## АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

На правах рукописи УДК 537.312.62; 538.945

## КАРИМБАЕВ ЭЛДОР ХАЛМУРАТОВИЧ

## АНОМАЛИИ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ В ЛЕГИРОВАННЫХ КУПРАТНЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

01.04.07 – физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Научный руководитель: Джуманов Сафарали доктор физико-математических наук, профессор

Ташкент – 2021

# СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СОКРАЩЕНИЙ И	
ТЕРМИНОВ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
ГЛАВА І. СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О	
ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ЛЕГИРОВАННЫХ ВТСП	
КУПРАТОВ	18
§1.1. Энергетические зоны в кристаллах	18
§1.2. Нелегированные и легированные купраты	19
§1.3. Необычные термодинамические свойства ВТСП купратов в их	
нормальном состоянии	21
§1.4. Необычные термодинамические свойства ВТСП купратов в их	
сверхпроводящем состоянии	26
§1.5. Цель и задачи исследования	30
ГЛАВА II. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ ВТСП КУПРАТОВ В	
НОРМАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ	32
§2.1. Собственная электронная неоднородность и основные носители	
заряда	35
§2.2. Модифицированная БКШ-подобная модель и прекурсивное	
куперовское спаривание больших поляронов выше <i>Т</i> с	38
§2.3. Электронная теплоемкость ВТСП-купратов в их нормальном	
состоянии выше температуры образования БКШ-подобной псевдощели $T^*$	44
§2.4. Электронная теплоемкость ВТСП-купратов в их нормальном	
состоянии ниже температуры образования БКШ-подобной псевдощели $T^*$	45
§2.5. Сравнение результатов теоретических расчетов с	
экспериментальными данными по электронной теплоемкости ВТСП-	
купратов выше температуры сверхпроводящего перехода $T_c$	55
Выводы к главе II	57
ГЛАВА Ш. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ ВТСП-КУПРАТОВ В	

СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ СОСТОЯНИИ	59
§3.1. Теплоемкость сверхтекучей бозе-жидкости	60
§3.2. Характерные температурные зависимости теплоемкости ВТСП-	
купратов при низких температурах	
( <i>T</i> << <i>T</i> <sub>c</sub> )	61
§3.3. Теплоемкости ВТСП-купратов вблизи температуры	
сверхпроводящего перехода (T <t<sub>c)</t<sub>	64
§3.4. Сравнение результатов теоретических расчетов электронной	
теплоемкости ВТСП-купратов ниже T <sub>c</sub> с существующими	
экспериментальными данными	66
Выводы к главе III	68
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	70
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	73
Приложение А	89
Приложение Б	93

## ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СОКРАЩЕНИЙ И ТЕРМИНОВ

Купраты – медно-оксидные соединения СП – сверхпроводимость ВТСП – высокотемпературная сверхпроводимость АФ – антиферромагнит  $YBCO - YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ LSCO–La<sub>2–x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub>  $Bi{-}2212-Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ ARPES (Angle-resolved photoemission spectroscopy) – фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением БКШ – Бардин–Купер–Шриффер Псевдощель – уменьшение плотности состояний вблизи уровня Ферми в металлическом состоянии легированных купратов Полярон – квазичастица в кристалле, состоящая из электрона (дырки) и сопровождающего его поля упругой деформации (поляризации) решётки

T\*-характеристическая температура
 (температура образования псевдощели)
 T<sub>c</sub>- температура сверхпроводящего перехода
 T<sub>c</sub>\*- температура перехода от парной
 конденсации к одночастичной
 T<sub>БЭК</sub> - температура Бозе-Эйнштейновской
 конденсации

 $\theta_D$ — температура Дебая *N*<sub>A</sub>-постоянная Авогадро *k*<sub>*B*</sub>-постоянная Больцмана ћ− постоянная Планка λ-БКШ-подобная константа связи  $\lambda^*$ –эффективная БКШ-подобная константа связи *у*<sub>В</sub> –константа связи межбозонного взаимодействия  $\gamma_B^*$  – критическое значение константы связи межбозонного взаимодействия *m*<sub>e</sub>-масса свободного электрона  $m^*$  – эффективная масса свободного носителя заряда *m*<sub>p</sub>– эффективная масса полярона  $m_{ab}$ - масса носителя заряда в abплоскости *m*<sub>c</sub>- масса носителя заряда вдоль с-оси ао – постоянная решетки Ω– объем кристалла *n*<sub>p</sub> – концентрация поляронов *N*<sub>c</sub>-число бозе-частиц *x*<sub>c</sub> – критическая концентрация носителей или легирования

*µ<sub>B</sub>*— химический потенциал идеального бозегаза

*µ*<sub>B</sub> – химический потенциал
 взаимодействующего бозе-газа

 *E<sub>F</sub>* – энергия Ферми нелегированных
 купратов

 $E_p$ -энергия связи больших поляронов  $E_c$ -энергия кулоновского отталкивания между двумя большими поляронами  $E_I$ - энергия связи примесного центра  $U_d$ - энергия кулоновского отталкивания на одном и том же узле решетки  $\hbar\omega_0$ -энергия высокочастотных оптических фононов

∆– БКШ- подобная спаривательная псевдощель

 $\Delta_p$  – поляронная псевдощель

 $\Delta_B$  – бозонная псевдощель

 $\Delta_{SC}-$  сверхпроводящая щель

 $ilde{V}_p-$  полярон–поляронный эффективный потенциал взаимодействия

*V*<sub>ph</sub>- притягательный потенциал

эффективного взаимодействия между поляронами

V<sub>c</sub>-отталкивательный кулоновский потенциал взаимодействия между поляронами

(безразмерной единице) при которой происходит ионизация примесного центра  $\varepsilon_{\infty}$  – высокочастотная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_0$  – статическая диэлектрическая проницаемость ё– эффективная диэлектрическая проницаемость K - упругая постоянная решетки Се-электронная теплоемкость  $C_n$ - электронная теплоемкость в нормальном состоянии  $C_{S}$ — электронная теплоемкость в сверхпроводящем состоянии *у<sub>e</sub>* – коэффициент электронной теплоемкости *f*<sub>*p*</sub>- доля легирующих носителей в поляронной зоне *f*<sub>*I*</sub>-доля легирующих носителей в примесной зоне

#### введение

Актуальность и востребованность темы диссертации. В настоящее время в мире изучение нормальных и сверхпроводящих (СП) свойств новых (купратных) легированных многоатомных медно-оксидных (BTCII)  $La_{2-x}(Ba,Sr)_{x}CuO_{4}$ высокотемпературных сверхпроводников И YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-6</sub>, имеющих слоистые структуры, является одним из важных и приоритетных направлений современной физики конденсированного состояния и материаловедения (в том числе и радиационного материаловедения). При этом изучение новых экзотических свойств таких слоистых ВТСП-купратов при различных температурах и уровнях легирования с целью создания новых перспективных ВТСП-материалов с уникальными электронными свойствами является актуальной как с фундаментальной, так и с практической точки зрения задачей. Несмотря на то, что интенсивные теоретические и экспериментальные исследования легированных ВТСП-купратов продолжаются вот уже три десятилетия, нет еще достаточной ясности в отношении понимания необычных нормальных (выше  $T_c$ ) и сверхпроводящих (ниже  $T_c$ ) свойств этих материалов в недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных режимах. Поэтому теоретические исследования аномальных тепловых свойств недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратов La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> и YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-б</sub> выше T<sub>c</sub> представляют очень большой интерес и являются весьма актуальными.

В мире проведенные эксперименты, обнаруживающие аномалии электронной теплоемкости при температуре образования псевдощели  $T^*$  и критической температуре сверхпроводящего перехода  $T_c$  показывают, что необычные электрон-фононные взаимодействия играют решающую роль в ВТСП-купратах. При этом тепловые свойства, в частности, теплоемкость недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных ВТСП-купратов выше температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  является необычной по сравнению с такими свойствами обычных сверхпроводников в их

нормальном состоянии. Решение этих фундаментальных задач в рамках нестандартных теоретических подходов, основанных на необычных электронфононных механизмах спаривания носителей выше  $T_c$  и на необычной сверхтекучей конденсации притягивающего бозе-газа поляронных куперовских пар ниже  $T_c$ , позволяют не только решить проблемы тепловых свойств в легированных ВТСП-купратах, но и определить подлинные механизмы образования псевдощели и новых сверхпроводящих переходов в этих экзотических сверхпроводниках.

Республике большое В уделяется внимание развитию физики конденсированного состояния (в частности, физики наноструктурных и сверхпроводящих материалов, а также физики полупроводников) и проведению фундаментальных исследований в этом направлении на мировом уровне. фундаментальных исследований, большое Направления ЭТИХ имеющих значение для развития науки нашей страны и её дальнейшего практического применения, отражены в Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017–2021 гг.<sup>1</sup>

Данное диссертационное исследование определенной В степени выполняет задачи, предусмотренные в Постановлениях Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017-2021 годах», № ПП-2772 от 13 февраля 2017 года «О приоритетных направлениях развития электротехнической промышленности в 2017–2021 годах», № ПП–2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности организации, управления И финансирования Академии наук, научноисследовательской деятельности», а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Указ Президента Республики Узбекистан № УП–4947 «О Стратегии действий по дальнейшему развитию РеспубликиУзбекистан» от 07 февраля 2017 г. // Официальное издание Министерства юстиции Республики Узбекистан. – Ташкент: Адолат, 2017.

Соответствие исследования приоритетным направлением развития науки и технологий республики. Диссертационная работа выполнена в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в республике II. «Энергетика, энергосбережение и альтернативные источники энергии».

проблемы. Степень изученности В настоящее время мире В экспериментальным и теоретическим изучением электронной структуры, тепловых свойств, в частности, электронной теплоемкости легированных ВТСП-купратов занимаются многие ученые, например американские (P.W. Anderson, J.R. Schrieffer, D. Pines, S.A. Kivelson, P.A. Lee, C.M. Varma, D. Emin, A. Yazdani, A.C. Fang и др.), английские (A.S. Alexandrov, A. Carrington, J.R. Cooper, N.E. Hussey, J.W. Loram, J.L. Tallon, V.J. Emery, T. Rice и др.), швейцарские (Ø. Fischer, Ch. Renner, C. Berthod и др.), канадские (A. Damascelli, A. Kapitulnik и др.), бельгийские (J.T. Devreese и др.), китайские (H. When, L. Yu, Zhao и др.), японские (S. Uchida, Y. Koike, S. Ono, Y. Ando, M. Ido, A. Matsuda, T. Kato и др.), индийские (G. Baskaron, Inderhees и др.), российские (A.I. Larkin и др.) и др. Узбекистанскими учеными (С. Джуманов, Б.Я. Явидов, П.Ж. Байматов, Б. Абдуллаев) проведен ряд исследований различных электронных свойств и механизма высокотемпературной сверхпроводимости купратов.

