q}(t), \dot{q}(t')], V'_{\nu,q}(t')], \quad [[G'_{\nu,q}(t), \dot{q}(t')], G'_{\nu,q}(t')],$$

$$[[G'_{\nu,p}(t), \dot{q}(t')], G'_{\nu,q}(t')], \qquad [[G'_{\nu,p}(t), \dot{p}(t')], G'_{\nu,p}(t')], \qquad [[G'_{\nu,q}(t), \dot{p}(t')], G'_{\nu,p}(t')]$$

В случае линейной связи по импульсу (G_ν линейные функции p) и общего вида связи по координате (V_ν –произвольная функция q) уравнения движения (2.5) являются точными. Поскольку в течение короткого интервала времени связь в системе можно линеаризовать, случай линейной связи по q и p

представляет большой интерес для точных аналитических вычислений коэффициентов переноса на этом интервале времени.

В (2.5) коллективный гамильтониан

$$H_c = p\frac{1}{2\tilde{\mu}(q)}p + \tilde{U}(q,p)$$

содержит перенормированную массу

$$\tilde{\mu}^{-1}(q(t)) = \mu^{-1}(q(t)) - 2\sum_{\nu}\frac{[G'_{\nu,p}(t)]^2}{\hbar\omega_\nu}$$

и потенциальную энергию

$$\tilde{U}(q(t)) = U(q(t)) - \sum_{\nu}\frac{[V_\nu(t)]^2}{\hbar\omega_\nu}$$

В правых частях уравнений движения (2.5) в членах, пропорциональных q и p выделены диссипативные ядра[3,45, 49]:

$$K_{GV}(t,\tau) = \sum_{\nu}\frac{1}{\hbar\omega_\nu}[\{G'_{\nu,p}(t), V'_{\nu,q}(\tau)\}_+ \sin(\omega_\nu[t-\tau]) - \{G'_{\nu,p}(t), G'_{\nu,q}(\tau)\}_+ \cos(\omega_\nu[t-\tau])],$$

$$K_{VG}(t,\tau) = -\sum_{\nu}\frac{1}{\hbar\omega_\nu}[\{G'_{\nu,q}(t), G'_{\nu,p}(\tau)\}_+ \cos(\omega_\nu[t-\tau]) + \{V'_{\nu,q}(t), G'_{\nu,p}(\tau)\}_+ \sin(\omega_\nu[t-\tau])],$$

$$\begin{aligned} K_{VV}(t,\tau) = \sum_{\nu}\frac{1}{\hbar\omega_\nu}[(\{V'_{\nu,q}(t), V'_{\nu,q}(\tau)\}_+ + \{G'_{\nu,q}(t), G'_{\nu,q}(\tau)\}_+)\cos(\omega_\nu[t-\tau]) + \\ +(\{V'_{\nu,q}(t), G'_{\nu,q}(\tau)\}_+ - \{G'_{\nu,q}(t), V'_{\nu,q}(\tau)\}_+)\sin(\omega_\nu[t-\tau])], \end{aligned} \qquad (2.6)$$

$$K_{GG}(t,\tau) = \sum_{\nu}\frac{1}{\hbar\omega_\nu}\{G'_{\nu,p}(t), G'_{\nu,p}(\tau)\}_+ \cos(\omega_\nu[t-\tau])$$

Поскольку эти ядра не зависят от числа фононов ($n_\nu = \left[\exp(\frac{\hbar\omega_\nu}{T}) - 1\right]^{-1}$), они также не зависят от температуры T термостата. Температура и флуктуации входят в рассмотрение через определение распределения начальных условий для внутренней системы. В (2.5) операторы F_q и F_p

$$F_q(t) = \sum_{\nu} F_q^{\nu}(t) = i\sum_{\nu} G'_{\nu,p}(t)[f_\nu^+(t) - f_\nu(t)],$$

$$F_p(t) = \sum_{\nu} F_p^{\nu}(t) = -\sum_{\nu} V'_{\nu,q}(t)[f_\nu^+(t) + f_\nu(t)] - i\sum_{\nu} G'_{\nu,q}(t)[f_\nu^+(t) - f_\nu(t)] \qquad (2.7)$$

играют роль случайных сил по координате и импульсу и зависят от $q(t)$, $p(t)$ и начальных условий внутренней подсистемы. Как обычно, в статистической

физике операторы $F^{\nu}{}_{q}(t)$ и $F^{\nu}{}_{p}(t)$ отождествляются с флуктуациями из-за неопределенности начальных условий для операторов термостата. Для определения статистических свойств этих флуктуаций рассмотрим ансамбль начальных состояний, в котором заданы $q(0)$ и $p(0)$, а начальные операторы термостата выбираются из канонического ансамбля [34,50].

В этом ансамбле флуктуации $F^{\nu}{}_{q}(t)$ и $F^{\nu}{}_{p}(t)$ распределены по Гауссу, имеют нулевые средние значения

$$<< F_q^{\ \nu}(t) >>=<< F_p^{\ \nu}(t) >>= 0 \qquad (2.8)$$

и ненулевые вторые моменты. Символ <<….>> обозначает среднее по переменным термостата. Гауссово распределение случайных сил соответствует случаю, когда термостат представляется набором гармонических осцилляторов. Для расчета корреляционных функций флуктуаций будем использовать термостат со статистикой Бозе-Эйнштейна:

$$<< f_{\nu}^{\ +}(t) f_{\nu'}^{\ +}(t') >>=<< f_{\nu}(t) f_{\nu'}(t') >>= 0$$

$$<< f_{\nu}^{\ +}(t) f_{\nu'}(t') >>= \delta_{\nu,\nu'} n_{\nu} e^{i\omega_{\nu}(t-\tau)}$$

$$<< f_{\nu}(t) f_{\nu'}^{\ +}(t') >>= \delta_{\nu,\nu'} (n_{\nu}+1) e^{-i\omega_{\nu}(t-\tau)} \qquad (2.9)$$

где $n_{\nu} = \left[\exp(\frac{\hbar\omega_{\nu}}{T}) - 1 \right]^{-1}$ – температурные числа заполнения для фононов.

Таким образом, получена система обобщенных нелинейных уравнений Ланжевена (2.5). Присутствие интегральных членов в уравнениях движения означает, что немарковская система обладает памятью о движении по траектории, предшествующей моменту времени t. Второе из уравнений (2.5) содержит также, случайную силу, что приводит к ряду математических трудностей при решении [7;237-с.]. Аналитическое решение возможно, если заменить в уравнениях (2.5) функционалы $\tilde{\mu}; V'_{\nu,q}; G'_{\nu,q}$ и $G'_{\nu,q}$ их средними значениями, считая их слабо меняющими за интервал времени t, и аппроксимировать перенормированный потенциал гармоническим (или перевернутым $\tilde{U} = -\tilde{\delta} q^2/2$) осциллятора $\tilde{U} = \tilde{\delta} q^2/2$. В этом случае, получаем систему обобщенных уравнений Ланжевена с диссипативными ядрами,

обладающими памятью. Для их решения, применим преобразование Лапласа L, чтобы получить линейные алгебраические уравнения для образов. Зная выражения для образов, получаем явные выражения для оригиналов[3,45]:

$$q(t) = A_t q(0) + B_t p(o) + \int_0^t d\tau [G_\tau F_q(t-\tau) + \tilde{G}_\tau F_p(t-\tau)],$$

$$p(t) = M_t q(0) + N_t p(o) + \int_0^t d\tau [L_\tau F_p(t-\tau) + \tilde{L}_\tau F_q(t-\tau)], \qquad (2.10)$$

где, коэффициенты

$$A_t = L^{-1}[\frac{s(1+K_{GV}(s))(1-K_{VG}(s)) + (\tilde{\mu}^{-1} + sK_{GG}(s))K_{VV}(s)}{d(s)},$$

$$N_t = L^{-1}[\frac{s(1-K_{VG}(s))(1+K_{GV}(s)) + (\tilde{\delta} + sK_{VV}(s))K_{GG}(s)}{d(s)}],$$

$$B_t = L^{-1}[\frac{\tilde{\mu}^{-1}(1-K_{VG}(s))}{d(s)}], \qquad M_t = -L^{-1}[\frac{\tilde{\delta}(1+K_{GV}(s))}{d(s)}],$$

$$C_t = L^{-1}[\frac{s(1-K_{VG}(s))}{d(s)}], \qquad L_t = L^{-1}[\frac{s(1+K_{GV}(s))}{d(s)}],$$

$$\tilde{C}_t = L^{-1}[\frac{\tilde{\mu}^{-1} + sK_{GG}(s))}{d(s)}], \qquad \tilde{L}_t = -L^{-1}[\frac{\tilde{\delta} + sK_{VV}(s))}{d(s)}].$$

Здесь L^{-1} обозначает обратное преобразование Лапласа и $K_{VV}(s)$, $K_{GG}(s)$, $K_{GV}(s)$, $K_{VG}(s)$ – изображения Лапласа диссипативных ядер. Символы t и τ, указывают на временную зависимость. Используя теорему о вычетах для нахождения перечисленных выше оригиналов, решения $q(t)$ и $p(t)$ могут быть выражены через корни s_i уравнения

$$d(s) \equiv s^2(1+K_{GV}(s))(1-K_{VG}(s)) + (\tilde{\delta} + sK_{VV}(s))(\tilde{\mu}^{-1} + sK_{GG}(s)) = 0. \qquad (2.11)$$

§ 2.Квантовые флуктуационно-диссипативные соотношения

В статистической физике неравновесных процессов динамика открытых систем описываются динамическими уравнениями. Эти уравнения обычно получаются методом усреднения по ансамблю Гиббса соответствующих микроскопических характеристик и называются

уравнениями для первых моментов соответствующих случайных функций [1-2, 11, 16].

Для того, чтобы полностью описать динамику неравновесных процессов в открытых системах необходим учет флуктуаций. Это утверждение является общим, поскольку, в статистической теории существуют так называемые флуктуационно-диссипативные соотношения (ФДС). Тем самым, флуктуации являются неизбежными, для любой диссипативной системы [1,16].

ФДС связывает макроскопическую величину, описывающую диссипацию энергии коллективной подсистемы, с микроскопической характеристикой внутренней подсистемы, выражающей флуктуации случайных сил. Таким образом, данное соотношение связывает неравновесное поведение системы с равновесной или квазиравновесной характеристикой[1-3].

Используя статистические свойства (2.8) и (2.9) случайных сил (2.7) и пренебрегая членами порядка $O(\hbar)$ (это соответствует пренебрежению двойными коммутаторами в (2.5)), получаем следующие соотношения для симметризованных корреляционных функций ($k,k'=q,p$) случайных сил [3,45]

$$\phi_{kk'}{}^{\nu}(t,t') = << F_k{}^{\nu}(t)F_{k'}{}^{\nu}(t') + F_{k'}{}^{\nu}(t')F_k{}^{\nu}(t) >>:$$

$$\phi_{qp}{}^{\nu}(t,t') = [2n_\nu + 1](-\{G'_{\nu,p}(t), G'_{\nu,q}(t')\}_+ \cos(\omega_\nu[t-t']) + \{G'_{\nu,p}(t), V'_{\nu,q}(t')\}_+ \sin(\omega_\nu[t-t']),$$

$$\phi_{pq}{}^{\nu}(t,t') = -[2n_\nu + 1](\{G'_{\nu,q}(t), G'_{\nu,p}(t')\}_+ \cos(\omega_\nu[t-t']) + \{V'_{\nu,q}(t), G'_{\nu,p}(t'),\}_+ \sin(\omega_\nu[t-t']),$$

$$\phi_{pp}{}^{\nu}(t,t') = [2n_\nu + 1](\{V'_{\nu,q}(t), V'_{\nu,q}(t')\}_+ + \{G'_{\nu,q}(t), G'_{\nu,q}(t')\}_+)\cos(\omega_\nu[t-t']) +$$
$$+\{V'_{\nu,q}(t), G'_{\nu,q}(t')\}_+ - \{G'_{\nu,q}(t), V'_{\nu,q}(t')\}_+)\sin(\omega_\nu[t-t']),$$

$$\phi_{qp}{}^{\nu}(t,t') = [2n_\nu + 1]\{G'_{\nu,p}(t), G'_{\nu,q}(t')\}_+ \cos(\omega_\nu[t-t']). \qquad (2.12)$$

Сохранение отброшенных членов привело бы к дополнительным соотношениям. Используя уравнения (2.6) и (2.12) и учитывая, что $2n_\nu + 1 = cth(\frac{\hbar\omega_\nu}{2T})$, получаем квантовые ФДС[45]:

$$\sum_{\nu} \phi_{qp}{}^{\nu}(t,t') \frac{th[\frac{\hbar\omega_{\nu}}{2T}]}{\hbar\omega_{\nu}} = K_{GV}(t,t') \tag{2.13}$$

$$\sum_{\nu} \phi_{pq}{}^{\nu}(t,t') \frac{th[\frac{\hbar\omega_{\nu}}{2T}]}{\hbar\omega_{\nu}} = K_{VG}(t,t') \tag{2.14}$$

$$\sum_{\nu} \phi_{pp}{}^{\nu}(t,t') \frac{th[\frac{\hbar\omega_{\nu}}{2T}]}{\hbar\omega_{\nu}} = K_{VV}(t,t') \tag{2.15}$$

$$\sum_{\nu} \phi_{qp}{}^{\nu}(t,t') \frac{th[\frac{\hbar\omega_{\nu}}{2T}]}{\hbar\omega_{\nu}} = K_{GG}(t,t') \tag{2.16}$$

Выполнение ФДС означает, что мы правильно определили диссипативные ядра в немарковских динамических уравнениях движения. Квантовое ФДС подобной формы было получено в [50] и в цитированных там работах для простых случаев ПС (Full coupling oscillator -осциллятор с полной связью) – и ПВВ – приближение вращающейся волны (Пренебрежение в гамильтониане членами, которые не сохраняют энергию, соответствует приближению вращающейся волны) – осцилляторов. В данной диссертационной работе квантовая ФДС обобщена на случай произвольной формы H_{cb}. Квантовые ФДС отличаются от классических и сводятся к ним в пределе большой температуры T (или $\hbar \to 0$), когда в (2.13)–(2.16) $\mathrm{th}[\hbar\omega_{\nu}/(2T)]/\hbar\omega_{\nu} \to 1/(2T)$. Классические соотношения содержат лишь температурные флуктуации. В (2.13) – (2.16) дополнительно учитываются еще и квантовые флуктуации. Поскольку, уравнения движения (2.5) для коллективных координат и импульсов соответствуют ФДС, наш формализм обеспечивает основу для описания квантовых статистических эффектов коллективного движения.

§ 3. Нестационарные квантовые коэффициенты переноса

Аналитические выражения для коэффициентов переноса, были впервые получены М.Грином методом теории стохастических процессов для

классического случая на основе микроканонического ансамбля. Формулы, для коэффициентов переноса, в виде корреляционных функций потоков получены после Грина и Мори многими авторами с помощью различных методов учета термических возмущений или с помощью комбинации этих методов. Во всех этих работах, рассматривались стационарные коэффициенты и динамические уравнения являлись Марковскими.

В данном параграфе, для того чтобы найти коэффициенты переноса, мы, используя явные зависимости p и q от времени, получаем их основные характеристики, и сравнивая уравнения движения для первых (средних) и вторых (дисперсий) моментов с их классическими аналогами, выводим выражения для зависящих от времени коэффициентов трения и диффузии. Средние значения $<q(t)>$ и $<p(t)>$ (первые моменты):

$$< q(t) >= A_t < q(0) > + B_t < p(0) >,$$

$$< p(t) >= M_t < q(0) > + N_t < p(0) > \tag{2.17}$$

и корреляционные функции

$$\sigma_{q_t q_{t'}} =< q(t)q(t') >, \quad \sigma_{p_t p_{t'}} =< p(t)p(t') >, \ \sigma_{p_t q_{t'}} =< q(t)p(t') >, \quad \sigma_{p_t q_{t'}} =< p(t)q(t') > :$$

$$\sigma_{q_t q_{t'}} = A_t A_{t'} \sigma_{q_0 q_0} + B_t B_{t'} \sigma_{p_0 p_0} + A_t B_{t'} \sigma_{q_0 p_0} + B_t A_{t'} \sigma_{p_0 q_0} + J_{p_t q_{t'}},$$

$$\sigma_{p_t p_{t'}} = M_t M_{t'} \sigma_{q_0 q_0} + N_t N_{t'} \sigma_{p_0 p_0} + M_t N_{t'} \sigma_{q_0 p_0} + N_t M_{t'} \sigma_{p_0 q_0} + J_{p_t q_{t'}},$$

$$\sigma_{q_t p_{t'}} = A_t M_{t'} \sigma_{q_0 q_0} + B_t N_{t'} \sigma_{p_0 p_0} + A_t N_{t'} \sigma_{q_0 p_0} + B_t M_{t'} \sigma_{p_0 q_0} + J_{q_t p_{t'}},$$

$$\sigma_{p_t q_{t'}} = M_t A_{t'} \sigma_{q_0 q_0} + N_t B_{t'} \sigma_{p_0 p_0} + N_t A_{t'} \sigma_{p_0 q_0} + M_t B_{t'} \sigma_{q_0 p_0} + J_{p_t q_{t'}} \tag{2.18}$$

где

$$J_{q_t q_{t'}} = \int_0^t d\tau \int_0^{t'} d\tau' [C_\tau C_{\tau'} I_{qq}(t-\tau, t'-\tau') + C_\tau \tilde{C}_{\tau'} I_{qp}(t-\tau, t'-\tau') +$$
$$+ \tilde{C}_\tau C_{\tau'} I_{pq}(t-\tau, t'-\tau') + \tilde{C}_\tau \tilde{C}_{\tau'} I_{pp}(t-\tau, t'-\tau')]$$

$$J_{p_t p_{t'}} = \int_0^t d\tau \int_0^{t'} d\tau' [L_\tau L_{\tau'} I_{pp}(t-\tau, t'-\tau') + L_\tau \tilde{L}_{\tau'} I_{pq}(t-\tau, t'-\tau') +$$
$$+ \tilde{L}_\tau L_{\tau'} I_{qp}(t-\tau, t'-\tau') + \tilde{L}_\tau \tilde{L}_{\tau'} I_{qq}(t-\tau, t'-\tau')]$$

$$J_{q_t p_{t'}} = \int_0^t d\tau \int_0^{t'} d\tau' [C_\tau L_{\tau'} I_{qp}(t-\tau, t'-\tau') + \tilde{C}_{\tau'} L_{\tau'} I_{pp}(t-\tau, t'-\tau') +$$
$$+ \tilde{C}_\tau L_{\tau'} I_{pq}(t-\tau, t'-\tau') + C_\tau \tilde{L}_{\tau'} I_{qq}(t-\tau, t'-\tau')]$$

$$J_{p_t q_{t'}} = \int_0^t d\tau \int_0^{t'} d\tau' [L_\tau C_{\tau'} I_{pq}(t-\tau, t'-\tau') + \tilde{L}_\tau C_{\tau'} I_{qq}(t-\tau, t'-\tau') +$$
$$+ \tilde{L}_\tau \tilde{C}_{\tau'} I_{qp}(t-\tau, t'-\tau') + L_\tau \tilde{C}_{\tau'} I_{pp}(t-\tau, t'-\tau)] \qquad (2.19)$$

Символ < > в

$$I_{qq}(t,\tau) =< F_q(t) F_q(\tau) >, \quad I_{pp}(t,\tau) =< F_p(t) F_p(\tau) >, \quad I_{pq}(t,\tau) =< F_p(t) F_q(\tau) >,$$
$$I_{qp}(t,\tau) =< F_q(t) F_p(\tau) >$$

указывает на усреднение по всей системе.

Чтобы определить коэффициенты диффузии, рассмотрим уравнения для дисперсий по координате

$$\sigma_{qq}(t) =< q^2(t) > - < q(t) >^2 = \sigma_{q_t q_t} - < q(t) >^2,$$

по импульсу

$$\sigma_{pp}(t) =< p^2(t) > - < p(t) >^2 = \sigma_{p_t p_t} - < p(t) >^2$$

и по координате -импульсу

$$\sigma_{pq}(t) = \frac{1}{2} < p(t) q(t) + q(t) p(t) > - < p(t) >< q(t) >= \frac{1}{2}(\sigma_{q_t p_t} + \sigma_{q_t p_t}) - < p(t) >< q(t) >$$

Дифференцируя по времени уравнения (2.17) и (2.18) при $t = t'$, получаем

$$\frac{d}{dt} < q(t) >= -\lambda_q(t) < q(t) > + \frac{1}{m(t)} < p(t) >$$
$$\frac{d}{dt} < p(t) >= -\xi_q(t) < q(t) > + \lambda_p(t) < p(t) > \qquad (2.20)$$

и

$$\dot{\sigma}_{qq}(t) = -2\lambda_q(t)\sigma_{qq}(t) + \frac{2}{m(t)}\sigma_{pq}(t) + 2D_{qq}(t)$$
$$\dot{\sigma}_{pp}(t) = -2\lambda_p(t)\sigma_{pp}(t) - 2\xi(t)\sigma_{pq}(t) + 2D_{pp}(t)$$
$$\dot{\sigma}_{pq}(t) = -[\lambda_p(t) + \lambda_q(t)]\sigma_{pq}(t) - \xi(t)\sigma_{qq}(t) + \frac{1}{m(t)}\sigma_{pp}(t) + 2D_{pq}(t) \qquad (2.21)$$

Эти уравнения содержат коэффициенты трения по координате

$$\lambda_q(t) = \frac{\dot{A}_t N_t - \dot{B}_t M_t}{B_t M_t - A_t N_t} \qquad (2.22)$$

и по импульсу

$$\lambda_p(t) = \frac{A_t\dot{N}_t - B_t\dot{M}_t}{B_tM_t - A_tN_t} \quad , \tag{2.23}$$

перенормированную обратную массу

$$\frac{1}{m(t)} = \frac{\dot{A}_tB_t - \dot{B}_tA_t}{B_tM_t - A_tN_t} \tag{2.24}$$

перенормированный коэффициент жесткости

$$\xi(t) = \frac{\dot{M}_tN_t - \dot{N}_tM_t}{B_tM_t - A_tN_t} \tag{2.25}$$

и коэффициенты диффузии по координате

$$D_{qq}(t) = \lambda_q(t)J_{q_tq_t} - \frac{1}{2m(t)}(J_{q_tp_t} + J_{p_tq_t}) + \frac{1}{2}\dot{J}_{q_tq_t} \tag{2.26}$$

по импульсу

$$D_{pp}(t) = \lambda_p(t)J_{q_tq_t} + \frac{\xi(t)}{2}(J_{q_tp_t} + J_{p_tq_t}) + \frac{1}{2}\dot{J}_{p_tp_t} \tag{2.27}$$

и по координате-импульсу

$$D_{pq}(t) = \frac{1}{2}[\frac{\lambda_p(t) + \lambda_q(t)}{2}(J_{q_tp_t} + J_{p_tq_t}) + \xi(t)J_{q_tq_t} - \frac{1}{m(t)}J_{p_tp_t} + \frac{1}{2}(\dot{J}_{q_tp_t} + \dot{J}_{p_tq_t})] \tag{2.28}$$

Таким образом, мы получили уравнения на первые и вторые моменты с коэффициентами переноса, зависящими явно от времени. Временная зависимость этих коэффициентов, является следствием немарковости в системе. При $t \to \infty$ равновесные коэффициенты диффузии имеют следующий вид[3,45]:

$$\dot{\sigma}_{pp} = \dot{\sigma}_{qq} = \dot{\sigma}_{pq} = 0$$

$$D_{qq}(\infty) = \lambda_q(\infty)\sigma_{qq}(\infty) - \frac{1}{2m(\infty)}\sigma_{qp}(\infty)$$

$$D_{pp}(\infty) = \lambda_p(\infty)\sigma_{pp}(\infty) + \xi(\infty)\sigma_{pq}(\infty)$$

$$D_{pq}(\infty) = \frac{1}{2}[\lambda_p(\infty) + \lambda_q(\infty)]\sigma_{pq}(\infty) + \xi(\infty)\sigma_{qq}(\infty) - \frac{1}{m(\infty)}\sigma_{pp}(\infty)] \tag{2.28'}$$

Сравнивая (2.26)–(2.28) и (2.29), мы имеем

$$\sigma_{qq}(\infty) = J_{q_\infty q_\infty}, \qquad \sigma_{pp}(\infty) = J_{p_\infty p_\infty} \quad \text{и} \quad \sigma_{qp}(\infty) = \frac{1}{2}(J_{q_\infty p_\infty} + J_{p_\infty q_\infty})$$

Если $\sigma_{qp}(\infty)$=0 в (2.28'), то асимптотические коэффициенты диффузии и трения связаны ФДС:

$$D_{qq}(\infty) = \lambda_q(\infty)\sigma_{qq}(\infty)$$

$$D_{pp}(\infty) = \lambda_p(\infty)\sigma_{pp}(\infty)$$

Если в (2.1) все G_ν (член, отвечающий за связь по импульсу) равны нулю, то $\lambda_q(\infty) = 0$ и $D_{qq}(\infty)$=0. Таким образом, за появлением в стохастических уравнениях λ_q и $D_{qq}(\infty)$ ответственна связь по импульсу p.

§ 4. Марковские диффузионные уравнения с нестационарными коэффициентами переноса

Открытую квантовую систему можно рассмотреть, используя общее марковское мастер-уравнение, т.е. уравнение Линдблада для матрицы плотности коллективных степеней свободы [53,54].

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H_0, \rho] + \frac{1}{2\hbar}\sum_i([V_i\rho, V_i^+] + [V_i, \rho, V_i^+]) \tag{2.29}$$

Где H_0 - гамильтониан коллективной квантовой системы и V_j – оператор, учитывающий взаимодействие в квантовой системе. Выбирая потенциал гармонического осциллятора, мы берем гамильтониан квантовый коллективной системы в общей квадратичной форме, а оператор, учитывающий взаимодействие с термостатом, линейным по коллективным координатам и получаем следующее квантовое уравнение для матрицы плотности [3, 45]:

$$\begin{aligned}\dot{\rho} = &-\frac{i}{\hbar}[\tilde{H}_c, \rho] + i\frac{\lambda_q(t)}{2\hbar}[p, \{q, \rho\}_+] - i\frac{\lambda_p(t)}{2\hbar}[q, \{p, \rho\}_+] - \frac{D_{qq}(t)}{\hbar^2}[p, [p, \rho]] - \\ &-\frac{D_{pp}(t)}{\hbar^2}[q, [q, \rho]] + \frac{D_{pq}(t)}{\hbar^2}[p, [q, \rho]] + [q, [p, \rho]])\end{aligned} \tag{2.30}$$

Наиболее просто выглядит уравнение для затухающего линейного осциллятора, если их записать не для матрицы плотности, а для функции Вигнера. Хорошо известно, что для системы с произвольным параболическим потенциалом в отсутствии трения уравнение для матрицы

плотности $\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[\tilde{H}_c, \rho]$, написанное в терминах функции Вигнера, имеет вид классического уравнения Лиувилля [15]:

$$\dot{W}\,(\mathrm{q,p,t}) = -\frac{\partial(pW)}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial p}(W\frac{\partial v}{\partial q})$$

Чтобы учитывать квантовые флуктуации и трение необходимо добавить члены со вторыми производными, т.е. рассмотреть уравнение вида[15,72]:

$$\begin{aligned}\dot{W} = &-\frac{p}{m(t)}\frac{\partial W}{\partial q} + \xi(t)\frac{\partial W}{\partial p} + \lambda_p(t)\frac{\partial(pW)}{\partial q} + \lambda_q(t)\frac{\partial(qW)}{\partial q} + \\ &+D_{qq}(t)\frac{\partial^2 W}{\partial q^2} + D_{pp}(t)\frac{\partial^2 W}{\partial p^2} + 2D_{pq}(t)\frac{\partial^2 W}{\partial q \partial p}\end{aligned} \tag{2.31}$$

Уравнения (2.17) и (2.21) могут быть получены из следующего мастера-уравнения для матрицы плотности $\rho(t)$ коллективной подсистемы[3,45]. Несмотря на немарковскую природу уравнений (2.5), эволюции ρ и W описываются дифференциальными уравнениями, локальными по времени. Эффекты памяти приводят к временной зависимости коэффициентов переноса. В общем случае мы имеем коэффициенты трения и диффузии по координате и по импульсу, что является следствием присутствия случайных сил по q и p. Заметим, что уравнения (2.30) и (2.31) имеют ту же структуру, что и соответствующие феноменологические уравнения Линдблада с постоянными транспортными коэффициентами.

§ 5. Предел сильного затухания

В случае большого трения наступает быстро равновесие по импульсу, $\dot{p} = 0$, и второе уравнение в (2.5) принимает вид[45]:

$$0 = -\tilde{\delta} q(t) - \int_0^t d\tau K_{VV}(t,\tau)\dot{q}(\tau) + F_p(t) \tag{2.32}$$

Решением этого уравнения является

$$q(t) = A_t q(0) + \int_0^t d\tau \tilde{G}_\tau(t,\tau) F_p(t-\tau) \qquad (2.33)$$

Где $A_t = \int_0^t d\tau K_{VV}(t,\tau)\tilde{C}_\tau(t-\tau)$

$$\tilde{C}_t = L^{-1}[\tilde{\delta} + sK_{VV}(s)]^{-1}$$

Используя (2.33), получаем зависимости среднего и дисперсии от времени:

$$< q(t) >= A_t < q(0) >$$

$$\sigma_{qq}(t) = A_t^2 \sigma_{qq}(0) + J_{q_t q_t} \ , \qquad (2.34)$$

где $< \dot{q}(t) >= v(t) < q(t) >$ (2.35)

$$< \dot{\sigma}(t) >= 2v(t)\sigma_{qq}(t) + D^{ov}{}_{qq}(t)$$

Дифференциальные уравнения для *<q(t)>* и $\sigma_{qq}(t)$ получаются из (2.34) где дрейфовый *v(t)* и диффузионный $D^{ov}{}_{qq}(t)$ коэффициенты имеют вид

$$v(t) = \frac{\dot{A}_t}{A_t} \ ; \ D_{qq}{}^{ov}(t) = -2\frac{\dot{A}_t}{A_t} J_{q_t q_t} + \dot{J}_{q_t q_t} \qquad (2.36)$$

В асимптотике получаем ФДС

$$D_{qq}{}^{ov}(\infty) = -2v(\infty)\sigma_{qq}(\infty)$$

Уравнения (2.35) могут быть получены из следующего дифференциального уравнения для функции распределения $W(q,t)$ по координате

$$\dot{W} = -v(t)\frac{\partial}{\partial q}(qW) + \frac{1}{2} D_{qq}{}^{ov}(t)\frac{\partial^2}{\partial q^2} W \qquad (2.37)$$

Это уравнение представляет собой квантовый аналог классического уравнения Смолуховского для общего вида связи подсистемы с термостатом. Если переходные времена $D^{ov}{}_{qq}(t)$ и $v(t)$ равны или меньше характерного времени $1/\lambda_q(\infty)$ установления равновесия по *p*, то с хорошей точностью в расчетах можно использовать асимптотики $D^{ov}{}_{qq}(\infty)$ и $v(\infty)$, т.е. пренебрегать зависимостью коэффициентов переноса от *t*.

Выводы

В этой главе из квантового гамильтониана открытой системы аналитически получена и решена система нелинейных стохастических уравнений для затухающего гармонического и перевернутого (ПС иПВВ) осцилляторов в пределе различной связи между взаимодействующими подсистемами. Показано, что уравнения движения для коллективной подсистемы удовлетворяют квантовым ФДС [3,45,81].

Из уравнения для первого и второго моментов, определены нестационарные коэффициенты переноса. Эффекты памяти приводят к временной зависимости коэффициентов переноса. В общем случае мы имеем коэффициенты трения и диффузии по координате и по импульсу, что является следствием присутствия случайных сил по q и p. Заметим, что уравнения (2.30) и (2.31) имеют ту же структуру, что и соответствующие феноменологические уравнения Линдблада и квантового уравнения Фоккера-Планка с постоянными транспортными коэффициентами[3,45,81].

Из обобщенного уравнения Ланжевена выведено квантовое диффузионное марковское уравнение для матрицы плотности.

ГЛАВА III

ЗАТУХАЮЩИЙ КВАНТОВЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР И ЛИНЕЙНЫЕ СВЯЗИ

В современной квантовой теории гармонический осциллятор занимает особое место и является одной из самых широко известных и часто используемых моделей, это связана с тем, что модель квантового осциллятора описывает поведение весьма разнообразных квантово-механических объектов. При рассмотрении диссипации в квантовых системах используется именно эта модель. Например, осциллятор с диссипацией рассматривается как идеальный осциллятор, связанный с некоей системой, состоящей из огромного числа степеней свободы термостатом.

В классической физике теория затухающих гармонических осцилляторов является прямым обобщением теории свободных незатухающих осцилляторов и решается путем добавления к уравнению движения диссипативного члена. В данной[2] главе мы рассмотрим динамику квантового осциллятора взаимодействующей с квантовым термостатом с линейной связью по импульсу и координате и соответственно исследованы асимптотические значения коэффициентов переноса и корреляционных функций для гармонического и перевернутого осциллятора.

§ 1. Гамильтониан линейной связи и уравнения Ланжевена

В квантовой теории среди различных способов описания затухающего квантового осциллятора более реальным подходом является рассмотрения

[2] В данной главе использованы следующие работы: 1. Z. Kanokov, Yu.V. Palchikov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Non-Markovian dynamics of quantum systems: Formalism and transport coefficients// Physical Review E. 2005. – vol. 71, – pp.016121; 2. G.G. Adamian, N.V. Antonenko, Z. Kanokov, V.V. Sargsyan: Quantum non-Markovian stohastic equations// Theoretical and Mathematical Physics, –vol. 145, –pp. 1443-1456.; 3. В. В. Саргсян, З. Каноков, Г. Г. Адамян, Н. В. Антоненко, Применение теории открытых квантовых систем к задачам ядерной физики // Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2016, том 47. Вып.2.-С.329-433.

осциллятора как открытой системы, взаимодействующей с окружением (термостатом). Здесь мы рассмотрим случай, когда связи являются линейными и член, учитывающий связь системы с термостатом H_{cb} в (2.1) имеет следующий вид[3,45,81]

$$H_{cb} = q\sum_{\nu}\alpha_{\nu}(b_{\nu}^{+} + b_{\nu}) + ip\sum_{\nu} g_{\nu}(b_{\nu}^{+} - b_{\nu}) \tag{3.1}$$

Где α_{ν} и g_{ν} константы связи. В этом случае мы получим для системы такую же систему квантовых уравнений Ланжевена как (2.5) со следующими перенормированными параметрами

$$\tilde{\mu}^{-1} = \mu^{-1} - 2\sum_{\nu}\frac{g_{\nu}^{2}}{\hbar\omega_{\nu}} \text{ и } \tilde{U} = U(q) - q^{2}\sum_{\nu}\frac{\alpha_{\nu}^{2}}{\hbar\omega_{\nu}} \tag{3.2}$$

Здесь предполагается, что μ от координаты (q) не зависит. Для операторов случайных сил и диссипативных ядер имеем следующие выражения

$$F_{q}(t) = i\sum_{\nu} g_{\nu}[f_{\nu}^{+}(t) - f_{\nu}(t)], \tag{3.3}$$

$$F_{p}(t) = -\sum_{\nu}\alpha_{\nu}[f_{\nu}^{+}(t) + f_{\nu}(t)]$$

$$K_{GV}(t,\tau) = -K_{VG}(t,\tau) = 2\sum_{\nu}\frac{\alpha_{\nu}g_{\nu}}{\hbar\omega_{\nu}}\sin(\omega_{\nu}[t-\tau])$$

$$K_{GG}(t,\tau) = 2\sum_{\nu}\frac{g_{\nu}^{2}}{\hbar\omega_{\nu}}\cos(\omega_{\nu}[t-\tau]) \tag{3.4}$$

$$K_{VV}(t,\tau) = 2\sum_{\nu}\frac{\alpha_{\nu}^{2}}{\hbar\omega_{\nu}}\cos(\omega_{\nu}[t-\tau])$$

Предполагая, что моды колебании осцилляторов термостата близки, расположены по частоте, можно заменить сумму по ν интегралом. Введем спектральную плотность состояния термостата $D(\omega_0)$ и $\sum_{\nu}....\to\int_{0}^{\infty}d\omega_0 D(\omega_0)...$ Потом заменим подынтегральные функции лоренцианами, т.е

$$D(\omega_0)\frac{|\alpha_{\nu}|^{2}}{\hbar\omega_{\nu}} = \frac{\alpha^{2}}{\pi}\frac{\gamma^{2}}{\gamma^{2}+\omega_0^{2}}$$

$$D(\omega_0)\frac{|g_{\nu}|^{2}}{\hbar\omega_{\nu}} = \frac{g^{2}}{\pi}\frac{\gamma^{2}}{\gamma^{2}+\omega_0^{2}} \tag{3.5}$$

$$D(\omega_0)\frac{\alpha_{\nu}g_{\nu}}{\hbar\omega_{\nu}} = \frac{\alpha g}{\pi}\frac{\gamma^{2}}{\gamma^{2}+\omega_0^{2}}$$

Где $\tau = \gamma^{-1}$ время релаксации термостата (или время памяти). Время релаксации должно бить намного меньше, чем период колебания коллективного осциллятора, т.е. $\gamma << \omega$.