В результате этих исследований китайские ученые (Zhao и др.) предположили, что БКШ-подобная аномалия (скачкообразное изменение) в температурной зависимости удельной электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) купратных сверхпроводников проявляется в нормальном состоянии выше температуры сверхпроводящего перехода Т<sub>с</sub>. Различные теоретические модели объяснения особенностей были предложены для вышеуказанных высокотемпературных сверхпроводящих купратов (Wu, Zhao, Dzhumanov, Tallon, Садовский, Damascelli и др.). Многие экспериментаторы (Lee, Kresin и что нестандартные электрон-фононные взаимодействия др.) указывают, (включая поляронный эффект) могут быть вовлечены в явление псевдощели и

высокотемпературную сверхпроводимость в ВТСП-купратах. Некоторые исследователи (Dzhumanov, Timusk, Tallon, Садовский, Lee, Kresin и др.) полагают, что различные аномалии, наблюдаемые в нормальном состоянии ВТСП-купратов, тесно связаны с образованием псевдощели в спектрах их возбуждения, ниже некоторой характеристической температуры  $T^*$  и эти ВТСП-материалы испытывают новый сверхпроводящий переход при температуре  $T_c < T^*$  или  $T_c << T^*$ . Идея о возможности существования БКШ-подобного псевдощелевого состояния купратов, обусловленного спариванием носителей выше температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$ , и аномалия в температурной зависимости удельной электронной теплоемкости этих материалов выше  $T_c$  была высказана теоретически в работах С. Джуманова.

Однако, несмотря на определенный прогресс в понимании многих термодинамических свойств некоторых ВТСП-купратов, вопрос о причине происхождения аномалии в температурной зависимости удельной электронной теплоемкости соединений LSCO и YBCO выше температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  остается все еще спорным и не выясненным. Проблема происхождения аномалии, то есть скачкообразного изменения значения удельной электронной теплоемкости  $C_e(T)$  выше  $T_c$  в ВТСП купратах, связанного с образованием в этих соединениях некогерентных куперовских пар в их нормальном состоянии, и вовсе не исследована.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами научно-исследовательских учреждений, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научных проектов Института ядерной физики Академии наук Республики Узбекистан по темам: ФА-Ф2-Ф070 "Исследование необычных транспортных, тепловых и упругих свойств легированных купратных высокотемпературных сверхпроводников YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> выше температуры сверхпроводящего перехода" (2007–2011); Ф.2–12 «Механизм образования псевдощели в электронной структуре слаболегированных купратов и их проявления в туннельных характеристиках купрат-металл контактов выше температуры сверхпроводящего перехода» 10 (2012–2013); Ф2-ФА-Ф120 "Электронные свойства И радиационная модификация низкоразмерных высокотемпературной сверхпроводников, полупроводниковых гетероструктур, металлов и их оксидов" (2012-2016) и ОТ-Ф2-15 "Теоретические исследования новых сверхпроводящих И сверхтекучих свойств высокотемпературных сверхпроводников и родственных конденсированных систем" (2017–2021).

Целью исследования является определение природы аномальной электронной теплоемкости в нормальном и сверхпроводящем состояниях в зависимости от уровня легирования ВТСП-купратов LSCO и YBCO при температурах выше и ниже температуры сверхпроводящего перехода.

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие задачи исследования:

изучить природу возможных типов носителей заряда в легированных ВТСП-купратах;

выявить аналитические выражения для описания электронной теплоемкости легированных ВТСП-купратов в их нормальном состоянии;

вычислить электронные теплоемкости ВТСП-купратов выше и ниже температуры образования БКШ-подобной псевдощели *T*<sup>\*</sup>;

определить возможные поведения электронной теплоемкости ВТСПкупратов  $C_e(T)$  и установить природу аномалии в  $C_e(T)$  вблизи  $T^*$  при различных уровнях легирования;

идентифицировать рассчитанные температурные зависимости  $C_e(T)$  в нормальном состоянии легированных ВТСП-купратов выше  $T_c$  с существующими экспериментальными результатами;

получить явные аналитические выражения для теплоемкости сверхтекучего бозе-газа вблизи *T<sub>c</sub>* в легированных ВТСП-купратах;

вычислить электронную теплоемкость ВТСП-купратов в их сверхтекучем состоянии вблизи  $T_c$  и определить возможности существования  $\lambda$ -подобной аномалии в  $C_e(T)$  при  $T_c$ ;

идентифицировать рассчитанные температурные зависимости  $C_e(T)$  в сверхпроводящем состоянии легированных ВТСП-купратов вблизи  $T_c$  с существующими экспериментальными данными.

**Объектом исследования** являются (би)поляроны, недолегированные, оптимально легированные и умеренно сверхлегированные ВТСП-купраты.

**Предметом исследования** являются аномалии электронной теплоемкости на температуры образования псевдощелей  $T^*$  и при температуре сверхпроводящего перехода  $T_c$  в ВТСП-купратах при различных уровнях их легирования.

Методы исследования. Математический аппарат квантовой и статической механики, континуальная модель, вариационный метод, численные методы, метод среднего поля для изучения БКШ-подобного спаривания поляронов и сверхтекучей конденсации притягивающихся бозе-газов биполяронов и куперовских пар.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

впервые получены аналитические выражения для электронной теплоемкости  $C_e(T)$  ВТСП-купратов выше и ниже температуры образования БКШ-подобной псевдощели  $T^*$ как функции температуры И уровня легирования, удовлетворительно описывающие экспериментальные данные по электронным теплоемкостям при  $T^*$  в легированных ВТСП-купратах;

определена природа аномалии электронной теплоемкости ВТСПкупратов выше критической температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$ , связанная с БКШ-подобным фазовым переходом при температуре образования БКШ-подобной псевдощели  $T^* > T_c$ ;

впервые получено выражение и теоретически рассчитана электронная теплоемкость ВТСП-купратов в сверхпроводящем состоянии вблизи температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  в рамках модели сверхтекучей бозе-жидкости;

выявлена возможность существования  $\lambda$ -подобной аномалии электронной теплоемкости ВТСП-купратов при температуре их сверхпроводящего перехода  $T_c$  в зависимости от уровня легирования ВТСП-купратов LSCO и YBCO.

## Практические результаты исследования заключаются в следующем:

разработан микроскопический подход в рамках поляронной модели для объяснения аномалии электронной теплоемкости в нормальном и сверхпроводящем состояниях в ВТСП-купратах при различных уровнях легирования;

выведены новые аналитические формулы для электронной теплоемкости при температуре образования псевдощели  $T^*$  и при температуре сверхпроводящего перехода  $T_c$  в ВТСП-купратах при различных уровнях легирования.

Достоверность полученных результатов подтверждается применением современных методов квантовой механики и теоретической физики конденсированного состояния, а также БКШ-подобного метода среднего поля при выводе новых формул для электронной теплоёмкости, совпадением полученных результатов с экспериментальными данными.

### Научная и практическая значимость результатов исследования:

Научная значимость результатов исследования заключаются в том, что они способствуют расширению физических представлений об аномалиях электронной теплоемкости в нормальном и сверхпроводящем состоянии в легированных купратных сверхпроводниках и других родственных материалах.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что развитие модельных представлений об образовании λ-подобной аномалии электронной теплоемкости при температурах сверхпроводящего перехода и образования псевдощели в легированных ВТСП-купратах позволяет существенно продвинуться вперед при разработке теории псевдощелевых явлений и высокотемпературной сверхпроводимости.

Внедрение результатов исследования. На основе полученных результатов по изучению аномалии электронной теплоемкости в нормальном и сверхпроводящем состояниях в легированных ВТСП-купратах:

полученные аналитические выражения для электронной теплоемкости  $C_e(T)$  ВТСП-купратов выше и ниже температуры образования БКШ-подобной  $T^*$ изучения псевдощели были необычных использованы для термодинамических свойств ВТСП-материалов В Физико-техническом институте низких температур Национальной академии наук Украины в рамках «Низкотемпературные научно-исследовательского проекта транспортные свойства низко размерных и сильно анизотропных проводников» (2013-2017) (Письмо Физико-технического института низких температур им. Б.И. Веркина наук Украины № 64/310 от Национальной академии 20.04.2021 г). Использование научных результатов позволило объяснить поведение электронной теплоемкости в высокотемпературных сверхпроводниках;

выявленная природа аномалии электронной теплоемкости ВТСПкупратов выше критической температуры сверхпроводящего перехода *T<sub>c</sub>* была использована для изучения необычных электронных свойств полимерных композитных материалов в Казахском Национальном университете в рамках гранта Комитета науки Министерство образования и науки Республики Казахстан № 3079ГФ4 «Создание и исследование новых высокоэффективных солнечных элементов на основе органометаллических перовскитов» (2015– 2017) (Письмо Казахского Национального университета имени аль-Фараби № 19–9–1239 от 21.04.2021 г). Использование научных результатов позволило разработать научные основы создания и практического использования эффективных солнечных элементов с применением наноструктурированных слоев и фотонного кристалла;

полученное выражение и теоретически рассчитанная электронная теплоемкость ВТСП-купратов в сверхпроводящем состоянии вблизи температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  была использована для изучения необычных электронных свойств полимерных композитных материалов в 14

Казахском Национальном университете в рамках гранта Комитета науки Министерство образования и науки Республики Казахстан № 3079ГФ4 «Создание и исследование новых высокоэффективных солнечных элементов на основе органометаллических перовскитов» (2015-2017) (Письмо Казахского Национального университета имени аль-Фараби № 19–9–1239 от 21.04.2021 г.), результаты также были использованы зарубежными исследователями (ссылки в международных научных журналах Journal of Physics: Conference Series 592, 012075, 2015; International Journal of Modern Physics B 29, No.24, 1550180, 2015; Physics Letters A 383, 1330-1335, 2019) для изучения аномалии электронной теплоемкости в нормальном состоянии ВТСП-купратов LSCO и YBCO при легирования. Использование различных уровнях научных результатов позволило объяснить природу переноса заряда в неоднородных купратах;

существования λ-подобной возможность выявленная аномалии электронной теплоемкости ВТСП-купратов температуре при ИХ сверхпроводящего перехода Т<sub>с</sub> в зависимости от уровня легирования ВТСПкупратов LSCO и YBCO была использована для объяснения возможного образования сильно связанных бозонов в области высокотемпературного псевдощелевого состояния в ВТСП в Физико-техническом институте низких Национальной академии наук Украины в рамках научнотемператур исследовательского проекта «Низкотемпературные транспортные свойства низко размерных и сильно анизотропных проводников» (2013-2017) (Письмо Физико-технического института низких температур Б.И. ИМ. Веркина Национальной академии наук Украины № 64/310 ОТ 20.04.2021 г). Использование научных результатов позволило обосновать выбор максимума температурной зависимости псевдощели в качестве температуры кроссовера БЭК-БКШ в купратах ҮВСО.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на 6 международных и республиканских конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 11 научных работ, из них 4 статьи в журналах, рекомендованных

Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертации, в том числе 1 в зарубежном реферируемом журнале.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 95 страниц.