Из (3.4) и (3.5) найдем удобные для дальнейшего использования, следующие выражения диссипативных ядер и их Лаплас образов

$$K_{GV}(t,\tau) = -K_{VG}(t,\tau) = \frac{2\alpha g\gamma^2}{\pi}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\sin(\omega_0[t-\tau])}{\gamma^2+\omega_0^2}$$

$$K_{GV}(s) = -K_{VG}(s) = \frac{2\alpha g\gamma^2}{\pi}\frac{\ln(s^2/\gamma^2)}{(s^2-\gamma^2)}$$

$$K_{GG}(t,\tau) = g^2\gamma e^{-\gamma|t-\tau|} \tag{3.6}$$

$$K_{GG}(s) = \frac{g^2\gamma}{s+\gamma}$$

$$K_{VV}(t,\tau) = \alpha^2\gamma e^{-\gamma|t-\tau|}$$

$$K_{VV}(s) = \frac{\alpha^2\gamma}{s+\gamma} \tag{3.7}$$

В случае затухающего осциллятора $U(q) = \mu\omega^2 q^2/2 \quad [\tilde{U}(q) = \delta q^2/2]$ получаем решения, аналогичные как решения (2.10) со следующими коэффициентами:

$$A_t = \sum_{i=1}^4 \beta_i \left(s_i \left[s_i + \gamma + \frac{g\alpha\gamma^2}{\pi(s_i-\gamma)}\ln(\frac{s_i^2}{\gamma^2}) \right]^2 + \gamma\alpha^2(\frac{s_i+\gamma}{\tilde{\mu}} + s_i\gamma g^2) \right) e^{s_i t}$$

$$B_t = \frac{1}{\tilde{\mu}}\sum_{i=1}^4 \beta_i \left([s_i+\gamma]\left[s_i + \gamma + \frac{g\alpha\gamma^2}{\pi(s_i-\gamma)}\ln(\frac{s_i^2}{\gamma^2}) \right] \right) e^{s_i t}$$

$$M_t = \tilde{\delta}\tilde{\mu}B_i$$

$$N_t = \sum_{i=1}^4 \beta_i \left(s_i \left[s_i + \gamma + \frac{g\alpha\gamma^2}{\pi(s_i-\gamma)}\ln(\frac{s_i^2}{\gamma^2}) \right]^2 + \gamma g^2[\tilde{\delta}(s_i+\gamma) + s_i\gamma\alpha^2] \right) e^{s_i t}$$

$$C_t = \sum_{i=1}^4 C_i^j = L_i = \sum_{i=1}^4 L_i^j = \sum_{i=1}^4 \beta_i s_i \left([s_i+\gamma]\left[s_i + \gamma + \frac{g\alpha\gamma^2}{\pi(s_i-\gamma)}\ln(\frac{s_i^2}{\gamma^2}) \right] \right) e^{s_i t}$$

$$\tilde{C}_t = \sum_{i=1}^4 \tilde{C}_i^j = \sum_{i=1}^4 \beta_i[s_i+\gamma]\left(\frac{s_i+\gamma}{\tilde{\mu}} + g^2 s_i\gamma \right) e^{s_i t}$$

$$\tilde{L}_t = \sum_{i=1}^4 \tilde{L}_i^j = -\sum_{i=1}^4 \beta_i[s_i+\gamma]\left(\tilde{\delta}(s_i+\gamma) + \alpha^2 s_i\gamma \right) e^{s_i t} \tag{3.8}$$

где $\tilde{\delta} = \mu\omega^2 - \alpha^2\gamma \quad \beta_1 = \dfrac{1}{(s_1-s_2)(s_1-s_3)(s_1-s_4)} \qquad \beta_2 = \dfrac{1}{(s_2-s_1)(s_2-s_3)(s_2-s_4)}$

$$\beta_3 = \frac{1}{(s_3-s_1)(s_3-s_2)(s_3-s_4)} \qquad \beta_4 = \frac{1}{(s_4-s_1)(s_4-s_2)(s_4-s_3)}$$

Здесь s_i (i=1,2,3, 4) являются корнями следующего уравнения:

$$(s+\gamma)^2 d(s) = s^2\left[s+\gamma+\frac{g\alpha\gamma^2}{\pi(s_i-\gamma)}\ln(\frac{s^2}{\gamma^2})\right]^2+\left[\frac{s+\gamma}{\tilde{\mu}}+g^2 s\gamma\right][\tilde{\delta}(s+\gamma)+\alpha^2 s\gamma]=0$$

В (3.1) приравнивая, второй член к нолю, получаем следующий гамильтонан

$$H_{cb}=\lambda^{1/2}\sum_{\nu}\Gamma_{\nu}(a^{+}(t)+a\ (t))(b_{\nu}^{+}+b_{\nu})=\sqrt{\frac{2\lambda\mu\omega}{\hbar}}q\sum_{\nu}\Gamma_{\nu}(b_{\nu}^{+}+b_{\nu}) \qquad (3.9)$$

Здесь a_{ν}^{+}, a_{ν} - операторы рождения и уничтожения гармонического осциллятора:

$$a\ (t)=\frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega\mu}}(\omega\mu q(t)+ip(t)),$$

$$a^{+}(t)=\frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega\mu}}(\omega\mu q(t)-ip(t));q(t)=\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega\mu}}(a^{+}(t)+a\ (t))$$

(3.9')

В литературе осциллятор с такой линейной связью называется ПС (Fully coupling) –осциллятором. Аналогично как в предыдущей главе с помощью (3.9) получаем системы уравнений Ланжевена[3,45,81]

$$\dot{q}(t)=\frac{p(t)}{\mu}$$

$$\dot{p}(t)=-\tilde{\delta}q(t)-k^2\int_0^t d\tau K(t-\tau)\dot{q}(\tau)+kF(t) \qquad (3.10)$$

Здесь $F(t)=F_p(t)/k=-\frac{\lambda^{1/2}}{\hbar}\sum_{\nu}\Gamma_{\nu}[f_{\nu}^{+}(t)+f_{\nu}(t)]$ оператор случайной силы по импульсу, где $f_{\nu}(t)=\left(b_{\nu}(0)+\frac{k\lambda^{1/2}\tilde{A}_{\nu}}{\hbar^2\omega_{\nu}}q(0)\right)e^{-i\omega_{\nu}t}$ $f_{\nu}(t)=\mu\omega^2-\frac{2k^2\lambda}{\hbar^2}\sum_{\nu}\frac{\tilde{A}_{\nu}^2}{\hbar\omega_{\nu}}$

$K(t-\tau)=\frac{K_{VV}(t,\tau)}{k^2}=\frac{2\lambda}{\hbar^2}\sum_{\nu}\frac{\tilde{A}_{\nu}^2}{\hbar\omega_{\nu}}\cos(\omega_{\nu}[t-\tau])$ диссипативное ядро.

Аналитические решения системы уравнений (3.10) имеют следующий вид

$$q(t)=A_t q(0)+B_t p(0)+k\int_0^t d\tau\tilde{C}_{\tau}F(t-\tau)$$

$$p(t)=M_t q(0)+N_t p(0)+k\int_0^t d\tau L_{\tau}F(t-\tau) \qquad (3.11)$$

где $A_t=\sum_{i=1}^{3}\beta_i[s_i(s_i+\gamma)+2\omega\lambda\gamma]e^{s_i t}$; $B_t=\sum_{i=1}^{3}B_t^i=\frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{3}\beta_i(s_i+\gamma)e^{s_i t}$

$M_t=-\tilde{\delta}\tilde{\mu}B_i$ $N_t=L_t=\mu\dot{B}_i$ $\tilde{\delta}=\mu(\omega^2-2\lambda\gamma\omega)$

$$\beta_1 = \frac{1}{(s_1 - s_2)(s_1 - s_3)}; \beta_2 = \frac{1}{(s_2 - s_1)(s_2 - s_3)}; \beta_3 = \frac{1}{(s_3 - s_1)(s_3 - s_2)}$$

s_i (i = 1, 2, 3) являются корнями следующего кубического уравнения

$$d(s) = s^2 + 2\hbar\omega s K(s) + \tilde{\delta}/\mu = [(s+\gamma)(s^2+\omega^2) - 2\omega\lambda\gamma^2]/(s+\gamma) = 0$$

Поскольку, в системе уравнений (3.10) случайная сила по координате отсутствует, поэтому мы получаем[3,45,81]:

$$\lambda_q(t) = D_{qq}(t) = 0 \ ; \quad m(t) = \mu$$

$$D_{pp}(t) = \lambda_p(t) J_{p_t p_t} + \frac{1}{2}[\dot{J}_{p_t p_t} + \mu\xi(t)\dot{J}_{q_t q_t}]$$

$$D_{qp}(t) = \frac{1}{2}\left[\xi(t)\dot{J}_{q_t q_t} - \frac{1}{\mu} + \frac{\mu}{2}[\lambda_p(t)\dot{J}_{q_t q_t} + \tilde{J}_{q_t q_t}]\right] \qquad (3.12)$$

Где

$$J_{q_t q_t}(t) = \frac{2\hbar\omega\mu\lambda\gamma^2}{\pi}\sum_{ij}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\omega_0[2n_{\omega_0}+1]}{\gamma^2+\omega_0^2}(a_{ij}\{[B_t^i B_t^j + B_0^i B_0^j] - [B_t^i B_0^j + B_0^i B_t^j]\cos(\omega_0 t)\} -$$
$$-b_{ij}[B_t^i B_0^j - B_0^i B_t^j]\sin(\omega_0 t))$$

$$J_{p_t p_t} = \frac{2\hbar\omega\mu^3\lambda\gamma^2}{\pi}\sum_{ij}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\omega_0[2n_{\omega_0}+1]}{\gamma^2+\omega_0^2}(a_{ij}\{[\dot{B}_t^i \dot{B}_t^j + \dot{B}_0^i \dot{B}_0^j] - [\dot{B}_t^i \dot{B}_0^j + \dot{B}_0^i \dot{B}_t^j]\cos(\omega_0 t)\} -$$
$$-b_{ij}[\dot{B}_t^i \dot{B}_0^j - \dot{B}_0^i \dot{B}_t^j]\sin(\omega_0 t))$$

$$J_{q_t p_t} + J_{p_t q_t} = \frac{4\hbar\omega\mu^2\lambda\gamma^2}{\pi}\sum_{ij}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\omega_0[2n_{\omega_0}+1]}{\gamma^2+\omega_0^2}(a_{ij}\{[\dot{B}_t^i B_t^j - [\dot{B}_t^i B_0^j + \dot{B}_0^i B_t^j]\cos(\omega_0 t)\} -$$
$$-b_{ij}[\dot{B}_t^i B_0^j - \dot{B}_0^i B_t^j]\sin(\omega_0 t))$$

Для коэффициентов трения, диффузии и дисперсии, а также корелляционных функций соответственно получаем следующие выражения в пределе $t \to \infty$:

$$\lambda_p(\infty) = -(s_2 + s_2^*); D_{pp}(\infty) = \lambda_p(\infty)\sigma_{pp}(\infty); \ D_{qp}(\infty) = \frac{1}{2}[\xi(\infty)\sigma_{qq}(\infty) - \frac{1}{\mu}\sigma_{pp}(\infty)] \quad (3.12')$$

где

$$\xi(\infty) = \tilde{\delta}\frac{|s_2+\gamma|^2}{|s_2+\gamma|^2 - 2\lambda\gamma\omega}|s_2+\gamma|^2$$

$$J_{q_t q_t}(t) = \frac{2\hbar\omega\mu\lambda\gamma^2}{\pi}\sum_{ij}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\omega_0[2n_{\omega_0}+1]}{\gamma^2+\omega_0^2}(a_{ij}\{[B_t^i B_t^j + B_0^i B_0^j]-[B_t^i B_0^j + B_0^i B_t^j]\cos(\omega_0 t)\}-$$
$$-b_{ij}[B_t^i B_0^j - B_0^i B_t^j]\sin(\omega_0 t))$$

$$\sigma_{qq}(\infty) = \frac{2T\omega\lambda\gamma^2(s_1+s_2+s_3)}{\mu s_1 s_2 s_3 (s_1+s_2)(s_1+s_3)(s_2+s_3)} = \frac{T}{\mu(\omega^2-2\lambda\gamma\omega)} = \frac{T}{\tilde{\delta}}$$

$$\sigma_{pp}(\infty) = -\frac{2T\omega\lambda\gamma^2\mu}{(s_1+s_2)(s_1+s_3)(s_2+s_3)} = T\mu$$

$$\sigma_{qq}(\infty) = \frac{\hbar\omega\lambda\gamma^2}{\mu\pi}\frac{s_1^2\ln\left(\frac{s_2^2}{s_3^2}\right)+s_2^2\ln\left(\frac{s_3^2}{s_1^2}\right)+s_3^2\ln\left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\right)}{(s_1^2-s_2^2)(s_1^2-s_3^2)(s_2^2-s_3^2)}$$

$$\sigma_{pp}(\infty) = \frac{2\mu\hbar\omega\lambda\gamma^2}{\pi}\frac{s_2^2 s_3^2\ln\left(\frac{s_2^2}{s_3^2}\right)+s_1^2 s_2^2\ln\left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\right)+s_1^2 s_3^2\ln\left(\frac{s_3^2}{s_1^2}\right)}{(s_1^2-s_2^2)(s_1^2-s_3^2)(s_2^2-s_3^2)} \tag{3.13}$$

$$\sigma^{as}_{q_t q_{t'}} = \frac{2\hbar\omega\lambda\gamma^2}{\mu\pi}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\omega_0\coth[\hbar\omega_0/(2T)]\cos\omega_0(t-t')}{(s_1^2+\omega_0^2)(s_2^2+\omega_0^2)(s_3^2+\omega_0^2)}$$

$$\sigma^{as}_{p_t p_{t'}} = \frac{2\hbar\omega\mu\lambda\gamma^2}{\pi}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\omega_0\coth[\hbar\omega_0/(2T)]\cos\omega_0(t-t')}{(s_1^2+\omega_0^2)(s_2^2+\omega_0^2)(s_3^2+\omega_0^2)}$$

$$\sigma^{as}_{q_t q_{t'}}(T\to 0) \to -\frac{2\hbar\omega\lambda\gamma^2}{\mu\pi s_1^2 s_2^2 s_3^2}\frac{1}{(t-t')^2} = -\frac{2\hbar\lambda}{\mu\pi\omega^3}\frac{1}{(t-t')^2} \tag{3.14}$$

$$\sigma^{as}_{q_t q_{t'}}(T\to\infty) \to -\frac{T}{2\mu\omega^2\lambda}\left[\frac{s_2 s_3(s_2+s_3)e^{s_1(t-t')}}{(s_2-s_1)(s_3-s_1)}+\frac{s_1 s_3(s_1+s_3)e^{s_2(t-t')}}{(s_1-s_2)(s_3-s_2)}+\frac{s_1 s_2(s_1+s_2)e^{s_1(t-t')}}{(s_1-s_3)(s_2-s_3)}\right]$$

При низких температурах осциллятор имеет степенной закон распада корреляционных функций в пределе больших времен. Такое поведение не наблюдается в классическом пределе высоких температур, где имеет место экспоненциальный распад[3,45,81]:.

§ 2. Линейный осциллятор с полной связью с термостатом (ПС-осциллятор)

Предполагая, что связь коллективной подсистемы ($H_c = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{\mu\tilde{\omega}^2 q^2}{2}$) с термостатом осуществляется через коллективную координату q и внутренние координаты q_ν, гамильтониан взаимодействия коллективной и внутренней подсистем можно записать в следующем виде[3,45]:

$$H_{cb} = \frac{k}{\hbar}\lambda^{1/2} q \sum_\nu \Gamma_\nu (b_\nu^+ + b_\nu) + \frac{k^2}{\hbar^2}\lambda q^2 \sum_\nu \frac{1}{\hbar\omega_\nu}\left|\Gamma_\nu\right|^2 \qquad (3.15)$$

Здесь Γ_ν – константы связи коллективной подсистемы с внутренними координатами q_ν, λ – параметр, который определяет среднюю силу взаимодействия с термостатом, а $k = (\frac{2\mu\omega}{\hbar})^{1/2}$. Дополнительный член в H_{cb} компенсирует перенормировку потенциала, возникающую из-за связи коллективной и внутренней подсистем. Квадратичный гамильтониан допускает точное решение уравнений движения, для коллективных координат. С данным типом связи между осциллятором и термостатом, используя (2.1) и (3.49), получаем систему уравнений Гейзенберга для операторов, относящихся к коллективному и внутреннему движениям, в следующем виде[3,45]:

$$\dot{q} = \frac{i}{\hbar}\left[H, q\right] = \frac{1}{\mu} p$$

$$\dot{p} = \frac{i}{\hbar}\left[H, p\right] = \mp\mu\tilde{\omega}^2 q - \frac{k}{\hbar}\lambda^{1/2}\sum_\nu \Gamma_\nu (b_\nu^* + b_\nu) \qquad (3.16)$$

и

$$\dot{b}_\nu^+ = \frac{i}{\hbar}\left[H, b_\nu^+\right] = i\omega b_\nu^+ + i\frac{k}{\hbar^2}\lambda^{1/2} q\Gamma_\nu$$

$$\dot{b}_\nu = \frac{i}{\hbar}\left[H, b_\nu\right] = -i\omega b_\nu - i\frac{k}{\hbar^2}\lambda^{1/2} q\Gamma_\nu \qquad (3.17)$$

Здесь $\tilde{\delta} = \pm\mu\omega^2$ – коэффициент жесткости потенциала коллективной подсистемы. Знак “+” соответствует случаю, когда коллективная система

является гармоническим осциллятором, а знак “–” перевернутому осциллятору. При $t > 0$ степени свободы термостата эволюционируют согласно уравнениям (3.17) и термостат отклоняется от начального состояния теплового равновесия при $t = 0$. Когда влияние коллективной подсистемы на термостат игнорируется, диссипативное ядро равно нулю и термостат всегда находится в состоянии теплового равновесия.

Подставляя решение (3.17) в уравнение (3.16), получаем систему интегро-дифференциальных стохастических уравнений

$$\dot{q}(t) = \frac{p(t)}{\mu}$$

$$\dot{p}(t) = -\tilde{\delta} q(t) - k^2 \int_0^t d\tau K(t-\tau)\dot{q}(\tau) + kF(t) \qquad (3.18)$$

Как видно из уравнения для $p(t)$, наличие связи по координате приводит к появлению случайной силы по импульсу

$$F(t) = F_p(t)/k = \sum_\nu F^\nu(t) = -\frac{\lambda^{1/2}}{\hbar}\sum_\nu \Gamma_\nu \left[f_\nu(t) + f_\nu^+(t) \right]$$

$$f_\nu^+(t) = \left[b_\nu^+(t) + \frac{1}{\hbar^2 \omega_\nu} k\lambda^{1/2}\Gamma_\nu q(0) \right] e^{i\omega_\nu t} \qquad (3.19)$$

и диссипативного ядра

$$K(t-\tau) = \frac{2\lambda}{\hbar^2}\sum_\nu \frac{\Gamma_\nu^2}{\hbar\omega_\nu}\cos(\omega_\nu \left[t-\tau \right] \qquad (3.20)$$

Используя соотношения (2.8) и (2.9), для симметризованной корреляционной функции случайной силы получаем следующие соотношения:

$$\phi^\nu(t-t') = << F^\nu(t)F^\nu(t') + F^\nu(t')F^\nu(t) >> = [2n_\nu + 1]\frac{2\lambda}{\hbar^2}\frac{\Gamma_\nu}{\hbar\omega_\nu}\cos(\omega_\nu[t-t']$$

$$\sum_\nu \phi^\nu(t-t')\frac{th[\hbar\omega_\nu/(2T)}{\hbar\omega_\nu} = K(t-t') \qquad (3.21)$$

В рассмотренном случае связи между осциллятором и термостатом корреляционная функция случайной силы и диссипативное ядро не зависят

от динамических координат и импульсов полной системы. По этой причине, флуктуационно-диссипативное соотношение (3.21) не зависит от динамических чисел заполнения для фононов. Числа заполнения в квантовом флуктуационно - диссипационном соотношении относятся к начальному моменту времени, когда термостат находится в состоянии теплового равновесия. Как и в общем случае, уравнения движения для коллективных координат, удовлетворяют квантовому флуктуационно-диссипативному соотношению, которое отличается от классического и сводится к нему в пределе большой температуры T (или $\hbar \to 0$).

§ 3. Нестационарные коэффициенты переноса

В случае общей связи по импульсу и координате, были получены уравнения (2.20) и (2.21) для средних значений и дисперсий коллективной координаты и сопряженного ей импульса. В случае отсутствия связи по импульсу между осциллятором и термостатом, уравнения на первые и вторые моменты упрощаются. Эти уравнения не содержат коэффициентов трения и диффузии по координате ($\lambda_q(t) = D_{qq}(t) = 0$). Аналогично выражениям (2.27) и (2.28) получаем следующие выражения для диффузионных коэффициентов по импульсу[3,45]

$$D_{pp}(t) = \lambda_p(t) J_{p_t p_t} + \frac{1}{2}\left(\frac{d}{dt} J_{p_t p_t} + \mu\xi(t)\frac{d}{dt} J_{p_t p_t}\right) \tag{3.22}$$

и по координате-импульсу

$$D_{pq}(t) = \frac{1}{2}\left[\xi(t) J_{q_t q_t} - \mu^{-1} J_{p_t p_t} + \frac{\mu}{2}\left(\lambda_p(t)\frac{d}{dt} + \frac{d^2}{dt^2}\right) J_{p_t p_t}\right] \tag{3.23}$$

где

$$J_{q_t q_t} = \frac{2\tilde{\omega}\mu\hbar\gamma^2}{\pi}\int d\omega_0 \frac{\omega_0}{\gamma^2+\omega_0^2} cth\left[\frac{\hbar\omega_0}{2T}\right]\int_0^t d\tau' B_{\tau'}\int_0^t d\tau'' B_{\tau''}\cos[\omega_0(\tau'-\tau'')]$$

$$J_{p_t p_t} = \frac{2\tilde{\omega}\mu\lambda\hbar\gamma^2}{\pi}\int d\omega_0 \frac{\omega_0}{\gamma^2+\omega_0^2} cth\left[\frac{\hbar\omega_0}{2T}\right]\int_0^t d\tau' N_{\tau'}\int_0^t d\tau'' N_{\tau''}\cos[\omega_0(\tau'-\tau'')]$$

$$J_{q_t p_t} = \frac{2\tilde{\omega}\mu\lambda\hbar\gamma^2}{\pi}\int d\omega_0 \frac{\omega_0}{\gamma^2+\omega_0^2} cth\left[\frac{\hbar\omega_0}{2T}\right]\int_0^t d\tau' N_{\tau'}\int_0^t d\tau'' B_{\tau''}\cos[\omega_0(\tau'-\tau'')]$$

$$M_t = -\mu\tilde{\delta}B_t\,,\quad N_t = -\mu B_t'\,,\quad \tilde{C}_t = B_t\,,\quad C_t = \tilde{L}_t = 0\,,$$

$$B_t = \sum_{i=1}^{3} B_t^i = \frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{3}\beta_i(s_i+\gamma)e^{s_i t}$$

$$A_t = \sum_{i=1}^{3}\beta_i[s_i(s_i+\gamma)+2\tilde{\omega}\lambda\gamma]e^{s_i t} \tag{3.24}$$

и

$$d(s) = ((s+\gamma)(s^2+\tilde{\delta}/\mu)/(s+\gamma) = 0 \tag{3.25}$$

Здесь,

$$\beta_1 = \frac{1}{\left[(s_1-s_2)(s_1-s_3)\right]},\quad \beta_2 = \frac{1}{\left[(s_2-s_1)(s_2-s_3)\right]},\quad \beta_3 = \frac{1}{\left[(s_3-s_1)(s_3-s_2)\right]}$$

где s_i (i = 1,2,3) является корнями уравнения (3.25). Для определения явного вида выражений (3.24) и диссипативного ядра

$$K(t) = \frac{\lambda\gamma}{\hbar}e^{-\gamma|t|}\quad ,\left(K(s) = \frac{\lambda\gamma}{\hbar(s+\gamma)}\right)$$

Суммы $\sum_{\nu}$ ... заменены интегралами $\int_0^t d\omega_0 D(\omega_0)\ldots$ по частоте с плотностью состояний $D(\omega_0)$ термостата где $\frac{D(\omega_0)\left|\tilde{A}(\omega_0)\right|^2}{\hbar^2\omega_0} = \frac{\gamma^2}{\pi(\gamma^2+\omega_0^2)}$. За появление в стохастических уравнениях коэффициентов трения $\lambda_p(t)$ см. (2.23), и диффузии $D_{pp}(t)$, $D_{pq}(t)$, ответственна линейная связь по координате q. Для перенормированного коэффициента жесткости $\xi(t)$ см. (2.25), в Марковском пределе получаем: $\xi(t) = \tilde{\delta}$ Для асимптотических значений коэффициентов трения, жесткости и диффузии получаем следующие выражения[45]:

$$\lambda_p(\infty) = -(s_2+s_1)\,, \tag{3.26}$$

$$\xi(\infty) = \tilde{\delta}\frac{(s_1+\gamma)(s_1+\gamma)}{(s_1+\gamma)(s_2+\gamma)-2\lambda\gamma\tilde{\omega}} \tag{3.27}$$

$$D_{pp}(\infty) = \lambda_p(\infty)J_{p_\infty p_\infty} + \xi(\infty)J_{q_\infty p_\infty} \tag{3.28}$$

$$D_{pq}(\infty) = \frac{1}{2}[\lambda_p(\infty)J_{q_\infty p_\infty} + \xi(\infty)J_{q_\infty q_\infty} - \frac{1}{\mu}J_{p_\infty p_\infty}] \tag{3.29}$$

где

$$J_{q_\infty q_\infty} = \frac{2\hbar\tilde{\omega}\lambda\gamma^2}{\mu\pi}\sum_{i,j}\beta_i\beta_j(s_i+\gamma)(s_j+\gamma)\phi^a(s_i,s_j)$$

$$J_{p_\infty p_\infty} = \frac{2\hbar\tilde{\omega}\lambda\gamma^2}{\pi}\sum_{i,j}\beta_i\beta_j s s_{ji}(s_i+\gamma)(s_j+\gamma)\phi^a(s_i,s_j)$$

$$J_{q_\infty p_\infty} = \frac{\hbar\tilde{\omega}\lambda\gamma^2}{\pi}\sum_{i,j}\beta_i\beta_j(s_i+s_j)(s_i+\gamma)(s_j+\gamma)\phi^a(s_i,s_j)$$

$$\phi^a(s_i,s_j) = \frac{s_j\psi(-\hbar s_j/(2\pi T)}{(s_i+s_j)(s_j^2-\gamma^2)} + \frac{s_i\psi(-\hbar s_i/(2\pi T)}{(s_i+s_j)(s_i^2-\gamma^2)} + \frac{(\gamma^2-s_i s_j)\psi(\hbar\gamma/(2\pi T))}{(\gamma^2-s_i^2)(\gamma^2-s_j^2)} - \\ -\frac{\pi T(s_i+s_j-2\gamma)}{\hbar\gamma(s_i+s_j)(\gamma-s_i)(\gamma-s_j)} \qquad (3.30)$$

В (3.26) – (3.30) s_1 и s_2 – сопряженные корни уравнения (3.25). В случае трех действительных корней берутся два корня, для которых сумма (s_i + s_j) максимальна. В выражениях (3.30) $\psi(z) = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}$ является логарифмической производной гаммы - функции. В случае гармонического осциллятора выражения для $J_{i\infty j\infty}$ можно упростить:

$$J_{q_\infty q_\infty} = \frac{2\hbar\tilde{\omega}\lambda\gamma^2}{\mu\pi}\int_0^\infty d\omega_0 cth\left[\frac{\hbar\omega_0}{(2T)}\right]\frac{\omega_0}{(s_1^2+\omega_0^2)(s_2^2+\omega_0^2)(s_3^2+\omega_0^2)}$$

$$J_{p_\infty p_\infty} = \frac{2\hbar\tilde{\omega}\lambda\gamma^2}{\pi}\int_0^\infty d\omega_0 cth\left[\frac{\hbar\omega_0}{(2T)}\right]\frac{\omega_0^3}{(s_1^2+\omega_0^2)(s_2^2+\omega_0^2)(s_3^2+\omega_0^2)} \qquad (3.31)$$

§ 4. Марковский предел для ПС-осциллятора

Используя в (3.18) следующее приближение

$$k^2\int_0^t d\tau K(t-\tau)\dot{q}(\tau) \approx \lambda_p p(t)$$

получаем систему дифференциальных стохастических уравнений:

$$\dot{q}(t)=\frac{p(t)}{\mu};\quad \dot{p}(t)=-\tilde{\delta}q(t)-\lambda_p p(t)+F_p(t) \tag{3.32}$$

Исходя из уравнений (3.32) , можно получить уравнения на вторые моменты с диффузионными коэффициентами

$$D_{pp}(t)=\frac{1}{2}<p(t)F_p(t)+F_p(t)p(t)> \tag{3.33}$$

$$D_{pq}(t)=\frac{1}{4}<q(t)F_p(t)+F_p(t)q(t)> \tag{3.34}$$

Подставив решения уравнений (3.32) в (3.33) и взяв предел $t \to \infty$, получаем явный вид для асимптотических значений коэффициентов диффузии:

$$\begin{aligned} D_{pp}(\infty)=&\frac{T\mu\lambda_p\gamma^2}{\pm\tilde{\omega}^2+\gamma(\gamma+\lambda_p)}+\frac{\mu\lambda_p^2\gamma^4\psi\left(\frac{\gamma}{2\pi T}\right)}{\pi[(\pm\tilde{\omega}^2+\gamma^2)^2-\gamma^2\lambda_p^2]}-\\ &-\frac{2\mu\tilde{\omega}^4\gamma^2\lambda_p\psi\left(\frac{s_2}{4\pi T}\right)}{\pi[\tilde{\omega}^4(s_1-s_2)-\gamma^2\lambda_p^2 s_2\pm 2\tilde{\omega}^2\gamma^2(\lambda+s_2)]} \end{aligned} \tag{3.35}$$

В выражениях (3.34) и (3.35) верхний (нижний) знак “+” или “–” относится к случаю, когда коллективным потенциалом является гармонический (перевернутый) осциллятор.

§ 5. Приближение вращающейся волны (ПВВ-осциллятор)

В квантовой оптике и в других разделах физики широко используется ПВВ-связь [7, 8, 74]. В случае ПВВ-связи гамильтониан H_{cb} записывается в следующем виде[45]

$$H_{cb}=\lambda^{1/2}\sum_{\nu}(\Gamma_\nu^* a^+ b_\nu+\Gamma_\nu a b_\nu^+)=\sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2\hbar}}q\sum_{\nu}(\Gamma_\nu^* b_\nu+\Gamma_\nu b_\nu^+)+i\sqrt{\frac{\lambda}{2\hbar\mu\omega}}p\sum_{\nu}(\Gamma_\nu^* b_\nu-\Gamma_\nu b_\nu^+) \tag{3.36}$$

Здесь $a+$ и a - операторы рождения и уничтожения в коллективной подсистеме, а константы связи Γ_ν предполагаются комплексными числами. Надо отметить, что ПС - из ПВВ - связи отличаются отсутствием нерезонансных членов $a^+ b_\nu^+$ и $a b_\nu$ в последнем.

Исключая эти слагаемые, мы игнорируем быстро осциллирующими членами. Надо отметить, что в случае ПВВ – связи, как и в случае ПС- связи, выполняется флуктуационно-диссипативное соотношение.

Для коллективного гармонического осциллятора, $U(q) = \mu\omega^2 q^2 /2$, связанного с гармоническими осцилляторами термостата, решения уравнений движения имеют следующий вид[3,45]:

$$q(t) = A_t q(0) + B_t p(0) + i\sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega}}\int_0^t d\tau[C_\tau^* f^+(t-\tau) - C_\tau f(t-\tau)],$$
$$p(t) = -(\mu\omega)^2 B_t q(0) + A_t p(0) - \sqrt{\frac{\hbar}{2}\mu\omega}\int_0^t d\tau[C_\tau^* f^+(t-\tau) + C_\tau f(t-\tau)], \quad (3.37)$$

где

$$f(t) = \frac{\lambda^{1/2}}{\hbar}\sum_\nu \Gamma_\nu^*\left(b_\nu(0) + \frac{\Gamma_\nu}{\hbar\omega_\nu}[\sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2\hbar}}q(0) + i\sqrt{\frac{\lambda}{2\hbar\mu\omega}}p(0)]\right)e^{-i\omega_\nu t},$$
$$A_t = \frac{1}{2}[C_t + C_t^* + i\hbar\int_0^t d\tau[C_\tau K(t-\tau) - C_\tau^* K^*(t-\tau)], \quad (3.38)$$

$$B_t = \frac{i}{2\mu\omega}[C_t - C_t^* + i\hbar\int_0^t d\tau[C_\tau K(t-\tau) + C_\tau^* K^*(t-\tau)],$$

$$K(t-\tau) = \frac{\lambda}{\hbar^2}\sum_\nu \frac{|\Gamma_\nu|^2}{\hbar\omega_\nu}e^{-i\omega_\nu(t-\tau)} \quad (3.39)$$

$$C_t = L^{-1}[\frac{1}{s + i\hbar s K(s) + i\varepsilon/\hbar}], \quad (3.40)$$

$$\varepsilon = \hbar\omega - \lambda\sum_\nu \frac{|\Gamma_\nu|^2}{\hbar\omega_\nu} \quad (3.41)$$

Заменяя в этих выражениях сумму интегралом по частоте с плотностью состояний термостата $\rho(\omega_0)$, окончательно получаем

$$K(t) = \frac{\lambda\gamma}{2\hbar}e^{-i\gamma|t|} - \frac{i\lambda\gamma^2}{\hbar\pi}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0^2 + \gamma^2} \quad (3.42)$$

$$K(s) = \frac{\lambda\gamma}{2\hbar(s+\gamma)} - \frac{i\lambda\gamma^2}{2\hbar\pi}\frac{\ln(\frac{s^2}{\gamma^2})}{(s^2-\gamma^2)} \quad (3.43)$$
$$\varepsilon = \hbar(\omega - \lambda\gamma)$$

$$A_t = \frac{i}{2}\sum_{j=1}^{2}[\beta_j \eta_j e^{s_j t} + \beta_j^* \eta_j^* e^{s_j^* t}],$$

$$B_t = \frac{i}{2\mu\omega}\sum_{j=1}^{2}[\beta_j \eta_j e^{s_j t} - \beta_j^* \eta_j^* e^{s_j^* t}],$$

$$C_t = \sum_{j=1}^{2} C_t^j = \sum_{j=1}^{2} \beta_j (s_j + \gamma) e^{s_j t},$$

$$\eta_j = s_j + \gamma + \frac{i\gamma\lambda}{2} + \frac{\lambda\gamma^2 \ln(s^2/\gamma^2)}{2\pi(s_j - \gamma),} \qquad (3.44)$$

Здесь, $\beta_1 = -\beta_2 = (s_1 - s_2)^{-1}$, и s_1 и s_2 простые корни уравнения

$$d(s) = s + i\hbar s K(s) + i\varepsilon/\hbar = 0,$$

где

$$K(s) = \frac{\gamma\lambda}{\hbar(s+\gamma)},$$

Здесь мы увеличили в 2 раза реальную часть $K(s)$ и пренебрегли мнимым членом, пропорциональным $\ln(s^2/\gamma^2)$. Данное приближение хорошо работает в пределе слабой связи. Надо отметить, что мнимая часть $K(s)$ не приводит к сингулярности при $s = 0$, поскольку $s \ln(s) \to 0$ при $s \to 0$. Учет этого члена при нахождении корней приводит к поправкам следующего порядка по λ и к появлению новых корней, влияние которых на динамику системы предполагается малым. В пределе больших γ диссипативное ядро $K(t)$ без приближений сводится к привычной форме [41]

$$K(t) = \frac{\lambda}{\hbar}\delta(t) - \frac{i\lambda}{\hbar\pi}P(\frac{1}{t}).$$

Аналогично как в предыдущих случаях получаем коэффициенты трения по координате и импульсу

$$\lambda_q(t) = \lambda_p = -\frac{\dot{A}_t A_t + (\mu\omega)^2 \dot{B}_t B_t}{A_t^2 + (\mu\omega)^2 B_t^2},$$

приведенный массовый параметр

$$\frac{1}{m(t)} = -\frac{\dot{B}_t A_t - \dot{A}_t B_t}{A_t^2 + (\mu\omega)^2 B_t^2},$$

коэффициент жесткости

$$\xi(t) = (\mu\omega)^2 \frac{\dot{B}_t A_t - \dot{A}_t B_t}{A_t^2 + (\mu\omega)^2 B_t^2},$$

коэффициенты диффузии по координате

$$D_{qq}(t) = \lambda_q(t) J_{q_t q_t} + \frac{1}{2}\frac{dJ_{q_t q_t}}{dt},$$

По импульсу

$$D_{qq}(t) = \lambda_q(t) J_{q_t q_t} + \frac{1}{2}\frac{dJ_{q_t q_t}}{dt},$$

и смешанный коэффициент диффузии по координате-импульсу

$$D_{qp}(t) = 0.$$

В выражении (50)

$$J_{q_t q_t}(t) = \frac{\hbar\lambda\gamma^2}{2\pi\mu\omega}\sum_{ij} d\omega_0 \frac{\omega_0[2n_{\omega_0}+1]\Psi_{ij}(t)}{(\gamma^2+\omega_0^2)(s_i+i\omega_0)(s_j^*-i\omega_0)},$$

где

$$\Psi_{ij}(t) = C_t^i C_t^{j^*} + C_0^i C_0^{j^*} - C_t^i C_t^{j^*} e^{i\omega_v t} - C_0^i C_0^{j^*} e^{-i\omega_v t}$$

при t → ∞

$$D_{qq}(\infty) = \frac{1}{(\mu\omega)^2} D_{pp}(\infty) = \lambda_q(\infty)\sigma_{qq}(\infty),$$
$$D_{qq}(\infty) = 0.$$

Эти диффузионные коэффициенты могут быть получены также из (2.29) предполагая, что асимптотические состояния имеют распределение Гиббса [75].

$$\hat{\rho} = \frac{\exp[\frac{-H}{T}]}{Tr(\exp[\frac{-\tilde{H}_c}{T}])}$$

Если $\mathrm{Re}(s_1) > \mathrm{Re}(s_2)$, тогда $\lambda_q(\infty) = -\frac{1}{2}(s_2 + s_2^*)$, $\frac{1}{m(\infty)} = \frac{\xi(\infty)}{(\mu\omega)^2} = \frac{|\mathrm{Im}(s_2)|}{\mu\omega}$, и легко получить асимптотические дисперсии по координате:

$$\sigma_{qq}(\infty) = -\frac{\lambda\gamma^2 T}{\hbar^2\omega\mu}[\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{s_1}{(s_1 - x_n)(s_1 + s_1^*)(s_1 - s_2)(s_1 + s_2^*)} - \frac{s_2}{(s_2 - x_n)(s_2 + s_2^*)(s_2 - s_1)(s_2 + s_1^*)} + h.c) -$$

$$- \frac{s_1 + s_1^* + s_2 + s_2^*}{(s_1 + s_1^*)(s_2 + s_2^*)(s_1 + s_2^*)(s_2 + s_1^*)}] \tag{3.45}$$

где $x_n = 2\pi nT/\hbar$. При больших температурах ($T \to \infty$) получаем

$$\sigma_{qq}(\infty) = -\frac{\lambda\gamma^2 T}{\hbar^2\omega\mu} \frac{s_1 + s_1^* + s_2 + s_2^*}{(s_1 + s_1^*)(s_2 + s_2^*)(s_1 + s_2^*)(s_2 + s_1^*)} \tag{3.46}$$

В пределе слабой связи $\lambda \ll 1$, уравнения (3.45) и (3.46) сводятся к известным формулам

$\sigma_{qq}(\infty) = \dfrac{T}{\mu\omega^2}$ и $\sigma_{qq}(\infty) = \dfrac{\hbar}{2\mu\omega}$ соответственно.

Поскольку $\lambda_q \neq 0$ и $D_{qq} \neq 0$, уравнение для приведенной матрицы плотности (или уравнение для функции распределения вероятностей Вигнера) имеет структуру уравнения Линдблада. Если матрица плотности положительна в начальный момент времени, то она остается положительной в любой момент времени, если даже использовать асимптотические значения коэффициентов диффузии и трения по координате и импульсу в мастер - уравнении. Симметризованная корреляционная функция по координате имеет следующую структуру

$$\sigma_{q_t q_{t'}} = A_t A_{t'} \sigma_{q_0 q_0} + B_t B_{t'} \sigma_{p_0 p_0} + \frac{\lambda\gamma^2\hbar}{4\pi\omega\mu}[\sum_{ij} \int_0^{\infty} d\omega_0 \frac{\omega_0[2n_{\omega_0} + 1][\psi_{ij}(t,t') + \psi_{ji}^*(t,t')]}{[\gamma^2 + \omega_0^2][s_i + i\omega_0][s_j^* - i\omega_0]}, \tag{3.47}$$

где

$$\psi_{ij}(t,t') = C_t^i C_{t'}^{j^*} + C_0^i C_0^{j^*} e^{i\omega_\nu[t-t']} - C_0^i C_0^{j^*} e^{i\omega_\nu t'} - C_0^i C_0^{j^*} e^{-i\omega_\nu t'},$$

В пределах низких и высоких температур, асимптотическая ($t \gg t' > 0$)

симметризованная корреляционная функция

$$\sigma_{q_t q_{t'}} = \frac{\lambda\gamma^2}{2\pi\hbar\omega\mu}\int_0^\infty d\omega_0 \frac{\omega_0[2n_{\omega_0}+1]\cos(\omega_0[t-t'])}{[s_i+i\omega_0]^2[s_2+i\omega_0]^2}, \tag{3.48}$$

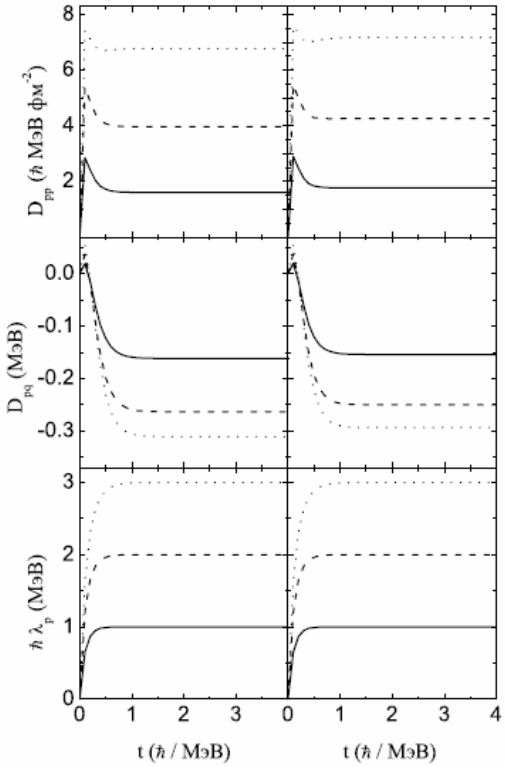
имеет степенную зависимость от ($t - t'$):

$$\sigma^{as}_{q_t q_{t'}}(T\to 0) \approx \frac{-\lambda\hbar}{2\pi\omega^3\mu}\frac{1}{(t-t')^2} \tag{3.88}$$

$$\sigma^{as}_{q_t q_{t'}}(T\to\infty) \approx \frac{-2\lambda T}{\pi\omega^4\mu}\frac{1}{(t-t')^2} \tag{3.89}$$

Это связано с чисто квантовой природой взаимодействия между осциллятором и термостатом: каждый акт взаимодействия заключается в уничтожении кванта в одной подсистеме и рождении кванта в другой. Заметим, что (3.88) и (3.89)не зависят от γ.

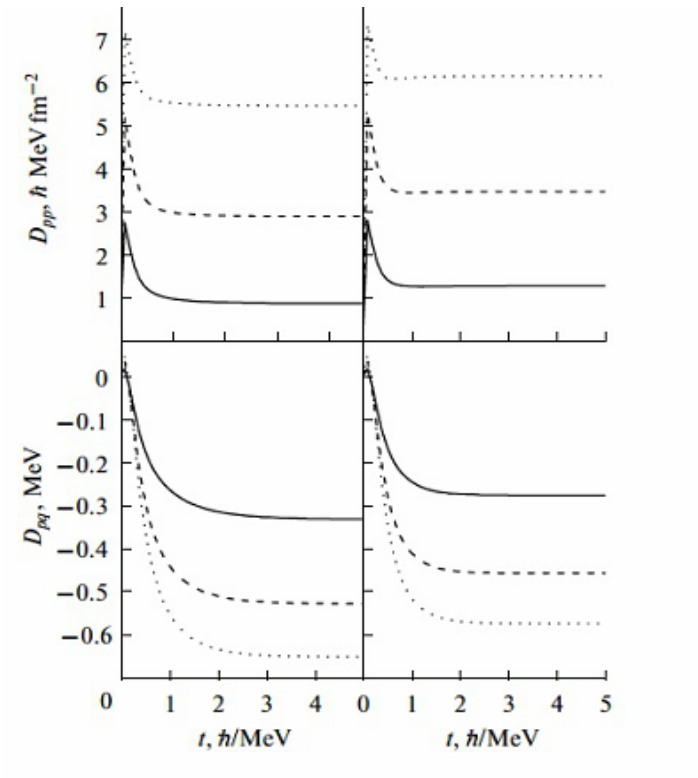
На рис. 1, 2 показаны зависимости от времени микроскопических коэффициентов трения и диффузии для перевернутого и гармонического осцилляторов, имеющих одинаковые частоты и массы.



Расчеты для асимптотических значений коэффициента трения $\hbar\lambda_p$=1.0, 2.0, и3.0МэВ показаны соответственно сплошной, штриховой и пунктирной линиями.
Рис. 1. Рассчитанные зависимости от времени микроскопических коэффициентов диффузии и трения для перевернутого (левая часть) и гармонического (правая часть) осцилляторов (μ=50m_0 и $\hbar\omega$ =1МэВ) при T=1МэВ

В начальный момент времени значения D_{pp} и D_{qp} равны нулю. Через короткое переходное время $\tau \sim 1/\gamma$ коэффициенты достигают своих асимптотических значений. Переходное время слабо растет с ростом λ_p. Смешанный коэффициент диффузии возникает из-за немарковости динамики, в марковском пределе ($\gamma \to \infty$) он исчезает.

При высоких (T=1 МэВ) температурах асимптотические значения диффузионных коэффициентов D_{pp}, (D_{qp}) для гармонического и перевернутого осцилляторов почти совпадают с точностью до 6–11 % (5 %). Различие увеличивается с понижением температуры. При низких температурах (T=0,3 МэВ) значение $D_{pp}(\infty)$ ($D_{pq}(\infty)$) для гармонического осциллятора ($\hbar\omega$=1 МэВ) больше на 45 % (17 %), 20% (13 %) и 13 % (12 %), чем для перевернутого осциллятора ($\hbar\omega$=1 МэВ) соответственно при $\hbar\lambda_p$=1.0, 2.0 и 3.0 МэВ.



Расчеты для асимптотических значений коэффициента трения $\hbar\lambda_p$=1.0, 2.0, и3.0МэВ показаны соответственно сплошной, штриховой и пунктирной линиями.

Рис. 2.Рассчитанные зависимости от времени микроскопических коэффициентов диффузии и трения для перевернутого (левая часть) и гармонического (правая часть) осцилляторов (μ=50m_0 и $\hbar\omega$ =1 МэВ) приT=0.3 МэВ.

§6.Немарковская система уравнений Ланжевена для двухуровневых диссипативных систем

Модель двухуровневых систем является часто применяемой для решения многих задач физики, химии, биологии, связанные с проблемой квантового туннелирования с диссипацией. Согласно этой модели, квантовая частица или группа частиц могут находиться в двух потенциальных ямах, разделенных барьером. В общем случае ямы несимметричны и энергии их минимумов отличаются на ε. Частица или группа частиц могут туннелировать из одной ямы в другую, что определяется матричным элементом Δ в гамильтониане. В работе [10] эта проблема исследовалась в Марковском пределе слабой связи системы с термостатом. В

данном параграфе в немарковском приближении получена система нелинейных стохастических уравнений для двухуровневых атомов, взаимодействующих с квантовым термостатом и найдены их аналитические решения.

Рассмотрим взаимодействие одиночного двухуровневого атома с многомодовым полем. Взаимодействие многомодового квантового поля частоты ω_ν с одиночным двухуровневым атомом в приближении вращающейся волны (ПВВ) описывается гамильтонианом[10]:

$$H = H_0 + H_{cb} \tag{3.90}$$

где

$$H_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega\sigma_z + \sum_\nu \hbar\omega_\nu b_\nu^+ b_\nu \tag{3.91}$$

$$H_{cb} = \lambda^{1/2}\sum_\nu (\Gamma_\nu \sigma_+ b_\nu + \Gamma_\nu^* b_\nu^+ \sigma_-) \tag{3.92}$$

Здесь b_ν^+ и b_ν операторы рождения и уничтожения фотонов. В матричном виде σ_+, σ_- и σ_z записываются следующим образом:

$$\sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{3.93}$$

Эти матрицы удовлетворяют алгебре спина ½ для матриц Паули, т.е.

$$[\sigma_-, \sigma_+] = -\sigma_z \tag{3.94}$$

$$[\sigma_-, \sigma_z] = 2\sigma_- \tag{3.95}$$

В выражении (3.92) член $b_\nu^+\sigma_-$ - описывает процесс, в котором атом переводится из возбужденного состояния в нижнее состояние и излучается фотон моды ν. Член $\sigma_+ b_\nu$ - описывает противоположный процесс.

Используя гамильтониан (3.90), получаем систему квантовых связанных уравнений Гейзенберга для операторов, относящихся атому и полю:

$$\dot{\sigma}_z(t) = \frac{2i\lambda^{1/2}}{\hbar}\sum_{\nu}(\Gamma_\nu^* b_\nu^+ \sigma_- - \Gamma_\nu b_\nu \sigma_+) \tag{3.96}$$

$$\dot{\sigma}_+(t) = i\omega\sigma_+(t) - \frac{i\lambda^{1/2}}{\hbar}\sum_{\nu}\Gamma_\nu^* b_\nu^+ \sigma_z \tag{3.97}$$

$$\dot{\sigma}_-(t) = -i\omega\sigma_-(t) + \frac{i\lambda^{1/2}}{\hbar}\sum_{\nu}\Gamma_\nu \sigma_z b_\nu \tag{3.98}$$

$$\dot{b}_\nu(t) = -i\omega_\nu b_\nu(t) - \frac{i\lambda^{1/2}}{\hbar}\Gamma_\nu^* \sigma_-(t)$$

$$\dot{b}_\nu^+(t) = i\omega_\nu b_\nu(t) + \frac{i\lambda^{1/2}}{\hbar}\Gamma_\nu \sigma_+(t) \tag{3.99}$$

Здесь $\frac{\lambda^{1/2}}{\hbar}\Gamma_\nu$ и $\frac{\lambda^{1/2}}{\hbar}\Gamma_\nu^*$ - константы связи атома с излучением. Для того, чтобы получить несвязанные интегро-дифференциальные уравнения по $\sigma_+(t)$ и $\sigma_-(t)$, используем решения следующих уравнений

$$\frac{d}{dt}(b_\nu^+\sigma_z) = i\omega_\nu(b_\nu^+\sigma_z) + \frac{i\lambda^{1/2}}{\hbar}\Gamma_\nu(\sigma_+\sigma_z) + b_\nu^+\dot{\sigma}_z$$

$$\frac{d}{dt}(\sigma_z b_\nu) = -i\omega_\nu(\sigma_z b_\nu) - \frac{i\lambda^{1/2}}{\hbar}\Gamma_\nu^*(\sigma_z\sigma_-) + \dot{\sigma}_z b_\nu \ , \tag{3.100}$$

подставляя решения уравнений (3.100)

$$b_\nu^+\sigma_z = b_\nu^+(0)\sigma_z(0)e^{i\omega_\nu t} - \frac{i\lambda^{1/2}}{\hbar}\Gamma_\nu\int_0^t d\tau e^{i\omega_\nu(t-\tau)}\sigma_+(\tau) + \int_0^t d\tau e^{i\omega_\nu(t-\tau)} b_\nu^+(\tau)\dot{\sigma}_z(\tau)$$

$$\sigma_z b_\nu^+ = -\sigma_z(0) b_\nu^+(0) e^{-i\omega_\nu t} + \frac{i\lambda^{1/2}}{\hbar} \Gamma_\nu \int_0^t d\tau e^{-i\omega_\nu (t-\tau)} \sigma_-(\tau) + \int_0^t d\tau e^{-i\omega_\nu (t-\tau)} \dot{\sigma}_z(\tau) b_\nu(\tau),$$

в уравнения (3.97) - (3.98) и сохраняя члены пропорциональные $|\Gamma_\nu|^2$, получаем интегро-дифференциальные несвязанные уравнения для $\sigma_+(t)$ и $\sigma_-(t)$:

$$\dot{\sigma}_-(t) = -i\delta(\omega)\sigma_-(t) + iF^-(t) - i\hbar \int_0^t d\tau K^-(t-\tau)\dot{\sigma}_-(\tau)$$

$$\dot{\sigma}_+(t) = i\delta(\omega)\sigma_+(t) - iF^+(t) + i\hbar \int_0^t d\tau K^+(t-\tau)\dot{\sigma}_+(\tau) \quad , \qquad (3.101)$$

где $\delta(\omega) = \omega - \lambda \sum_\nu |\Gamma_\nu|^2 \frac{(2n_\nu + 1)}{\hbar^2 \omega_\nu}$

$$K^\pm(t-\tau) = \frac{\lambda}{\hbar^2} \sum_\nu |\Gamma_\nu|^2 \frac{(2n_\nu + 1)}{\hbar\omega_\nu} e^{\pm i\omega_\nu (t-\tau)} \qquad (3.102)$$

$$n_\nu = b_\nu^+ b_\nu$$

операторы

$$F^-(t) = \frac{\lambda^{1/2}}{\hbar} \sum_\nu \Gamma_\nu e^{-i\omega_\nu t} [b_\nu(0)\sigma_z(0) - \frac{\lambda^{1/2}\Gamma_\nu^*}{\hbar\omega_\nu} \sigma_-(0)(2n_\nu + 1)]$$

$$F^+(t) = \frac{\lambda^{1/2}}{\hbar} \sum_\nu \Gamma_\nu^* e^{+i\omega_\nu t} [\sigma_z(0) b_\nu^+(0) - \frac{\lambda^{1/2}\Gamma_\nu}{\hbar\omega_\nu} \sigma_+(0)(2n_\nu + 1)] \qquad (3.103)$$

в (3.101) являются операторами шума и обладают следующими свойствами:

$$< F^\pm(t) >= 0$$

$$< F^{+}(\tau)F^{-}(t) >= \frac{\lambda}{\hbar^2}\sum_{\nu}\left|\Gamma_{\nu}\right|^2 n_{\nu} e^{i\omega_{\nu}(t-\tau)}$$

$$< F^{-}(t)F^{+}(\tau) >= \frac{\lambda}{\hbar^2}\sum_{\nu}\left|\Gamma_{\nu}\right|^2 (1+n_{\nu}) e^{-i\omega_{\nu}(t-\tau)} \qquad (3.104)$$

С помощью преобразования Лапласа, решаем уравнения (3.101) и получаем следующие решения:

$$\sigma_{-}(t) = A(t)\sigma_{-}(0) + i\int_0^t d\tau B(\tau)F^{-}(t-\tau)$$

$$\sigma_{+}(t) = A^{*}(t)\sigma_{+}(0) - i\int_0^t d\tau B^{*}(\tau)F^{+}(t-\tau) \ , \qquad (3.105)$$

где

$$A(t) = L^{-1}\left[\frac{1+iK^{-}(s)}{s[1+iK^{-}(s)]+i\delta(\omega)}\right]$$

$$A^{*}(t) = L^{-1}\left[\frac{1-iK^{-}(s)}{s[1-iK^{-}(s)]-i\delta(\omega)}\right]$$

$$B(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{s[1+iK^{-}(s)]+i\delta(\omega)}\right]$$

$$B^{*}(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{s[1-iK^{-}(s)]-i\delta(\omega)}\right]$$

Используя статистические свойства (3.104) операторов шума, получаем следующие соотношения для симметризованных корреляционных функций:

$$\Phi_{\nu}^{\pm}(t-\tau) =< F_{\nu}^{\pm}(t)F_{\nu}^{\mp}(\tau) + F_{\nu}^{\mp}(\tau)F_{\nu}^{\pm}(t) >$$

$$\Phi_\nu^+(t-\tau) =< F_\nu^+(t)F_\nu^-(\tau) + F_\nu^-(\tau)F_\nu^+(t) >= \frac{\lambda}{\hbar^2}\sum_\nu \left|\Gamma_\nu\right|^2 (2n_\nu + 1)e^{i\omega_\nu(t-\tau)}$$

$$\Phi_\nu^-(t-\tau) =< F_\nu^-(t)F_\nu^+(\tau) + F_\nu^+(\tau)F_\nu^-(t) >= \frac{\lambda}{\hbar^2}\sum_\nu \left|\Gamma_\nu\right|^2 (2n_\nu + 1)e^{-i\omega_\nu(t-\tau)} \qquad (3.106)$$

Учитывая, что $2n_\nu + 1 = cth[\frac{\hbar\omega_\nu}{2T}]$ из (3.106), получаем квантовые флуктуационно-диссипативные соотношения

$$\sum_\nu \Phi_\nu^\pm(t-\tau)\frac{th[\hbar\omega_\nu/2T]}{\hbar\omega_\nu} = \frac{\lambda}{\hbar^2}\sum_\nu (2n_\nu + 1)\frac{\left|\Gamma_\nu\right|^2}{\hbar\omega_\nu}e^{\pm i\omega_\nu(t-\tau)} \qquad (3.107)$$

Выполнение флуктуационно-диссипативных соотношений означает, что диссипативные ядра $K^\pm(t-\tau)$ в немарковских динамических уравнениях движения (3.101) определены правильно.

В пределе низких температур ($T \to 0$) уравнения (3.101) совпадает с уравнениями затухающего квантового осциллятора в приближении вращающей волны (ПВВ). Решения, которого имеет следующий вид:

$$\sigma_-(t) = \frac{1}{(s_1 - s_2)}\left(\sigma_-(0)[A_1(t) - A_2(t)] + i[B_1(t) - B_2(t)]\right) \qquad (3.108)$$

$$\sigma_+(t) = \frac{1}{(s_1^* - s_2^*)}\left(\sigma_+(0)[A_1^*(t) - A_2^*(t)] - i[B_1^*(t) - B_2^*(t)]\right) \qquad (3.109)$$

где

$$A_1(t) = [s_1 + \gamma + i\frac{\lambda\gamma}{2} + \frac{\lambda\gamma^2}{2\pi(s_1 - \gamma)}\ln\frac{s_1^2}{\gamma^2}]e^{s_1 t}$$

$$A_2(t) = [s_2 + \gamma + i\frac{\lambda\gamma}{2} + \frac{\lambda\gamma^2}{2\pi(s_2 - \gamma)}\ln\frac{s_2^2}{\gamma^2}]e^{s_2 t}$$

$$A_1^*(t) = [s_1^* + \gamma + i\frac{\lambda\gamma}{2} + \frac{\lambda\gamma^2}{2\pi(s_1^* - \gamma)}\ln\frac{(s_1^*)^2}{\gamma^2}]e^{s_1^* t}$$

$$A_2^*(t) = [s_2^* + \gamma + i\frac{\lambda\gamma}{2} + \frac{\lambda\gamma^2}{2\pi(s_2^* - \gamma)}\ln\frac{(s_2^*)^2}{\gamma^2}]e^{s_2^* t}$$

$$B_1(t)=(s_1+\gamma)\int_0^t d\tau e^{s_1\tau}F^-(t-\tau) \qquad B_2(t)=(s_2+\gamma)\int_0^t d\tau e^{s_2\tau}F^-(t-\tau)$$

$$B_1^*(t)=(s_1^*+\gamma)\int_0^t d\tau e^{s_1^*\tau}F^+(t-\tau) \qquad B_2^*(t)=(s_2^*+\gamma)\int_0^t d\tau e^{s_2^*\tau}F^+(t-\tau) \qquad (3.110)$$

В линейном приближении по λ

$$s_1=-\gamma+i\frac{\lambda\gamma}{2}, \qquad s_2=-\lambda\delta(\omega)-i\delta(\omega)$$

Учитывая, что $\sigma_z(t)=2\sigma_+(t)\sigma_-(t)-1$ с помощью (3.108) –(3.109) напишем решение для $\sigma_z(t)$:

$$\sigma_z(t)=[A^*(t)A(t)\sigma_+(0)\sigma_-(0)+iA^*(t)\sigma_+(0)\int_0^t d\tau B(\tau)F^-(t-\tau)-$$
$$-iA(t)\sigma_-(0)\int_0^t d\tau B^*(\tau)F^+(t-\tau)+\int_0^t d\tau\int_0^t d\tau' B^*(\tau)B(\tau')F^+(t-\tau)F^-(t-\tau')]-1 \qquad (3.111)$$

Выражения (3.108)-(3.111) дают полное решение задачи взаимодействия двухуровневого атома с многомодовым полем в пределе низких температур. Выражение для инверсии населенности можно получить из (3.108). Для этого усредним (3.111) по состоянию термостата и с учетом (3.104) получаем для $<\sigma_z(t)>$

$$W(t)=<\sigma_z(t)>=2[A^*(t)A(t)<\sigma_+(0)\sigma_-(0)>+$$
$$+\frac{2\lambda}{\hbar^2}\sum_\nu|\Gamma_\nu|^2 n_\nu\int_0^t d\tau\int_0^t d\tau' B^*(\tau)B(\tau')e^{i\omega_\nu(\tau'-\tau)}]-1 \qquad (3.112)$$

В пределе больших температур диссипативные ядра уравнений (3.101) станут более сложными и являются функцией температуры.

Выводы

В этой главе рассмотрены квантовые гамильтонианы для линейных осцилляторов с разными линейными связами с квантовым термостатом.

Получена и решена система стохастических уравнений для затухающего гармонического (перевернутого) осцилляторов в пределах линейной (ПС) связи между осциллятором и термостатом в приближении

(ПВВ) и уравнений для двухуровневых диссипативных систем. Проверено удовлетворение уравнений движения для коллективной подсистемы квантовым флуктуационно-диссипативным соотношениям.

При низких температурах линейные (ПС)- (ПВВ) осцилляторы тоже имеют степенной закон распада корреляционных функций в пределе больших времен. Это связано с чисто квантовой природой взаимодействия между осциллятором и термостатом: каждый акт взаимодействия заключается в уничтожении кванта в одной подсистеме и рождении кванта в другой.

ГЛАВА IV

НЕМАРКОВСКАЯ ДИНАМИКА КВАНТОВЫХ СИСТЕМ С ФЕРМИОННОЙ ВНУТРЕННЕЙ ПОДСИСТЕМОЙ И НЕСТАЦИОНОРНОЙ СВЯЗЬЮ

При решении некоторых задач квантовой теории поля, квантовой теории твердого тела и ядерной физики возникает рассмотреть термостат как подсистему, состоящую из множеств осцилляторов подчиняющих статистике Ферми-Дирака, также учет не стационарности связи между взаимодействующих систем. В данной главе рассмотрим следующие задачи: установим подходящий квантовый гамильтониан системы для описания динамики открытых квантовых систем с внутренней подсистемой подчиняющийся статистики Ферми-Дирака и получим системы квантовые стохастические уравнения для коллективных координат. Покажем, что эти уравнения удовлетворяют квантовые ФДС. С помощью аналитические решения уравнений Ланжевена найдем нестационарные коэффициенты переноса. Рассмотрим решения уравнений для осциллятора с нестационарной связью с термостатом и определим нестационарные коэффициенты переноса зависящих от частоты изменения связи.

§ 1. Гамильтониан и квантовые стохастические уравнения движения

В данном параграфе, рассмотрим случай, когда внутренняя подсистема, подчиняется статистике Ферми-Дирака[3]. Это особенно важно

[3] В данной главе использованы следующие работы: 1.Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum non-Markovian Langevin formalism for heavy ion reaction near the Coulomb barrier// Physical Review C 2008. –vol. 77.–pp.024607; 2. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum non-Markovian Langevin equations and transport coefficients for an inverted oscillator// Theoretical and Mathematical Physics 2008. –vol. 156, –pp.1331-1346.; 3. Sargsyan V.V., Zubov A.S., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V.: Quantum mechanical description of initial stage of fusion reactions// Physics of Atomic Nuclei 2009.–vol. 72. –pp.425–438.; 4.V.V. Sargsyan, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Capture process in nuclear reactions with a quantum master equation// Physical Review C 2009. –vol. 80. –pp.034606.; 5.B. B.

при описании динамики низкоэнергетических ядерных реакций с тяжелыми ионами. Для простоты рассмотрим динамику коллективной координаты R и P – относительного расстояния и сопряженного импульса взаимодействующих ядер. В этом случае удобно записать гамильтониан H полной системы в виде [3,55,79,80,81]

$$H = H_{rel} + H_{in} + H_{\text{int}} \tag{4.1}$$

где H_{rel}, H_{in}, и H_{int} члены описывают соответственно коллективную подсистему, внутренней подсистемы (внутренних нуклонных степеней свободы), связь между взаимодействующих подсистем. Коллективный гамильтониан

$$H_{rel} = \frac{P^2}{2\mu} + U(R) \tag{4.2}$$

относительного движения представляет сумму кинетической энергии и потенциальной энергией взаимодействия $U(R)$ сталкивающихся ядер. Здесь, P – сопряженный импульс, и μ – приведенная масса. Одночастичный гамильтониан можно записать в виде

$$H_{in} = \sum_i \varepsilon_i a_i^+ a_i \tag{4.3}$$

где ε_i –энергии невозмущенных одночастичных состояний “i” бомбардирующего ядра и мишени. Внутренние нуклонные степени свободы выражаются через нуклонные операторы рождения a_i^+ и уничтожения a_i. Гамильтониан взаимодействия

$$H_{\text{int}} = \sum_{i,k} V_{ik}(R,P) a_i^+ a_k \tag{4.4}$$

связаны с частично-дырочными переходами между одночастичными уровнями в одном из ядер под влиянием среднего поля другого ядра и

Саргсян, З. Каноков, Г. Г. Адамян, Н. В. Антоненко, Квантовые статистические эффекты в ядерных реакциях, делении и открытых квантовых системах// Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2010, -том 41. Вып.2.-С.297-388. 6.З.Каноков, Р.Х.Утамуратов, Д.Б.Элмуратова. Уравнение Ланжевена для многофермионной диссипативной системы//Узбекский физический журнал, 2002. №4. стр.75-79.

переходами нуклонов между ядрами из-за влияния среднего поля связанной ядерной системы. Динамику эволюции связанной ядерной системы можно проследить, решая уравнение движения для одночастичных степеней свободы

$$n_i(t) = n_{ii}(t) = a_i^+(t)a_i(t) \quad \text{и} \quad n_{ik}(t) = a_i^+(t)a_k(t)$$

$$i\hbar\frac{dn_i(t)}{dt} = [H, n_i(t)] = \sum_k [V_{ki}(R(t), P(t))n_{ki}(t) - V_{ik}(R(t), P(t))n_{ik}(t)]$$

$$i\hbar\frac{dn_{ik}(t)}{dt} = [H, n_{ik}(t)] = \hbar\omega_{ik}n_{ik}(t) + V_{ki}(R(t), P(t))[n_k(t) - n_i(t)] \qquad (4.5)$$

где $\omega_{ik} = \frac{(\varepsilon_i - \varepsilon_k)}{\hbar}$. В выражении (4.5) мы сделали следующее упрощение (приближение случайных фаз)

$$V_{k'i}n_{k'k}(t) - \sum_{i'} V_{ki'}n_{ii'}(t) \approx V_{ki}[n_k(t) - n_i(t)]$$

Подставляя формальное решение

$$n_{ik}(t) = e^{i\omega_{ki}(t-t_0)}n_{ik}(t_0) + \frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^{t} dt' e^{i\omega_{ki}(t-t')}V_{ki}(R(t'), P(t'))[n_k(t') - n_i(t')] \qquad (4.6)$$

уравнения (4.5) в (4.4), получаем уравнение для динамических чисел заполнения $n_i(t)$:

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = \frac{1}{\hbar^2}\sum_k \int_{t_0}^{t} dt' Re[\{V_{ki}(R(t), P(t)), V_{ik}(R(t'), P(t'))(n_k(t') - n_i(t'))\}_+ e^{i\omega_{ik}(t-t')}] \qquad (4.7)$$

Здесь, $\{C_1, C_2\}_+ = C_1C_2 + C_2C_1$ и t_0 – начальное время процесса. Следуя приближению случайных фаз, в уравнении (4.7) можно пренебречь членом

$$\frac{2}{\hbar}\sum_k \mathrm{Im}[V_{ki}(R(t), P(t))n_{ki}(t_0)e^{i\omega_{ik}(t-t_0)}]$$

Уравнение (4.7) по своей структуре напоминает мастер-уравнение, но в отличие от последнего включает эффект памяти благодаря интегралу по t'. Процесс интенсивного возбуждения нуклонов затрагивает большое количество одночастичных состояний. Поэтому числа заполнения $n_i(t)$ уровней изменяются достаточно медленно. Отметим, что ядро интегро-дифференциального уравнения (4.7) имеет максимум при $t = t'$.

Система гайзенберговских уравнений движения для коллективных переменных R и P имеет следующий вид:

$$\frac{dR(t)}{dt}=\frac{i}{\hbar}[H,R(t)]=\frac{P(t)}{\mu}+\sum_{ik}\frac{dV_{ik}(R(t),P(t))}{dP(t)}n_{ik}(t)$$

$$\frac{dP(t)}{dt}=\frac{i}{\hbar}[H,P(t)]=-\frac{dU(R(t))}{dR(t)}-\sum_{ik}\frac{dV_{ik}(R(t),P(t))}{dP(t)}n_{ik}(t) \qquad (4.8)$$

После подстановки (4.6) в уравнения (4.8), получаем систему нелинейных интегро-дифференциальных стохастических диссипативных уравнений[3]:

$$\frac{dR(t)}{dt}=\frac{P(t)}{\tilde{\mu}}+\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}dt'\{K_{PR}(t,t'),\dot{R}(t')\}_{+}+\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}dt'\{K_{PP}(t,t'),\dot{P}(t')\}_{+}+F_R(t),$$

$$\frac{dP(t)}{dt}=-\frac{\partial U(R(t))}{\partial R(t)}-\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}dt'\{K_{RR}(t,t'),\dot{R}(t')\}_{+}-\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}dt'\{K_{RP}(t,t'),\dot{P}(t')\}_{+}-F_P(t) \qquad (4.9)$$

Здесь,

$$\frac{P(t)}{\tilde{\mu}}=\frac{P(t)}{\mu}-\frac{1}{2}\sum_{ik}\frac{n_k(t)-n_i(t)}{\hbar\omega_{ik}}\frac{\partial\left|V_{ik}(R(t),P(t))\right|^2}{\partial P(t)}$$

и

$$\tilde{U}(R(t))=U(R(t))-\frac{1}{2}\sum_{ik}\frac{n_k(t)-n_i(t)}{\hbar\omega_{ik}}\left|V_{ik}(R(t),P(t))\right|^2$$

где $\tilde{\mu}$ и $\tilde{U}-$ перенормированный приведенный массовый параметр и потенциальная энергия соответственно. Диссипативные ядра[3]

$$K_{PR}(t,t')=\sum_{ik}\frac{1}{2\hbar\omega_{ik}}\mathrm{Re}\left[\{\frac{\partial V_{ik}(R(t),P(t))}{\partial P(t)},\frac{\partial V_{ki}(R(t'),P(t'))}{\partial R(t')}[n_k(t')-n_i(t')]\}_{+}e^{i\omega_{ki}(t-t')}\right]$$

$$K_{RP}(t,t')=\sum_{ik}\frac{1}{2\hbar\omega_{ik}}\mathrm{Re}\left[\{\frac{\partial V_{ik}(R(t),P(t))}{\partial R(t)},\frac{\partial V_{ki}(R(t'),P(t'))}{\partial P(t')}[n_k(t')-n_i(t')]\}_{+}e^{i\omega_{ki}(t-t')}\right]$$

$$K_{RR}(t,t')=\sum_{ik}\frac{1}{2\hbar\omega_{ik}}\mathrm{Re}\left[\{\frac{\partial V_{ik}(R(t),P(t))}{\partial R(t)},\frac{\partial V_{ki}(R(t'),P(t'))}{\partial R(t')}[n_k(t')-n_i(t')]\}_{+}e^{i\omega_{ki}(t-t')}\right]$$

(4.10)

в (4.10) содержат числа заполнения и поэтому в квазиравновесном состоянии системы зависят от температуры. Уравнения (4.9) содержат также операторы случайных сил по координате

$$F_R(t)=\sum_{ik}\frac{\partial V_{ik}(R(t),P(t))}{\partial P(t)}n_{ik}(t_0)e^{i\omega_{ki}(t-t_0)}=\sum_{ik}F_R^{ik}(t) \qquad (4.11)$$

и по импульсу

$$F_P(t)=\sum_{ik}\frac{\partial V_{ik}(R(t),P(t))}{\partial R(t)}n_{ik}(t_0)e^{i\omega_{ki}(t-t_0)}=\sum_{ik}F_P^{ik}(t) \qquad (4.12)$$

Как и в случае бозонной внутренней подсистемы, будем отождествлять операторы $F^{ik}{}_R(t)$ и $F^{ik}{}_P(t)$ со случайными флуктуациями из-за неопределенности начальных условий для внутренней подсистемы. Случайные силы удовлетворяют следующим статистическим свойствам[3]:

$$<< n_{ik} >>=<< F_R^{ik}(t) >>=<< F_P^{ik}(t) >><< F_P(t) >><< F_R(t) >>= 0 \qquad (4.13)$$

$$<< F_R(t)F_R(t') >>\neq 0\,;<< F_R(t)F_P(t') >>\neq 0\,;<< F_P(t)F_P(t') >>\neq 0\,,\ << F_P(t)F_R(t') >>\neq 0\,;$$

$$<< n_{ik}(t_0)n_{i'k'}(t_0) >>= \delta_{ik'}\delta_{ki'}\tilde{n}_i(t_0)(1-\overline{n}_i(t_0))\,, \qquad (4.14)$$

где $\overline{n}=<< n_i >>$. Случайные силы также удовлетворяют флуктуационно-диссипативнным соотношениям[3]:

$$\sum_{ik}\varphi_{RR}^{ik}(t,t')\frac{1}{\hbar\omega_{ik}}\frac{\overline{n}_k(t')-\overline{n}_i(t')}{\overline{n}_i(t_0)[1-\overline{n}_k(t_0)]+\overline{n}_k(t_0)[1-\overline{n}_i(t_0)]}=<< K_{RR}(t,t') >>$$

$$\sum_{ik}\varphi_{PR}^{ik}(t,t')\frac{1}{\hbar\omega_{ik}}\frac{\overline{n}_k(t')-\overline{n}_i(t')}{\overline{n}_i(t_0)[1-\overline{n}_k(t_0)]+\overline{n}_k(t_0)[1-\overline{n}_i(t_0)]}=<< K_{PR}(t,t') >>$$

$$\sum_{ik}\varphi_{RP}^{ik}(t,t')\frac{1}{\hbar\omega_{ik}}\frac{\overline{n}_k(t')-\overline{n}_i(t')}{\overline{n}_i(t_0)[1-\overline{n}_k(t_0)]+\overline{n}_k(t_0)[1-\overline{n}_i(t_0)]}=<< K_{RP}(t,t') >> \qquad (4.15)$$

где

$$\varphi_{nm}^{ik}(t,t')=\frac{1}{2}<< F_n^{ik}(t)F_m^{ki}(t')+F_m^{ki}(t')F_n^{ik}(t)+F_n^{ik}(t')F_m^{ki}(t)+F_m^{ki}(t)F_n^{ik}(t') \quad (n,m=R,P)$$

являются симметризованными корреляторами случайных сил. Выполнение (4.15) гарантирует правильность определения диссипативных и флуктуационных сил в немарковских уравнениях движения.