## Список опубликованных работ по содержанию диссертации:

- Джуманов С., Каримбоев Э.Х. Необычные тепловые свойства недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратов выше T<sub>c</sub> // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. –Ташкент, 2013.–№4.– С.18–20. (01.00.00. №7)
- Dzhumanov S., Karimboev E.X., Djumanov Sh.S., Kurbanov U.T. The electronic specific heat anomalies in the normal state of high-*T<sub>c</sub>* cuprate superconductors // Uzbek Journal of Physics. Uzbekistan. –Tashkent, 2013.– V.15, №5–6. –pp.253–260. (01.00.00. №5)
- Dzhumanov S., Karimboev E.X. Competing Pseudogap and Impurity Effects on the Normal-State Specific Heat Properties of Cuprate Superconductors // Physica A. –Elsevier, 2014. –vol. 406. –pp.176–184. (№4. Journal Citation Reports; IF=2.924).
- Dzhumanov S., Karimboev E.X., Yavidov B.Ya. Electronic specific-heat anomalies in high-*T<sub>c</sub>* cuprates // Вестник НУУ3. –Ташкент, 2017.–№2/1. –С.34–47 (01.00.00. №8).
- Dzhumanov S., Karimboev E.X., Rashidov J.Sh. Possible anomalies of the electronic specific heat and their experimental manifestations in high-*T<sub>c</sub>* cuprates // The Bulletin of Young Scientists. –Tashkent, 2019. –№1 (3).–pp.53–55.
- Dzhumanov S., Karimbaev E.X. Electronic specific heat anomalies in high-*T<sub>c</sub>* cuprates. // IX International Conference "Modern problems of Nuclear physics and Nuclear technologies" 24–27 September 2019. –Tashkent (Uzbekistan), 2019.–pp.229–230.

- Dzhumanov S., Karimboev E.X. The behaviors of the electronic specificheat of high-*T<sub>c</sub>* cuprates near the superconducting and pseudogap transition temperature.
   // 12<sup>th</sup> International Conference on Materials and Mechanisms of Superconductivity and High Temperature Superconductors, August 19–24, 2018. –Beijing (China), 2018. –pp.718.
- 8. Dzhumanov S., Karimbaev E.X. Competing pseudogap and impurity effects on specific heat properties of cuprate the normal-state superconductors // конференция «Nanoscience Международная молодых ученых: & Nanomaterials», Центр передовых научных исследований имени Джавахарлала Hepy (JNCASR) и TWASROCASA, 17-21 февраля 2015. -Бангалор (Индия), 2015. – р.68.
- Dzhumanov S., KarimboevE.X. Effects of the pseudogap and defects on the specific heat properties of cuprate superconductors. // VII Eurasian Conference «Nuclear Science and its Application», October 21–24, 2014. –Baku (Azerbaijan), 2014. –pp.218.
- 10. Джуманов С., Каримбоев Э.Х. Термодинамические свойства недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратов // Тезисы Республиканской конференции «Актуальные проблемы теоретической и ядерной физики» 25–26 октября 2013 г. – Ташкент: НУУз, 2013.–С.57.
- Каримбоев Э.Х., Курбанов У.Т., Хакбердиев У.А. 11. Джуманов С., Теоретические исследования аномалии электронной теплоемкости В легированных // недолегированных И оптимально ВТСП-купратах Международная конференция молодых ученых И специалистов «Актуальные вопросы мирного использования атомной энергии», 6-8 июня 2012 г. – Алматы (Казахстан), 2012.–С.55–56.

# ГЛАВА І. СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ЛЕГИРОВАННЫХ ВТСП КУПРАТОВ

### §1.1. Энергетические зоны в кристаллах

Для объяснения металлических, диэлектрических, термодинамических, полупроводниковых и сверхпроводящих свойств твердых тел основой является теория энергетических зон электронов и дырок [1;c.184. 2;c.792. 3;c.640. 4;c.342. 5;c.336. 6;c.384. 7;c.148. 8;c.574. 9;c.426]. В зависимости от электрических свойств твердые тела делятся на металлы, полупроводники, диэлектрики. Это разделение объясняется степенью заполнения валентной зоны электронами, а также шириной запретной зоны.

При истинных расстояниях между атомами на зоны расщепляются в основном внешние энергетические уровни, при этом все внутренние энергетические уровни атомов заполнены электронами. Поэтому наибольший интерес представляют верхние энергетические уровни.

Верхняя заполненная электронами зона называется валентной зоной, рядом с ней незаполненная электронами зона – зоной проводимости. Эти зоны отделяются запрещенной зоной. Разность  $E_g = E_c - E_v$  – называется шириной запрещенной зоны или энергетической щелью  $E_g$  [6;c.384. 7;c.148. 8;c.574].

Эта одноэлектронная зонная теория хорошо описывает электронные свойства обычных металлов, диэлектриков и полупроводников. С открытием новых медно–оксидных (купратных) высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) стало понятно, что их зонная структура отличается от одноэлектронной зонной структуры твердых тел.

Сверхпроводниками становятся многие твердые тела, легированные полупроводники и другие материалы при низких температурах [2;c.792. 3;c.640. 4;c.342. 5;c.336. 10;c.365. 11;c.264]. Удельное электрическое сопротивление

металлических сверхпроводников становится меньше 10<sup>-23</sup> Ом·см [10;с.365. 11;с.264].

Согласно обычной зонной теории нелегированные купраты должны быть металлами. В работах [2;c.792. 12;c.53-68. 13;c.13-204. 14;c.1039-1263] экспериментальные результаты показывают, что нелегированные купраты Мотта-Хаббарда, является диэлектриками так как энергия сильного кулоновского отталкивания U<sub>d</sub> между двумя дырками на одном и том же узле Си намного превышает ширину верхней электронной 3d зоны W. B работах [13;с.13–204. 14;с.1039–1263] указано, что купратные соединения при низких уровнях легирования превращаются в необычные диэлектрики, а при высоких уровнях легирования превращаются в необычные металлы. Нелегированные и легированные купратные соединения – это различные системы, причем высокоэнергетическая электронная структура нелегированных купратов принципиально отличается от низко энергетической электронной структуры легированных купратов.

### §1.2. Нелегированные и легированные купраты

Нелегированные купраты ЭТО слоистые материалы, основным структурным элементом их кристаллической структуры являются одна и/или более слоев оксида меди [15;с.30-33. 16;с.18-21. 17;с.14-20. 18;с.337-339. 19;c.26–27]. Различают однослойные (La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> (LSCO), Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CuO<sub>6+ $\delta$ </sub> и  $Tl_2Ba_2CuO_6$ ), двухслойные (YBa\_2Cu\_3O\_{7-\delta} (YBCO),  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$  (Bi-2212) и  $Tl_2Ca_2Ba_2Cu_3O_{10}$ ) трехслойные соединения  $(Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+\delta})$ И И  $Tl_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+\delta}$  [14;c.1039–1263. 20;c.8–38. 21;c.69–90. 22;c.63–81. 23;c.1547– 1610. 24;c.189–193. 25;c.908–910. 26;c.505–536. 27;c.352. 28;c.343. 29;c.360].

В литературе имеются данные [30;с.473–541. 31;с.621–663. 32;с.669–676. 33;с.763–840. 34;с.1267–1276] о том, что Си–О связь по *с*–оси намного слабее, чем Си–О связь в плоскости, и нелегированные купраты имеют квази– двумерную (2D) электронную структуру [30;с.473–541. 31;с.621–663. 32;с.669–

676. 33;с.763–840. 34;с.1267–1276]. Представления об одноэлектронной зонной структуре нелегированных купратов подтверждены расчетами зонной структуры [35;с.187–190. 36;с.17–85. 37;с.481–501. 38;с.433–512. 39;с.227–234. 40;с.357–367], основанной на теории функционала плотности и эффективных одноэлектронных схемах.

Полученные в работах [14;с.1039–1263. 30;с.473–541. 33;с.763–840. 41;c.770-790. 42;c.149-160. 43;c.897-928] экспериментальные 36;c.17–85. результаты показали, что нелегированные купраты являются антиферромагнитными (АФ) моттовскими диэлектриками. Одноэлектронная зонная теория оказалась несостоятельной для объяснения наблюдаемого диэлектрического состояния нелегированных купратов. В соответствии с классификацией Зайнана-Савацкого-Аллена [44;с.418-421], конечная зонная структура оксидов переходных металлов зависит от величины внутриатомного кулоновского отталкивания U<sub>d</sub>, ширины d-зоны W и энергетической щели  $E_g = \Delta_{CT} = \varepsilon_d - \varepsilon_p [4; c.342, 7; c.148, 14; c.1039 - 1263].$  Диэлектрическое поведение большими нелегированных купратов характеризуется значениями энергетической щели  $E_g = \Delta_{CT} \simeq 1.5 - 2.0$  эВ в их спектрах возбуждения.

В работах [14;c.1039–1263. 30;c.473–541. 43;c.897–928. 44;c.418–421. 45;c.2124–2127. 46;c.094504] экспериментально обнаружено, что легированные купраты имеют сложные электронные структуры и диэлектрическую щель  $\varepsilon_g << E_g$  в десять раз меньше, чем  $E_g$  в нелегированных купратах. Авторами работ [14;c.1039–1263. 30;c.473–541. 43;c.897–928. 44;c.418–421. 45;c.2124–2127. 46;c.094504] показано, что изменения электронной структуры легированных купратов связаны с образованием внутрищелевых локализованных электронных состояний и низкоэнергетических щелей ( $\varepsilon_g << E_g$ ) в спектрах возбуждения.

В институте ядерной физики АН РУз в лаборатории физики наноструктурнкх и сверхпроводящих материалов группа сотрудников под руководством профессора С. Джуманова уже многие годы занимается изучением новых электронных свойств дырочно–легированных 20 высокотемпературных сверхпроводящих (ВТСП)–купратов, зависящих от характера локализации и делокализации дырочных носителей тока и металл– диэлектрик переходов.

В докторской диссертации У.Т. Курбанова [7;с.148] подробно описаны низкоэнергетические электронные структуры легированных купратов. Так, У.Т.Курбановым [7;с.148] отмечено, что легированные купраты имеют низкоэнергетические электронные структуры (с диэлектрическими щелями  $\varepsilon_g \simeq$ 0.1 - 0.2эB), которые полностью отличаются от высокоэнергетических электронных структур нелегированных купратов (с диэлектрическими щелями  $E_{g} = \Delta_{CT} \simeq 1.5 - 2.0$  эВ [47;c.28-33. 48;c.484-494]). Экспериментально [49;c.61-122. 50;c.66–70. 51;c.158–161. 52;с.164–168] подтверждается существование локализованных внутрищелевых электронных состояний И хорошо определенной полупроводниковой щели в спектре возбуждения слабо легированного купрата LSCO (x=0.02), где наблюдаемая энергетическая щель имеет значение 0.04 эВ и не зависит от температуры до 160 К.

Важными свойствами нормального состояния высокотемпературных купратов, тесно связанных с механизмом сверхпроводимости, являются их термодинамические свойства, которые значительно отличаются от свойств обычных сверхпроводников как в сверхпроводящем состоянии, так и в нормальном состоянии. Поэтому следующие параграфы мы посвятим анализу термодинамических свойств ВТСП-купратов в нормальном и сверхпроводящем состояниях.

## §1.3. Необычные термодинамические свойства ВТСП купратов в их нормальном состоянии

Слоистые ВТСП-купраты являются типичными ионными (полярными) материалами, которые сильно отличаются от обычных металлов и неполярных полупроводников. Поэтому электронные свойства легированных ВТСП-купратов в их нормальном и сверхпроводящем состояниях являются весьма

аномальными и их природа остается недостаточно изученной и непонятной. В данном параграфе мы проанализируем аномальные особенности наблюдаемых тепловых свойств ВТСП-купратов в их нормальном состоянии.

Изучение теплоемкости ВТСП-купратов является одним из наиболее информативных методов исследования их нормальных и сверхпроводящих свойств. Однако, в нормальном состоянии (выше T<sub>c</sub>) трудно разделить электронный вклад теплоемкости от решеточного вклада в экспериментально наблюдаемой полной теплоемкости С. Для ВТСП-материала La<sub>1.85</sub>Sr<sub>0.15</sub>CuO<sub>4</sub> типичные значения линейного коэффициента теплоемкости у<sub>е</sub> и температуры Дебая  $\theta_D$  составляют  $\gamma_e$ =(4.9–7.3) мДж/ моль·К<sup>2</sup> и  $\theta_D$ =(320–450) К [53;c.7210– 7212]. При Т>Т<sub>с</sub> фононный (решеточный) вклад в теплоемкость ВТСП-купратов доминирующим. Тем не менее, температурная является зависимость теплоемкости C(T) и аномалии C(T), которые указывают на фазовые переходы в электронной подсистеме выше Т<sub>с</sub>, были экспериментально установлены. Ранние экспериментальные наблюдения аномалий теплоемкости выше Т<sub>с</sub> сообщались Дунлапом и др. [53;c.7210-7212], Индерхизом и др. [54;c.1178-1180] и Фоссшеймом и др. [55;с.1171–1183]. Наблюдаемая аномалия теплоемкости в La<sub>1.85</sub>Sr<sub>0.15</sub>CuO<sub>4</sub> [53;c.7210–7212] указывает на фазовый переход примерно при *T*~80 К. Экспериментальное обнаружение скачка (аномалии) электронной теплоемкости в нормальном состоянии ВТСП-купратов La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> (LSCO) при различных уровнях их легирования x=0.10-0.20 [56;c.29-33. 57;c.2232-2238. 58;с.539-564. 59;с.R569-R587. 60;с.236-239] (рис. 1.1) свидетельствует о существовании псевдощели в этих материалах. Аномалии теплоемкости, наблюдаемые в LSCO при T=60-100 К, могут быть вызваны образованием малой БКШ-подобной спаривательной псевдощели [61;c.2269-2270. 62;c.47-51]. Действительно, образцы ВТСП-купратов LSCO с уровнем легирования х≤0.2, проявляют эффект этой псевдощели при *T*=*T*\*>*T*<sub>c</sub> и аномалия в электронной теплоемкости C<sub>e</sub> является скорее БКШ-подобной [56;с.29–33]. Такой БКШ-подобный скачок теплоемкости наблюдался также в нормальном состоянии оптимально легированных ВТСП-купратов YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> (YBCO) (с *T<sub>c</sub>*=89 K) при *T<sub>c</sub>*=93 K [54;c.1178–1180] (рис. 1.2).



Рис. 1.1. Электронная теплоемкость  $C_e$  для La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> (0.1 $\leq$ x $\leq$ 0.2), построенная как  $C_e/T$  в зависимости от *T* [57;c.2232–2238].



Рис. 1.2. Аномалия теплоемкости монокристалла YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> в интервале температур от 80 до 100 К [54;с.1178–1180].

Другая аномалия теплоемкости, соответствующая фазовому переходу в ҮВСО (с T<sub>c</sub>=91 K), наблюдалась при T=229 К [55;с.1171–1183] (рис. 1.3). Причина происхождения этой аномалии неясна, но экспериментальные исследования термо ЭДС YBCO (с T<sub>c</sub>=93 K) показывают [63;с.571–576], что аномалия, наблюдаемая при T=215 K, указывает на фазовый переход в электронной подсистеме. Зависимости коэффициента электронной теплоемкости у<sub>е</sub> от температуры и уровня легирования в ВТСП-купратах подробно изучались Лоремом и др. [64;с.134–137] с использованием дифференциальной техники. Хотя ранее упомянутые аномалии электронной теплоемкости  $C_e(T)$  не были обнаружены в этих экспериментах, эффект псевдощели в недолегированном YBCO четко был виден в подавлении у<sub>е</sub> в нормальном состоянии ниже некоторой температуры появления псевдощели (рис. 1.4), которая, кажется, отличается от температуры появления большой псевдощели  $T_{2}^{*}$  (рис. 1.5). На 1.5 приведены две различные электронные фазовые диаграммы рис. высокотемпературных купратов, предложенные в [12;с.53–68].



Рис. 1.3. Аномалия теплоемкости монокристалла YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> в интервале температур 180–280 К [55;с.1171–1183].



Рис. 1.4. Температурная зависимость коэффициента электронной теплоемкостиу<sub>е</sub> для YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6+x</sub> [64;c.134–137].



Рис.1.5. (а) Фазовая диаграмма, предложенная Таллоном и Лорамом на основе их данных о теплоемкости; (б) Фазовая диаграмма, полученная из анализа других экспериментальных данных.  $T^*_2$  и  $T^*$ - температура большой и малой псевдощели соответственно,  $T_N$ - температура Нееля [12;c.53–68].

В то время как сверхлегированные образцы YBCO ( $0.92 \le \le \le 0.97$ ) проявляют типичное металлическое поведение,  $\gamma_e$  не зависит от температуры. Таллон и Лорам [12;c.53–68] экспериментально обнаружили так называемую квантовую критическую точку на электронной фазовой диаграмме YBCO (рис. 1.5), и такая квантовая критическая точка также была обнаружена теоретически [65;c.1694–1698. 66;c.4650–4653. 67;c.14554–14580. 68;c.363–367. 69;c.155–160. 70;c.1980–1990. 71;c.1010–1016]. Псевдощель, наблюдаемая при измерениях теплоемкости [12;c.53–68], аналогична большой псевдощели, наблюдаемой в фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (angle–resolved photoemission spectroscopy) (ARPES) и туннельных спектрах ВТСП-купратах Bi–2212. Этот температурный масштаб псевдощели в LSCO намного выше, чем в YBCO, и псевдощель появляется в сверхлегированной области. Температура появления большого псевдощели  $T_2^*$  уменьшается до нуля при критическом уровне легирования  $x_c$ =0.19 в YBCO [12;c.53–68].

# §1.4. Необычные термодинамические свойства ВТСП купратов в их сверхпроводящем состоянии

Любая теория высокотемпературной сверхпроводимости должна быть в согласии с теплоемкостью, которая является чувствительной ко всем низкоэнергетическим возбуждениям в сверхпроводящем состоянии (ниже T<sub>c</sub>) в рассматриваемой системе. Электронная теплоемкость Се является одним из свойств ключевых термодинамических сверхпроводников В ИХ состоянии, как измерения этой теплоемкости в сверхпроводящем так особенно чувствительны сверхпроводниках К ИХ низкоэнергетическим возбуждениям, а аномалии в температурной зависимости электронной теплоемкости  $C_e(T)$  при  $T_c$  являются прямым доказательством существования в них сверхпроводящего состояния. Поэтому, это свойство ВТСП-купратов является термодинамическим свидетельством сверхпроводящего фазового  $T_c$ . Как известно, БКШ, обычные перехода при согласно теории

сверхпроводники будут иметь электронную теплоемкость, зависящую экспоненциально от температуры. Однако, многие экспериментальные данные свидетельствуют 0 том, что температурная зависимость электронной теплоемкости ВТСП-купратов хорошо описывается степенным законом, а не экспоненциальным законом, предсказуемым теорий БКШ. Кроме того, одной из интересных аномалий, характеризующих природу сверхпроводящего состояния в ВТСП-купратах, является  $\lambda$ -образный скачок  $C_e(T)$ , наблюдаемый при  $T_c$ [54;с.1178–1180. 55;с.1171–1183. 56;с.29–33. 57;с.2232–2238] (рис. 1.1 и 1.6). Многие экспериментальные методы, в частности, ARPES и туннельная спектроскопия являются чувствительными лишь к щелевым особенностям, которые могут не иметь ничего общего с электронными фазовыми переходами при  $T_c$  и ниже  $T_c$  в этих ВТСП-материалах, так как в ВТСП-купратах  $\lambda$ образный скачок электронной теплоемкости свидетельствует о том, что сверхпроводящий фазовый переход не является БКШ-подобным фазовым переходом. Действительно, аномалия в  $C_e(T)$  вблизи  $T_c$  в LSCO для x=0.1-0.2отличается от БКШ-подобной аномалии теплоемкости. В этих ВТСПматериалах аномалии в  $C_e(T)$  близко напоминают  $\lambda$ -переход в сверхтекучем <sup>4</sup>He (рис. 1.6). Отметим, что  $\lambda$ -образная аномалия электронной теплоемкости впервые была обнаружена в YBCO [55;с.1171–1183] (см. рис. 1.6). В то время как аномалия в  $C_e(T)$  в сверхлегированных образцах LSCO (x>0.22) [56;c.29–33. 57;с.2232-2238] аналогична БКШ-подобному (то есть ступенчатому) скачку в  $C_{e}(T)$ , наблюдаемому В обычных сверхпроводниках. Согласно экспериментальным данным [53;с.7210-7212. 72;с.197], в ВТСП-купратах скачки электронной теплоемкости оказались равными  $\Delta C_e(T)/\gamma_e T_c \approx 2-10$  при  $T_c$ , которые больше, чем БКШ значение  $\Delta C_e(T)/\gamma_e T_c = 1.43$ . Энтропия этих ВТСПматериалов быстро уменьшается ниже  $T_c$  [64;c.134–137. 73;c.77] и показывает четкий признак сверхпроводящего фазового перехода в них при T<sub>c</sub>.



Рис. 1.6. Удельная теплоемкость монокристалла YBCO (с *T<sub>c</sub>*=90.8 K) представлена как *C<sub>p</sub>/T* в зависимости от *T* [55;c.1171–1183]

Удивительно, что другая аномалия в  $C_e(T)$  в некоторых ВТСП-купратах наблюдалась несколько ниже  $T_c$  [74;c.1351–1352. 75;c.14470–14475]. Существование такого скачка теплоемкости в этих ВТСП-купратах было предсказано в рамках теории сверхтекучей Бозе жидкости куперовских пар [61;c.2269–2270. 76;c.2151–2224. 77;c.385–418] (рис. 1.7). Таким образом, измерения поведения теплоемкости в ВТСП-купратах показали значительное отклонение от БКШ-подобного поведения теплоемкости, проявляя резкий  $\lambda$ -образный скачок при  $T_c$ .



Рис. 1.7. Удельная теплоемкость (BiPb)<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>10-у</sub> как *C/T* в зависимости от *T* [74;c.1351–1352]

#### §1.5. Цель и задачи исследования

Анализ литературных данных показал, что несмотря на определенный прогресс в изучении термодинамических свойств недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных ВТСП-купратов, аномальные тепловые свойства и особенно электронные теплоемкости  $C_e(T)$  этих ВТСП-материалов в нормальном и сверхпроводящих состояниях остаются еще неясными, и наблюдаемая в них природа различных аномалий электронной теплоемкости остается неустановленной.