Поскольку коллективное движение достаточно медленное, внутренние степени свободы близки к своим локальным квазиравновесным распределениям при любых значениях коллективных координат. Тогда, аппроксимируя числа заполнения температурными фермиевскими числами

заполнения $\overline{n}_i = \dfrac{1}{(\exp[(\varepsilon_i - \varepsilon_F)/T]+1)}$ (ε_F –энергия Ферми и T – термодинамическая температура), получаем флуктуационно-диссипативнные соотношения, аналогичные соотношениям (4.15), но заменой в них при низкой температуре:

$$\frac{\overline{n}_k(t') - \overline{n}_i(t')}{\overline{n}_i(t_0)[1-\overline{n}_k(t_0)] + \overline{n}_k(t_0)[1-\overline{n}_i(t_0)]} \to th\left(\frac{\hbar\omega_{ik}}{2T}\right)$$

Эти соотношения, включающие тепловые и квантовые флуктуации, выполняются при любых значениях температуры и формально схожи с соотношениями (2.13)–(2.16) для бозонной внутренней подсистемы. Квантовые флуктуационно-диссипативнные соотношения отличаются от своих классических аналогов и переходят в них при больших температурах (или при $\hbar \to 0$). Эффективная температура переходит в термодинамическую температуру, когда тепловая энергия много больше, чем средняя энергия движения внутренней подсистемы при нулевой температуре: $\overline{\hbar\omega_{ik}} << 2T$

§2. Нестационарные квантовые коэффициенты переноса

Аппроксимируя перенормированный потенциал перевернутым или нормальным осциллятором, $\tilde{U} = \tilde{\delta} R^2/2$, и учитывая, что в (4.9) функционалы $\tilde{\mu}, \dfrac{\partial V_{ik}(R(t),P(t))}{\partial P(t)}$ и $\dfrac{\partial V_{ik}(R(t),P(t))}{\partial R(t)}$ слабо зависят от флуктуаций P и R в рассматриваемом интервале $(t–t_0) \to t$, и, заменяя P и R в этих функционалах их средними значениями, получим систему обобщенных немарковских уравнений, которые могут быть решены аналитически [3,45-49]. Применяя метод преобразований Лапласа, находим решения уравнений (4.9):

$$R(t) = A_t R(0) + B_t P(0) + \int_0^t d\tau [C_\tau F_R(t-\tau) + \tilde{C}_\tau F_P(t-\tau)],$$

$$P(t) = M_t R(0) + N_t P(0) + \int_0^t d\tau [L_\tau F_P(t-\tau) + \tilde{L}_\tau F_R(t-\tau)] \qquad (4.16)$$

где коэффициенты A_t, B_t, M_t, N_t, C_t, $\tilde{C}_t$, L_t и $\tilde{L}_t$ t, зависящие от времени, аналогичны одноименным коэффициентам в (2.10) со следующими заменами в них: $K_{GV} \to K_{PR}$, $K_{V\,G} \to K_{RP}$, $K_{V\,V} \to K_{RR}$ и $K_{GG} \to K_{PP}$. Для определения коэффициентов трения и диффузии, запишем уравнения на первые моменты и для дисперсий по координате $\sigma_{RR}(t) = < R^2(t) > - < R(t) >^2$, по импульсу $\sigma_{PP}(t) =< P^2(t) > - < P(t) >^2$ и для смешанной дисперсии $\sigma_{RR}(t) = \frac{1}{2}<P(t)R(t) + R(t)P(t)> - <P(t)><R(t)>$. Взяв производную по t в (4.16), можно получить следующие уравнения[3,45-49]:

$$< \dot{R}(t) >= -\lambda_R(t) < R(t) > + \frac{1}{m(t)} < P(t) > ,$$

$$< \dot{P}(t) >= -\xi(t) < R(t) > -\lambda_P < P(t) > ,$$

$$\dot{\sigma}_{RR}(t) = -2\lambda_R(t)\sigma_{RR}(t) + \frac{2}{m(t)}\sigma_{PR}(t) + 2D_{RR}(t) ,$$

$$\dot{\sigma}_{PP}(t) = -2\lambda_P(t)\sigma_{PP}(t) - 2\xi(t)\sigma_{PR}(t) + 2D_{PP}(t) ,$$

$$\dot{\sigma}_{PR}(t) = -[\lambda_P(t) + \lambda_R(t)]\sigma_{PR}(t) - \xi(t)\sigma_{RR}(t) + \frac{1}{m(t)}\sigma_{PP}(t) + 2D_{PR}(t) \qquad (4.17)$$

Из уравнения (4.17) видно, что динамика системы определяется нестационарными коэффициентами трения по координате $\lambda_R(t)$ и по импульсу $\lambda_P(t)$, массовым параметром $m(t)$, коэффициентом жесткости $\xi(t)$, коэффициентами диффузии по координате $D_{RR}(t)$ и по импульсу $D_{PP}(t)$, и смешанным коэффициентом диффузии $D_{PR}(t)$. Аналитический вид данных коэффициентов переноса совпадает с видом коэффициентов переноса (2.22) – (2.28) для бозонной внутренней подсистемы. В выражениях (2.22) –(2.28) необходимо сделать формальную замену $q \to R$ и $p \to P$ чтобы получить уравнения движения марковского типа (локальные по времени) для первых и вторых моментов, но с транспортными коэффициентами, зависящими явно от времени. Можно показать, что соответствующее равновесное каноническое распределение для гармонического осциллятора устанавливается в пределе больших времен.

Энергия коллективной подсистемы меняется в соответствии с уравнением [3,45-49]

$$\dot{E}(t) = -\left[2\lambda_P(t) + \frac{\dot{m}(t)}{m(t)}\right]\frac{\sigma_{PP}(t) + <P(t)>^2}{2m(t)} - [2\lambda_R(t)\xi(t) + \dot{\xi}(t)]\frac{\sigma_{RR}(t) + <R(t)>^2}{2} +$$
$$+\frac{D_{PP}(t)}{m(t)} + \xi(t)D_{RR}(t)$$

(4.18)

Из этого уравнения видно, что для гармонического осциллятора скорость диссипации растет с $\lambda_R(t)$ и $\lambda_P(t)$ и убывает с ростом $D_{PP}(t)$ и $D_{RR}(t)$. В случае перевернутого осциллятора, $\xi<0$, трение по координате $\lambda_R(t)$ увеличивает значение $\dot{E}$, но диффузионный коэффициент по координате $D_{RR}(t)$ уменьшает его. На практике часто пользуются только диффузионным коэффициентом по импульсу D_{PP}. При этом диффузионные коэффициенты D_{RR} и D_{PR} полагаются равными нулю. Как показано в [36-38, 45-47], туннелирование через потенциальный барьер и распад из метастабильного состояния сильно зависят от коэффициентов переноса. В случае $D_{RR} \neq 0$ проницаемость барьера становится больше благодаря эффекту когерентности между состояниями. Основной вклад в значения коэффициентов диффузии и трения дают матричные элементы V_{ik} между одночастичными состояниями в интервале энергии $|\varepsilon_i - \varepsilon_k| \approx \Delta = 6МэВ$ (энергетический интервал между оболочками в тяжелых ядрах), который гораздо больше значения коллективной энергии $\hbar\tilde{\omega}$. Если одночастичный спектр достаточно плотный, значения $\left|\frac{\partial V_{ik}}{\partial R}\right|^2$ и $\left|\frac{\partial V_{ik}}{\partial P}\right|^2$ убывают с увеличением $|\varepsilon_i - \varepsilon_k|$, так как уменьшается перекрытие волновых функций. Такое поведение можно описать лоренцианом $\left|\frac{\partial V_{ik}}{\partial R}\right|^2$, $\left|\frac{\partial V_{ik}}{\partial P}\right|^2 \approx \frac{1}{\pi}\frac{\hbar^2\gamma^2}{\hbar^2\gamma^2 + (\varepsilon_i - \varepsilon_k)^2}$, где $\hbar\gamma = 2\Delta$. Если заменить разность энергий $|\varepsilon_i - \varepsilon_k|$ на $\hbar\omega_0$ и перейти от суммирования по одночастичным состояниям к интегралу по частоте ω_0 [3,45-49]:

$$\sum_{ik}\left|\frac{\partial V_{ik}}{\partial R}\right|^2\frac{(\overline{n}_k-\overline{n}_i)}{\hbar^2\omega_{ik}}\ldots=\int_0^\infty d\omega_0\sum_{ik}\delta(\omega_0-\omega_{ik})\left|\frac{\partial V_{ik}}{\partial R}\right|^2\frac{(\overline{n}_k-\overline{n}_i)}{\hbar^2\omega_{ik}}\ldots\approx\frac{\tilde{\lambda}}{\pi}\int_0^\infty d\omega_0\frac{\gamma^2}{\gamma^2+\omega_0^2}\ldots$$

где параметр $\tilde{\lambda}$ связан с интенсивностью взаимодействия между осциллятором и термостатом, $\rho(\omega_0)=\sum_{ik}\delta(\omega_0-\omega_{ik})\approx\omega_0$ плотность уровней. Учитывая для фермиевских чисел заполнения $\overline{n}_i[1-\overline{n}_k]+\overline{n}_k[1-\overline{n}_i]=(\overline{n}_k-\overline{n}_i)cth\left(\frac{\hbar\omega_{ik}}{2T}\right)$ то, что для затухающего квантового осциллятора ($\frac{\partial V_{ik}}{\partial P}=0,\frac{\partial V_{ij}}{\partial P}\neq 0,\tilde{\lambda}=\frac{2\mu\omega\lambda}{\hbar},U(R)=\pm\frac{\mu\omega^2R^2}{2}$ (знак плюс соответствует случаю параболической потенциальной ямы, а знак минус случаю параболического потенциального барьера)) с линейной связью по координате $R(\frac{\partial V_{ij}}{\partial P}=0,\frac{\partial V_{ij}}{\partial R}\neq 0,\tilde{\lambda}=2\mu\omega\lambda/\hbar,U(R)=\pm\mu\omega^2R^2/2)$ получаем коэффициенты переноса аналогичные транспортным коэффициентам (3.22) и (3.23) для бозонной внутренней подсистемы.

§3. Немарковская динамика неравновесной квантовой системы с нестационарной связью

В данном параграфе исследуем немарковскую динамику линейного ПС- осциллятора с нестационарной связью между системой и термостатом. Рассмотрим влияние изменение частоты связи на диссипативные свойства затухающего квантового осциллятора в рамках немарковского уравнения Ланжевена. Мы используем гамильтониан (3.9) и соответственно системы уравнений (3.10). В этом случае диссипативное ядро интегро-дифференциального уравнения (3.10) $K(t\text{-}\tau)$ имеет следующий вид [87, 88]:

$$K(t-\tau)=\frac{\gamma\lambda}{\hbar}e^{-\gamma(t-\tau)}\cos[\Omega(t-\tau)], \qquad (4.19)$$

где Ω-частота модуляции связи.

Аналитические решения уравнений (3.10) аналогичны, как в предыдущей главе, получаются применением преобразования Лапласа[88] :

$$q(t) = A_t q(0) + B_t p(0) + k\int_0^t d\tau C_\tau F(t-\tau)$$

$$p(t) = M_t q(0) + N_t p(0) + k\int_0^t d\tau L_\tau F(t-\tau), \qquad (4.20)$$

где

$$B_t = \sum_{i=1}^{4} B_t^i = \frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{4}\beta_i[(s_i+\gamma)^2+\Omega^2]e^{s_i t}$$

$$A_t = \sum_{i=1}^{4}\beta_i\{s_i[(s_i+\gamma)^2+\Omega^2]+2\omega\lambda\gamma(s_i+\gamma)\}e^{s_i t}$$

$$C_t = B_t, M_t = -\omega^2\mu^2 B_t, N_t = L_t = \mu\dot{B}_t,$$

здесь $\dot{B}_t = \dfrac{dB}{dt}$, $\beta_1 = [(s_1-s_2)(s_1-s_3)(s_1-s_4)]^{-1}$, $\beta_2 = [(s_2-s_1)(s_2-s_3)(s_2-s_4)]^{-1}$,

$\beta_3 = [(s_3-s_1)(s_3-s_2)(s_3-s_4)]^{-1}$, $\beta_4 = [(s_4-s_1)(s_4-s_2)(s_4-s_3)]^{-1}$; s_i (i=1,2,3,4) корни следующего уравнения[88]:

$$d(s) = 2s\omega\lambda\gamma(\gamma+s)+(s^2+\omega^2)[(\gamma+s)^2+\Omega^2] = 0$$

В этом случае асимптотические выражения для коэффициентов переноса имеют вид:

$$\lambda(\infty) = \frac{2\omega\lambda\gamma^2}{\gamma^2+\Omega^2},$$

$$D_{pp}(\infty) = \lambda(\infty)J_{p_\infty p_\infty}(\infty),$$

$$D_{qp}(\infty) = \frac{1}{2}[\xi J_{q_\infty q_\infty}(\infty) - \frac{1}{\mu}J_{p_\infty p_\infty}(\infty)], \qquad (4.21)$$

где

$$J_{q_\infty q_\infty}(\infty)=\frac{\gamma^2\hbar\lambda\omega}{\pi\mu}\int_0^\infty d\omega_0\omega_0\coth(\hbar\omega_0/2T)\times$$
$$\times\left(\frac{\gamma^2+(\omega_0-2\Omega)^2}{\prod_{1=1}^{4}[(\omega_0-\Omega)^2+s_i^2]}+\frac{\gamma^2+(\omega_0+2\Omega)^2}{\prod_{1=1}^{4}[(\omega_0+\Omega)^2+s_i^2]}\right)$$

$$J_{q_\infty q_\infty}(\infty)=\frac{\gamma^2\hbar\lambda\omega\mu}{\pi}\int_0^\infty d\omega_0\omega_0\coth(\hbar\omega_0/2T)\times$$
$$\times\left(\frac{\gamma^2+(\omega_0-2\Omega)^2(\omega_0-\Omega)^2}{\prod_{1=1}^{4}[(\omega_0-\Omega)^2+s_i^2]}+\frac{\gamma^2+(\omega_0+2\Omega)^2(\omega_0+\Omega)^2}{\prod_{1=1}^{4}[(\omega_0+\Omega)^2+s_i^2]}\right) \qquad (4.22)$$

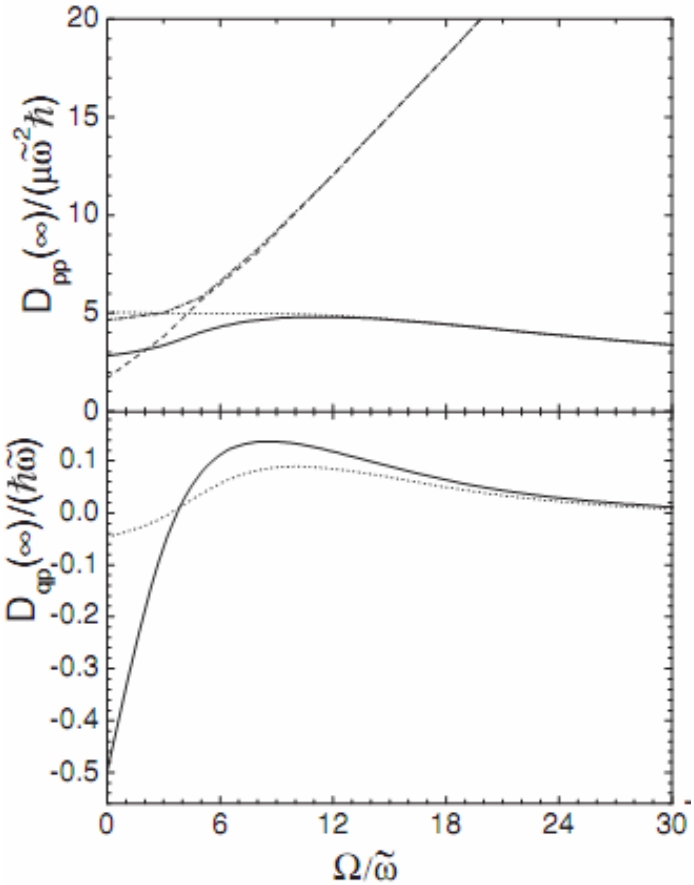


Рис.4.1. Зависимости асимптотических коэффициентов диффузии от Ω при $\hbar\omega/2T$ =0.1 (сплошная), $\hbar\omega/2T$ =2.0(пунктирная). В марковском пределе соответственно при $\hbar\omega/2T$ =0.10 (штриховая) и $\hbar\omega/2T$ =2.0(штрихпунктирная)

Выводы

В этой главе из микроскопического гамильтониана для взаимодействующих сложных ядерной системы аналитически получена и решена система нелинейных стохастических уравнений с потенциалами гармонического осциллятора в пределе сильной связи между осциллятором и термостатом подчиняющихся статистики Ферми-Дирака. Аналогично, как в предыдущей главе, получены уравнения для первого и второго моментов, но с нестационарными транспортными коэффициентами [45,3].

Показано, что основной вклад в значения коэффициентов диффузии и трения дают матричные элементы V_{ik} между одночастичными состояниями в интервале энергии $|\varepsilon_i - \varepsilon_k| \approx \Delta = 6 МэВ$. Также показано, что в случаях линейной связи по импульсу и линейной связи по координате, уравнения для моментов, также коэффициенты переноса имеют одинаковый вид для фермионной и бозонной внутренних подсистем[3].

Показано, что для гармонического осциллятора скорость диссипации растет с $\lambda_R(t)$ и $\lambda_P(t)$ и, убывает с ростом $D_{PP}(t)$ и $D_{RR}(t)$. В случае перевернутого осциллятора, $\xi<0$, трение по координате $\lambda_R(t)$ увеличивает значение $\dot{E}$, но диффузионный коэффициент по координате $D_{RR}(t)$ уменьшает его.

Показано, что коэффициент трения уменьшается с увеличением частоты модуляции, а в марковском пределе коэффициент трение не зависит от Ω.

ГЛАВА V

НЕМАРКОВСКАЯ ДИНАМИКА КВАНТОВЫХ СИСТЕМ: СКОРОСТЬ РАСПАДА И ЗАХВАТ

В последние годы большой интерес представляет синтез сверхтяжелых элементов посредством слияния тяжелых ионов при близких энергиях входного барьера. Из-за очень маленькой вероятности, слияния ядра, в реакциях с тяжелыми ионами остается сложной задачей как экспериментально, так и теоретически. Теоретические исследования в основном основаны на транспортной теории, в которой слияние тяжелых ионов рассматривается как диффузионный процесс. В начальной стадии, часть кинетической энергии относительного движения рассеивается во внутреннюю степени свободы, сталкивающиеся ядра преодолевают кулоновский барьер и образуется двойная ядерная система. Впоследствии система эволюционирует внутрь над условным седлом, чтобы сформировать сферического составного ядра. Слияние тяжелых ионов описывается в терминах нескольких коллективных переменных, которые развиваются в соответствии с динамикой Ланжевена, как в типичном диффузионном процессе. В большинстве исследований квантовые статистические эффекты игнорируются, и динамические процессы описываются классическими уравнениями, в них трения и диффузия связаны классической флуктуационно-диссипативной теоремой.

Поскольку сверхтяжелые элементы описываются оболочечной энергией, они должны быть синтезированы при достаточно низких энергиях, что соответствует ядерной температуры порядка T = 0,5 - 1,0 МэВ. С другой стороны, высота условного седла внутреннего энергетического барьера также имеет порядок ħ□=1,0МэВ. В результате ожидается, что квантовые статистические эффекты играют важную роль в слияния ядра путем диффузии вдоль условного потенциального барьера. В

предыдущих главах диссертации, используя формализм матрицы плотности, мы получили обобщенное уравнение для матрицы плотности с немарковскими коэффициентами переноса и в этой главы с помощью решения уравнений мы исследуем роль квантово-статистических эффектов на образование составного ядра при низкой температуры.

В настоявшее время несмотря интенсивных работ по изучения синтеза сверхтяжелых элементов, слияния тяжелых ядер около барьерных энергий остаётся сложной и актуальной проблемой. Хотя механизм реакции тяжелых ионов слияние не совсем понятно, в большинстве теоретических описаний синтез рассматривается как диффузионный процесс, который может быть описан с помощью уравнений Фоккера-Планка или стохастического уравнения Ланжевена. В наших работах мы представили описание на основе на обобщенном подходе марковского квантового диффузионного уравнения, который включает квантовые эффекты через не Марковских транспортных коэффициентов[3,45,47].

В настоящей главе мы следуем описанию диффузионного процесса на основе обобщенного подхода Ланжевена. Трения и случайная сила включают эффекты памяти, и они связаны друг с другом в соответствии с флуктуационно-диссипативной теоремой. В результате квантовые статистические флуктуации включаются в описание. В принципе, оба подхода являются эквивалентными, однако подход Ланжевена имеет определенные преимущества в практическом применении. В общем, для сложных потенциалов гораздо проще провести численное моделирование уравнения Ланжевена, чем решение уравнения Фоккера-Планка. В этой работе мы рассмотрим простую модель, в которой барьер слияния представлен перевернутой параболой. В этом случае совместное распределение функция коллективной переменной, а сопряженный импульс становится гауссовским и вероятность слияния может быть дана в аналитической форме.

Расчеты показывают, что квантовые статистические эффекты усиливают вероятность слияния при низких температурах. Для реалистичной (сложной) потенциальной энергии аналитическое решение невозможно и функция распределения коллективных переменных должна быть построена путем создания достаточного число событий обобщенного уравнения Ланжевена. Так как случайная сила не является белым шумом, и нельзя использовать стандартные методы численного моделирования. Следовательно, необходимо разработать подходящие алгоритмы для моделирования уравнения Ланжевена с коррелированной случайной силой.

В этой главе с помощью развитого нами обобщенного Ланжевеновского подхода, описан диффузионный процесс прохождения через потенциальный барьер[4]. Изучено влияние микроскопических не- локальных диффузионных коэффициентов на распад метастабильного состояния. При различных значениях температуры и трения сравниваются скорости распада, полученные с помощью феноменологических и микроскопических нелокальных диффузионных коэффициентов. Исследуются сечения слияния ядер при энергиях входного Кулоновского барьера и сравниваются с экспериментальными данными. Приведены оценки время столкновения двух ядер.

---

[4] В данной главе использованы следующие работы: Yu.V. Palchikov, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid: Non- Markovian dynamics of quantum systems: II. Decay rate, capture and pure states// Physical Review E 2005. – vol. 71, –pp.016122.; 2. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum non-Markovian Langevin equations and transport coefficients for an inverted oscillator// Theoretical and Mathematical Physics 2008. –vol. 156, –pp.1331-1346.; 3. Sargsyan V.V., Zubov A.S., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V.: Quantum mechanical description of initial stage of fusion reactions// Physics of Atomic Nuclei 2009.–vol. 72. –pp.425–438.; 4.V.V. Sargsyan, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Capture process in nuclear reactions with a quantum master equation// Physical Review C 2009. –vol. 80. –pp.034606.; 5.В. В. Саргсян, З. Каноков, Г. Г. Адамян, Н. В. Антоненко, Квантовые статистические эффекты в ядерных реакциях, делении и открытых квантовых системах// Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2010, -том 41. Вып.2.-С.297-388(обзор).; 6. В. В. Саргсян, З. Каноков, Г. Г. Адамян, Н. В. Антоненко, Применение теории открытых квантовых систем к задачам ядерной физики // Физика элементарных частиц и атомного ядра, 2016, -том 47. Вып.2.-С.329-433.

§ 1. Нестационарные коэффициенты диффузии и трения линейного осциллятора

В данном параграфе мы изучим влияние зависимости от времени коэффициентов трения и диффузии, полученные в [45] с H_{cb} пропорциональной только q [ПС-осциллятор], на решение уравнения (2.30). Особое внимание будет уделено на исследование роли не диагонального коэффициента диффузии D_{qp}. В качестве примера показаны расчеты скорости потока через ангармонический потенциальный барьер. Результаты расчетов сравниваются с результатами, полученными с ”классическим” набором коэффициентов диффузии. Мастер-уравнение (2.30) только приближенно описывает диссипативную квантовую динамику для ангармонических систем. Однако, в нашем случае, мы рассматриваем только начальную стадию эволюции системы вплоть до момента, когда скорость потока достигает квазистационарного режима, т.е. в случае процесса распада волновая функция системы в основном локализована в начальном потенциальном кармане, который может быть хорошо аппроксимирован гармоническим осциллятором. Таким образом, можно предположить, что влияние флуктуаций более высокого порядка на эволюцию системы в рассматриваемой стадии процесса распада мала. Если функция распределения эволюционирует в более сложном потенциале, то ее временное поведение определяется мастер - уравнением с транспортными коэффициентами, зависящими от времени. Для ангармонических систем применение асимптотических коэффициентов переноса оправдано только в режиме слабой диссипации и высоких температур.

Выражения для коэффициентов трения и диффузии для FC-связи, полученные в [45], содержат три параметра: ω, λ и γ. Значение параметра γ, которое характеризует ширину состояний среды, должно удовлетворять

условию $\gamma \gg \omega$. В наших расчетах мы берем $\hbar\gamma = 12$ МэВ. Здесь ω это частота

осциллятора, который после перенормировки $\omega \rightarrow$ □ аппроксимирует потенциал около положения минимума. Значения параметров λ и ω задаются таким образом, чтобы при фиксированной температуре T получить заданную асимптотику □ $= \omega(\infty)$. При $\mu = 50m_0$ (m_0– масса нуклона) и $\hbar$□ = 3 МэВ зависимости коэффициентов трения и диффузии от времени показаны на рис.5.1. с начальными значениями $\lambda_p(t = 0) = 0$, $D_{pp}(t = 0) = 0$ и $D_{qp}(t = 0) = 0$. После переходного времени $\boldsymbol{\tau}$ транспортные коэффициенты достигают своих асимптотических значений $\lambda_p(\infty)$, $D_{pp}(\infty)$ и $D_{qp}(\infty)$. В то время как λ_p и D_{pp} положительны всегда, D_{qp} становится отрицательным при больших временах.

Переходное время достаточно короткое: $\tau \ll 2\pi/$□. Как следует из

аналитических выражений [45], $D_{pp}(\infty)$ пропорционально $\lambda_p(\infty)$, а значение $D_{qp}(\infty)$ убывает с ростом $\lambda_p(\infty)$ и увеличивается с T.

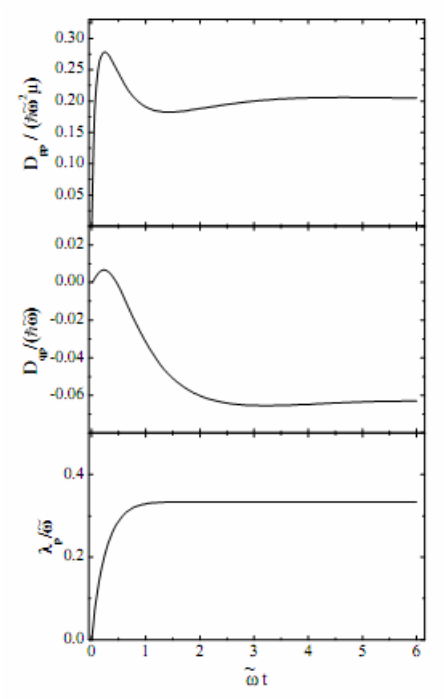
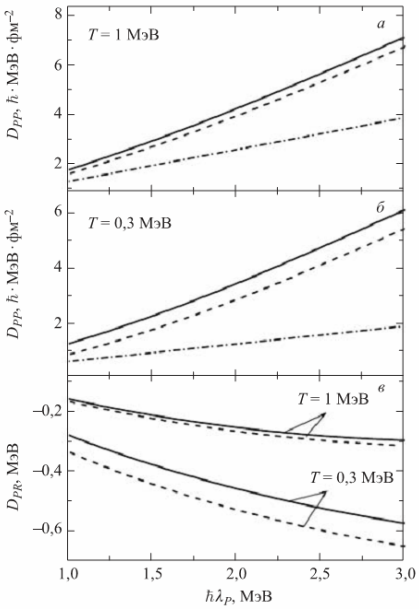


Рис.5.1. Зависимости коэффициентов диффузии и трения от времени, рассчитанные при ($\mu = 50m_0$ и $\hbar\tilde{\omega} = 3$ МэВ) при $T/\hbar\tilde{\omega}$=0.033 и асимптотических значений коэффициента трения $\hbar\lambda_p$=1.0.

Асимптотическое значение D_{pp}, полученное в [96], почти совпадает с значением $D_{pp}(\infty)$, рассчитанным нами [45]. Из-за упрощений, сделанных в [96], полученное там значение $D_{qp}(\infty) < 0$ примерно на 25% меньше, чем полученное нами значение $D_{qp}(\infty)$.

В случае линейной связи по координате (FC-связь) $D_{qq} = 0$ и $\lambda_p = 0$ в любой момент времени. В данной работе мы ограничились рассмотрением только этой связи и в численных расчетах использовали три набора коэффициентов трения и диффузии.



Первый набор коэффициентов – это коэффициенты переноса:

$$\text{(i) } D_{pp}(t),\ D_{qp}(t),\ \lambda_p(t) \tag{5.1}$$

зависящие от времени (рис.5.1).

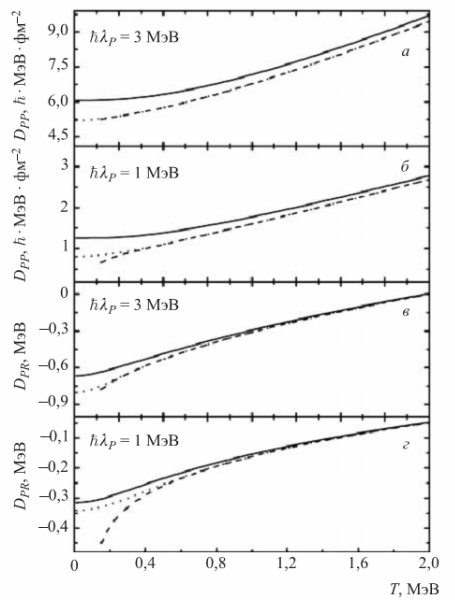


Рис.5.2. Рассчитанные зависимости $D_{PP}(\infty)$ и $D_{PR}(\infty)$ от асимптотического значения коэффициента трения при указанных температурах. Показаны результаты расчетов микроскопических коэффициентов диффузии [(3.22) - (3.23)] для гармонического (сплошная линия) и перевернутого (штриховая линия), феноменологического коэффициента диффузии по импульсу (штрих- пунктирная линя).

Рис.5.3. Рассчитанные зависимости $D_{PP}(\infty)$ и $D_{PR}(\infty)$ от температуры для указанных асимптотических значений коэффициента трения. Показаны результаты расчетов микроскопических коэффициентов диффузии [(3.22) - (3.23)] для гармонического (сплошная линия) и перевернутого (штриховая линия) осцилляторов, и модифицированных микроскопических коэффициентов диффузии $D_{PP}(t = s_+^{-1})$ и $D_{PR}(t = s_+^{-1})$ для перевернутого осциллятора (пунктирная линия).

Второй набор содержит асимптотические значения этих коэффициентов:

(ii) $D_{pp}(\infty)$, $D_{qp}(\infty)$, $\lambda_p(\infty)$ (5.2)

Сравнивая результаты, полученные с (5.1) и (5.2), можно понять роль временной зависимости коэффициентов диффузии и трения в динамическом процессе. Третий набор коэффициентов совпадает с первым, но предполагается, что D_{qp} равен нулю:

(iii) $D_{pp}(t)$, $D_{qp}(t) \equiv 0$, $\lambda_p(t)$. (5.3)

Сравнивая результаты, полученные с (5.2) и (5.3), можно понять роль D_{qp} в эволюции системы. Результаты, полученные с этими наборами коэффициентов, можно сравнить также с часто используемым ”классическим” набором коэффициентов диффузии.

Различие увеличивается с понижением температуры. При низких температурах (T = 0.3 *МэВ*), значение D_{PP} (∞) ($D_{PR}(\infty)$) для гармонического осциллятора ($\hbar\tilde{\omega}$=1 *МэВ*) больше на 45% (17%), 20% (13%) и 13% (12%), чем для перевернутого осциллятора ($\hbar\tilde{\omega}$=1 *МэВ*) при $\hbar\lambda_P(\infty)$ = 1, 2 и 3 *МэВ* соответственно. Для сравнения с асимптотическими значениями микроскопических диффузионных коэффициентов D_{pp} (∞), полученных для перевернутого и гармонического осцилляторов, на рис.5.2 показана зависимость феноменологического диффузионного коэффициента по импульсу $D^c_{PP} = \lambda_P \frac{\hbar\tilde{\omega}}{2} cth(\hbar\tilde{\omega}/2T)$

§ 2. Распад метастабильного состояния и скорость распада

Описание слияния тяжелых ядер обычно проводится путем изучения отдельно входной фазы и процесса образования составного ядра. Как правило, для слияния системе необходимо преодолеть входного барьера и в этом смысле оно напоминает деления ядера. Оба процесса могут быть описаны в рамках транспортных моделей с использованием уравнений Фоккера-Планка или Ланжевена. Одно существенное различие обоих случаев является в том, что начальные и граничные условия разные. В то время как деление может быть представлено как распад метастабильного состояния, а процесс образования двойной ядерной системы начинается с некоторого промежуточного распределения в коллективном фазовом пространстве. Наша главная цель – изучить важность использования микроскопических коэффициентов переноса, которые являются при учете квантовых эффектов. С этой целью мы будем сравнивать расчеты с квантовыми транспортными коэффициентами с результатами, полученными в рамках феноменалогии.

Мастер-уравнение для матрицы плотности ρ в координатном представлении ($\rho(t, x, y) = \langle x|\rho|y\rangle$) может быть записано как[3, 66]

$$\frac{d}{dt}\rho(t,x,y) = L(x,y)\rho(t,x,y)$$

$$L(x,y) = -i[\frac{\hbar}{2\mu}(\partial_{x,x} - \partial_{y,y}) + \tilde{U}(x) - \tilde{U}(y)] - \frac{1}{2}\lambda_p(x-y)(\partial_x - \partial_y) - \frac{D_{pp}}{\hbar^2}(x-y)^2 -$$
$$-\frac{i}{\hbar}[D_{pq}(\partial_x + \partial_y)(x-y) + (x-y)(\partial_x + \partial_y)D_{pq}] \quad ,(5.4)$$

здесь использованы обозначения: $\partial_k = \partial/\partial k$, $\partial_{k,k} = \partial^2/\partial^2 k$. После следующее преобразование координат

$$x = q + \frac{z}{2}, \quad y = q - \frac{z}{2}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial z}, \ \frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial q} - \frac{\partial}{\partial z} \qquad (5.5\ )$$

и разлагая потенциал по z

$$\tilde{U}(q + \frac{z}{2}) - \tilde{U}(q - \frac{z}{2}) \approx z\tilde{U}'(q) + \frac{1}{24}z^3\tilde{U}'''(q) \qquad (5.6)$$

получаем уравнение для матрицы плотности $\rho\ (t,\ q,\ z)$:

$$\frac{d}{dt}\rho(t,q,z) = L(q,z)\rho(t,q,z)$$

$$L(q,z) = -i\frac{\hbar}{\mu}\partial_{q,z} - iz\tilde{U}'(q) - i\frac{1}{24}z^3\tilde{U}'''(q) - \lambda_p z\partial_z - \frac{D_{pp}}{\hbar^2}z^2 - \frac{i}{\hbar}(D_{pq}z\partial_q + \partial_q z D_{pq})$$
$$-\frac{i}{\hbar}[D_{pq}(\partial_x + \partial_y)(x-y) + (x-y)(\partial_x + \partial_y)D_{pq}]$$

(5.7)

Для решения (5.7) используется осцилляторный базис[3, 66, 81]:

$$\rho(t,q,z) = \sum_{k=0}^{n} f_k(t,q)B_k(\sigma,z)$$

$B(\sigma,z) = \frac{i^k}{k!}\left(\frac{k}{2}\right)!e^{-\frac{z^2}{8\sigma^2}}H_k(\frac{z}{2\sigma})$, $B_k(\sigma,0) = 1$ при четных k и 0 при нечетных

(5.8)

Из численных расчетов мы получаем, что диффузионный коэффициент $D_{pp}(q = q_L)$ в минимуме потенциальной ямы (где находится начальный пакет) и оптимальный базисный параметр должны быть связаны следующим соотношением: $4\sigma^2 D_{pp} = \hbar^2\lambda_p$. Значение σ меняется в интервале (0.14–0.30) *фм* при рассмотренных T и λ_p.