Существующие теоретические модели ДЛЯ описания аномального поведения  $C_e(T)$  в нормальном состоянии ВТСП-купратов, во-первых, обоснованы, противоречивы, а во-вторых, недостаточно причем ИХ применимости остаются довольно сомнительными. Теоретические модели, описывающие аномалии электронной теплоемкости ВТСП-купратов при температуре сверхпроводящего перехода T<sub>c</sub> и при низких температурах T<<T<sub>c</sub> основаны либо на модели взаимодействующего бозе-газа холонов [78;с.5893-5896] (т.е. на модели резонирующих валентных связей (PBC) Андерсона [79;с.381-390. 80;с.012001]), либо на БКШ-подобной модели спаривания носителей [10;с.365. 81;с.1004-1017. 82;с.448]. Однако, эти теоретические модели не применимы для изучения сверхпроводящих свойств ВТСП-купратов, свойств термодинамических ЭТИХ материалов. Так В частности, как применимость PBC модели даже для квази–2D ВТСП-купратов необоснована, предсказанное в этой модели существование безспиновых дырочных носителей (холонов) в легированных ВТСП-купратах экспериментально не было обнаружено. Далее, следует отметить, что различные варианты БКШ-подобных моделей сверхпроводимости применимы лишь в сверхлегированных купратах. Эти теоретические модели оказались непригодными для описания свойств (в сверхпроводящих том числе, электронной теплоемкости) недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных ВТСП-купратов. Несостоятельность вышесказанных И многих других 30

теоретических моделей заключается в том, что они не учитывают реальные ситуации в этих ВТСП-материалах и возможности существования в них поляронных носителей и поляронных куперовских пар (которые являются бозе носителями).

Поэтому, целью настоящей диссертационной работы является определение природы аномальной электронной теплоемкости в нормальном и сверхпроводящем состояниях в зависимости от уровня легирования ВТСПкупратов LSCO и YBCO при температурах выше и ниже температуры сверхпроводящего перехода. Для достижения этой цели решались следующие задачи:

изучение природы возможных типов носителей заряда в легированных ВТСП-купратах;

определение аналитических выражений для описания электронной теплоемкости легированных ВТСП-купратов в их нормальном состоянии;

вычисление электронной теплоемкости ВТСП-купратов выше и ниже температуры образования БКШ-подобной псевдощели *T*\*;

определение возможного поведения электронной теплоемкости ВТСПкупратов  $C_e(T)$  и установление природы аномалии в  $C_e(T)$  вблизи  $T^*$  при различных уровнях легирования;

сравнение рассчитанной температурной зависимости  $C_e(T)$  в нормальном состоянии легированных ВТСП-купратов выше  $T_c$  с существующими экспериментальными результатами;

получение явных аналитических выражений для теплоемкости сверхтекучего бозе-газа вблизи *T<sub>c</sub>* в легированных ВТСП-купратах;

вычисление электронной теплоемкость ВТСП-купратов в их сверхтекучем состоянии вблизи  $T_c$  и определение возможности существования  $\lambda$ -подобной аномалии в  $C_e(T)$  при  $T_c$ ;

сравнение рассчитанной температурной зависимости  $C_e(T)$  в сверхпроводящем состоянии легированных ВТСП-купратов вблизи  $T_c$  с существующими экспериментальными данными.

# ГЛАВА II. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ ВТСП КУПРАТОВ В НОРМАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ

ВТСП-купраты представляют собой сложные полярные материалы и обладают уникальными электронными свойствами, которые существенно отличаются от свойств обычных сверхпроводников. Одноэлектронная зонная теория, обычная ферми-жидкостная теория и теории БКШ спаривания оказались весьма успешными в описании нормальных и сверхпроводящих свойств металлических сверхпроводников с низкой Т<sub>с</sub>, но эти теории оказались неадекватными для описания основных электронных свойств легированных ВТСП-купратов, необычных во многих отношениях [12;с.53-68. 20;с.8-38. 27;с.352. 30;с.473-541. 36;с.17-85. 49;с.61-122. 76;с.2151-2224] как сверхпроводящем, так и в нормальном состояниях. Одна из серьезных трудностей в понимании механизма сверхпроводимости купратов связана с их необычными свойствами нормального состояния, которые ранее не встречались низкотемпературных сверхпроводниках. Считается, В что аномалии нормального состояния, наблюдаемые в дырочно-легированных купратах с помощью различных экспериментальных методов [12;c.53-68. 20;c.8-38. 27;c.352. 30;c.473-541. 49;c.61-122. 83;c.100508. 84;c.353-419. 85;c.062501], являются результатом псевдощелевого состояния, которое в зависимости от уровня легирования реализуется ниже характерной температуры  $T^* > T_c$ . Предполагается, что понимание псевдощелевого эффекта, наблюдаемого в недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных ВТСП-купратах, начиная с низкого уровня легирования вплоть до больших уровней легирования, считается ключом к выяснению механизма новой сверхпроводимости. Для этих ВТСП-материалов с высокими значениями  $T_c$ , помимо ранних теоретических предположений [61;с.2269-2270. 77;с.385-418. 86;c.13121-13128. 87;c.6668-6678. 88;c.434-437. 89;c.6120-6147. 90;c.1886-1890. 91;с.224–246], было выдвинуто множество различных теоретических моделей для описания псевдощелевого состояния (см. [12;c.53-68. 30;c.473-

541. 36;с.17-85. 49;с.61-122. 84;с.353-419. 92;с.1997-2011]). Происхождение псевдощелевой фазы до сих пор остается спорным.

Наиболее важными свойствами нормального состояния ВТСП-купратов, имеющими тесную связь с механизмом сверхпроводимости, являются их тепловые свойства, которые значительно отличаются от таковых свойств обычных сверхпроводников как в сверхпроводящем, так и в нормальном состоянии [12;c.53–68. 53;c.7210–7212. 54;c.1178–1180. 55;c.1171–1183. 57;c.2232–2238. 63;c.571–576. 93;c.2253–2067. 94;c.196. 95;c.9220–9223. 96;c.67– 73]. Одним из ранних экспериментальных указаний на аномалии нормального состояния ВТСП-купратов являются необычные поведения теплоемкости [53;c.7210-7212. 54;c.1178-1180. 55;c.1171-1183. 97;c.231-294. 98;c.1078-1081. 99;с.395-404] (см. [96;с.67-73]). В частности, измерения теплоемкости в LSCO и YBCO соединениях показали явную  $\lambda$ -подобную аномалию при  $T_c$  [54;c.1178– 1180. 55;с.1171-1183. 63;с.571-576], более или менее выраженные БКШподобные аномалии несколько выше Т<sub>с</sub> или даже значительно выше Т<sub>с</sub> [54;c.1178-1180. 55;c.1171-1183. 63;c.571-576], и линейный член при низких температурах [97;c.231–294]. При температурах ниже  $T_c$  теплоемкость купратов меняется линейно с температурой, что в корне отличается от таковой зависимости большинства обычных сверхпроводников, теплоемкость которых меняется экспоненциально с температурой. Кажется более вероятным, что такая аномалия теплоемкости не является внутренним свойством сверхпроводящего состояния в купратах, а обусловлена наличием некоторых примесных фаз [98;с.1078–1081. 99;с.395–404]. Помимо явной λ-подобной аномалии при Т<sub>с</sub>, другой неожиданной особенностью является наличие скачкообразных изменений (аномалий) выше Т<sub>с</sub> в спектре теплоемкости ВТСПкупратов [95;с.9220-9223]. Некоторые авторы предполагали существование БКШ-подобной аномалии в электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) купратных сверхпроводников выше *T<sub>c</sub>* [63;c.571–576. 76;c.2151–2224. 100;c.2817–2821]. Другие исследователи связывали наблюдаемый скачок теплоемкости в ВТСПкупратах выше Т<sub>с</sub> с каким-то фазовым переходом, другим чем БКШ-подобный

ошибочно фазовый переход или просто его игнорировали. Часто интерпретировалось, что  $\lambda$ -подобные аномалии в  $C_e(T)$ , происходящие при  $T_c$ являются БКШ-подобными скачками, без какого-либо скачка электронной теплоемкости, связанного с прекурсивным куперовским спариванием при  $T=T^*>T_c$ . На самом деле, понимание нового  $\lambda$ -подобного сверхпроводящего перехода в ВТСП-купратах при T<sub>c</sub> [61;c.2269-2270. 76;c.2151-2224] и определение существования БКШ-подобного перехода, соответствующего образованию куперовских пар выше Т<sub>с</sub>, совсем разные. До сих пор теоретический анализ некоторых аномалий теплоемкости ВТСП-купратов в псевдощелевом состоянии проводился с использованием флуктуационной модели сверхпроводимости [100;с.2817-2821. 101;с.052503], которая хорошо применима только в узкой области вблизи T<sub>c</sub> [102;c.1-23]. Однако, происхождение псевдощели и ее возможное влияние на  $C_e(T)$  еще до конца не изучены. Различные эксперименты показывают (см. [37;с.481-501. 43;с.897-928. 103;с.52]), что нетрадиционные электрон-фононные взаимодействия (включая поляронные эффекты) могут быть вовлечены в псевдощелевые явления и высокотемпературную сверхпроводимость в недолегированных и оптимально легированных купратах. Еще одним отличительным свойством купратных сверхпроводников является то, что они являются легированными материалами, и на ожидаемые скачки  $C_e(T)$  при БКШ-подобных переходах вблизи  $T^*$ могут фазы сильно ПОВЛИЯТЬ примесные И электронные неоднородности. Таким образом, существует значительная мотивация для изучения конкурирующих эффектов псевдощелей и примесей на электронную теплоемкость в нормальном состоянии недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных купратов с учетом возможных неоднородностей распределения носителей заряда.

В этой главе мы обсудим вышеуказанные вопросы, исследуя аномальные поведения удельной теплоемкости ВТСП-купратов в нормальном состоянии, которые не встречаются в обычных БКШ сверхпроводниках.

Сначала кратко обсудим важные отличительные особенности, характерные для легированных ВТСП-купратов, и природу возможных типов носителей заряда В этих материалах (раздел 2.1). Затем, кратко опишем БКШ-подобной модифицированный вариант модели (расширенная ДО промежуточного значения константы электрон-фононного взаимодействия) и специфический спаривания, приводящий образованию механизм К псевдощелевого состояния в ВТСП-купратах (раздел 2.2). В разделе 2.3 вычисляется электронная теплоемкость легированных соединений La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> (LSCO) и YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub> (YBCO), выше температуры образования псевдощели  $T^*$ , в рамках двухкомпонентной модели вырожденного ферми-газа. В разделе 2.4 аналогичные расчеты выполнены для случая  $T \le T^*$ , в рамках многочастичной модели ВТСП. Численные результаты, полученные для  $C_e(T \le T^*), C_e(T \le T^*)/T$  и  $C_e(T > T^*)$ ,  $C_e(T > T^*)/T$ , сравниваются с экспериментальными данными по  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$ . Раздел 2.5 содержит основные выводы.

# §2.1. Собственная электронная неоднородность и соответствующие носители заряда

Сильные электронные корреляции играют доминирующую роль только в нелегированных купратах и переводят эти системы в диэлектрическое состояние Мотта с переносом заряда [44;c.418–421. 104;c.1–7]. По мере *p*-тип легирования, валентная зона кислорода этих анизотропных трехмерных купратов заполняется дырками. При достижении определенного уровня легирования ("underdoped level" - умеренный уровень легирования) купраты становятся необычными металлами (выше T<sub>c</sub>) или сверхпроводниками (ниже  $T_c$ ), и электронные корреляции становятся не существенными [48; c.484–494] 104;с.1-7. 105;с.241-244], и в этих системах будут доминировать другие носителей. Наиболее механизмы спаривания дырочных заметной И отличительной особенностью ВТСП-купратов является TO, что они представляют собой легированные полярные материалы, в которых электронфононные взаимодействия будут достаточно сильными и необычными, так как имеются важные различия между обычными металлами и полярными материалами. В металлах электрон-фононное взаимодействие является очень слабым и носителями заряда являются квази-свободные электроны. Слабое электрон-фононное взаимодействие (описываемое константой связи  $\lambda \ll 1$ ) в приводит к понижению энергетических уровней электронов металлах проводимости и увеличению эффективной массы электрона, которая связана с зонной массой *m* соотношением  $m^* = m(1+\lambda)$  [106;c.1438–1446]. Однако с увеличением силы электрон-фононного взаимодействия физическая природа носителей заряда в твердых телах может заметно измениться. В полярных материалах электрон-фононные взаимодействия являются достаточно сильными, которые играют важную роль в автолокализации и спаривании носителей заряда. В промежуточных и сильных режимах электрон-фононной связи носители заряда одеты статическими искажениями решетки (т.е. статическими фононами), и эти одетые носители называются поляронами [13;c.13–204].

Слоистая структура купратов также является важным фактором, влияющим на их электронные свойства. Считается, что различие между основными CuO<sub>2</sub> слоями, в которых происходит спаривание носителей, и слоями-накопителями заряда, содержащими легирующие примеси (или примеси), является очень важной для понимания аномальных электронных свойств легированных ВТСП-купратов. Боле того, неоднородная природа этих материалов является другой важной особенностью, а присущие ИМ неоднородности распределения носителей заряда могут быть ответственными за сегрегацию этих носителей, которая может проявляться через локальное разделение фаз [48;с.484–494. 104;с.1–7]. В купратах процесс легирования неизбежно вносит беспорядок (т.е. неоднородность) в пространственном распределении примесей и носителей заряда. Представляется вероятным, что неоднородное пространственное распределение легированных носителей заряда происходит по основным CuO<sub>2</sub> слоям (с ненулевой толщиной), а примесных 36
центров между этими CuO<sub>2</sub> слоями. Концентрация носителей заряда во внешних  $CuO_2$  слоях оказывается немного выше, чем во внутреннем  $CuO_2$  слое, а распределение дырок в некоторых слоистых купратах было сильно неоднородным: только ~10% дырок распределены во внутренних CuO<sub>2</sub> слоях (см. [48;c.484–494. 104;c.1–7]). Тем не менее, в зависимости от материала и уровня легирования дисбаланс в распределении легированных носителей между двумя различными областями, а именно между областями без примесей (например, CuO<sub>2</sub> слои) и с примесями, может быть противоположным. Носители заряда, введенные в полярный кристалл, будут взаимодействовать как с колебаниями решетки (то есть акустическими и оптическими фононами), так и с дефектами решетки (например, легирующими примесями). Поэтому, основными состояниями легированных дырочных носителей являются их собственные и несобственные автолокализованные (поляронные) состояния, лежащие в щели переноса заряда купратов [48;с.484-494]. Теоретические [37;с.484-501. 48;с.484-494. 103;с.52] и экспериментальные [43;с.897-928. 46;c.094504. 108;c.76–79. 109;c.2625–2628. 110;с.075115] исследования показывают, что поляронный переход из квази-свободного состояния в автолокализованные состояния происходит в легированных купратах, а электрон-фононное взаимодействие ответственно за увеличение массы поляронов  $m_p = (2 \div 3)m_e$  [43;c.897–928. 46;c.094504. 111;c.721–779] (где  $m_e$ - масса свободного электрона). При некоторых уровнях легирования собственные и несобственные большие поляроны можно рассматривать как двухкомпонентный вырожденный ферми-газ. Для этих поляронных носителей заряда хорошо выполняются условия вырождения  $W_p \gg k_B T$  и  $W_I \gg k_B T$ , где  $W_p$  и *W*<sub>*I*</sub>— ширины зоны собственных и примесных поляронов, соответственно. В нормальном состоянии купратов спаривания больших собственных поляронов ожидаются при промежуточных значениях константы электрон-фононного взаимодействия и образование некогерентных бозонных куперовских пар становится возможным при  $T^* > T_c$  в CuO<sub>2</sub> слоях. Действительно, сильная ионность купратов  $\eta = \varepsilon_{\infty}/\varepsilon_0 \ll 1$  (где  $\varepsilon_{\infty}$  – и  $\varepsilon_0$  – высокочастотная и статическая

проницаемость, соответственно) И электрон-фононное диэлектрическая взаимодействие Фрелиха играют важную роль в образовании больших поляронов и поляронных куперовских пар в этих системах (см. раздел 2.3). Естественно полагать, что носителями заряда в легированных купратах являются большие собственные поляроны и заранее сформировавшиеся бозонные куперовские пары в CuO<sub>2</sub> слоях и большие примесные поляроны, лежащие между CuO<sub>2</sub> слоями. Фактически, легированные купраты можно рассматривать как смесь двух или более различных фаз, и электронные свойства этих соединений лучше описываются в рамках модели с несколькими сортами носителей заряда. Мы считаем, что эта модель может дать объяснение экспериментально наблюдаемых последовательное явлений, изложенных выше.

Можно ожидать, что БКШ-подобная псевдощель спаривания, примесная фаза и электронная неоднородность сильно влияют на электронную теплоемкость в недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных купратах в их нормальном состоянии.

# §2.2. Модифицированная БКШ-подобная модель и прекурсивное куперовское спаривание больших поляронов выше *T<sub>c</sub>*

Механизмы спаривания носителей заряда в обычных металлах и легированных купратах являются весьма различными [61;c.2269–2270. 76;с.2151–2224]. В квазисвободном состоянии носителей заряда статическая деформация решетки отсутствует. Поэтому, спаривание электронов в обычных сверхпроводниках слабой электрон-фононной co связью становится возможным, если учесть динамические эффекты их одевания в фононное облако, т.е. их взаимодействия с виртуальными фононами. Обычная теория БКШ описывает куперовское спаривание таких квазисвободных носителей заряда посредством фононного обмена. В этом подходе константа электронфононного взаимодействия обычных металлов не зависит от частоты фононов,

где адиабатическое приближение Мигдала считается справедливым [103;с.52]. Если спаривательное взаимодействие между носителями становится более чем в теории БКШ, то константа электрон-фононного эффективным, взаимодействия в общем случае зависит от частоты фононов. В принципе, теория, основанная на БКШ, может быть распространена на случай промежуточного электрон-фононного взаимодействия даже в отсутствие поляронных эффектов. Такие расширения теории БКШ пределы за применимости теоремы Мигдала рассматривались в работах [112;с.79–93. 114;c.10516–10529. 113;c.1158–1162. 115;c.10530–10536]. Приближение Мигдала применяется в экстремальном адиабатическом режиме  $\hbar\omega_D/E_F\ll 1$ , которое применимо только для обычных металлов с энергией Ферми  $E_F \gg 1$  эВ, тогда как высокотемпературные сверхпроводящие купраты, как утверждается в работах [113;с.1158-1162. 114;с.10516-10529. 115;с.10530-10536], с очень малыми энергиями Ферми ( $\varepsilon_F \simeq 0.1 - 0.3$  эВ) [113;c.1158-1162. 114;c.10516-10529. 115;с.10530–10536] и высокочастотными оптическими фононами ( $\hbar\omega_0=0.04-$ 43;c.897–928. 110;c.075115]) 0.07 эΒ [30;c.473–541. находятся В неадиабатическом режиме (т.е., отношение  $\hbar\omega_0/\varepsilon_F$  не является уже малым). Расширенные варианты теории БКШ, разработанные в работах [113;с.1158-1162. 114;с.10516-10529. 115;с.10530-10536] за пределами адиабатического режима могут позволить переосмыслить феномен высокотемпературной сверхпроводимости, которая в соответствии с обычной теорией Элиашберга-Макмиллана приводит к нереально большому значению константы связи ( $\lambda > 3$ ), вместо значения промежуточной связи (0.5<λ<1).

Считается, что ВТСП-купраты находятся в режимах сильной и промежуточной электрон-фононной связи, где поляронные эффекты кажутся важными, а стандартная теория спаривания БКШ, описывающая образование куперовских пар при температуре сверхпроводящего перехода  $T_c$  уже не работает. Поэтому, теория БКШ спаривания носителей должна быть изменена, чтобы включить поляронные эффекты. Фактически, теория, основанная на модели БКШ, может быть также распространена на случаи взаимодействующих

поляронных ферми-газов и прекурсивного куперовского спаривания больших поляронов выше Т<sub>с</sub> в недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных купратах с малой энергией Ферми. В этих случаях БКШподобное куперовское спаривание поляронных носителей (т.е. носители, одетые статическими деформациями решетки в режиме промежуточной связи) может возникать в CuO<sub>2</sub> слоях (с ненулевой толщиной) при температуре  $T^*$ выше, чем Т<sub>с</sub>, при которой предварительно сформированные бозонные куперовские пары конденсируются в сверхтекучее (или сверхпроводящее) состояние бозе-жидкости и появляется новый сверхпроводящий параметр порядка [61;c.2269-2270. 69;c.155-160. 76;c.2151-2224]. Теперь, рассмотрим квази-двумерные CuO<sub>2</sub> слои с простой эллипсоидальной энергетической поверхностью и используем компоненты эффективной массы  $m_{p1}=m_{p2}=m_{ab}$  для *аb*-плоскости и  $m_{n3}=m_c$  для *c*-оси в купратах. Тогда, роль эффективной массы поляронов  $m_p$  в слоистых купратах играет величина  $(m_{ab}^2m_c)^{1/3}$ . Сильно поляризуемая решетка купратов может обеспечивать более эффективный механизм спаривания, чем решетка обычных металлов со сравнительно слабой поляризуемой решеткой. В этих системах возникает новая ситуация, когда эффекты существуют поляронные И притягивающие взаимодействия (например, из-за обмена статическими и динамическими фононами) между поляронными носителями заряда, с энергиями в диапазоне  $\{-(E_p + \hbar \omega_0), \dots \}$  $(E_p + \hbar \omega_0)$  становятся намного более сильными, чем в простой БКШ картине. Следовательно, в БКШ-подобном режиме промежуточной связи ожидается предшествующее (прекурсивное) куперовское спаривание больших поляронов и образование некогерентных (несверхпроводящих) куперовских поляронных пар становится возможным в нормальном состоянии в недолегированных, оптимально легированных И умеренно сверхлегированных купратах. Необычные (т.е. комбинированные и более эффективные притягивающие БКШ-Фрёлих-подобные) электрон-фононные взаимодействия могут быть И ответственны за парные корреляции выше Т<sub>с</sub> в этих ВТСП-материалах, тогда как в пределе слабой связи обычное куперовское спаривание квази-свободных 40

носителей с участием фононов происходит при  $T^*=T_c$  в обычных металлах и сильно сверхлегированных купратах из-за отсутствия в них поляронных эффектов. Из вышеприведенных соображений следует, что в случае ВТСПкупратов необычная форма БКШ теории [61;c.2269–2270. 116;c.1131–1132] может естественным образом описывать прекурсивное куперовское спаривание больших поляронов выше  $T_c$ . Такой БКШ формализм, расширенный до промежуточного режима электрон-фононной связи, приводит к следующему уравнению для определения БКШ-подобной щели или псевдощели,  $\Delta^*$  и температуры образования псевдощели  $T^*$  [10;c.365]:

$$\frac{1}{\lambda^*} = \int_0^{\varepsilon_A} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + {\Delta^*}^2(T)}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon^2 + {\Delta^*}^2(T)}}{2k_B T},$$
(2.1)

где  $\lambda^* = D_p(\varepsilon_F)\tilde{V}_p$  – эффективная БКШ-подобная константа связи,  $D_p(\varepsilon_F)=1/\varepsilon_F$  – плотность состояний на поляронном уровне Ферми для одной ориентации спина,  $\varepsilon$  – энергия больших поляронов, отсчитываемая от поляронной энергии Ферми  $\varepsilon_F = \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3}$ ,  $n = N_1 / \Omega$  – концентрация собственных поляронов в CuO<sub>2</sub> слоях,  $N_1$  – количество таких поляронов,  $\varOmega$  – объем кристалла,  $ilde{V}_p = V_{ph} - ilde{V}_c$  – эффективный полярон-поляронный взаимодействия, потенциал  $V_{ph}$ фононами потенциал опосредованный взаимодействия между ДВУМЯ поляронами,  $\tilde{V}_c = V_c / \left[ 1 + D_p(\varepsilon_F) V_c \ln(\varepsilon_c / \varepsilon_A) \right]$  – экранированный кулоновский потенциал взаимодействия между ними, V<sub>c</sub> – затравочный кулоновский потенциал,  $\varepsilon_A = E_p + \hbar \omega_0$  – параметр обрезания необычного притягивающего электрон-фононного взаимодействия.