С помощью данного метода мы можем получить уравнения матрицы плотности для любого сложного потенциала и произвольного набора

коэффициентов трения и диффузии. Удовлетворяющие квантового ФД соотношения и соотношения неопределенности коэффициенты диффузии, трения обеспечивают положительность матрицы плотности в любой момент времени[3, 66]:

$$Tr\rho = \sum_{k=0,2,4,\ldots} \int_{-\infty}^{+\infty} f_k(t,q)dq = 1 \tag{5.9}$$

В каждом малом интервале по q потенциал $\tilde{U}(q)$ может быть аппроксимирован локальным гармоническим или перевернутым осциллятором с частотой $\tilde{\omega}(q)$. В случае линейной связи по q между осциллятором и термостатом выражения для квантовых коэффициентов диффузии гармонического осциллятора (знак “+”) или перевернутого (знак “–”) имеют следующий вид[3,45]:

$$D_{pp}(q) = \frac{T\mu\gamma^2\lambda_p}{\gamma(\gamma+\lambda_p)\pm\tilde{\omega}^2}\left(1+2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\nu_k\gamma\lambda_p \pm \tilde{\omega}^2(\gamma+\nu_k)}{(\gamma+\nu_k)(\nu_k(\nu_k+\lambda_p)\pm\tilde{\omega}^2)}\right) \tag{5.10}$$

$$D_{pq}(q) = \frac{T\gamma\lambda_p}{2(\gamma(\gamma+\lambda_p)\pm\tilde{\omega}^2)}\left(1+2\gamma\sum_{k=1}^{\infty}\frac{-\nu_k\gamma \pm \tilde{\omega}^2}{(\gamma+\nu_k)(\nu_k(\nu_k+\lambda_p)\pm\tilde{\omega}^2)}\right) \tag{5.11}$$

Здесь, $\nu_k = \dfrac{2\pi Tk}{\hbar}$. В общем случае λ_P достаточно слабо зависит также от q. Как было показано в главах 2-3 диссертации, при линейной связи по координате между осциллятором и термостатом коэффициенты диффузии и трения по координате отсутствуют [3,45-47,81].

В численных расчетах были использованы несколько наборов асимптотических диффузионных коэффициентов. Первый набор содержит микроскопические (квантовые) диффузионные коэффициенты (5.10) и (5.11), зависящие от координаты,

$$\text{(i)} \quad D_{pp}(q), \qquad D_{pq}(q) \tag{5.12}$$

Второй набор диффузионных коэффициентов совпадает с первым набором, но D_{pq} полагается равным нулю:

$$\text{(ii)} \quad D_{pp}(q), \qquad D_{pq}(q) = 0 \tag{5.13}$$

Сравнивая результаты, полученные с наборами (i) и (ii), можно выявить роль D_{pq} в процессе эволюции системы. Результаты, полученные с этими наборами можно сравнить с феноменологическим (“классическим”) набором, зависящим от q:

(iii) $$D^c_{pp}(q) = \mu\lambda_p T^*(q)\,, \qquad D^c_{pq}(q) = 0 \tag{5.14}$$

где эффективная температура $T^*(q) = 0.5\hbar\tilde{\omega}(q)\,cth[\hbar\tilde{\omega}(q)/(2T)]$ (для потенциала с положительной жесткостью), или $T^*(q) = 0.5\hbar\tilde{\omega}(q)\,ctg[\hbar\tilde{\omega}(q)/(2T)]$ (для потенциала с отрицательной жесткостью) зависит от q. Результаты, полученные с помощью этих наборов диффузионных коэффициентов, можно сравнить с часто используемыми постоянными микроскопическими коэффициентами диффузии

(iV) $$D_{pp}(q = q_L)\,, \quad D_{pq}(q = q_L) \tag{5.15}$$

или постоянными феноменологическими коэффициентами диффузии

(V) $$D^c_{pp}(q = q_L) = \mu\lambda_p T^*(q = q_L)\,, \quad D^c_{pq}(q_L) = 0 \tag{5.16}$$

Здесь q_L указывает на положение левого минимума, откуда рассматривается распад.

§ 3. Вероятность и сечения захвата

Решая уравнение (5.4) с любым набором диффузионных коэффициентов из (i)-(V) для данного коэффициента трения $\lambda_p = \lambda_p(\infty)$, получаем зависящую от времени матрицу плотности $\rho(t,q,0) = \langle q|\rho|q\rangle$ в координатном представлении и находим вероятность $P(t)$ прохождения гауссовского пакета через барьер при $q = q_b$ [3,45,81] :

$$P(t) = \int_{q_b}^{\infty} \rho(t,q,0)dq = \sum_{k=0,2,4,\ldots} \int_{q_b}^{\infty} f_k(t,q)dq \tag{5.17}$$

а также скорость вероятности распада

$$\Lambda(t)=\frac{1}{1-P(t)}\frac{dP(t)}{dt}=\frac{i\hbar}{\mu[1-P(t)]}\int_{q_b}^{\infty}dq\partial_{q,z}\rho(t,q,z)_{z=0}=$$
$$=-\frac{i\hbar}{\mu[1-P(t)]}\sum_{k=1,3,5,...}f_k(t,q_b)\partial_z B_k(\sigma,z)_{z=0} \qquad (5.18)$$

Рассмотрим переход начального гауссовского пакета из мелкой потенциальной ямы в более глобальную яму в асимметричном бистабильном потенциале (рис.5.4), представленную полиномом четвертого порядка [3,45,81]

$$\tilde{U}(q)=\frac{6q_R V_L}{q_L^2(2q_R-q_L)}q^2-\frac{4(q_L+q_R)V_L}{q_L^3(q_L-2q_R)}q^3-\frac{3V_L}{q_L^3(2q_R-q_L)}q^4=$$
$$=-3.24q^2-0.43q^3+0.39q^4 \qquad (5.19)$$

где q_R – координата положения правого минимума, V_L – глубина левого минимума. Выберем вершину барьера в точке $q = q_b = 0$, $q_L = -1.67$ *фм*, $q_R = 2.5$ *фм*, и $V_L = 4$*МэВ*. С такими параметрами глубина правого минимума равна 11.8 *МэВ*. В расчетах используем массовый параметр $\mu = 50m_0$. Тогда, соответствующая потенциальная энергия в левом минимуме равна $\hbar\tilde{\omega}_m = 3$ *МэВ*.

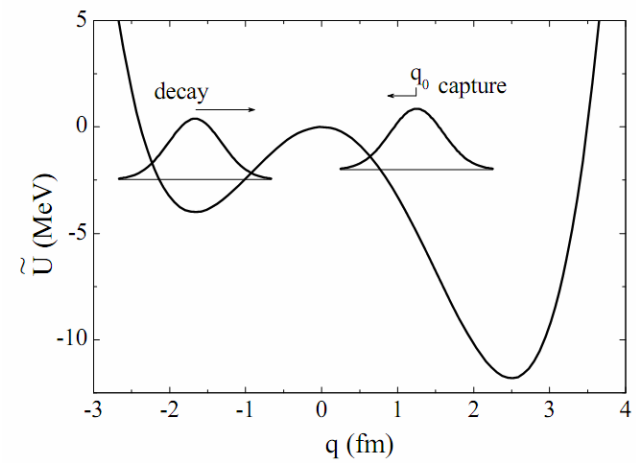


Рис. 5.4. Бистабильный потенциал (5.19). Схематически представлен распад гауссовского пакета из левой потенциальной ямы в правую потенциальную яму. Другой пакет приближается к барьеру справа и частично захватывается в левую яму.

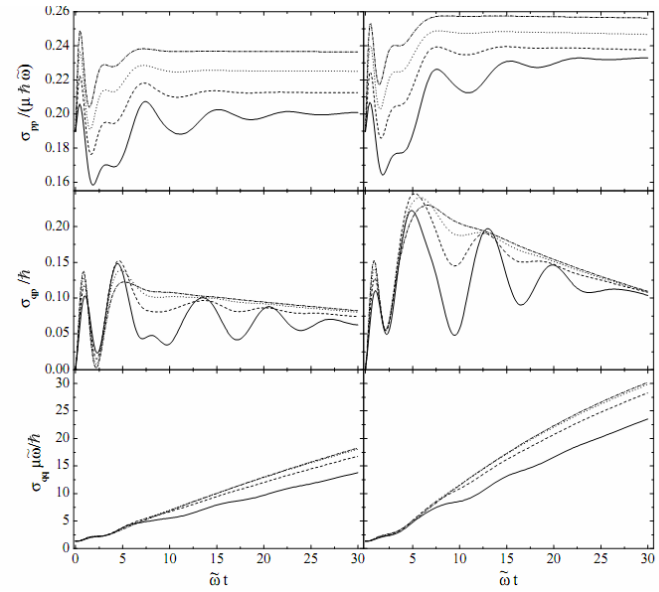


Рис. 5.5. Зависимости дисперсий $\sigma_{pp}(t)$, $\sigma_{qp}(t)$ и $\sigma_{qq}(t)$ от времени t в случае распада начального гауссовского пакета из левой потенциальной ямы (5.19) при μ = 50m$_0$, $\hbar$□ = 3 МэВ, T/ $\hbar$□ = 0.033 (левая сторона), T/ $\hbar$□ = 0.33 (правая сторона) и при λ_p/□= 0.17 (сплошная кривая), 0.33 (штриховая), 0.50 (пунктирная) и 0.66 (штрихпунктирная).

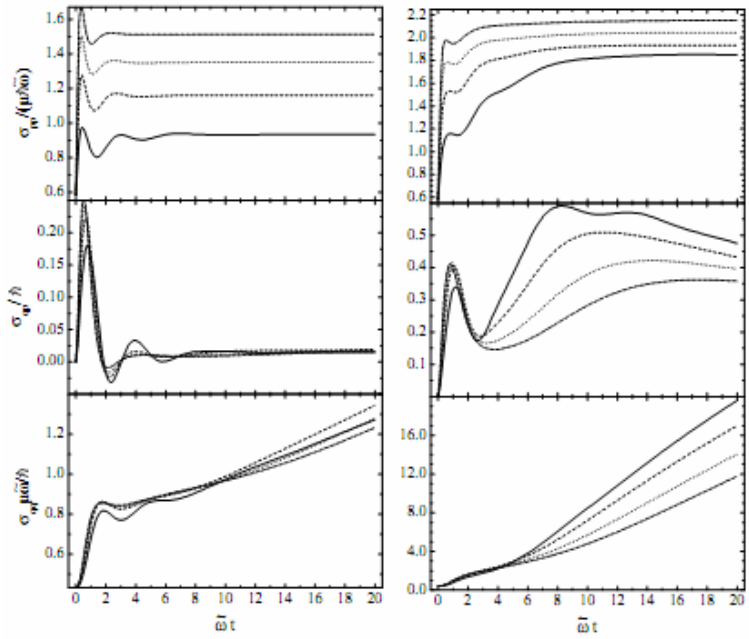


Рис. 5.6. Зависимости дисперсий $\sigma_{pp}(t)$, $\sigma_{qp}(t)$ и $\sigma_{qq}(t)$ от времени t в случае распада начального гауссовского пакета из левой потенциальной ямы (5.19) при μ = 448m$_0$, $\hbar$□ = 1МэВ, T/ $\hbar$□ = 0.5 (левая сторона), T/ $\hbar$□ = 1.5 (правая сторона) и значениях коэффициента трения λ_p/□= 0.5 (сплошная кривая), 1.0 (штриховая), 1.50 (пунктирная) и 2.0 (штрихпунктирная).

На рис. 5.5 и 5.6. показаны зависимости дисперсий $\sigma_{pp}(t)$, $\sigma_{qp}(t)$ и $\sigma_{qq}(t)$ от времени t при разных значениях массового параметра. При $t > 4\hbar$/МэВ, когда в потенциале бистабильного типа устанавливается равновесие по импульсу, $\sigma_{pp}(t)$ достигает своего асимптотического значения. Значения $\sigma_{pp}(t)$ и $\sigma_{qp}(t)$ осциллируют дольше по времени, если значения массы и трения меньше. При большом массовом параметре относительное увеличение значения дисперсии с ростом температуры больше. При больших временах значение $\sigma_{qp}(t)$ меняется слабо. Поскольку начальное гауссовское распределение изменяется из-за перехода из левого кармана в правый (рис. 5.7.), значение $\sigma_{qq}(t)$ растет со временем. При малых значениях массового параметра $\sigma_{qq}(t)$ и $\sigma_{qp}(t)$ растут с ростом λ_p, тогда как при больших значениях они уменьшаются с ростом λ_p. Это происходит из-за баланса между диффузией и трением. При малых значениях массы, диффузия может компенсировать уменьшение скорости распада из-за трения. Практически похожие зависимости дисперсий от времени мы получаем и со вторым набором коэффициентов диффузии и трения (5.3), особенно при больших временах. Поэтому во многих приложениях можно пренебречь зависимостью от времени коэффициентов диффузии и трения и использовать асимптотические значения λ_p, D_{pp} и D_{qp}. Несмотря на нарушение неравенства

$$D_{pp}(t) + D_{qq}(t) - 2D_{pq}(t) \geq \frac{\hbar^2}{4}[\lambda_p(t) + \lambda_q(t)]$$

использование коэффициентов трения и диффузии (5.2) не приводит к нарушению соотношения неопределенности, так как значение D_{pp} примерно в 1.5 раза больше, чем значение ”классического” D^{c}_{pp} в (5.4).

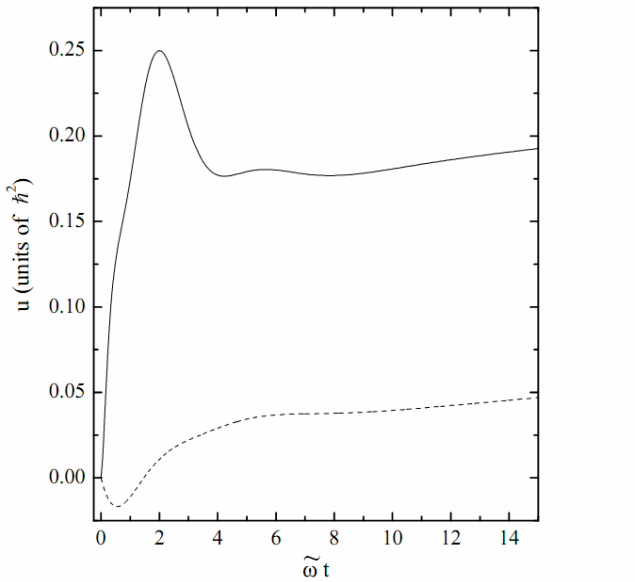


Рис.-5.7. Зависимость соотношения неопределенности $u(t) = \sigma_{pp}(t)\sigma_{qq}(t) - \sigma^2{}_{pq}(t) = \frac{\hbar^2}{4}$ от времени t в начале процесса распада из левой потенциальной ямы (5.19) с коэффициентами диффузии (5.1) (сплошная кривая) и (5.4) (штриховая). Расчеты проведены с параметрами $\hbar$□ = 1МэВ, $T/\hbar$□ = 0.10 λ_p /□= 1.

С коэффициентами диффузии (5.4) можно наблюдать нарушение соотношения неопределенности в начальный момент времени (рис.5.7). С помощью решения уравнения (2.30) с данными коэффициентами трения и диффузии, можно вычислить матрицу плотности $\rho(q, t) = \langle q|\rho(t)|q \rangle$ в координатном представлении и найти вероятность проницаемости частицы с массой μ через барьер при $q=q_b$, а также значение скорости потока вероятности. При решении уравнение (2.30) использован осцилляторный базис. Такой метод позволяет найти решение для любого непрерывного потенциала и любого набора коэффициентов переноса.

Для трех наборов коэффициентов трения и диффузии (5.1)–(5.4) на рис.5.8 показаны зависимости скорости потока вероятности Λ(t) от времени в потенциале (5.19) при $\hbar\lambda_p$ = 1 МэВ и T = 1 МэВ и двух массовых параметрах. Как можно заметить, при больших t зависимости коэффициентов трения и диффузии от времени слабо влияют на скорость распада. Наборы (5.1) и (5.2) приводят к одинаковому значению квазистационарной скорости потока вероятности. На малом начальном интервале времени Λ(t) больше с набором

зависящих от времени коэффициентов, поскольку D_{pp}(t) в начале растет и превышает свое асимптотическое значение. Скорость потока вероятности Λ(t) имеет больше осцилляций при меньших (больших) значениях массового параметра (частоты □), то есть, когда система близка к режиму слабого затухания. ”Классический” набор коэффициентов приводит к слегка меньшему асимптотическому значению Λ.

Сходство асимптотических значений Λ, полученных с наборами коэффициентов (5.2), (5.3) и (5.4), показывают возможность применения ”классического” набора коэффициентов диффузии для описания проницаемости барьера в случае ПС-связи между осциллятором и термостатом. Как видно из рис. 5.8, с набором коэффициентов диффузии (5.3) скорость потока вероятности больше, чем с набором (5.1) из-за отрицательного значения D_{qp} в (5.1).

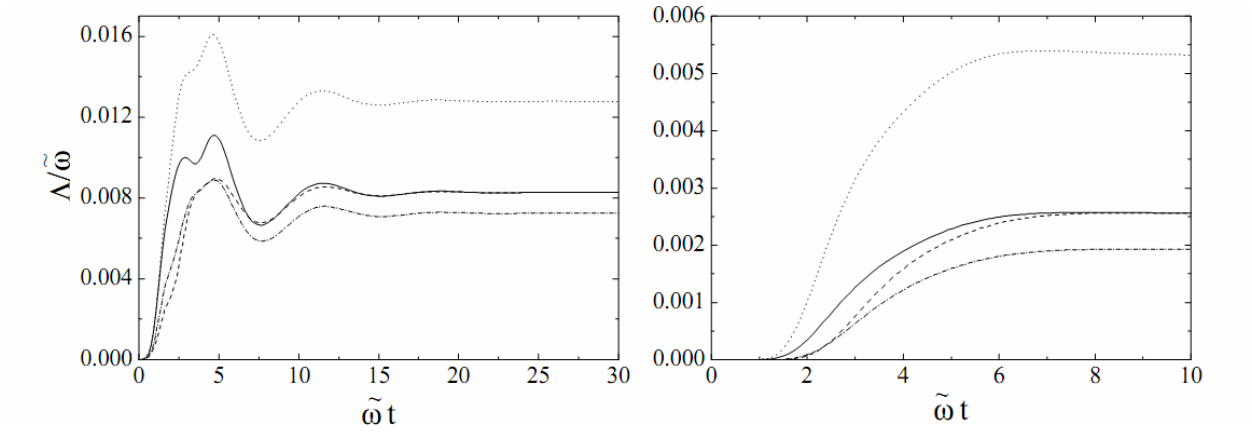


Рис. 5.8. Зависимость скорости распада Λ(t)/□ от времени *t* из левой потенциальной ямы (5.19) при(а) μ = 50m$_0$, (б) λ_p /□ = 1/ ħ□, *T*/ ħ□ = 1/ ħ□. Результаты, полученные с наборами коэффициентов диффузии (5.1), (5.2) и (5.3), представлены сплошной, штриховой и пунктирной кривыми соответственно. Результаты, полученные с ”классическим” набором (5.4), представлены штрих-пунктирной кривой.

При больших значениях □ (малых значениях μ) стационарная скорость потока вероятности растет с ростом λ_p, однако при малых значениях частоты □ (больших значениях μ) и больших значениях *T* она, наоборот, падает. Такой результат согласуется с результатами, полученными в [34], и

объясняется конкуренцией между диффузией, увеличивающей распад, и диссипацией, замедляющей распад, при различных значениях □ (μ) и λ_p.

Разработанный нами формализм приведенной матрицы плотности, описанный в этой главе, можно применить для описания процесса захвата налетающего ядра ядром-мишенью при энергиях бомбардировки около кулоновского барьера[3,, 47,81].

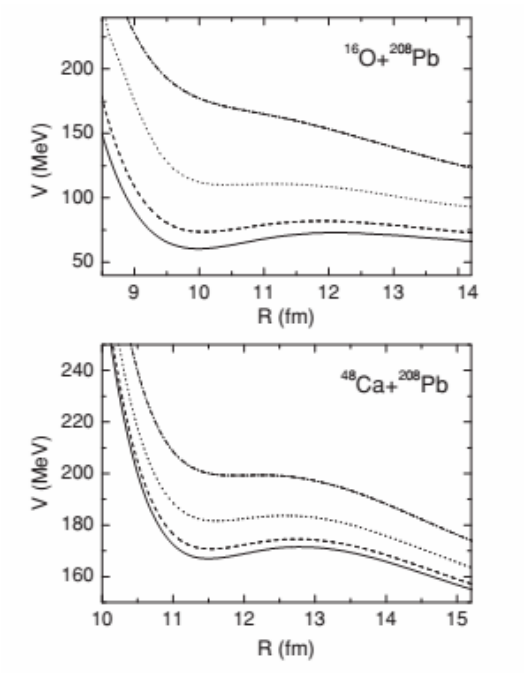


Рис. 5.9. Ядро-ядерный потенциал взаимодействия как функция от расстояния *R* между центрами масс сталкивающихся сферических ядер в реакциях ^{16}O, ^{48}Ca + ^{208}Pb при разных значениях орбитального углового момента: *J=0* (сплошная кривая), 30 (штриховая), 60 (пунктирная) и 90 (штрих-пунктирная)[47] .

На рис. 5.9. приведены расчеты ядро-ядерного потенциала для системы ^{16}O+^{208}Pb и ^{48}Ca + ^{208}Pb при разных значениях углового момента *J*. С ростом центробежной части потенциала глубина кармана становится меньше, а положение минимума кармана становится ближе к барьеру при $R = R_b$. Значение $R_b = R_1 + R_2 + 2$ фм, где R_1 и R_2– радиусы сталкивающихся ядер. Как видно из рисунка, с увеличением *J* от 0 до 90 значения глубина и положение (по отношению к барьеру) потенциального кармана изменяются. При больших значениях углового момента потенциальный карман исчезает. Это

означает, что для системы ^{48}Ca + ^{208}Pb угловые моменты $J>J_{crit}$ не дают вклада в сечение захвата.

Захват можно представить как процесс заселения части начального гауссовского пакета, который находится справа от барьера, в левый потенциальный карман (рис.5.9.). Вероятность захвата определяется отношением[3,47, 81]

$$P(t=\tau, E_{c.m.}, L, \Omega_P, \Omega_T) = \frac{\int_{-\infty}^{0} \rho(t=\tau, R)dR}{\int_{0}^{\infty} \rho(t=0, R)dR} \tag{5.20}$$

Поскольку движение в правом направлении инфинитно, то со временем устанавливается квазистационарный обратный поток из левого потенциального кармана и τ в формуле (5.20) определяет время установления квазистационарного режима.

Потенциал взаимодействия двух ядер можно представить в следующем виде[3,47,92]:

$$V(R, L, \Omega_P, \Omega_T) = V_{nucl}(R, \Omega_P, \Omega_T) + V_{Coul}(R, \Omega_P, \Omega_T) + V_{rot}(R, L), \tag{5.21}$$

где где V_{nucl}, V_{Coul} и V_{rot} соответствуют ядерному, кулоновскому, и центробежному потенциалам соответственно. Ядра предполагаются сферическими и потенциал зависит только от расстояния R между центрами масс сталкивающихся ядер и углового момента J. Для ядерной части ядро-ядерного потенциала взаимодействия используем формализм двойной свертки [3,47,92]:

$$V_{nucl} = \int \rho_1(r_1)\rho_2(\vec{R}-\vec{r}_2)F(\vec{r}_1-\vec{r}_2)d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \tag{5.22}$$

где $F(\vec{r}_1-\vec{r}_2) = \left[C_0\left(F_{in}\frac{\rho_0(\vec{r}_1)}{\rho_{00}}\right) + F_{ex}\left(1-\frac{\rho_0(\vec{r}_1)}{\rho_{00}}\right)\right]\delta(\vec{r}_1-\vec{r}_2)$ - эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие, зависящее от плотности $\rho_0(\mathbf{r}) = \rho_1(\mathbf{r_1}) + \rho_2(\mathbf{R}-\mathbf{r_2})$,

$F_{in,ex} = f_{in,ex} + f'_{in,ex}\dfrac{(N_1 - Z_1)(N_2 - Z_2)}{(N_1 + Z_1)(N_2 + Z_2)}$. Здесь $\rho_1(\mathbf{r_1})$, N_1, Z_1 [$\rho_2(\mathbf{r_2})$, N_2 ,Z_2] - ядерная плотность, нейтронное, зарядовое числа налетающего ядра [ядра-мишени]. В наших расчетах использованы следующие параметры: C_0 = 300 МэВ·Фм^3, f_{in} = 0.09, f_{ex} = −2.59, f'_{in}= 0.42, f'_{ex}= 0,54 и ρ_{00} = 0.17 Фм$^{-3}$.Для расчета кулоновского и центробежного потенциалов мы используем следующие формулы[3,47, 92]:

$$V_{coul} = e^2 \int \frac{\rho_1^Z(r_1)\rho_2^Z(R - r_2)}{|r_1 - r_2|} dr_1 dr_2 \qquad (5.23)$$

и

$$V_{rot} = \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mu R^2} \qquad (5.24)$$

соответственно. Здесь, ρ_1^z и ρ_2^z - зарядовые плотности ядер. Плотность ядер определяется в форме параметризации Вудс – Саксона, где r_0 = 1.15 фм– параметр радиуса ядра и a =0.55 фм– параметр диффузности [92]. Для легких ядер ^{16}O и ^{19}F использована a =0.53 фм.

Парциальное и полное сечения захвата (сечения образования двойной ядерной системы) определяется следующими формулами[3,47, 92]:

$$\sigma_{cap}(E_{c.m.}, J) = \pi \lambda\!\!\!^{-}(2J+1) P_{cap}(E_{c.m.}, J) \qquad (5.25)$$

$$\sigma_{cap}(E_{c.m.}) = \sum_J \sigma_{cap}(E_{c.m.}, J) = \pi \lambda\!\!\!^{-} \sum_J (2J+1) P_{cap}(E_{c.m.}, J) \qquad (5.26)$$

где $\lambda\!\!\!^{-2} = \dfrac{\hbar^2}{(2\mu E_{c.m.})}$ де Бройлская длина волны иона.

§7.Результаты расчетов

Решая мастер-уравнение (5.4), находим диагональные элементы матрицы плотности $\rho(R, z=0,t)$ в координатном представлении. Во всех расчетах в качестве начального состояния используется гауссовский пакет со средней координатой $\langle R(0)\rangle = R_b$+1фм и дисперсиями $\square_{RP}(0)=0$, $\square_{RR}(0)=0.25$фм^2 и $\square_{PP}(0)=1.0\,\hbar^2$ фм$^{-2}$. Начальный средний импульс $\langle P(0)\rangle$ зависит от начальной энергии E_{cm} . Диффузионные коэффициенты мастера-

уравнения (5.4) рассчитаны по формулам (5.10) и (5.11) при J и T=1.2 МэВ (рис. 5.10). Следует отметить слабую зависимость вероятности захвата от температуры. Поскольку ядро - ядерное взаимодействие изменяется с угловым моментом, то диффузионные коэффициенты являются также функциями J. В области потенциального кармана D_{PP} и D_{PR} достаточно слабо возрастают с увеличением углового момента. Координатная зависимость диффузионных коэффициентов около барьера достаточно слабая [47,81].

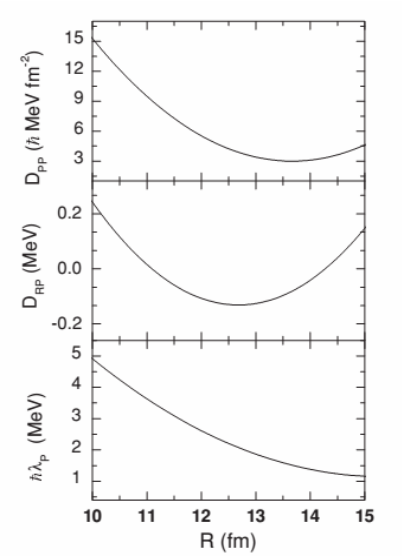


Рис. 5.10. Зависимость коэффициентов диффузии и трения от относительного расстояния R при J=0 для системы ^{48}Ca+^{208}Pb, ядро - ядерный потенциал взаимодействия которой представлен на рис. 5.9).

На рис. 5.11 приведен расчет зависимости вероятности захвата P от времени. В формуле для начальной кинетической энергии $E_{\rm kin}(0)=(\langle P(0)\rangle^2+ \square_{PP}(0)/(2\mu))$ учтена энергия, связанная с квантовыми флуктуациями. Полная энергия коллективной системы отсчитывается от кулоновского барьера, то есть $\Delta E(0)=E_{cm} - V(R=R_b,J)$ [3,47].

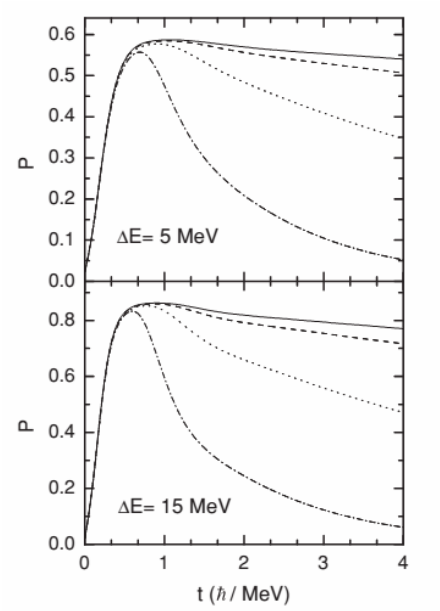
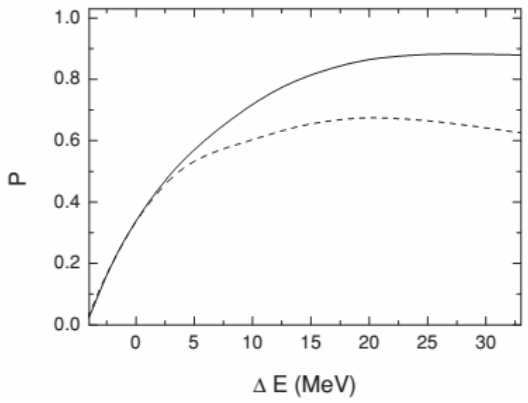


Рис. 5.11 Вероятность захвата P от времени t при энергиях столкновения $\Delta E(0)=E_{cm} - V(R=R_b,J)$=5МэВ и 15 МэВ в реакции ^{48}Ca + ^{208}Pb. Энергия отсчитана от кулоновского барьера при J=0 (сплошная кривая), 30 (штриховая), 60 (пунктирная) и 90 (штрихпунктирная) [3,47].

Как видно из рисунка, время установления квазистационарной скорости потока слабо зависит от трения, углового момента и начального значения полной энергии в рассмотренном диапазоне значений этих величин. Резкое падение потока при больших угловых моментах (J=90), штрих-пунктирная линия) связано с очень маленькой глубиной потенциального кармана. При малых угловых моментах значения вероятности захвата при $t = \tau$ близки максимальному значению $P(t)$ (рис. 5.11).

На рис. 5.12 приведена зависимость вероятности захвата $P = P(\tau)$ от начальной энергии бомбардировки $\Delta E(0)=E_{cm} - V(R=R_b,J)$, отсчитываемой от кулоновского барьера при данном J. Вначале с ростом энергии вероятность захвата растет, но дальнейший рост ΔE приводит к уменьшению вероятности, так как при больших надбарьерных энергиях, движение пакета становится почти свободным и нечувствительным к наличию потенциального кармана.



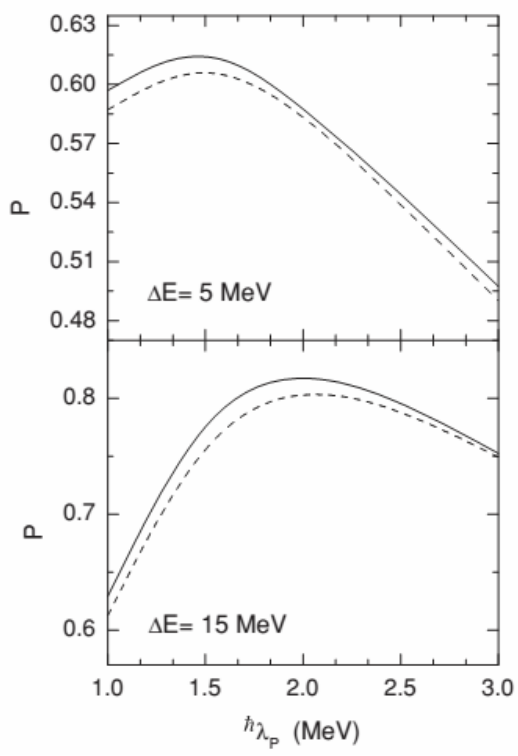


Рис. 5.12 **Рис.5.13**

Рис. 5.12. Вероятность захвата *P* как функция от энергии столкновения, отсчитанной от высоты кулоновского барьера при *J*=0 (сплошная кривая), 60 (штриховая) в реакции ^{48}Ca +^{208}Pb.

Рис.5.13. Вероятность захвата *P* как функция коэффициента трения $\hbar\lambda_p(R_b)$ в реакции ^{48}Ca+ ^{208}Pb при ΔE=5и 15 МэВ, $\hbar\gamma$= 12 МэВ (сплошная кривая) и 20 МэВ (штриховая) [3,92].

При трении $\hbar\lambda_p = 2$ МэВ и *J*=0 (*J*=60) вероятность захвата оказывается максимальной при значении энергии ΔE =30 МэВ (20 МэВ). Надо отметить, что с ростом энергии отношение вероятностей *P*(*J*=0)/*P*(*J*=60) увеличивается, поскольку диссипация энергии больше при *J*=0 , чем при *J*=60 до установления квазистационарного режима.

На рис. 5.13 показана зависимость вероятности захвата *P* от трения при двух значениях энергии бомбардировки $\Delta E(0)$ [5 и 15 МэВ] и ширины внутренних возбуждений $\hbar\gamma$ [12 и 20 МэВ]. Видно, что зависимость P от γ очень слабая. Как видно из рисунка, с ростом трения вероятность захвата сначала растет, однако дальнейший рост трения приводит к уменьшению P. Для энергии $\Delta E(0)$=5 МэВ (15 МэВ) максимальное значение *P* принимает при трении $\hbar\lambda_p \approx 1.5$ МэВ (2.0 МэВ). Такое поведение связано с тем, что на процесс прохождения пакета через потенциальный барьер влияют два

фактора: трение, которое препятствует процессу, и диффузия, которая, наоборот, помогает. С ростом трения растет и диффузия, чем и объясняется рост вероятности захвата при малых трениях. Однако, дальнейший рост трения приводит к уменьшению вероятности захвата. Следует отметить, что диффузия является следствием квантово-статистических эффектов и отсутствует в чисто классическом рассмотрении процесса захвата. Из-за диффузии зависимости вероятности захвата от энергии, углового момента и трения становятся плавными. Из изучения реакций глубоконеупругих столкновений было извлечено наиболее реалистичное значения трения $\hbar\lambda_p$=1-2 МэВ [89,93]. В этом интервале $\hbar\lambda_p$ значение P меняется достаточно слабо, в пределах 20%[81] .