При *T*=*T*<sup>\*</sup> и *ε*<sub>*c*</sub>>*ε*<sub>A</sub>≫*k*<sub>B</sub>*T*<sup>\*</sup> из (1) получаем [10;с.365. 117;с.176–184]

$$k_B T^* = 1.134 \left( E_p + \hbar \omega_0 \right) \exp\left[-\frac{1}{\lambda^*}\right].$$
 (2.2)

Из формулы (2.2) видно, что обычная картина БКШ ( $T_c=T^*$ ) реализуется как частный случай в сверхлегированных купратах, где поляронный эффект 41

исчезает ( $E_p=0$ ) и предэкспоненциальный множитель в ур. (2.2) заменяется на  $\hbar\omega_0$ . Было бы интересно сравнить выражение (2.2) для  $T^*$  с выражениями для  $T_c$ , полученными в рамках других модифицированных БКШ-подобных моделей 113;c.1158–1162. 114;c.10516–10529. 115;c.10530–10536]. [112:c.79–93. В частности, при E<sub>p</sub>=0 предэкспоненциальный множитель в выражении для T\*(=T<sub>c</sub>) в некоторой степени похож на предэкспоненциальный множитель в выражении для T<sub>c</sub>, приведенный в работах [113;c.1158–1162. 114;c.10516– 10529. 115;c.10530–10536] в адиабатическом пределе  $\hbar\omega_0/\epsilon_F \rightarrow 0$ . Но показатель в уравнение (2.2) также зависит от частоты в этом пределе, как и в некоторых модифицированных вариантах теории БКШ [118;с.78. 119;с.1263-1271]. В неадиабатическом режиме ( $\hbar\omega_0/\varepsilon_F \neq 0$ ) как предэкспоненциальный член, так и показатель степени экспоненты в выражении для  $T_c$ , приведенном в работах [113;с.1158–1162. 114;с.10516–10529. 115;с.10530–10536] зависит от частоты, как и в выражении для  $T^*(=T_c)$ . Если  $\hbar\omega_0 > \varepsilon_F$ , предэкспоненциальный множитель выражении для T<sub>c</sub> [112;c.79–93. 113;c.1158–1162. 114;c.10516–10529. В 115;с.10530–10536] становится практически равным  $\varepsilon_F$  и не зависит от  $\hbar\omega_0$ . в этом случае предэкспоненциальный множитель в выражении (2.2) для  $T^*(=T_c)$ также заменяется на  $\varepsilon_F$  [120;c.1–4]. Следовательно, эффекты, обсуждаемые в работах [113;с.1158-1162. 114;с.10516-10529. 115;с.10530-10536], являются прекурсивными в поляронной картине, но не достигают ее, как отмечают авторы. В этом отношении модифицированная БКШ-подобная теория [113;c.1158–1162. 114;c.10516–10529. 115;c.10530–10536] фактически согласуется с нашей БКШ-подобной схемой в отсутствие поляронных эффектов. При  $E_p \neq 0$  поляронные эффекты определяют основные физические свойства недолегированных, оптимально легированных И умеренно сверхлегированных купратов, которые являются бозонными (т.е. не БКШ) сверхпроводниками. В этом случае, псевдощель Д<sup>\*</sup>, обусловленная БКШподобным спариванием, постепенно уменьшается с увеличением уровня легирования и температуры. Ясно, что при  $T \rightarrow T^*$  эта псевдощель стремится к нулю и исчезает при  $T=T^*>T_c$ . Поэтому, в купратах, которые являются не БКШ 42

сверхпроводниками, содержащих легирующие примеси, фазовый переход второго рода при Т\* должен проявляться как более или менее БКШ-подобный  $C_e(T)$ . B картине необычного БКШ-подобного скачок В спаривания исчезновение поляронных куперовских пар не происходит при  $T_c$ , как это было бы для обычных сверхпроводников с  $T^* = T_c$ . В этом случае, важное различие между куперовскими парами в нормальном состоянии и куперовскими парами сверхпроводящем состоянии состоит В том, предварительно В что сформированные куперовские пары, подобно композитным бозонам, могут претерпеть бозе-эйнштейновскую конденсацию В приближении невзаимодействующих частиц выше  $T_c$  без сверхпроводимости (т.е. в соответствии с критерием Ландау для сверхтекучести, состояние бозеэйнштейновского конденсата идеального бозе-газа предварительно сформированных куперовских пар не является сверхтекучим состоянием), в то время как взаимодействующие композитные бозоны (куперовские пары в сверхпроводящем состоянии) конденсируются в сверхтекучее бозе-жидкостное состояние ниже  $T_c$ [61;c.2269–2270]. Недолегированные, оптимально легированные и умеренно сверхлегированные купраты на самом деле не являются БКШ сверхпроводниками, в которых различие между двумя температурами  $T^*$  (начало БКШ-подобного перехода) и  $T_c$  (начало  $\lambda$ -подобного сверхпроводящего перехода) обусловлено поляронными эффектами [121;c.18-20. 122;c.53–55. 123;c.55–56. 124;c.57. 125;c.68].

# §2.3. Электронная теплоемкость ВТСП-купратов в их нормальном состоянии выше температуры образования псевдощели $T^*$

Как упоминалось выше, носители заряда неоднородно распределены в легированных купратах (т.е. примесные центры могут иметь больше носителей заряда, чем CuO<sub>2</sub> слои, и наоборот), и такие неоднородности в распределении носителей заряда могут быть ответственны за образование собственных и несобственных (то есть примесных) больших поляронов в беспримесных

областях и вблизи примесей. Можно ожидать, что в недолегированных и оптимально легированных купратах некоторая часть носителей, введенных в эти ВТСП-материалы, могут легко автолокализоваться вблизи допантов (примесей) с образованием больших поляронов, связанных с примесями, а другая часть носителей будет автолокализоваться В деформируемой кристаллической решетке с образованием собственных (т.е. решеточных) больших поляронов. Такие конкурирующие процессы автолокализации носителей приводят к перераспределению поляронных носителей между свободными от примесей областями и примесными центрами. Поэтому, можно предполагать, что в необычном металлическом состоянии ВТСП-купратов больших БКШ-подобное куперовское спаривание поляронов будет происходить в поляронной зоне ниже  $T^*$ , тогда как большие поляроны, локализованные вблизи примесей, могут оставаться неспаренными. При температурах выше  $T^*$  вклад в  $C_e(T)$  вносят эти два типа больших поляронов и электронная теплоемкость определяется выражением

$$C_e(T > T^*) = (\gamma_{e1} + \gamma_{e2})T,$$
 (2.3)

где  $\gamma_{ei} = 2\pi^2 D_p(\varepsilon_{Fi}) k_B^2/3 = (\pi^2/3) k_B^2 g(\varepsilon_{Fi})$  (*i*=1,2),  $g(\varepsilon_{Fi})=3N_i/2\varepsilon_{Fi}=3Nf_i/2\varepsilon_{Fi}$  (см. [2;c.792]) – плотность состояний на поляронном уровне Ферми  $\varepsilon_{Fi}$  (включая обе спиновые ориентации),  $N_i$  – количество больших поляронов *i*–го типа,  $N=N_1+N_2$ –полное число поляронных носителей в системе,  $f_i=N_i/N$ – доля больших поляронных носителей *i*–го типа. Для легированных купратов коэффициент при линейном члене в  $C_e(T>T^*)$  определяется как

$$\gamma_e = \gamma_{e1} + \gamma_{e2} = (\pi^2/2) k_B^2 x N_A (f_1/\epsilon_1 + f_2/\epsilon_2), \qquad (2.4)$$

где нами учтено, что число формульных единиц CuO<sub>2</sub> (или атомов решетки) в единице молярного объема равно числу Авогадро  $N_A$ =6,02×10<sup>23</sup> моль<sup>-1</sup>, *x*=*N*/*N*<sub>*A*</sub>- безразмерная концентрация носителей или уровень легирования,  $k_BN_A$ =8,314 Дж/моль · К.

Важными параметрами, которые реальную описывают  $C_e(T)$ экспериментальную ситуацию И количественное поведение В легированных ВТСП-купратах, являются  $\varepsilon_{Fi}$  и  $f_i$ . Оценим значения  $\gamma_e$  для LSCO и YBCO. Используя конкретные значения  $\varepsilon_{Fi}$  и  $f_i$  в поляронной зоне ( $\varepsilon_{F1} \simeq 0.15$ эВ,  $f_1$ =0.6) и примесной зоне ( $\varepsilon_{F2}$ =0.06 эВ,  $f_2$ =0.4), получаем  $\gamma_e \simeq 5,67$ мДж/моль ·  $K^2$  при x=0.1 для LSCO. Экспериментальное значение  $\gamma_e$  лежит в диапазоне (4.9–7.3) мДж/моль · К<sup>2</sup> [94;с.196]. Для соединения YBCO уровень легирования можно определить из соотношения [126;с.357–374]

$$x(\delta) = \begin{cases} (1-\delta)^3 \partial_{\mathcal{I}\mathcal{R}} & 0 \le 1-\delta \le 0.5, \\ (0.5-\delta)^3 + 0.125 & \partial_{\mathcal{I}\mathcal{R}} & 0.5 < 1-\delta \le 1, \end{cases}$$
(2.5)

из которого следует, что  $x(\delta=0.115)\simeq 0.182$ . Принимая  $\varepsilon_{F1}=0.20 \ \Im B$ ,  $\varepsilon_{F2}=0.1 \ \Im B$ ,  $f_1=0.6$  и  $f_2=0.4$  для YBCO, находим  $\gamma_e=4,65$ мДж/моль · K<sup>2</sup>. Это значение  $\gamma_e$  хорошо согласуется с экспериментальными результатами  $\gamma_e\simeq 4.3-4.9$ мДж/моль · K<sup>2</sup> для YBCO [127;c.1399–1400].