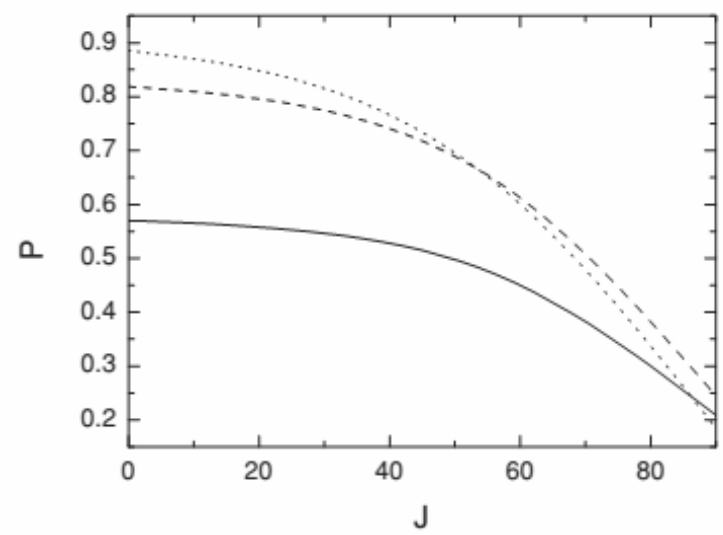


Рис. 5.14. Вероятность захвата P как функция от орбитального углового момента J при ΔE=5 МэВ (сплошная кривая), 15 МэВ (штриховая) и 30 МэВ (пунктирная) в реакции ^{48}Ca +^{208}Pb. Энергия $\Delta E(0)$ отсчитана от кулоновского барьера при J=0, $\hbar\lambda_p$=2 МэВ.

На рис. 5.14. приведена зависимость вероятности захвата от углового момента при различных начальных значениях полной энергии $\Delta E(0)$= 5, 15 и 30 МэВ. С ростом углового момента J вероятность захвата уменьшается, поскольку глубина потенциального кармана становится меньше. Однако скорость падения вероятности с ростом J зависит от энергии столкновения. Поскольку с увеличением значения $\Delta E(0)$ коллективная энергия относительного движения ядер диссипирует интенсивнее, то уменьшение

вероятности захвата с ростом J сильнее при больших значениях $\Delta E(0) > 0$ Заметим, что зависимость P от J достаточно слабая при $J<50$[81].

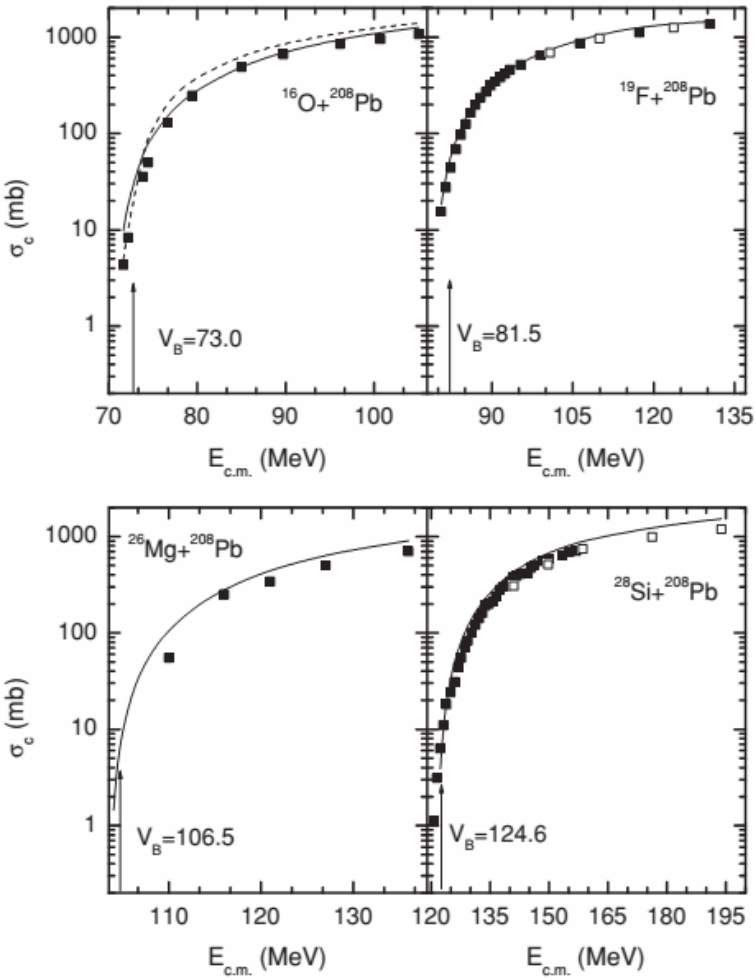


Рис. 5.15. Рассчитанные сечения захвата (сплошные кривые) для указанных реакций. Экспериментальные данные – из [94] для реакции $^{16}O + ^{208}Pb$, из [95] (темные символы) и [96] (светлые символы) для реакции $^{19}F + ^{208}Pb$, из [97] для реакции $^{26}Mg + ^{208}Pb$, из [98] (темные символы) и [96] (светлые символы) для реакции $^{28}Si + ^{208}Pb$. Для реакции $^{16}O + ^{208}Pb$ сечения захвата, вычисленные с помощью формулы Вонга (5.14), показаны штриховой кривой.

На рис. 5.15-5.18 приведены сравнения вычисленных сечений захвата (5.19) с имеющимися экспериментальными данными [94–105]. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными почти для всех реакций в диапазоне энергий столкновения ядер: с около 4 МэВ ниже кулоновского барьера до почти 70 МэВ выше барьера. Расхождение между теорией и экспериментом в реакции $^{52}Cr + ^{208}Pb$ можно объяснить следующим образом. Для реакций ^{16}O, ^{48}Ca, $^{58}Ni + ^{208}Pb$ мы сравнили

результаты наших расчетов с сечениями захвата, полученными с помощью формулы Вонга [108]

$$\sigma_{cap}(E_{c.m.}) = \frac{\hbar\omega_b R_b^2}{2E_{c.m.}} \ln[1+\exp(\frac{2\pi(E_{c.m.}-V_b)}{\hbar\omega_b})] \qquad (5.27)$$

где ядро-ядерный потенциал взаимодействия аппроксимирован перевернутым осциллятором с частотой ω= ω (R=R_b) и с высотой барьера V_b=V(R=R_b,J=0)

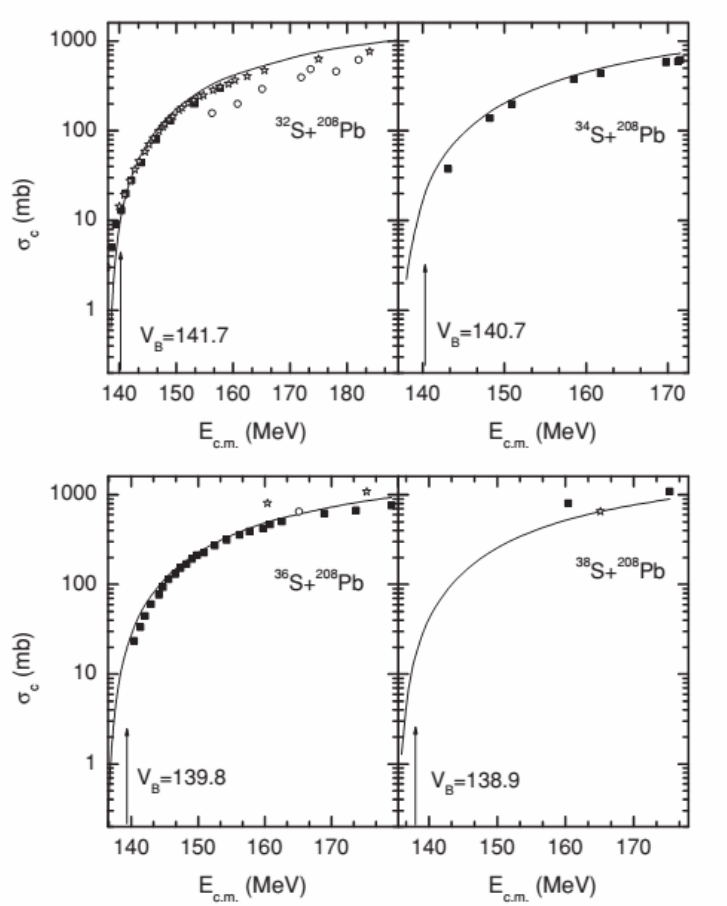


Рис. 5.16. Рассчитанные сечения захвата (сплошные кривые) для указанных реакций. Экспериментальные данные – из [99] (темные символы), [100] (звездочки) и [101] (кружочки) для реакции ^{32}S + ^{208}Pb, из [100] для реакции ^{34}S + ^{208}Pb, из [100] (темные символы) и [101] (звездочки и светлые символы) для реакции ^{36}S + ^{208}Pb, из [101] (темные квадраты и звездочки)для реакции ^{38}S + ^{208}Pb.

Экспериментальное сечение захвата является суммой сечений квазиделения σ_{qf}, слияния-деления σ_{ff} и испарительных остатков σ_{ER}. В реакции ^{52}Cr + ^{208}Pb последние два сечения очень маленькие (из-за очень

маленькой корректно в эксперименте разделены продукты квазиделения от упругих и глубоконеупругих продуктов. В системе $^{52}Cr + ^{208}Pb$

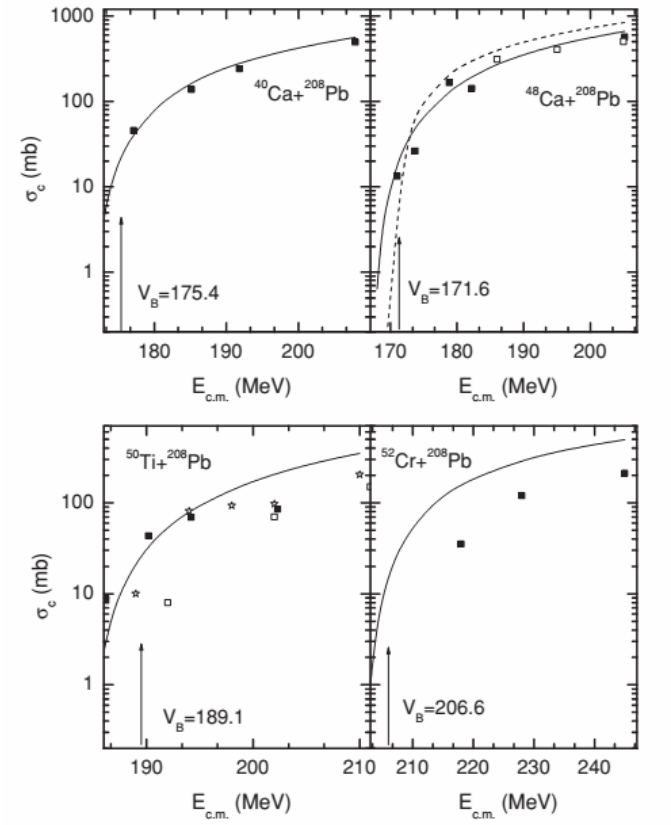


Рис. 5.17. Рассчитанные сечения захвата (сплошные кривые) для указанных реакций. Экспериментальные данные – из [102] для реакции $^{40}Ca + ^{208}Pb$, из [102] (темные символы) и [103](светлые символы) для реакции $^{48}Ca + ^{208}Pb$, из [104] (темные символы), [97] (светлые символы) и [105] (звездочки) для реакции $^{50}Ti + ^{208}Pb$, из [97] для реакции $^{52}Cr + ^{208}Pb$. Для реакции $^{48}Ca + ^{208}Pb$ сечения захвата, вычисленные с помощью формулы Вонга (5.24), показаны штриховой кривой.

потенциальный минимум по координате зарядовой (массовой) асимметрии препятствует скатыванию этой системы в более симметричные конфигурации, и поэтому существует большая вероятность распада (квазиделения) данной конфигурации. Основной вклад в квазиделение вносят продукты с зарядовой (массовой) асимметрии около входного канала [106]. Однако в эксперименте очень сложно отделить продукты квазиделения от упругих и глубоконеупругих процессов. Можно предположить, что в работе [97] вклад продуктов квазиделения около входного канала был недооценен.

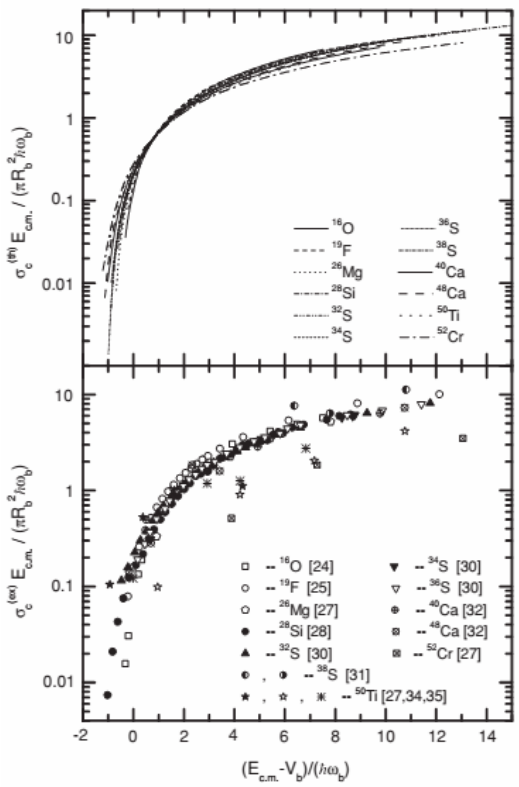


Рис. 5.18

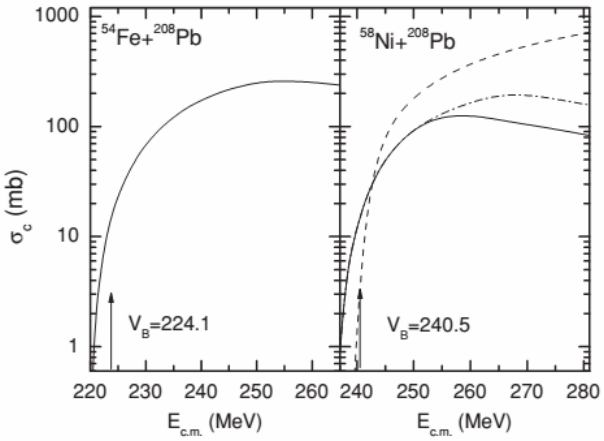


Рис. 5.19.

Рис. 5.18. Зависимость рассчитанных (верхняя часть) и экспериментальных (нижняя часть) значений $\sigma_{cap}E_{cm}/(\pi R_b^2\hbar\omega_b)$ от $(E_{cm}-V_b)/(\hbar\omega_b)$ для реакций с ^{208}Pb-мишенью и указанными налетающими ядрами, где $V_b=V(R=R_b,J=0)$

Рис. 5.19. Рассчитанные сечения захвата (сплошные кривые) в реакциях ^{54}Fe + ^{208}Pb и ^{58}Ni +^{208}Pb. Для реакции ^{58}Ni + ^{208}Pb сечения захвата, вычисленные с помощью формулы Вонга (5.27), представлены штриховой кривой. Рассчитанные σ_c в случае увеличения глубины потенциального кармана на 0.5 МэВ представлены штрих - пунктирной кривой.

С ростом энергии бомбардировки и соответственно энергии возбуждения во входном канале, вероятность перехода начальной системы в более симметричную конфигурацию растет и вклад продуктов квазиделения около входного канала уменьшается (однако остается значительным). Можно видеть, что расхождение между теорией и экспериментом уменьшается с ростом энергии столкновения ядер.

Одним из основных критериев достоверности измеренного сечения захвата является зависимость $\sigma_{cap}E_{cm}/(\pi R_b^2\hbar\omega_b)$ от $(E_{cm}-V_b)/(\hbar\omega_b)$ [107]. На рис. 5.28. приведена экспериментальная и теоретическая зависимости этого

отношения. Из-за эффекта входного канала появляется разница в абсолютной величине сечения захвата. Как видно из рис. 5.28., в реакциях с более легкими бомбардирующими ядрами величина $\sigma_{cap}E_{cm}/(\pi R_b^2\hbar\omega_b)$ больше. Причина этого в том, что в таких реакциях карман ядро-ядерного потенциала взаимодействия глубже и шире. В реакциях с относительно легкими ядрами ^{16}O, ^{19}F, ^{26}Mg, ^{28}Si, ^{32,34,36}S и ^{40,48}Ca экспериментальные точки при данной $(E_{cm}-V_b)/(\hbar\omega_b)$ распределены в достаточно узкой области. Можно предположить, что зависимость $\sigma_{cap}E_{cm}/(\pi R_b^2\hbar\omega_b)$ от $(E_{cm}-V_b)/(\hbar\omega_b)$ универсальна для всех реакций при $E_{cm}>V_b$. В относительно тяжелых системах ^{50}Ti, ^{52}Cr + ^{208}Pb, где процесс полного слияния сильно подавлен, а квазиделение усилено около входного канала, экспериментальные точки сильно отклоняться от этой узкой области. Как было отмечено выше, это может быть связано с экспериментальной сложностью определения квазиделения около входного канала. Надо отметить, что для реакции ^{52}Cr + ^{208}Pb экспериментальное σ_c может быть воспроизведено, если статический кулоновский барьер заменить эффективным динамическим барьером [108]. Такой сдвиг статического барьера называется эффектом “extra-push”. Однако экспериментальные данные по холодному слиянию в реакциях с ^{208}Pb- и ^{209}Bi-мишенями указывают на отсутствие этого эффекта во входном канале [109]. Поэтому использование сдвига барьера приведет к сильной недооценке реального значения σ_c. В рассмотренных реакциях сечение захвата вначале растет с ростом E_{cm}, однако потом уменьшается пропорционально 1/ E_{cm} . В нашей модели предполагается, что захват происходит для всех значений J от J=0 до $J=J_{crit}$ при которых потенциальный карман существует в пределе полного слипания. Когда J_{crit} становится меньше, чем максимальный угловой момент J_{max} при данной E_{cm}, сечение захвата начинает уменьшаться при больших энергиях E_{cm}. Это означает, что существует ограничение на захват из-за эффекта входного канала. При $J<J_{crit}$ сумма центробежных и кулоновских сил компенсирует ядерные силы. При $J<J_{crit}$ продукты распада около входного канала в основном это продукты квазиделения. Для реакций ^{54}Fe +

^{208}Pb и ^{58}Ni + ^{208}Pb сечение захвата достигает своего максимального значения при E_{cm}=250 и 260 МэВ соответственно, то есть при энергиях не сильно превышающих высоту кулоновского барьера (рис. 5.29.). Чувствительность положения этого максимума от глубины потенциального кармана продемонстрирована на рис. 5.29. Для реакции ^{58}Ni + ^{208}Pb с увеличением глубины потенциального кармана на 0.5 МэВ абсолютное значение σ_c слегка увеличивается, а положение максимума сдвигается на ~ 10 МэВ в сторону больших энергий. Было бы интересно экспериментально измерить такую зависимость сечения захвата от энергии бомбардировки для реакции ^{58}Ni + ^{208}Pb. Это позволит извлечь значение глубины потенциального кармана во входном канале. Кроме того, можно также попытаться ответить на вопрос является ли захват диабатическим или адиабатическим процессом, так как потенциал чувствителен к динамике взаимодействия.

В столкновениях тяжелых ядер время столкновения играет важную роль. Используя, решение уравнений матрицы плотности можно оценит среднее время реакции тяжелых ядер[3,65,92]:

$$<\tau>=\int_0^{\infty} P_{\text{int}}(t)dt \qquad (5.27)$$

здесь $P_{int}(t)$ вероятность найти волнового пакета в момент времени t в области ядерного взаимодействия [65]:

$$P_{\text{int}}(t)=\int_0^{R_{\text{int}}} \rho(t,R)dR \qquad (5.28)$$

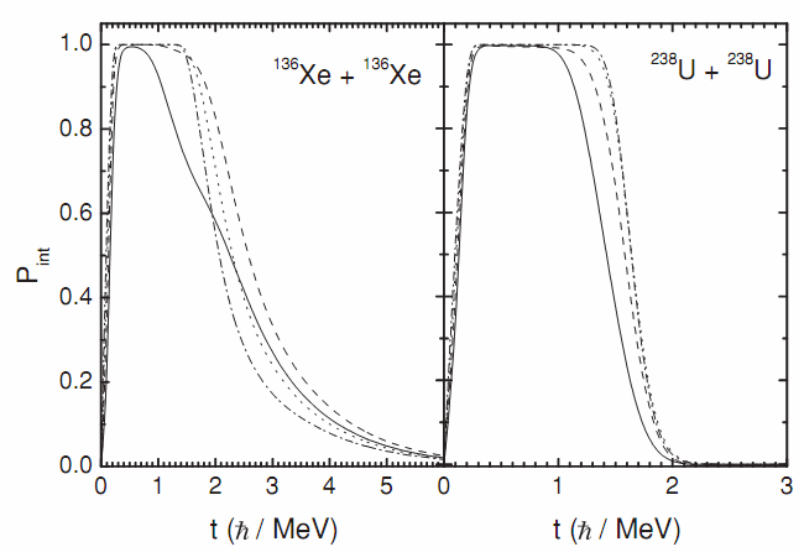


Рис.5.20. Вероятность P_{int} как функция времени при L = 0 и E = 7,7 МэВ (сплошная кривая), 27,7 МэВ (пунктирная кривая), 47,7 МэВ (пунктирная кривая) и 67,7 МэВ (пунктирная кривая) для указанных реакции. Здесь $\hbar\lambda_p(R)$ = 2 MeV.

Расчеты показывают, что время взаимодействия слабо зависит от значения коэффициента трения. Полученные нами максимальные значения среднего времени взаимодействия и его дисперсия для реакций

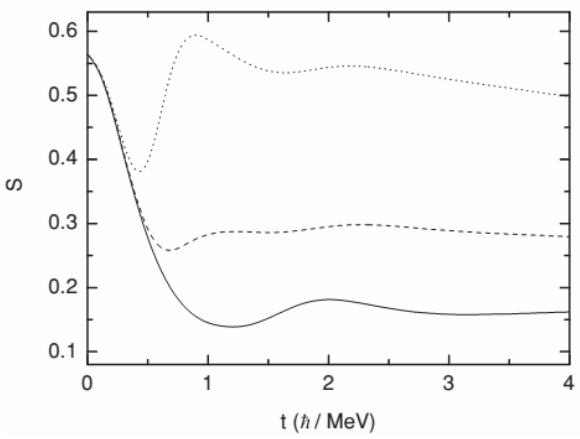


Рис. 5.21. Линейная энтропия (5.29) как функция времени при $\Delta E(0)$= -2МэВ (сплошная кривая), 5 МэВ (штриховая) и 15 МэВ (пунктирная).

^{136}Xe + ^{136} Xe и ^{238} U + ^{238} U при $\hbar\lambda_p(R)$ = 2 МэВ и нулевой момент импульса находится в диапазоне (1,5-1,8) × 10^{-21}с и (6,6-14) × 10^{-22}с соответственно и эти значения сопоставимы с результаты других подходов. Следует отметить , что время взаимодействия слабо зависит от значения коэффициента трения.

На рис. 5.21. показана зависимость линейной энтропии от времени

$$S(t)=1-\mathrm{Tr}(\rho^2(t)) \qquad (5.29)$$

в реакции ^{48}Ca + ^{208}Pb при $\Delta E(0)$= -2, 5 и 15 МэВ. При $\Delta E(0)$=5 МэВ энтропия достигает максимального значения при t=0.8$\hbar$МэВ, что соответствует времени перехода через барьер. Когда пакет достигает потенциальной ямы, энтропия принимает минимальное значение. Это означает, что минимальное и максимальное значения энтропии определяют наиболее стабильное и наиболее нестабильное положения потенциальной энергии системы. Надо заметить, что уменьшение энтропии связано с явлением декогеренции в квантовой системе. Отсюда следует, что значение декогеренции растет с ростом E_{cm}.

Выводы

С ростом энергии бомбардировки и соответственно энергии возбуждения во входном канале, вероятность перехода начальной системы в более симметричную конфигурацию растет и вклад продуктов квазиделения около входного канала уменьшается . Можно видеть, что расхождение между теорией и экспериментом уменьшается с ростом энергии столкновения ядер.

Получены максимальные значения среднего времени взаимодействия и его дисперсии для реакций ^{136}Xe + ^{136} Xe и ^{238} U + ^{238} U при $\hbar\lambda_p(R)$ = 2 МэВ и L=0. Показано, что время взаимодействия слабо зависит от значения коэффициента трения.

Показано, что при $\Delta E(0)$=5 МэВ линейная энтропия достигает максимального значения при t=0.8$\hbar$МэВ, которое соответствует времени перехода через барьер. Когда пакет достигает потенциальной ямы, энтропия принимает минимальное значение. Это означает, что минимальное и максимальное значения энтропии определяют наиболее стабильное и наиболее нестабильное положения потенциальной энергии системы.

ГЛАВА VI

НЕРАВНОВЕСНЫЕ СИСТЕМЫ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Влияние внешнего поля на электрофизические и кинетические коэффициенты определяется малым отклонением рассматриваемой системы от равновесия. Критерий сильного или слабого внешнего поля зависит от влияния, оказываемого внешним полем на систему и определяется параметрами самой системы.

Существуют большое количество экспериментальных фактов, которые доказывают биологические эффекты сверхслабых магнитных и электрических полей[82]. В данной главе мы рассмотрим немарковскую динамику открытых систем во внешнем магнитном поле[5].

§ 1. Гамильтониан и немарковские квантовые стохастические уравнения движения

Полное описание динамики открытых квантовых систем во внешнем магнитном поле является очень сложной проблемой неравновесной статистической физики. Самый простой гамильтониан для такой системы можно получить из обычного квантового гамильтониана для заряженной частицы в магнитном поле учетом взаимодействия с термостатом. Рассмотрим движение заряженной системы в двумерной потенциальной яме, окруженной нейтральными квантовыми осцилляторами термостата. Внешнее

[5] В данной главе использованы работы: 1. Kalandarov Sh.A., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Influence of external magnetic field on dynamics of open quantum systems// Physical Review E 2007. –vol.75. –pp. 031115.; 2. Sh. A. Kalandarov, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko: Transport coefficients of quantum system interacting with squeezed heat bath// Physical Review E, 2006. –vol. 74, –pp. 011118; Zakirjon Kanokov, Jürn W. P. Schmelzer, Avazbek K. Nasirov: New mechanism of solution of the k_BT-problem in magnetobiology//Cent. Eur. J. Phys. DOI: 10.2478/s11534-009-0144-3

магнитное поле направлено по оси -*z*. Как в главе 3, связь с термостатом рассматривается линейной по координате [62]:

$$H=\frac{1}{2\mu}[\vec{p}-e\vec{A}(x,y)]^2+\frac{\mu}{2}(\omega_x^2x^2+\omega_y^2y^2)+\sum_\nu\hbar\omega_\nu b_\nu^+b_\nu+ \\ +\sum_\nu(x\alpha_\nu+yg_\nu)(b_\nu^++b_\nu), \qquad (6.1)$$

где $\vec{A}=(-\frac{1}{2}yB,\frac{1}{2}xB,0)$ векторный потенциал, $B=\left|\vec{B}\right|$ индукция магнитного поля, $\vec{p}$ импульс, ω_x и ω_y коллективные частоты, b_ν^+ и b_ν – соответственно операторы рождения и уничтожения осциллятора квантового термостата. α_ν и g_ν $\alpha_\nu^2=\frac{2\mu\omega_x\lambda_x^0}{\hbar}G_\nu^2;g_\nu^2=\frac{2\mu\omega_y\lambda_y^0}{\hbar}G_\nu^2$ - параметры связи, G -постоянная связь, λ - усредненная сила жёсткости осциллятора.

Заменим операторов импульса в гамильтониан (6.1) следующими операторами $\pi_x=p_x+\frac{1}{2}\mu\omega_L y$ и $\pi_y=p_y-\frac{1}{2}\mu\omega_L x$ и получаем[62]:

$$H=\frac{1}{2\mu}[\pi_x^2+\pi_y^2]^2+\frac{\mu}{2}(\omega_x^2x^2+\omega_y^2y^2)+\sum_\nu\hbar\omega_\nu b_\nu^+b_\nu+\sum_\nu(x\alpha_\nu+yg_\nu)(b_\nu^++b_\nu) \qquad (6.2)$$

Из (6.2) нетрудно получить уравнений Гейзенберга для операторов *x; y;* $\pi_x;\pi_y$; b_ν^+ и b_ν [62]:

$$\dot{x}(t)=\frac{i}{\hbar}[H,x]=\frac{\pi_x(t)}{\mu}; \quad \dot{y}(t)=\frac{i}{\hbar}[H,y]=\frac{\pi_y(t)}{\mu}, \qquad (6.3)$$

$$\dot{\pi}_x(t)=\frac{i}{\hbar}[H,\pi_x]=\pi_y(t)\omega_L-\mu\omega_x^2x(t)-\sum_\nu\alpha_\nu(b_\nu^++b_\nu), \qquad (6.4)$$

$$\dot{\pi}_y(t)=\frac{i}{\hbar}[H,\pi_y]=\pi_x(t)\omega_L-\mu\omega_y^2y(t)-\sum_\nu g_\nu(b_\nu^++b_\nu) \qquad (6.5)$$

$$\dot{b}_\nu^+(t)=\frac{i}{\hbar}[H,b_\nu^+]=i\omega_\nu b_\nu^+(t)+\frac{i}{\hbar}[\alpha_\nu x(t)+g_\nu y(t)] \qquad (6.6)$$

$$\dot{b}_\nu(t)=\frac{i}{\hbar}[H,b_\nu]=-i\omega_\nu b_\nu(t)-\frac{i}{\hbar}[\alpha_\nu x(t)+g_\nu y(t)] \qquad (6.6`)$$

Аналогично как в предыдущих главах с помощью решения уравнений (6.6)-(6.6`) исключим внутренние переменные и получаем систему интегро-

дифференциальных немарковских уравнений Ланжевена для коллективных координат[62]:

$$\dot{x}(t)=\frac{\pi_x(t)}{\mu};\qquad \dot{y}(t)=\frac{\pi_y(t)}{\mu}, \tag{6.7}$$

$$\dot{\pi}_x(t)=\pi_y(t)\omega_L-x(t)\mu\omega_x^2(1-\frac{1}{\omega_x^2}\sum_\nu\frac{2\alpha_\nu^2}{\mu\hbar\omega_\nu})-\frac{1}{\mu}\int_0^t d\tau K_\alpha(t,\tau)\pi_x(\tau)-F_\alpha(t) \tag{6.8}$$

$$\dot{\pi}_y(t)=\pi_x(t)\omega_L-y(t)\mu\omega_y^2(1-\frac{1}{\omega_y^2}\sum_\nu\frac{2g_\nu^2}{\mu\hbar\omega_\nu})-\frac{1}{\mu}\int_0^t d\tau K_g(t,\tau)\pi_y(\tau)-F_g(t) \tag{6.9}$$

где $\omega_L=\frac{eB}{\mu}$ циклотронная частота, $F_\alpha(t), F_g(t)$ операторы случайных сил. Здесь рассматривается, случае, когда $F_\alpha(t)$ и $F_g(t)$ не коррелированы, т.е. $\sum_\nu\frac{\alpha_\nu g_\nu}{\hbar\omega_\nu}=0$. Ядро интегральных уравнений (6.8) -(6.9) как в ПС-осцилляторе имеют следующий вид[62]:

$$K_\alpha(t-\tau)=\sum_\nu\frac{2\alpha_\nu^2}{\hbar\omega_\nu}\cos(\omega_\nu[t-\tau]) \tag{6.10}$$

$$K_g(t-\tau)=\sum_\nu\frac{2g_\nu^2}{\hbar\omega_\nu}\cos(\omega_\nu[t-\tau]) \tag{6.11}$$

В (6.10)-(6.11) суммирование заменим интегралом по частоте:

$$K_\alpha(t)=k_x^2\frac{\lambda_x^0\gamma}{\hbar}e^{-\gamma|t|};\quad K_g(t)=k_y^2\frac{\lambda_y^0\gamma}{\hbar}e^{-\gamma|t|} \tag{6.12}$$

где $k_x^2=2\mu\omega_x/\hbar$ и $k_y^2=2\mu\omega_y/\hbar$,

решения системы уравнений (6.7)-(6.9) имеют вид [62]:

$$x(t)=A_1(t)x(0)+A_2(t)y(0)+A_3(t)\pi_x(0)+A_4(t)\pi_y(0)-I_x(t)-I'_x(t),$$

$$y(t)=B_1(t)x(0)+B_2(t)y(0)+AB(t)\pi_x(0)+B_4(t)\pi_y(0)-I_y(t)-I'_y(t)$$

$$\pi_x(t)=C_1(t)x(0)+C_2(t)y(0)+C_3(t)\pi_x(0)+C_4(t)\pi_y(0)-I_{\pi_x}(t)-I'_{\pi_x}(t)$$

$$\pi_y(t)=D_1(t)x(0)+D_2(t)y(0)+D_3(t)\pi_x(0)+D_4(t)\pi_y(0)-I_{\pi_y}(t)-I'_{\pi_y}(t) \tag{6.13}$$

где $I_x(t)=\int_0^t A_3(\tau)F_\alpha(t-\tau)d\tau$; $I'_x(t)=\int_0^t A_4(\tau)F_g(t-\tau)d\tau$; $I_y(t)=\int_0^t B_3(\tau)F_\alpha(t-\tau)d\tau$

$I'_y(t)=\int_0^t B_4(\tau)F_g(t-\tau)d\tau$; $I_{\pi_x}(t)=\int_0^t C_3(\tau)F_\alpha(t-\tau)d\tau$; $I'_{\pi_x}(t)=\int_0^t C_4(\tau)F_g(t-\tau)d\tau$;

$I_{\pi_y}(t)=\int_0^t D_3(\tau)F_\alpha(t-\tau)d\tau$; $I'_{\pi_y}(t)=\int_0^t D_4(\tau)F_g(t-\tau)d\tau$.

§ 2. Квантовые нестационарные коэффициенты переноса

Для того, чтобы определить коэффициенты переноса, используя решение (6.13), напишем уравнения для первых и вторых моментов (аналогично тому, как было сделано в предыдущих главах)

$$<\dot{x}(t)>=\frac{<\pi_x(t)>}{\mu};\quad <\dot{y}(t)>=\frac{<\pi_y(t)>}{\mu}; \tag{6.14}$$

$$<\dot{\pi}_x(t)>=-\lambda_{\pi_x}(t)<\pi_x(t)>+\rho_x(t)<\pi_x(t)>-c_x(t)<x(t)>+\delta_x(t)<y(t)>, \tag{6.15}$$

$$<\dot{\pi}_y(t)>=-\lambda_{\pi_x}(t)<\pi_y(t)>+\rho_y(t)<\pi_y(t)>-c_y(t)<x(t)>+\delta_y(t)<y(t)> \tag{6.16}$$

Если переходить к каноническим импульсам p_x, p_y, то получаем

$$<\dot{x}(t)>=\frac{<p_x(t)>}{\mu}+\omega_L<y(t)>/2,\quad <\dot{y}(t)>=\frac{<p_y(t)>}{\mu}-\omega_L<x(t)>/2, \tag{6.17}$$

$$<\dot{p}_x(t)>=-\lambda_{p_x}(t)<p_x(t)>+\tilde{\rho}_x(t)<p_y(t)>-\tilde{c}_x(t)<x(t)>+\tilde{\delta}_x(t)<y(t)> \tag{6.18}$$

$$<\dot{p}_x(t)>=-\lambda_{p_x}(t)<p_y(t)>+\tilde{\rho}_y(t)<p_x(t)>-\tilde{c}_y(t)<y(t)>+\tilde{\delta}_y(t)<x(t)> \tag{6.19}$$

где

$$\lambda_{p_x}(t)=\lambda_{\pi_x}(t);\lambda_{p_y}(t)=\lambda_{\pi_y}(t);\tilde{\rho}_x(t)=\rho_x(t)-\frac{\omega_L}{2};\tilde{\rho}_y(t)=\rho_y(t)+\frac{\omega_L}{2};$$

$$\delta_x(t)=\delta_x(t)-\lambda_{\pi_x}(t)\mu\frac{\omega_L}{2};\delta_y(t)=\delta_y(t)+\lambda_{\pi_y}(t)\mu\frac{\omega_L}{2};\tilde{c}_x(t)=c_x(t)+\rho_x(t)\mu\frac{\omega_L}{2}-\mu\frac{\omega_L^2}{4}$$

и $\tilde{c}_y(t)=c_y(t)-\rho_y(t)\mu\frac{\omega_L}{2}-\mu\frac{\omega_L^2}{4}$

Как видно, из структуры уравнений (6.15)-(6.16) или (6.18)-(6.19) коэффициенты трения являются нестационарными. Теперь, напишем уравнения для вторых моментов [62].

$$\dot{\sigma}_{xx}(t)=\frac{2\sigma_{x\pi_x}(t)}{\mu};\dot{\sigma}_{yy}(t)=\frac{2\sigma_{y\pi_y}(t)}{\mu};\dot{\sigma}_{xy}(t)=\frac{2\sigma_{x\pi_y}(t)}{\mu}+\frac{2\sigma_{y\pi_x}(t)}{\mu};$$

$$\dot{\sigma}_{x\pi_y}(t)=-\lambda_{\pi_y}(t)\sigma_{x\pi_y}(t)+\rho_y(t)\sigma_{x\pi_x}(t)-c_y(t)\sigma_{xy}(t)+\delta_y(t)\sigma_{xx}(t)+\frac{\sigma_{\pi_x\pi_y}(t)}{\mu}+2D_{x\pi_y}(t);$$

$$\dot{\sigma}_{x\pi_x}(t)=-\lambda_{\pi_x}(t)\sigma_{x\pi_x}(t)+\rho_x(t)\sigma_{x\pi_y}(t)-c_x(t)\sigma_{xx}(t)+\delta_x(t)\sigma_{xy}(t)+\frac{\sigma_{\pi_x\pi_x}(t)}{\mu}+2D_{x\pi_x}(t);$$

$$\dot{\sigma}_{y\pi_x}(t)=-\lambda_{\pi_x}(t)\sigma_{x\pi_x}(t)+\rho_x(t)\sigma_{y\pi_y}(t)-c_x(t)\sigma_{xy}(t)+\delta_x(t)\sigma_{yy}(t)+\frac{\sigma_{\pi_x\pi_y}(t)}{\mu}+2D_{x\pi_x}(t);$$

$$\dot{\sigma}_{x\pi_y}(t)=-\lambda_{\pi_y}(t)\sigma_{y\pi_y}(t)+\rho_y(t)\sigma_{y\pi_x}(t)-c_y(t)\sigma_{yy}(t)+\delta_y(t)\sigma_{xy}(t)+\frac{\sigma_{\pi_y\pi_y}(t)}{\mu}+2D_{y\pi_y}(t);$$

$$\dot{\sigma}_{\pi_x\pi_x}(t)=-2\lambda_{\pi_x}(t)\sigma_{\pi_x\pi_x}(t)+2\rho_x(t)\sigma_{\pi_x\pi_y}(t)-2c_x(t)\sigma_{x\pi_x}(t)+2\delta_x(t)\sigma_{y\pi_x}(t)+2D_{\pi_x\pi_x}(t);$$

$$\dot{\sigma}_{\pi_y\pi_y}(t)=-2\lambda_{\pi_y}(t)\sigma_{\pi_y\pi_y}(t)+2\rho_y(t)\sigma_{\pi_x\pi_y}(t)-2c_y(t)\sigma_{y\pi_y}(t)+2\delta_y(t)\sigma_{x\pi_y}(t)+2D_{\pi_y\pi_y}(t);$$

$$\dot{\sigma}_{\pi_x\pi_y}(t)=-(\lambda_{\pi_x}(t)+\lambda_{\pi_y}(t))\sigma_{\pi_x\pi_y}(t)+\rho_x(t)\sigma_{\pi_y\pi_y}(t)+\rho_y(t)\sigma_{\pi_x\pi_x}(t)-c_x(t)\sigma_{x\pi_y}(t)-$$
$$-c_y(t)\sigma_{y\pi_x}(t)+\delta_x(t)\sigma_{y\pi_y}(t)+\delta_y(t)\sigma_{x\pi_x}(t)+2D_{\pi_x\pi_y}(t)$$

(6.20)

Таким образом, мы получили (локальные по времени) марковского типа уравнения с нестационарными кинетическими коэффициентами. Зависящие от времени, коэффициенты диффузии имеют следующие вид[62]:

$$D_{\pi_x\pi_x}(t)=\lambda_{\pi_x}(t)J_{\pi_x\pi_x}(t)-\rho_x(t)J_{\pi_x\pi_y}(t)+c_x(t)J_{x\pi_x}(t)-\delta_x(t)J_{y\pi_x}(t)+\frac{1}{2}\dot{J}_{\pi_x\pi_x}(t)$$

$$D_{\pi_y\pi_y}(t)=\lambda_{\pi_y}(t)J_{\pi_y\pi_y}(t)-\rho_y(t)J_{\pi_x\pi_y}(t)+c_y(t)J_{y\pi_y}(t)-\delta_y(t)J_{x\pi_y}(t)+\frac{1}{2}\dot{J}_{\pi_y\pi_y}(t)$$

$$D_{\pi_x\pi_y}(t)=-\frac{1}{2}\{-[\lambda_{\pi_x}(t)+\lambda_{\pi_y}(t)]J_{\pi_x\pi_y}(t)+\rho_x(t)J_{\pi_y\pi_y}(t)+\rho_y(t)J_{\pi_x\pi_x}(t)-c_x(t)J_{x\pi_y}(t)-$$
$$-c_y(t)J_{y\pi_x}(t)+\delta_x(t)J_{y\pi_y}(t)+\delta_y(t)J_{x\pi_x}(t)-\frac{1}{2}\dot{J}_{\pi_x\pi_y}(t)\}$$

$$D_{x\pi_y}(t)=-\frac{1}{2}(-\lambda_{\pi_y}(t)J_{y\pi_y}(t)+\rho_y(t)J_{y\pi_x}(t)-c_y(t)J_{xy}(t)+\delta_y(t)J_{xx}(t)+\frac{J_{\pi_x\pi_y}(t)}{\mu}-\dot{J}_{x\pi_y}(t))$$

$$D_{y\pi_x}(t)=-\frac{1}{2}(-\lambda_{\pi_x}(t)J_{y\pi_x}(t)+\rho_x(t)J_{y\pi_y}(t)-c_x(t)J_{xy}(t)+\delta_x(t)J_{yy}(t)+\frac{J_{\pi_x\pi_y}(t)}{\mu}-\dot{J}_{x\pi_x}(t))$$

$$D_{x\pi_x}(t)=-\frac{1}{2}(-\lambda_{\pi_x}(t)J_{x\pi_x}(t)+\rho_x(t)J_{x\pi_y}(t)-c_x(t)J_{xx}(t)+\delta_x(t)J_{xy}(t)+\frac{J_{\pi_x\pi_x}(t)}{\mu}-J_{x\pi_x}(t))$$

$$D_{y\pi_y}(t) = -\frac{1}{2}(-\lambda_{\pi_y}(t)J_{y\pi_y}(t) + \rho_y(t)J_{y\pi_x}(t) - c_y(t)J_{yy}(t) + \delta_y(t)J_{xy}(t) + \frac{J_{\pi_y\pi_y}(t)}{\mu} - \dot{J}_{y\pi_y}(t))$$

(6.21)

Так как, в уравнениях (6.7) случайные силы отсутствуют, то

$$D_{xx} = 0, D_{yy} = 0, D_{yx} = 0.$$

Если отсутствует внешнее магнитное поле, т.е. $\omega_L = 0$, то

$$D_{y\pi_x}(t) = D_{x\pi_y}(t) = D_{\pi_x\pi_y}(t) = 0.$$

В (6.20) использованы следующие обозначения

$$J_{xx}(t) = << I_x(t)I_x(t) + I'_x(t)I'_x(t) >>,\ J_{yy}(t) = << I_y(t)I_y(t) + I'_y(t)I'_y(t) >>,$$

$$J_{\pi_x\pi_x}(t) = << I_{\pi_x}(t)I_{\pi_x}(t) + I'_{\pi_x}(t)I'_{\pi_x}(t) >>,\ J_{\pi_y\pi_y}(t) = << I_{\pi_y}(t)I_{\pi_y}(t) + I'_{\pi_y}(t)I'_{\pi_y}(t) >>,$$

$$J_{\pi_x\pi_y}(t) = << I_{\pi_x}(t)I_{\pi_y}(t) + I'_{\pi_x}(t)I'_{\pi_y}(t) >>, J_{xy}(t) = << I_x(t)I_y(t) + I'_x(t)I'_y(t) >>,$$

$$J_{x\pi_x}(t) = << I_x(t)I_{\pi_x}(t) + I'_x(t)I'_{\pi_x}(t) >>, J_{y\pi_y}(t) = << I_y(t)I_{\pi_y}(t) + I'_y(t)I'_{\pi_y}(t) >>,$$

$$J_{x\pi_y}(t) = << I_x(t)I_{\pi_y}(t) + I'_x(t)I'_{\pi_y}(t) >>, J_{y\pi_x}(t) = << I_y(t)I_{\pi_x}(t) + I'_y(t)I'_{\pi_x}(t) >>$$

При больших значениях времени, система стремится к своему равновесному состоянию, и в этом случае мы получаем[62]:

$$D_{\pi_x\pi_x}(\infty) = \lambda_{\pi_x}(\infty)\sigma_{\pi_x\pi_x}(\infty) - \delta_x(\infty)\sigma_{y\pi_x}(\infty);$$

$$D_{\pi_y\pi_y}(\infty) = \lambda_{\pi_y}(\infty)\sigma_{\pi_y\pi_y}(\infty) - \delta_y(\infty)\sigma_{x\pi_y}(\infty),$$

$$D_{\pi_x\pi_y}(\infty) = \frac{1}{2}[c_x(\infty)\sigma_{x\pi_y}(\infty) + c_y(\infty)\sigma_{y\pi_x}(\infty) - \rho_x(\infty)\sigma_{\pi_y\pi_y}(\infty) - \rho_y(\infty)\sigma_{\pi_x\pi_x}(\infty)]$$

$$D_{x\pi_y}(\infty) = \frac{1}{2}[\lambda_{\pi_y}(\infty)\sigma_{x\pi_y}(\infty) - \delta_y(\infty)\sigma_{xx}(\infty)], D_{y\pi_x}(\infty) = \frac{1}{2}[\lambda_{\pi_x}(\infty)\sigma_{y\pi_x}(\infty) - \delta_x(\infty)\sigma_{yy}(\infty)],$$

$$D_{x\pi_x}(\infty) = \frac{1}{2}[c_{x_y}(\infty)\sigma_{xx}(\infty) - \rho_x(\infty)\sigma_{x\pi_y}(\infty) - \frac{1}{\mu}\sigma_{\pi_x\pi_x}(\infty)]$$

$$D_{y\pi_y}(\infty) = \frac{1}{2}[c_y(\infty)\sigma_{yy}(\infty) - \rho_y(\infty)\sigma_{y\pi_x}(\infty) - \frac{1}{\mu}\sigma_{\pi_y\pi_y}(\infty)] \qquad (6.22)$$

Сравнивая (6.20) и (6.21) увидим, что $\sigma_{ij}(\infty) = J_{ij}(\infty)$. В случае симметрии (когда $\omega_x = \omega_y$ или c_x=c_y) мы имеем

$$\lambda_x^0 = \lambda_y^0, \delta_x(\infty) = -\delta_y(\infty), \rho_x(\infty) = -\rho_y(\infty),$$

$$D_{\pi_x\pi_x}(\infty) = D_{\pi_y\pi_y}(\infty), D_{x\pi_y}(\infty) = -D_{y\pi_x}(\infty), D_{\pi_x\pi_y}(\infty) = 0,$$

$$\sigma_{\pi_x\pi_x}(\infty) = \sigma_{\pi_y\pi_y}(\infty), \sigma_{xx}(\infty) = \sigma_{yy}(\infty) \text{ и}$$

$$\sigma_{x\pi_y}(\infty) = -\sigma_{y\pi_x}(\infty).$$

Используя (6.21) и переходя к переменным x, y и p_x, p_y, определим асимптотические выражения для коэффициентов диффузии[62]:

$$D_{p_xp_x}(\infty) = \lambda_{p_x}(\infty)\sigma_{p_xp_x}(\infty) - \tilde{\delta}_x(\infty)\sigma_{yp_x}(\infty), \quad D_{p_yp_y}(\infty) = \lambda_{p_y}(\infty)\sigma_{p_yp_y}(\infty) - \tilde{\delta}_y(\infty)\sigma_{xp_y}(\infty),$$

$$D_{p_xp_y}(\infty) = \frac{1}{2}[\tilde{c}_x(\infty)\sigma_{xp_y}(\infty) + \tilde{c}_y(\infty)\sigma_{yp_x}(\infty) - \tilde{\rho}_x(\infty)\sigma_{p_yp_y}(\infty) - \tilde{\rho}_y(\infty)\sigma_{p_xp_x}(\infty)],$$

$$D_{xp_y}(\infty) = \frac{1}{2}[\lambda_{p_y}(\infty)\sigma_{xp_y}(\infty) - \tilde{\delta}_y(\infty)\sigma_{xx}(\infty)] \quad ,$$

$$D_{yp_x}(\infty) = \frac{1}{2}[\lambda_{p_x}(\infty)\sigma_{yp_x}(\infty) - \tilde{\delta}_x(\infty)\sigma_{yy}(\infty)] \ ,$$

$$D_{xp_x}(\infty) = \frac{1}{2}[\tilde{c}_x(\infty)\sigma_{xx}(\infty) - \frac{1}{\mu}\sigma_{p_xp_x}(\infty) - \tilde{\rho}_x(\infty)\sigma_{xp_y}(\infty) - \frac{1}{2}\omega_L\sigma_{yp_x}(\infty)] \ ,$$

$$D_{yp_y}(\infty) = \frac{1}{2}[\tilde{c}_y(\infty)\sigma_{yy}(\infty) - \frac{1}{\mu}\sigma_{p_yp_y}(\infty) - \tilde{\rho}_y(\infty)\sigma_{yp_x}(\infty) + \frac{1}{2}\omega_L\sigma_{xp_y}(\infty)]. \quad (6.23)$$

В симметричном случае имеем

$$\lambda_x^0 = \lambda_y^0, \tilde{\delta}_x(\infty) = -\tilde{\delta}_y(\infty), \tilde{\rho}_x(\infty) = -\tilde{\rho}_y(\infty),$$

$$D_{p_xp_x}(\infty) = D_{p_yp_y}(\infty), D_{xp_x}(\infty) = -D_{yp_y}(\infty), D_{xp_y}(\infty) = D_{yp_y}(\infty).$$

Если в (6.23) $\tilde{\delta}_x(\infty) = \frac{1}{2}\lambda_{p_x}(\infty)\mu\omega_L, \tilde{\delta}_y(\infty) = -\frac{1}{2}\lambda_{p_y}(\infty)\mu\omega_L$ ($\delta_x(\infty) = \delta_y(\infty) = 0$), то коэффициенты трения и диффузии удовлетворяют следующим флуктуационно-диссипативным соотношениям[62]:

$$D_{p_xp_x}(\infty) = \lambda_{p_x}(\infty)[\sigma_{p_xp_x}(\infty) + \frac{1}{2}\mu\omega_L\sigma_{yp_x}(\infty)],$$

$$D_{p_yp_y}(\infty) = \lambda_{p_y}(\infty)[\sigma_{p_yp_y}(\infty) - \frac{1}{2}\mu\omega_L\sigma_{xp_y}(\infty)]$$

$$D_{yp_x}(\infty) = \frac{1}{2}\lambda_{p_x}(\infty)[\sigma_{yp_x}(\infty) + \frac{1}{2}\mu\omega_L\sigma_{yy}(\infty)],$$

$$D_{xp_y}(\infty) = \frac{1}{2}\lambda_{p_y}(\infty)[\sigma_{xp_y}(\infty) - \frac{1}{2}\mu\omega_L\sigma_{xx}(\infty)]$$

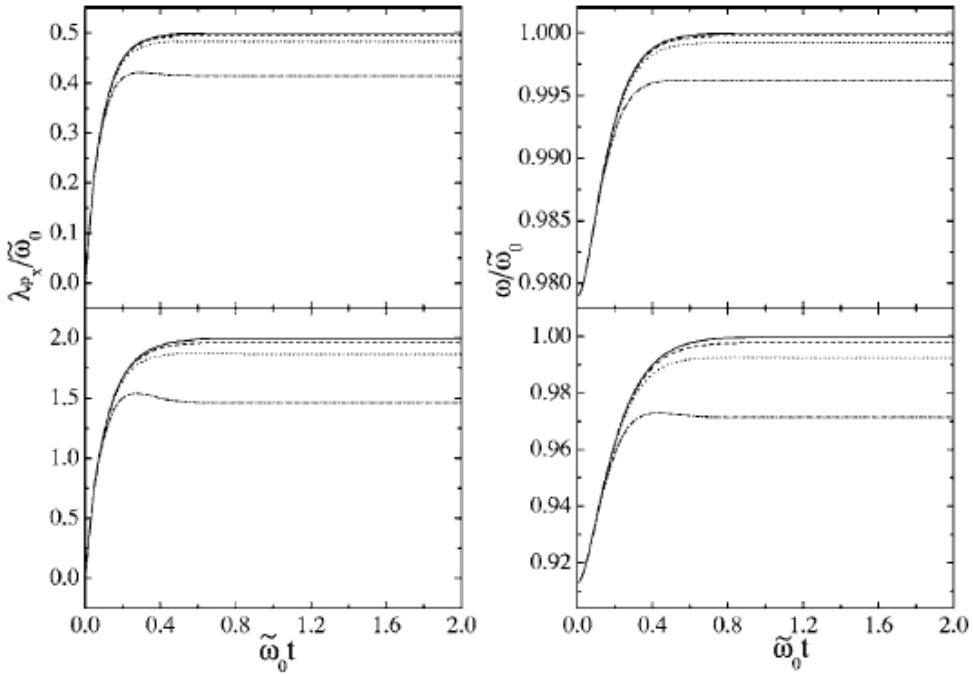


Рис.6.1. Зависимость коэффициента трения λ_{p_x} от времени и коллективной частоты ω при $\lambda_x^0 = \lambda_y^0 = 0.09$ и $\omega_x / \tilde{\omega}_0 =$ $\omega_y / \tilde{\omega}_0$=2.6 (верхняя часть) , $\lambda_x^0 = \lambda_y^0 = 0.2$ и $\omega_x / \tilde{\omega}_0 =$ $\omega_y / \tilde{\omega}_0$=4.6 (нижняя часть). Сплошная, пунктирная, точечная и точка - пунктирная линия соответствует значениям $\omega_L / \tilde{\omega}_0$ =0; 1.0; 2.0 и 5.0. При ω_L=0 для верхней части $\lambda_{p_x}(\infty) / \tilde{\omega}_0$=0.5 и для нижней части $\lambda_{p_x}(\infty) / \tilde{\omega}_0$=2.0

Из результатов, приведенных на рис. 6.1 можно сделать вывод, что если магнитное поле действует на квантовую частицу только через силу Лоренца, то тогда асимптотическая величина коэффициента трения уменьшается с увеличением величины ω_L. Обычно, для системы фермионов сопротивление увеличивается с возрастанием действия магнитного поля, а для бозонной системы наблюдается некоторое уменьшение. Полученный нами результат хорошо согласуется с другими теоретическими результатами[114], полученными в рамках квантово - механических расчетов. Необходимо отметить, если внешнее магнитное поле действует на электроны только через силу Лоренца, тогда электрическая удельная электропроводность металла не является монотонно возрастающей функцией магнитного поля.

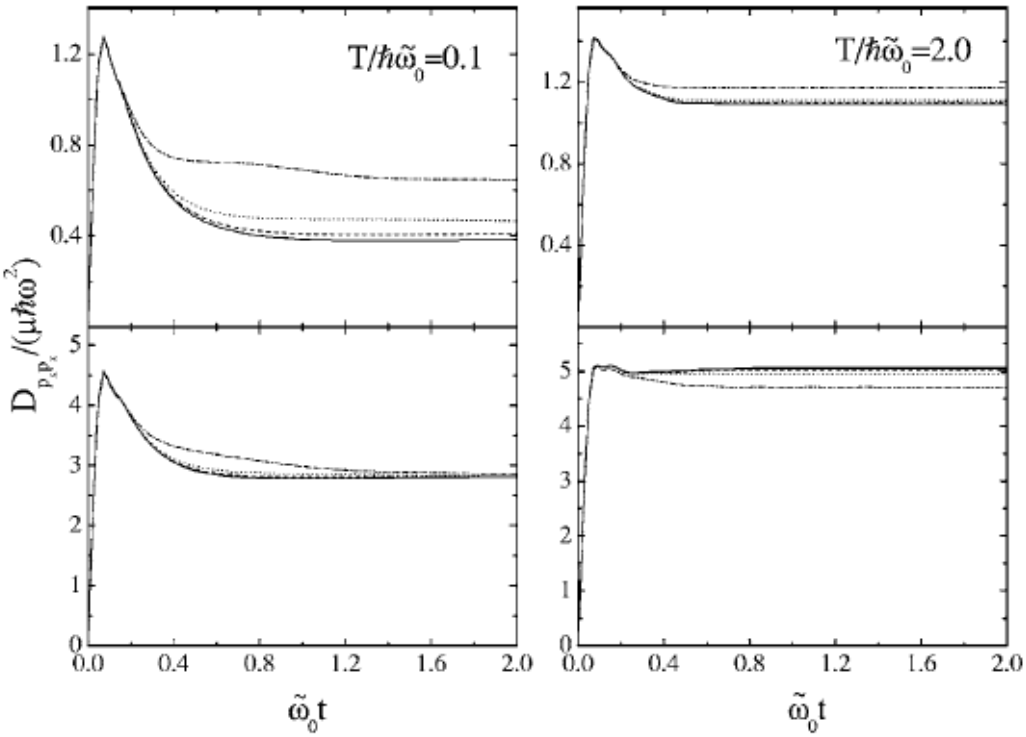


Рис.6.2. Зависимость коэффициента диффузии $D_{p_x p_x}(t)$ от времени для $T/\hbar\tilde{\omega}_0$=0.1(левая часть) и $T/\hbar\tilde{\omega}_0$=2 (правая часть) при $\lambda_x^0 = \lambda_y^0 = 0.09$ и $\omega_x/\tilde{\omega}_0 = \omega_y/\tilde{\omega}_0$=2.6 (верхняя часть) , $\lambda_x^0 = \lambda_y^0 = 0.2$ и $\omega_x/\tilde{\omega}_0 = \omega_y/\tilde{\omega}_0$=4.6 (нижняя часть). Сплошная, пунктирная, точечная и точка - пунктирная линии соответствуют значениям $\omega_L/\tilde{\omega}_0$ =0; 1.0; 2.0 и 5.0. При ω_L=0 для верхней части $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0$=0.5 и для нижней части $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0$=2.0

Эти коэффициенты в начальное время равны нулю, и в течение некоторого переходного времени, они достигают своих асимптотических величин. Можно заметить, что переходное время возрастает с изменением ω_L. В то время как, асимптотические величины $D_{p_x p_x}(\infty)$ возрастают с ω_L в случае слабой связи, то в случае сильной связи и высоких температур, они не изменяются.

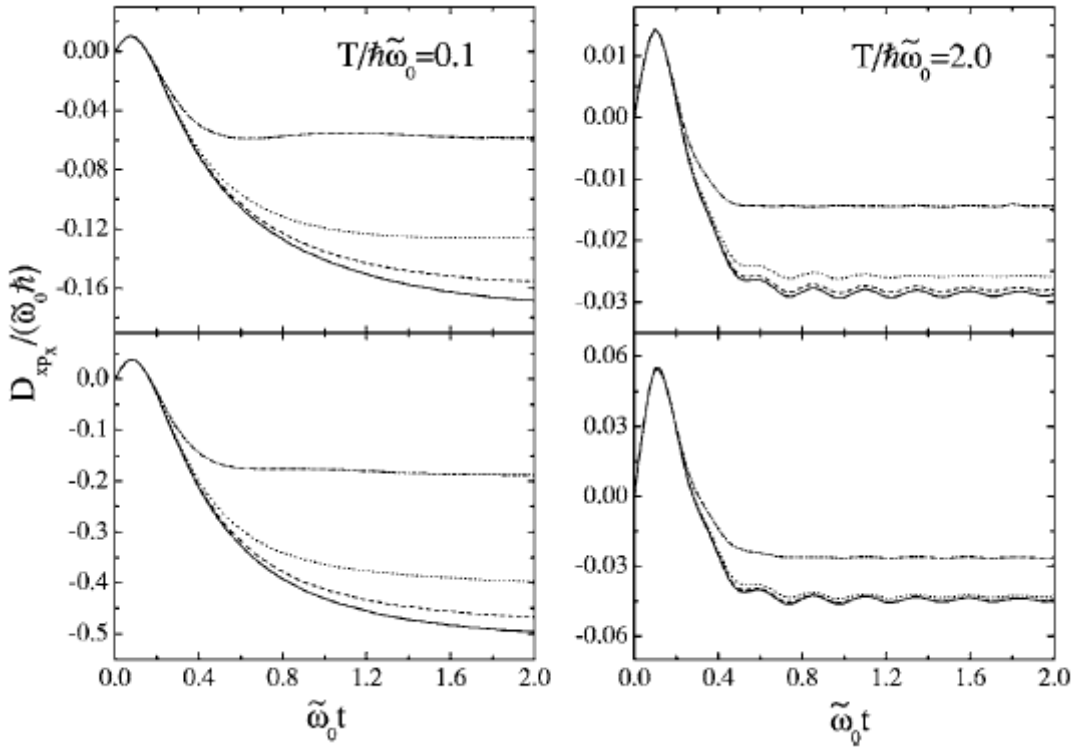


Рис.6.3. Зависимость коэффициента диффузии $D_{xp_x}(t)$ от времени для $T/\hbar\tilde{\omega}_0$=0.1(левая часть) и $T/\hbar\tilde{\omega}_0$=2 (правая часть) при $\lambda_x^0 = \lambda_y^0 = 0.09$ и $\omega_x/\tilde{\omega}_0 = \omega_y/\tilde{\omega}_0$=2.6 (верхняя часть) , $\lambda_x^0 = \lambda_y^0 = 0.2$ и $\omega_x/\tilde{\omega}_0 = \omega_y/\tilde{\omega}_0$=4.6 (нижняя часть). Сплошная, пунктирная, точечная и точка - пунктирная линии соответствуют значениям $\omega_L/\tilde{\omega}_0$ =0; 1.0; 2.0 и 5.0. При ω_L=0 для верхней части $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0$=0.5 и для нижней части $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0$=2.0

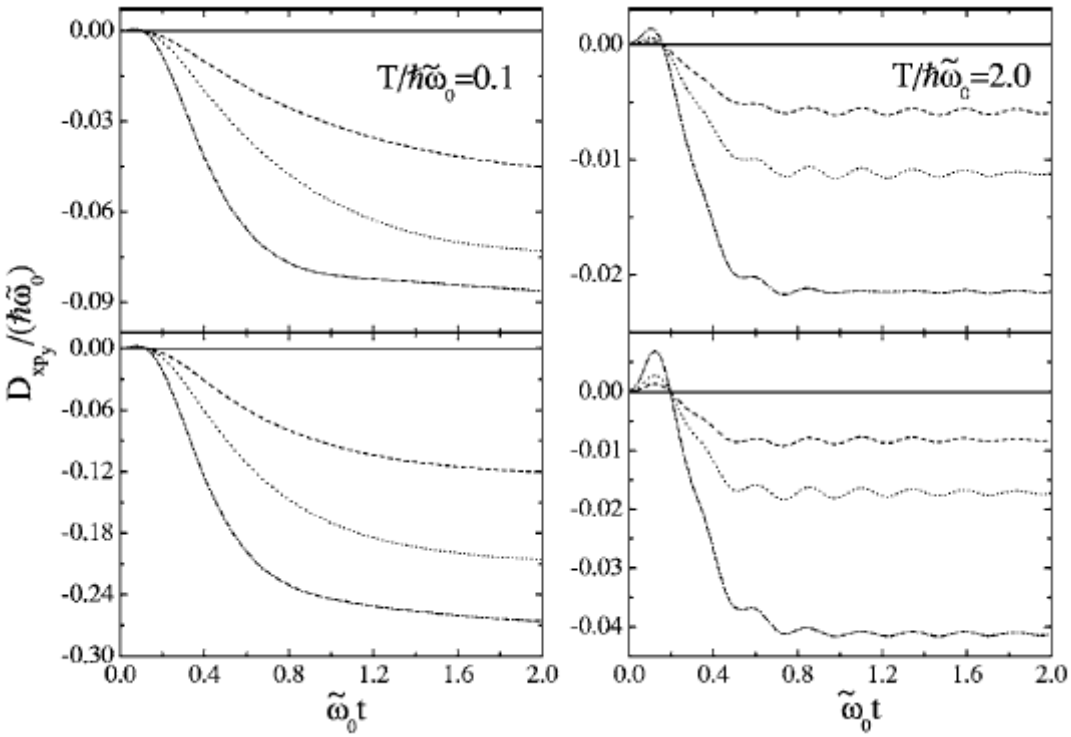


Рис.6.4. Зависимость коэффициента диффузии $D_{yp_x}(t)$ от времени для $T/\hbar\tilde{\omega}_0$=0.1(левая часть) и $T/\hbar\tilde{\omega}_0$=2 (правая часть) при $\lambda_x^0 = \lambda_y^0 = 0.09$ и $\omega_x/\tilde{\omega}_0 = \omega_y/\tilde{\omega}_0$=2.6 (верхняя часть) , $\lambda_x^0 = \lambda_y^0 = 0.2$ и $\omega_x/\tilde{\omega}_0 = \omega_y/\tilde{\omega}_0$=4.6 (нижняя часть). Сплошная, пунктирная, точечная и точка - пунктирная линии соответствуют значениям $\omega_L/\tilde{\omega}_0$ =0; 1.0; 2.0 и 5.0. При ω_L=0 для верхней части $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0$=0.5 и для нижней части $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0$=2.0

Асимптотический предел величины $|D_{xp_y}|$ возрастает с ω_L и уменьшается с увеличением температуры. Значение $D_{p_x p_y}$ равно нулю при $\lambda_x^0 = \lambda_y^0$ и становится отрицательным (положительным) при $\lambda_x^0 > \lambda_y^0 (\lambda_x^0 < \lambda_y^0)$, потому что

$$D_{p_x p_y} \approx \frac{\mu^2(\tilde{\omega}_0^2 + \omega_L^2/2)\omega_L}{4}[\sigma_{xx}(\infty) - \sigma_{yy}(\infty)]$$

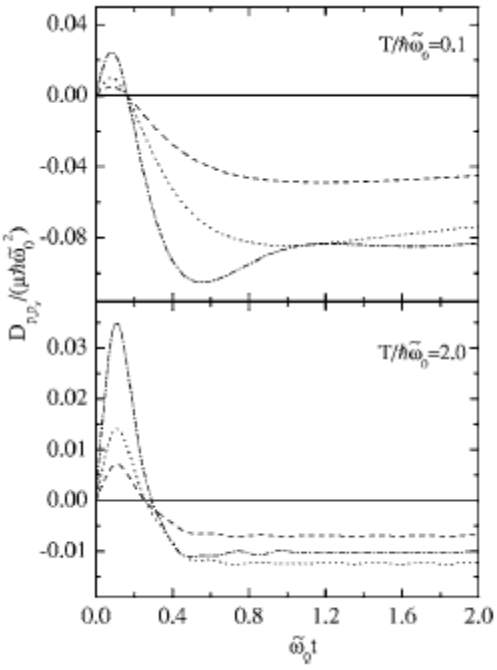


Рис. 6.5. Зависимость коэффициента диффузии $D_{p_x p_y}(t)$ от времени для $\lambda_x^0 = 0.09$ ($\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = 0.5$ при $\omega_L = 0$), $\lambda_y^0 = 0.13$ ($\lambda_{p_y}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = 1$ при $\omega_L = 0$) и $\omega_x/\tilde{\omega}_0 = 2.6, \omega_y/\tilde{\omega}_0 = 3.5$ (нижняя часть). Верхняя и нижняя части соответствуют указанным температурам. Результаты для $\omega_L/\tilde{\omega}_0 = 0$, 1.0, 2.0, и 5.0 представлены сплошными, dashed, пунктирными и dash-dotted линиями, соответственно.

(см. ур. 6.22) и $\sigma_{xx}(\infty) < \sigma_{yy}(\infty)$ при $\lambda_x^0 > \lambda_y^0$ ($\sigma_{xx}(\infty) > \sigma_{yy}(\infty)$ при $\lambda_x^0 < \lambda_y^0$). Это видно из выражения для $D_{p_x p_y}$ (см. уравнение 6.24), где $D_{\pi_x \pi_y}$ достаточно маленькая величина, поэтому $D_{p_x p_y}$ изменяет знак после замены x на y. Роль недиагональных компонентов тензора диффузии уменьшается с увеличением температуры. Это утверждение также подтверждается на рис. 6.6, где представлена зависимость асимптотических величин коэффициентов диффузии от величины магнитного поля ω_L. Абсолютные значения $D_{xp_x}(D_{xp_y})$ уменьшаются (увеличиваются) с увеличением напряженности магнитного поля. В осесимметричном случае с $\lambda_x^0 = \lambda_y^0$, $\sigma_{p_x p_x}(\infty) = \sigma_{p_y p_y}(\infty)$, $\sigma_{xx}(\infty) = \sigma_{yy}(\infty)$, и $\sigma_{xp_y}(\infty) = -\sigma_{yp_x}(\infty)$. В общем случае ($\tilde{c}_x \neq \tilde{c}_y, \lambda_{p_x} \neq \lambda_{p_y}$) $\sigma_{xp_y}(\infty) - \mu\omega_L \sigma_{xx}(\infty)/2 = -\sigma_{yp_x}(\infty) - \mu\omega_L \sigma_{yy}(\infty)/2$ и асимптотики других дисперсий равны нулю.

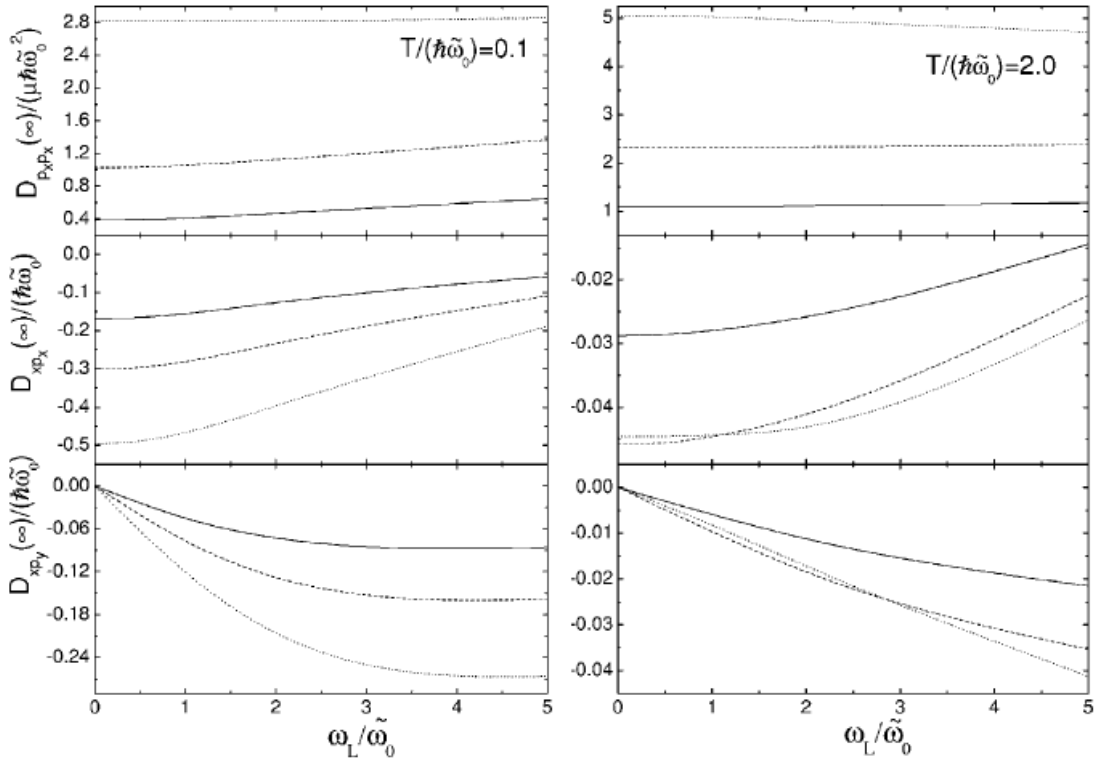


Рис.6.6. Зависимость асимптотических диффузий от ω_L. Сплошные, точечные и пунктирные линии соответствует $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = \lambda_{p_y}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = 0.5, 1,$ и 2 при $\omega_L = 0$, соответственно.

Ненулевые асимптотические дисперсии, которые представлены на рис. 6.6, связаны с асимптотическими коэффициентами диффузии (см. пр. 6.21 и 6.22). Например, в то время как асимптотические дисперсии по координате уменьшаются, асимптотическое дисперсии по импульсу и $\sigma_{xp_y}(\infty) = |\sigma_{yp_x}(\infty)|$ возрастает с ω_L ($\tilde{\delta}_x \approx -\lambda_{p_x}\mu\omega_L/2 < 0$). Это объясняет довольно слабую зависимость $D_{p_x p_x}(\infty)$ от ω_L.

Так как при больших температурах и сильных магнитных полях $|\sigma_{yp_x}(\infty)|$ имеет большую асимптотическую величину (Рис. 6.6), значение $D_{p_x p_x}(\infty)$ может немного уменьшиться с увеличением ω_L. При низкой температуре значение $\sigma_{xx}(\infty)$ сильно уменьшается с увеличением магнитного поля, которое приводит к сжатию волнового пакета, движущегося в термостате. Этот эффект исчезает при высокой температуре, где зависимость $\sigma_{xx}(\infty)$ от ω_L довольно слабая.

Известно, что диссипация энергии всегда приводит к более широкой локализации заряженной частицы, когда внешнее магнитное поле отсутствует. Наши вычисления при низкой температуре (см. рис. 6.6) показывают, что когда магнитное поле сильнее определенного критического значения ($\omega_L > 2.5 - 3\tilde{\omega}_0$) диссипация ($\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = \lambda_{p_y}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = 2$ при $\omega_L = 0$) фактически делокализует заряженную частицу. При высоких температурах этот неожиданный результат не наблюдается. Таким образом, можно отметить, что локализация определяется взаимодействием между диссипацией, внешним полем и температурой.

§ 3. Сравнение равновесных дисперсий

В работе [83] была получена равновесная функция Вигнера для изолированного двумерного изотропного осциллятора в перпендикулярном постоянном внешнем магнитном поле. Используя эту функцию, были получены следующие равновесные дисперсии[62]:

$$\sigma_{\pi_x\pi_x}(\infty)=\frac{\hbar\mu\Omega}{2(cosh(\hbar\Omega/T)-cosh(\hbar\omega_L/2T))}((1+\frac{\omega_L^2}{4\Omega^2})sinh(\hbar\Omega/T)-\frac{\omega_L}{\Omega}sinh(\hbar\omega_L/2T)),$$

$$\sigma_{xx}(\infty)=\frac{\hbar sinh(\hbar\Omega/T)}{2\mu\Omega(cosh(\hbar\Omega/T)-cosh(\hbar\omega_L/2T))}, \qquad (6.24)$$

$$\sigma_{x\pi_y}(\infty)=-\frac{\hbar}{2(cosh(\hbar\Omega/T)-cosh(\hbar\omega_L/2T))}(\frac{\omega_L}{2\Omega}sinh(\hbar\Omega/T)-sinh(\hbar\omega_L/2T)),$$

$$\sigma_{\pi_y\pi_y}(\infty)=\sigma_{\pi_x\pi_x}(\infty),\sigma_{yy}(\infty)=\sigma_{xx}(\infty),\sigma_{y\pi_x}(\infty)=-\sigma_{x\pi_y}(\infty),$$

$$\sigma_{x\pi_x}(\infty)=0,\sigma_{xy}(\infty)=0,\sigma_{y\pi_y}(\infty)=0,\sigma_{\pi_x\pi_y}(\infty)=0, \qquad (6.25)$$

где $\Omega=\sqrt{\tilde{\omega}_0^2+\omega_L^2/4}$ и коэффициенты трения равны нулю.

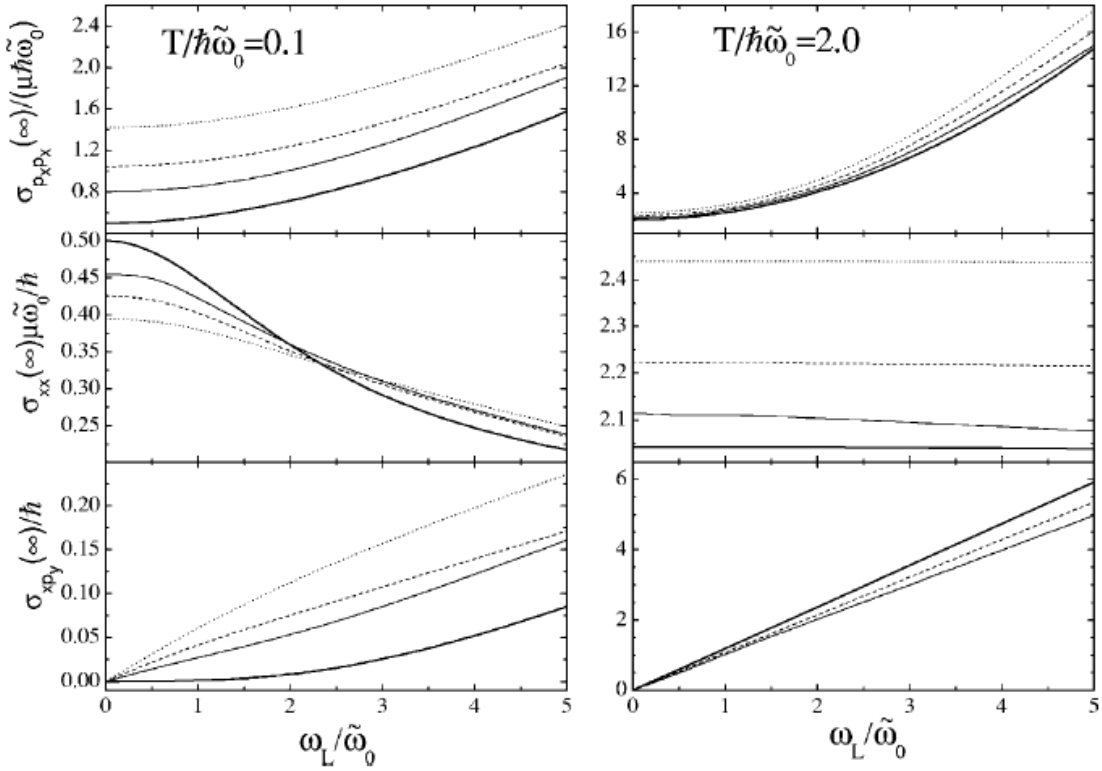


Рис. 6.7. То же самое что и на Рис.6. 6, но для дисперсий. Равновесные дисперсии, полученные в работе [114] указаны жирными сплошными линиями.

Сравнительный анализ зависимости этих дисперсий и наших асимптотических дисперсий от ω_L показан на Рис.6.7. Используя дисперсии (6.25) и некоторые феноменологические предположения для введения зависимости от трения, в работе [83,88] было найдено несколько вариантов асимптотических диффузионных коэффициентов. Разумное соотношение между нашими асимптотическими дисперсиями и дисперсиями, указанными в работе [83,88], говорит о правильности наших вычислений диффузионных коэффициентов. Для изотропного двумерного осциллятора и при $\lambda_x^0 = \lambda_y^0$, в пределе большого времени мы получаем $\lambda_{p_x} = \lambda_{p_y} = \lambda, \rho_x = -\rho_y \approx \omega_L, c_x = c_y = \mu \tilde{\omega}_0^2$, и $\delta_x = \delta_y = 8\times 10^{-3} \mu\lambda\omega_L$, которые ведут к той же самой системе уравнений для первых моментов, как и в работе [83,88], где игнорируется временная зависимость коэффициентов переноса.

§ 4. Диссипация коллективной энергии

Временные зависимости коллективной энергии[88]:

$$E_{coll} = E_{coll}^x + E_{coll}^y = \frac{<\pi_x^2(t)>}{2\mu} + \frac{<\pi_y^2(t)>}{2\mu} + \frac{c_x(t)<x^2(t)>}{2} + \frac{c_y(t)<y^2(t)>}{2} \qquad (6.26)$$

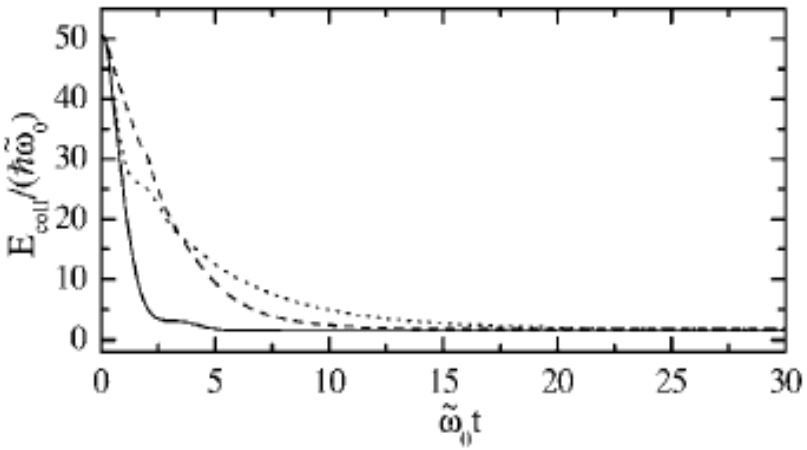


Рис.6.8. Временная зависимость полной коллективной энергии E_{coll} для $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = \lambda_{p_y}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = 0.5$ (при $\omega_L = 0$) и $T/\hbar\tilde{\omega}_0 = 0.1$. Начальные условия даны в тексте. Результаты для $\omega_L/\tilde{\omega}_0 = 0$, 1.0, и 2.0 представлены сплошными, точечными, пунктирными линиями, соответственно.

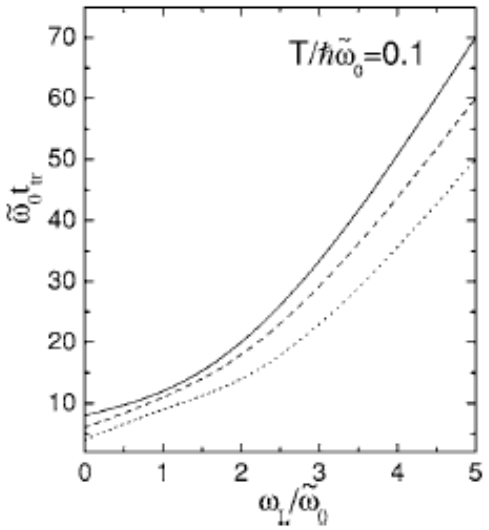


Рис. 6.9. Зависимость переходного времени t_{tr} от ω_L. Сплошные, точечные, пунктирные линии соответствуют случаям, когда $\lambda_{p_x}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = \lambda_{p_y}(\infty)/\tilde{\omega}_0 = 0.5,1$ и 2, соответственно.

Для различных значений магнитного поля диссипации энергии показаны на рисунке 6.8. Начальное распределение Гаусса сосредоточено при и , . Магнитное поле не воздействует на энергию равновесного состояния коллективной подсистемы.

Можно видеть, что скорость диссипации уменьшается с увеличением напряженности магнитного поля. Поэтому, переходное время t_{tr} коллективной энергии $E_{coll}(t)$ (время, при котором значение $E_{coll}(t)$ достигает значения $1.1E_{coll}(t)$) и увеличивается с ω_L (Рис. 6.9). Так как колебания $E^x_{coll}(t)$ и $E^y_{coll}(t)$ подавляют друг друга в уравнении (6.26), то временная зависимость $E_{coll}(t)$ является довольно гладкой. Заметим, что нет никаких качественных различий между величинами $E_{coll}(t)$, вычисленных для различных трений и температур.

Выводы

Были получены явные выражения для нестационарных коэффициентов трения и диффузии для двумерного заряженного квантового гармонического осциллятора в однородном магнитном поле. Рассмотрена линейная связь по

координате с нейтральным бозонным термостатом. Наш формализм действителен в произвольных силах связи и, следовательно, при произвольных температурах. Во время процесса, диссипация энергий и внешнее магнитное поле воздействуют друг на друга из-за немарковской динамики квантовой системы.

Одним из важных полученных результатов является то, что трение, в случае бозонного термостата, уменьшается при присутствии осевого магнитного поля, приводя к уменьшению затухания энергии системы. Однако, асимптотическое значение этой энергии почти не зависит от ω_L. Результаты, полученные для асимптотических диффузионных коэффициентов и дисперсий, находятся в качественном согласии с результатами, приведенными в работе.

Влияние магнитного поля на динамику системы представляется более явным в случае низкой температуры, при которой магнитные взаимодействия могут использоваться для получения сжатой динамики волнового пакета при определенных условиях. При помощи магнитного поля, можно отрегулировать поперечную дисперсию пучка в канале кристалла. Было показано, что взаимодействие между диссипацией энергий, магнитным полем и температурой, приводит к интересным явлениям. При низкой температуре, когда магнитное поле и диссипация энергий больше чем определенные критические значения, диссипация энергий уменьшает поперечную локализацию заряженной частицы. Для магнитного поля и диссипации энергий меньших, чем критические значения, диссипация увеличивает локализацию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Установлен подходящий квантовый Гамильтониан неравновесной системы. Из квантового Гамильтониана получена система немарковских квантовых стохастических уравнений и найдены их аналитические решения.

2. На основе аналитических решений системы стохастических уравнений выведены квантовые марковские уравнения для матрицы плотности с коэффициентами переноса, зависящими явно от времени.

3. Впервые доказана правильность использования при низких температурах квантового флуктуационно-диссипативного соотношения вместо феноменологического соотношения. Исследованы асимптотики коэффициентов переноса в случаях полной (ПС)- связей между осциллятором и термостатом в приближении вращающейся волны (ПВВ).

4. Получены системы нелинейных стохастических квантовых уравнений для двухуровневых диссипативных систем и найдены их аналитические решения.

5. Показано, что скорость распада из потенциальной ямы слабо зависит от не стационарности коэффициентов переноса. Коэффициент диффузии по координате- импульсу D_{qp} приводит к уменьшению скорости распада. В случае слабого затухания или малых температур квазистационарная скорость распада может увеличиться с ростом трения.

6. Для сечений захвата в реакциях ^{16}O, ^{19}F, ^{26}Mg, ^{28}Si, $^{32;34;36;38}$S, $^{40;48}$Ca, ^{50}Ti + ^{208}Pb получено хорошее согласие между теоретическими расчетами и имеющимися экспериментальными данными. Это дает основание для дальнейшего использования предложенного метода расчета сечения захвата.

7. Выявлено, что для тяжелых ядерных систем при, $E_{cm}>V_b$ зависимость $\sigma_{cap}E_{cm}/(\pi R_b^2\hbar\omega_b)$ от $(E_{cm}-V_b)/(\hbar\omega_b)$ имеет универсальную природу. Используя эту зависимость и рассчитывая параметров барьера (R_b, V_b, и $\hbar\omega_b$) , можно предсказать зависимость сечения захвата σ_c от энергии столкновения E_{cm}.

8. Показано микроскопическое обоснование эмпирической формулы Вонга для вычисления сечения захвата.

9. Были получены явные выражения зависящих от времени коэффициентов трения и диффузии для двумерного заряженного квантового гармонического осциллятора в однородном магнитном поле. Рассмотрена линейная связь по координате с нейтральным бозонным термостатом. Данный формализм действителен в произвольных силах связи и, следовательно, при произвольных температурах.

10. Показано, что трение в случае бозонного термостата, уменьшается при присутствии осевого магнитного поля, приводя к уменьшению затухания энергии системы. Влияние магнитного поля на динамику системы представляется более явным в случае низкой температуры, при которой магнитные взаимодействия могут использоваться для получения сжатой динамики волнового пакета при определенных условиях.

В заключении автор хотел бы выразить искреннюю благодарность своему научному консультанту проф. М.М. Мусаханову, также Г.Г. Адамяну, Р.В. Джолосу, Н.В. Антоненко и А.И. Муминову за помощь в работе и постоянную поддержку. Особую признательность автор испытывает к коллегам, в соавторстве с которыми проведены исследования – проф. В. Шайду, А.К. Насирову, Ю. Шмельцеру, Ю.В. Пальчикову, В. В. Саргсяну, Ш.А. Каландарову и А.С. Зубову. Считаю, своим долгом выразить огромную благодарность проф. У.В. Валиеву за ценные замечания и советы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Зубарев Д.Н., Морозов В.Г., Рёпке Г.Статистическая механика неравновесных процессов – Москва: Физматлит, 2002. Том 1, 432с.

[2]. Зубарев Д.Н., Морозов В.Г., Рёпке Г. Статистическая механика неравновесных процессов – Москва: Физматлит, 2002. Том 2, 296с.

[3]. В.В. Саргсян, З. Каноков, Г.Г. Адамян, Н.В. Антоненко. Квантовые статистические эффекты в ядерных реакциях, делении и неравновесных квантовых системах // Журнал Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ)-Москва. 2010. Т. 41. -С. 329-433.

[4]. Гончар И.И. Ланжевеновская флуктуационно-диссипативная динамика деления возбужденных атомных ядер// Журнал Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ)-Москва. 1995. Т. 26. -С. 932-1000.

[5]. Ю.Л. Климонтович. Турбулентное движение и структура хаоса. Новый подход к статистической теории открытых систем. Москва: URSS,2007,328 с.

[6].Морозов А.Н., Скрипкин А.В. Применение интегральных преобразований для описания броуновского движения как немарковского случайного процесса // Известия вузов. Физика. 2009. №2. С. 66 – 74

[7]. Morozov A.N., Skripkin A.V. Spherical particle Brownian motion in viscous medium as non-Markovian random process // Physics Letters A. 2011. Vol. 375. P. 4113-4115; Morozov A.N., Skripkin A.V. Temperature fluctuations of molecular and photon gases in a cylindrical tube of small radius // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2014. V. 87. No. 2. P. 261 – 269B.

[8]. И. Кляцкин. Стохастические уравнения глазами физика. Москва: Физматлит 2001г. 528ст.; N.G. van Kampen. Stochastic Processes in Physics and Chemistry. Amsterdam: North-Holland, 1981.; H.J. Carmichael. An Open System Approach to Quantum Optics. Berlin: Springer, 1993.

[9]. А.Н. Морозов. Необратимые процессы и броуновское движение. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1997.

[10]. U. Weiss. Quantum Dissipative Systems. Singapore: World Scientific, 1999.

[11]. Ю.Л. Климонтович. Статистическая теория открытых систем. Москва: «Янус» 2001.

[12]. B. Vacchini. Dissipative systems and objective description: Quantum Brownian motion as an example// Int. J. Theor. Phys. 2004.v. 43.-p. 1515-1525.

[13]. L. Garcia Palacios, D. Zueco. Caldeira-Leggett quantum master equation in Wigner phase space: continued-fraction solution and application to Brownian motion in periodic potentials// Phys. A: Math. Gen. .2004. 37. –p.10735-10770.

[14]. G. Lindblad. Brownian motion of quantum harmonic oscillators: Existence of a subdynamics// J. Math. Phys. 1998. 39.-p. 2763- 2780 .

[15]. V.V. Dodonov, A.V. Dodonov. The Heisenberg-Langevin model of a quantum damped harmonic oscillator with time-dependent frequency and damping coefficients// J. Russian Laser Res. 2006. 27.-p. 379-388

[16]. В. Кляцкин. Динамика стохастических систем – Москва: Физматлит, 2003., 240с.

[17]. А.Н. Морозов. Применение теории немарковских процессов при описании броуновского движения// ЖЭТФ. 1996. Т.109, вып.4. С.1304-1315.

[18]. Г.Д. Адеев, А.В. Карпов, П.Н. Надточний, Д.В. Ванин. Многомерный подход к динамике деления возбужденных ядер// Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 2005.Т.36. Вып.4. –стр.732-819.

[19]. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum non-Markovian Langevin formalism for heavy ion reaction near the Coulomb barrier// Phys. Rev. C77. 2008. –p.024607.

[20]. В.В. Волков. Процесс полного слияния атомных ядер// ЭЧАЯ. 2004. Т.35. -С.798.

[21]. M. Genkin, W. Scheid, A two-dimensional inverse parabolic potential within the Lindblad theory for application in nuclear reactions. // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2007. 34.-p. 441- 450.

[22]. G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Diffusion and friction coefficients in the Lindblad axiomatic approach to nonequilibrium nuclear processes // Phys. Atomic Nuclei .1999. 62.-p. 1338- 1348 .

[23]. Г.Д. Адеев, И.И. Гончар. Динамическое описание дисперсий кинетической энергии осколков деления//Ядерная физика. 1983. Т.37, С.1113.
[24]. И.И. Гончар, А.Е. Геттингер, Л.И. Гурьян, В. Вагнер. Многомерная динамическо-статистическая модель деления возбужденных ядер. // Ядерная физика. 2000 .63. -с.1778-1797.
[25]. I. I. Gontchar, D. J. Hinde, M. Dasgupta, C. R. Morton, J. O. Newton. Semi-microscopic calculations of the fusion barrier distributions for reactions involving deformed target nuclei// Phys. Rev. C. 2006. 73.-p. 034610
[26]. Sargsyan V.V., Palchikov Yu.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Fission rate and transient time with a quantum master equation// Phys. Rev. C 76. 2007. -p. 064604.
[27]. A.V. Dodonov, S.S. Mizrahi, V.V. Dodonov. Quantum master equations from classical Lagrangians with two stochastic forces// Phys. Rev. E 75. 2007. – p.011132
[28]. Yu.V. Palchikov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Effect of transport coefficients on the time dependence of a density matrix// J. Phys. 2000. A 33.-p. 4265-4276.
[29]. V.I. Man'ko, V.A. Sharapov, E.V. Shchukin. Probability representation of kinetic equations for open quantum systems// J. Rus. Laser Res. 2003. 24.-p. 180-193.
[30]. E. Stefanescu. Dynamics of a Fermi system with resonant dissipation and dynamical detailed balance// Physica .2005. A 350.-p. 227-244.
[31]. E. Stefanescu, A. Sandulescu. Dissipative dynamics of a system of fermions// Rom. J. Phys. 2007. 52.-p. 193- 215.
[30]. G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Diffusion coefficients in coordinate in density matrix description of nonequilibrium quantum processes// Phys. Lett. 1999. A 260.-p. 39-45.
[31]. E. Stefanescu, A. Sandulescu. Microscopic coefficients for the quantum master equation of a Fermi system// Int. J. Mod. Phys. 2002. E 11.-p. 119-130.

[34]. Yu.V. Palchikov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Generalization of Kramers formula for open quantum systems// hysica. 2002. A 316-p. 297-313.

[35]. I. Sturzu. Topics on the stochastic treatment of the evolution of an open quantum system// quant-ph/0204014 .2002.

[36]. Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Tunneling with dissipation in open quantum systems. // Phys. Lett. 1998. A 244, 482-488.

[37]. Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Diffusion and friction coefficients in the Lindblad axiomatic approach to non-equilibrium nuclei processes. // Russian J. Physics of Atomic Nuclei .1999. 62. –p.1338-1348.

[38]. Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W., Diffusion coefficients in coordinate in density matrix description of non-equilibrium quantum processes. // Phys. Lett. 1999. A 260.-p. 39-45.

[39]. Caldeira A.O., Leggett A.J. Influence of dissipation on quantum tunneling in macroscopic systems // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 46, N 4.- P. 211–214.

[40]. A.O.Caldeira and A.J.Leggett.// Annals *Phys***.** 1983. -P.149, 374.

[41]. Katja Lindeberg, Bruce J.West. Statistical properties of quantum systems: The linear oscillator// Phys. Rev. 1984. A30.-p.568-580.

[42]. O. Brodier, A.M.O. de Almeida. Symplectic evolution of Wigner functions in Markovian open systems// Phys. Rev. 2004. E 69.-p. 016204.

[43]. B. Vacchini. Master equations for the study of decoherence// Int. J. Theor. Phys. 2005.44.-p. 1011-1021.

[44]. O. Brodier, A.M. Ozorio de Almeida. Markovian evolution of localized quantum states in the semiclassical limit// quant-ph/0808.2258. 2008

[45]. Z. Kanokov, Yu.V. Palchikov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Non-Markovian dynamics of quantum systems: 1. Formalism and transport coefficients// Phys. Rev.E71. 2005. –p.016121.

[46]. Yu.V. Palchikov, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid: Non- Markovian dynamics of quantum systems: II. Decay rate, capture and pure states// Phys. Rev. E 71. 2005. –p. 016122.

[47]. V.V. Sargsyan, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko: Quantum non-Markovian Langevin equations and transport coefficients// Physics of Atomic Nuclei 68. 2005. –p. 2009.

[48]. G.G. Adamian, N.V. Antonenko, Z. Kanokov, V.V. Sargsyan: Quantum non-Markovian stohastic equations// Theor. and Math. Phys. 2005. v.145 -p.1443.

[49].З. Каноков, Р.Х. Утамуратов, Д.Б. Элмуратова. Уравнение Ланжевена для многофермионной диссипативной системы//Уз. ФЖ. 2002. №4. стр. 75-79.

[50]. Sh. A. Kalandarov, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko: Transport coefficients of quantum system interacting with squeezed heat bath// Phys. Rev. E 74. 2006. -p.011118.

[51]. V.V. Sargsyan, Yu.V. Palchikov, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko: Coordinate-dependent diffusion coefficients: Decay rate in open quantum systems// Phys. Rev. A 75. 2007. - p. 062115.

[52]. V.V. Sargsyan, Yu.V. Palchikov, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko: Coordinate-dependent diffusion coefficients//Physica A. 386. 2007.-p.36-45.

[53]. G. Lindblad. On the generators of quantum dynamical semigroups// Commun. Math. Phys. 1976. V.48.- P.119.

[54]. G. Lindblad. Brownian motion of a quantum harmonic oscillator// Rep. Math. Phys. 1976. V.10, -P.393 -406.

[55]. Джолос Р. В., Иванова С. П., Иванов В. В. Начальная стадия взаимодействия тяжелых ионов и механизм диссипации кинетической энергии // ЯФ. 1984. Т. 40. С. 117.

[56]. Ivanova S. P., Jolos R. V. Current and density algebra approach to low-energy heavy-ion collisions // Nucl. Phys. A. 1991. V. 530. P. 232.

[57]. Sargsyan V. V., Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W. Peculiarities of sub-barrier fusion with quantum diffusion approach // Eur. Phys. J. A. 2010. V. 45. P. 125.

[58]. Sargsyan V. V., Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W., Zhang, H. Q. Sub-barrier capture with quantum diffusion approach: Actinide-based reactions // Eur. Phys. J. A. 2011. V. 47. P. 38.

[59]. Kuzyakin R. A., Sargsyan V. V., Adamian G. G., Antonenko N. V. Peculiarities of parabolic-barrier penetrability and thermal decay rate with the quantum diffusion approach // Phys. Rev. A. 2011. V. 83. P. 062117.

[60]. Kuzyakin R. A., Sargsyan V. V., Adamian G. G., Antonenko N. V. Probability of passing through a parabolic barrier and thermal decay rate: Case of linear coupling both in momentum and in coordinate // Phys. Rev. A. 2011. V. 83. P. 032117.

[61]. Kuzyakin R. A., Sargsyan V. V., Adamian G. G., Antonenko N. V. Quantum diffusion description of the sub-barrier capture process in heavy ion reactions // Physics of Atomic Nuclei. 2009. V. 75. P. 439.

[62]. Kalandarov Sh.A., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Influence of external magnetic field on dynamics of open quantum systems// Phys. Rev. E 75. 2007. - p. 031115.

[63]. Sargsyan V.V., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum non-Markovian Langevin equations and transport coefficients for an inverted oscillator// Theoretical and Mathematical Physics 156. 2008.-стр. 307-327

[64]. В.В.Саргсян, А.С.Зубов, З.Каноков, Г.Г.Адамян, Н.В.Антоненко: квантовомеханическое описание начальной стадии реакции слияния// Ядерная физика, 2009, том 72, № 3, с. 459–472 (Sargsyan V.V., Zubov A.S., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V.: Quantum mechanical description of initial stage of fusion reactions// Physics of Atomic Nuclei 72. 2009. - стр. 425–438).

[65]. V.V. Sargsyan, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid Interaction times in the Xe^{136} + Xe^{136} and U^{238} + U^{238} reactions with a quantum master equation// Phys.Rev.C80. 2009. –p.047603.

[66]. V.V. Sargsyan, Z. Kanokov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Capture process in nuclear reactions with a quantum master equation// Phys.Rev. 2009. C 80. –p. 034606.

[67]. Sargsyan, V. V.; Palchikov, Yu. V.; Kanokov, Z.; Adamian, G. G.; Antonenko, N. V. Fission transient time with quantum master equation// 4^{Th} international workshop on nuclear fission and fission-product spectroscopy. AIP Conference Proceedings, Volume 1175, pp. 65-68(2009). DOI: 10. 1063.1.3258267

[68]. B. Vacchini. Non-Abelian linear Boltzmann equation and quantum correction to Kramers and Smoluchowski equation// Phys. Rev. 2002. E 66.-p. 027107.

[69]. M. Ban. Decoherence of continuous variables quantum information in non-Markovian channels// J. Phys. A: Math. Gen. 2006. 39.-p. 1927-1943.

[70]. А.В. Чуркин. Стохастическое уравнение Шрёдингера для квантового осциллятора с учетом диссипации// Журнал матем. Заметки., 2005. Т. 78. с 934–940.

[71]. P.Van, T. Fulop. Stability of stationary solutions of the Schredinger-Langevin equation // Physics Letters. 2004. A 323.- p. 374-381

[72]. V.V. Dodonov, S.S. Mizrahi, A.L Decoherence and thermalization dynamics of a quantum oscillator. // Souza Silva, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 2000. 2 –p.271-281.

[73] R.W. Rendell, A.K. Rajagopal. Control of decoherence and correlation in single quantum dissipative oscillator systems. // Phys. Lett. 2001. A 279. –p.175-180

[74] Gardiner C. W. Quantum Noise. Berlin: Springer, 1991.

[75] Isar A., Sandulescu A., Scutaru H., Stefanescu E., Scheid W. Open quantum systems // Intern. J. Mod. Phys. A. 1994. V. 03 P. 635.

[76]. V.V. Dodonov, S.S. Mizrahi, A.L Decoherence and thermalization dynamics of a quantum oscillator .// Souza Silva, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 2000. 2 –p.271-281.

[77]. Washiyama K., Lacroix D., Ayik S. One-body energy dissipation in fusion reactions from mean-field theory // Phys. Rev. C. 2009. V. 79. P. 024609; Ayik S., Washiyama K., Lacroix D. Fluctuation and dissipation dynamics in fusion reactions from a stochastic mean-field approach // Phys. Rev. C. 2009. V. 79. P. 054606.

[78]. Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Characteristics of quasifission products within dinuclear system model.// Phys. Rev. 2003. C 68.-p. 034601.(17 pages).

[79]. В.Г. Зелевинский. XII Зимняя школа ЛИЯФ, 1977, С.53.

[80]. Н.В. Антоненко, Р.В. Джолос, Г.Г. Адамян, А.К. Насиров. ЭЧАЯ. 1994. Т.25, С.1379.

[81].В.В. Саргсян, З. Каноков, Г.Г. Адамян, Н.В. Антоненко. Применение теории неравновесных квантовых систем к задачам ядерной физики // Журнал Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ)-Москва. 2016. Т. 47. -С. 297-388.

[82].В.Н. Бинги. Магнитобиология эксперименты и модели. Москва 2002г.

[83]. В.В. Додонов, О.В.Манько. Релаксация квантовой частицы в магнитном поле// ТМФ, 1985. Том 65. №1.- С. 93–108.

[84]. Naik R. S., Loveland W., Sprunger P. H., Vinodkumar A. M., Peterson D., Jiang C. L., Zhu S., Tang X., Moore E. F., Chowdhury P. Measurement of the fusion probability PCN for the reaction of 50Ti with 208Pb // Phys. Rev. C. 2007. V. 76. P. 054604.

[85]. Адамян Г. Г., Антоненко Н. В., Зубов А. С. Двойные ядерные системы в реакциях полного слияния // ЭЧАЯ. 2014. Т. 45. С. 1531.

[86]. Зубов А. С., Адамян Г. Г., Антоненко Н. В. Использование статистических методов при анализе реакций с тяжелыми ионами в рамках модели двойной ядерной системы // ЭЧАЯ. 2009. Т. 40. С. 1603.

[87]. Каландаров Ш. А., Адамян Г. Г., Антоненко Н. В. Эмиссия тяжелых кластеров в ядерных реакциях при низких энергиях столкновения // ЭЧАЯ. 2012. Т. 43. С. 1590.

[88]. Kalandarov Sh.A., Kanokov Z., Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. Non-Markovian dynamics of an open quantum system with nonstationary coupling // Physical Review E. – New York (USA), 2011. -vol. 83.– id. 041104.-11p.

[89] Adamian G. G., Nasirov A. K., Antonenko N. V., Jolos R. V. The influence of the shell effects on dynamics of deep-inelastic colisions of heavy ions // Phys. Part. Nucl. 1994. V. 25. P. 583.
[90] Volkov V. V. Deep inelastic transfer reactions — The new type of reactions between complex nuclei // Phys. Rep. 1978. V. 44. P. 93; Nuclear reactions of deep-inelastic transfers. Energoizdat. Moscow, 1982.
[91] Schr¨oder W. U., Huizenga J. R. Damped nuclear reactions. Treatise on Heavy Ion Science //ed. D. A. Bromley. New York: Plenum Press, 1984. V. 2. P. 115.
[92] Adamian G. G., Antonenko N. V., Jolos R. V., Ivanova S. P., Melnikova O. I. Effective nucleus-nucleus potential for calculation of potential energy of a dinuclear system. // Int. J. Mod. Phys. E. 1996. V. 5. P. 191.
[93] Washiyama K., Lacroix D., Ayik S. One-body energy dissipation in fusion reactions from mean-field theory // Phys. Rev. C. 2009. V. 79. P. 024609; Ayik S., Washiyama K., Lacroix D. Fluctuation and dissipation dynamics in fusion reactions from a stochastic mean-field approach // Phys. Rev. C. 2009. V. 79. P. 054606.
[94] Morton C. R., Berriman A. C., Dasgupta M., Hinde D. J., Newton J. O., Hagino K., Thompson I. J. Coupled-channels analysis of the 16O + 208Pb fusion barrier distribution // Phys. Rev. C. 1999. V. 60. P. 044608.

[95] Hinde D. J., Berriman A. C., Dasgupta M., Leigh J. R., Mein J. C., Morton C. R., Newton J. O. Limiting angular momentum for statistical model description of fission // Phys. Rev. C. 1999. V. 60. P. 054602.

[96] Hofmann H., Kiderlen D. A Self-Consistent Treatment of Damped Motion for Stable and Unstable Collective Modes // Int. J. Mod. Phys. E. 1998. V. 7. P. 243

[97] Bock R. et. el. Dynamics of the fusion process // Nucl. Phys. A. 1982. V. 388. P. 334.

[98] Hinde D. J., Morton C. R., Dasgupta M., Leigh J. R., Mein J. C., Timmers H. Competition between fusion-fission and quasi-fission in the reaction 28Si + 208Pb // Nucl. Phys. A. 1995. V. 592. P. 271.

[99] Dasgupta M., Hinde D. J. Importance of entrance channel dynamics on heavy element formation // Nucl. Phys. A. 2004. V. 734. P. 148.

[100] Hinde D. J., Dasgupta M., Herrald N., Neilson R. G., Newton J. O., Lane M. A. Isotopic dependence of fusion barrier energies in reactions forming heavy elements // Phys. Rev. C. 2007. V. 75. P. 054603.

[101] Loveland W., Peterson D., Vinodkumar A. M., Sprunger P. H., Shapira D., Liang J. F., Souliotis G. A., Morrissey D. J., Lofy P. Fusion enhancement in the 38S + 208Pb reaction // Phys. Rev. C. 2006. V. 74. P. 044607.

[102] Pacheco A. J., Fern´andez Niello J. O., DiGregorio D. E., di Tada M., Testoni J. E., Chan Y., Chavez E., Gazes S., Plagnol E., Stokstad R. G. Capture reactions in the 40;48Ca + 197Au and 40;48Ca + 208Pb systems // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. P. 2861.

[103] Toke J. et al. Quasi-fission — The mass-drift mode in heavy-ion reactions // Nucl. Phys. A. 1985. V. 440. P. 327.

[104] Naik R. S., Loveland W., Sprunger P. H., Vinodkumar A. M., Peterson D., Jiang C. L., Zhu S., Tang X., Moore E. F., Chowdhury P. Measurement of the fusion probability PCN for the reaction of 50Ti with 208Pb // Phys. Rev. C. 2007. V. 76. P. 054604.

[105] Clerc H.-G., Keller J. G., Sahm C. -C., Schmidt K. -H., Schulte H., Vermeulen D. Fusion-fission and neutron-evaporation-residue cross-sections in ^{40}Ar- and ^{50}Ti- induced fusion reactions // Nucl. Phys. A. 1984. V. 419. P. 571.

[106] Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W. Characteristics of quasifission products within the dinuclear system model // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. P. 034601.

[107] Canto L. F., Gomes P. R. S., Lubian J., Chamon L. C., Crema E. Disentangling static and dynamic effects of low breakup threshold in fusion reactions // J. Phys. G. 2009. V. 36. P. 015109; Canto L. F., Gomes P. R. S., Lubian J., Chamon L. C., Crema E. Dynamic effects of breakup on fusion reactions of weakly bound nuclei // Nucl. Phys. A. 2009. V. 821. P. 51.

[108] Fr¨obrich P., Lipperheide R. Theory of Nuclear Reactions. Clarendon. Oxford, 1996.

[109] Hofmann S., M¨unzenberg G. The discovery of the heaviest elements // Rev. Mod. Phys. 2000.

[110]. F.P. Hessberger. GSI experiments on synthesis and nuclear structure investigations of the heaviest nuclei// The European Physical Journal D. 2007, Volume 45, pp 33–37

[111]. M. Nurmia et al.. Spontaneous fission of light fermium isotopes; New nuclides ^{244}Fm, ^{245}Fm // Phys. Lett. B 1967. V.26, P.78.

[112]. K. Nishio et al. Evidence of Complete Fusion in the Sub Barrier ^{16}O+^{238}U Reaction Phys. Rev. Lett. B. 2004. V.93, P.162701.

[113]. G. Munzenberg et al. The new isotopes ^{247}Md, ^{243}Fm, ^{239}Cf, and investigationof the evaporation residues from fusion of ^{206}Pb,^{208}Pb, and^{209}Bi with ^{40}Ar// Z. Phys. A. 1981. V.302, P.7.

[114] Gregory H. Wannier., Theorem on the Magnetoconductivity of Metals.// Phys. Rev. B5, 3836 – Published 15 May 1972.

[115] J. B. Johnson, Thermal Agitation of Electricity in Conductors// Phys. Rev. 1928, V.32, P. 97

[116]**.** Бинги В.Н., Савин А.В. Физические проблемы действия слабых магнитных полей на биологические системы // Успехи физ. наук. Т. 173, № 3. 2003. С. 37–50.

[117]. А.Д.Венецель, Курс теории случайных процессов. Издательство «Наука». 1975, ст.316.

[118]. Kanokov Zakirjon, Schmelzer Jürn W. P.,. Nasirov Avazbek K. New mechanism of solution of the k_BT-problem in magnetobiology// Central European Journal of Physics, (CEJPh). 2010. Vol.8 №4. P.667-671, DOI: 10.2478/s11534-009-0144-3.