# §2.4. Электронная теплоемкость ВТСП-купратов в их нормальном состоянии ниже температуры образования псевдощели *T*\*

Ниже температуры образования БКШ-подобной псевдощели,  $T^*$  вклад в  $C_e(T)$  дают три типа носителей заряда: (i) боголюбовские квазичастицы, возникающие при диссоциации (возбуждении) куперовских пар в поляронной зоне, (ii) неспаренные поляроны в примесной зоне и (iii) идеальный бозе-газ некогерентных (несверхпроводящих) куперовских пар. Вклад в  $C_e(T)$  от боголюбовских квазичастиц определяется из следующего выражения:

$$C_{e1}(T < T^*) = \frac{g(\varepsilon_{F1})}{k_B T^2} \int_0^{\varepsilon_A} f(E) \left(1 - f(E)\right) \left[E^2(\varepsilon) - \frac{T}{2} \frac{d\Delta^{*2}(T)}{dT}\right],$$
(2.6)

где g( $\varepsilon_{F1}$ ) = 3N<sub>A</sub> $xf_1/2\varepsilon_{F1}$ ,  $f(E) = [e^{E/k_BT} + 1]^{-1}$ ,  $E(\varepsilon) = \sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^{*2}(T)}$ .

Энергия идеального бозе-газа ниже температуры БЭК *Т*<sub>БЭК</sub> определяется из выражения [128;c.530]:

$$U = 0.77 N_c k_B T \left(\frac{\mathrm{T}}{T_{\mathrm{E}\mathfrak{I}\mathrm{K}}}\right)^{3/2},\tag{2.7}$$

где  $N_c$  – число бозе-частиц. Теплоемкость такого бозе-газа некогерентных куперовских пар определяется из соотношения

$$C_{e3}(T < T^*) = \frac{dU}{dT} = 1.925 k_B N_c \left(\frac{T}{T_{BEC}}\right)^{3/2}.$$
 (2.8)

Тогда полная электронная теплоемкость ниже  $T^*$  определяется выражением

$$C_e(T < T^*) = C_{e1}(T) + C_{e2}(T) + C_{e3}(T), \qquad (2.9)$$

где  $C_{e2}(T < T^*) = (\pi^2/2)k_B^2 T g(\varepsilon_{F2})$  – теплоемкость неспаренных поляронов в примесной зоне и  $g(\varepsilon_{F2}) = 3N_A x f_2/2\varepsilon_{F2}$ .

Псевдощель  $\Delta^*(T)$ , появляющаяся при БКШ-подобном спаривании поляронных носителей, и температура образования этой псевдощели  $T^*$ определяются из ур. (2.1). При температурах несколько ниже  $T^*$  величина такой псевдощели, образующейся в нормальном состоянии ВТСП-купратов определяется следующей формулой:

$$\Delta^*(T) = 3.06k_B T^* \sqrt{1 - \frac{T}{T^*}},$$
(2.10)

которая является лучшим приближением в температурном интервале  $0.75T^* < T \le T^*$ . На сравнительном рис. 2.1 приведена температурная зависимость БКШ-подобной псевдощели  $\Delta^*$ , аналитическое решение ур. (2.1) при значениях  $\lambda^*=0.57$ ,  $T^*=98$  К и численное решение ур. (2.10) при  $T^*=98$  К. Из рис. 2.1 можно увидеть, что эти приближения являются хорошими приближениями в

температурном интервале 0.75*T*<sup>\*</sup><*T*≤*T*<sup>\*</sup>, которые для наших численных расчетов достаточны, но при низких температурах имеется отклонение между ними.



Рис. 2.1. Температурная зависимость псевдощели Δ<sup>\*</sup> и температура ее образования *T*<sup>\*</sup>(*T*<sup>\*</sup>=98 K) (светлые кружки) при λ<sup>\*</sup>=0.57 и величина такой псевдощели (*T*<sup>\*</sup>=98 K) (сплошная линия)

Число некогерентных куперовских пар *N<sub>c</sub>* и их температура БЭК определяются соответственно из следующих выражений:

$$N_{c} = \frac{1}{4} g(\varepsilon_{F1}) \int_{-\varepsilon_{A}}^{\varepsilon_{A}} \left[ 1 - \frac{\varepsilon}{E} \right] \frac{e^{E/k_{B}T}}{e^{E/k_{B}T} + 1} d\varepsilon, \qquad (2.11)$$

И

$$T_{E \supset K} = \frac{3.31 \cdot \hbar^2}{k_B m_c} N_c^{3/2}, \qquad (2.12)$$

где  $m_c=2m_p$  масса поляронных куперовских пар,  $\varepsilon_{F1}>\varepsilon_A=0.1$  эВ,  $m_p=2m_e$  [43;c.897–928].

Численные расчеты величин  $N_c$  и  $T_{\text{БЭК}}$  показывают, что немного ниже  $T^*$ значение  $T_{\text{БЭК}}$  очень близко к  $T^*$  (т.е.  $T_{\text{БЭК}} \ge T^*$ ), но несколько ниже  $T^*$ ,  $T_{\text{БЭК}} \gg T^*$ . Еще раз подчеркнем, что результаты расчетов для  $C_e(T \le T^*)$  и  $C_e(T > T^*)$ чувствительно зависят от деталей распределения поляронных носителей между поляронной зоной и примесной зоной за счет изменения как  $\varepsilon_{Fi}$ , так и  $f_i$ . Фактически, поведение  $C_e(T)$  чувствительно к выбору параметров  $\varepsilon_{Fi}$ ,  $f_i$ , x и приводит нас к выводу, что самосогласованные расчеты, которые учитывают изменения в распределении соответствующих носителей заряда между поляронной зоной и примесной зоной, следует использовать для сравнения с экспериментом. Для легированных ВТСП-купратов наблюдаемые температурные зависимости C<sub>e</sub> и C<sub>e</sub>/T могут быть получены путем более подходящего выбора и тщательного изучения соответствующих подгоночных необходим параметров. Такой подбор для согласования теории С экспериментами по  $C_e(T)$  в различных ВТСП-купратах. Количественная особенность  $C_e(T)$  при  $T=T^*$ , в основном, определяется конкуренцией псевдощелевых и примесных эффектов на  $C_e(T)$ . Эта конкуренция определяет форму и размер возможного БКШ-подобного скачка  $C_e(T)$  выше  $T_c$  в недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратах. Когда БКШ- $C_{e}(T < T^{*}),$ подобный обусловленный вклад В ферми-составляющими возбужденных куперовских пар и несверхпроводящих бозонных куперовских пар, преобладает над вкладом, обусловленным неспаренными носителями в примесной зоне, ярко выраженная БКШ-подобная аномалия C<sub>e</sub>(T) проявляется при Т\* (рис. 2.2). Однако, ситуация заметно изменится, если примесный вклад в  $C_{e}(T)$  будет доминировать над БКШ-подобным вкладом. В этом случае, зависимость  $C_e(T)$  выше  $T_c$  будет в значительной степени модифицирована (т.е. сильно подавлена) из-за относительно большого примесного вклада в  $C_e(T)$  и излом в C<sub>e</sub>(T) зависимости станет слабым или менее выраженной БКШподобной аномалией (см. вставку на рис. 2.2), что и наблюдается в экспериментах [53;с.7210-7212. 54;с.1178-1180. 55;с.1171-1183. 56;с.29-33. 57;с.2232-2238. 63;с.571-576]. Детали численных расчетов C<sub>e</sub>(T) выше и ниже  $T^*$ приведены в Приложение А. На рис. 2.2 приведена электронная теплоемкость недолегированного сверхпроводящего купрата с уровнем 48

легирования x=0.10. рассчитанная как функция приведенной температуры  $T/T^*$ вблизи  $T^*=140$  K с использованием параметров  $\varepsilon_{F1}\simeq 0.189$  эВ,  $\varepsilon_{F2}\simeq 0.043$  эВ и  $f_1=0.7, f_2=0.3$ . На вставке к рис. 2.2 показана электронная теплоемкость того же сверхпроводящего купрата, рассчитанная как функция приведенной температуры  $T/T^*$  вблизи  $T^*=160$  K с использованием параметров  $\varepsilon_{F1}\simeq 0.086$  эВ,  $\varepsilon_{F2}\simeq 0.068$  эВ и  $f_1=0.15, f_2=0.85$ , которые соответствуют перераспределению носителей заряда между поляронной зоной и примесной зоной.



Рис. 2.2. Электронная теплоемкость недолегированного сверхпроводящего купрата с уровнем легирования *x*=0.10; вставка: электронная теплоемкость того же сверхпроводящего купрата.

Кроме того, на рисунках 2.3 и 2.4 приведены теоретически вычисленные значения  $C_e(T \le T^*)$  и  $C_e(T \le T^*)/T$  недолегированного сверхпроводящего купрата с уровнем легирования *x*=0.10. рассчитанные как функция приведенной температуры  $T/T^*$  вблизи  $T^*=140$  К с использованием параметров  $\varepsilon_{F1}\simeq 0.189$  эВ,  $\varepsilon_{F2}\simeq 0.043$  эВ и различными  $f_1$  и  $f_2$ , которые соответствуют перераспределению

носителей заряда между поляронной зоной и примесной зоной, а также как функция приведенной температуры  $T/T^*$  вблизи  $T^*=160$  K с использованием параметров  $\varepsilon_{F1}\simeq 0.086$  эВ,  $\varepsilon_{F2}\simeq 0.068$  зВ и  $f_1=0.42$ ,  $f_2=0.58$ .



Рис. 2.3. Электронная теплоемкость недолегированного сверхпроводящего купрата с уровнем легирования *x*=0.10. рассчитанная как функция приведенной температуры *T*/*T*<sup>\*</sup> вблизи *T*<sup>\*</sup>=140 К



Рис. 2.4. Электронная теплоемкость недолегированного сверхпроводящего купрата с уровнем легирования *x*=0.10. рассчитанная как функция приведенной температуры  $T/T^*$  вблизи  $T^*=160$  К с использованием параметров  $\varepsilon_{F1}\simeq 0.086$  эВ,  $\varepsilon_{F2}\simeq 0.068$  эВ и  $f_1=0.42$ ,  $f_2=0.58$ .

На рисунках 2.5 и 2.6 приведены сравнения теоретически вычисленных значений  $C_e(T \le T^*)$  и  $C_e(T \le T^*)/T$  с результатами экспериментальных работ группы Оды по электронной теплоемкости соединения LSCO, в интервале температур  $0.8T^* < T \le 1.15T^*$ . Следует обратить внимание на то, что наблюдаемые поведения  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$  очень похожи на результаты теоретических расчетов  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$  для  $T \le T^*$  и  $T > T^*$ , показанные на рисунках 2.5 и 2.6. Как видно из экспериментальных данных (см. размытые области между пунктирными линиями на рисунках 2.5 и 2.6), разброс значений  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$  для соединения LSCO вблизи  $T^*$ 

есть более или менее заметные БКШ-подобные скачки в зависимостях  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$ .



Рис. 2.5. Электронная теплоемкость LSCO с уровнем легирования x=0.10(сплошная линия), рассчитанная как функция приведенной температуры  $T/T^*$ вблизи  $T^*=98$  К с использованием подгоночных параметров  $\varepsilon_{F1}\simeq 0.1665$  эВ,  $\varepsilon_{F2}\simeq 0.0373$  эВ,  $f_1=0.42$ ,  $f_2=0.58$  и сравнение с экспериментальными данными для

LSCO с уровнем легирования *x*=0.10 (пунктирная линия) [57;с.2232–2238]

Как видно из рис. 2.5, скачок  $C_e(T)$  вблизи  $T^*$  похож как по форме, так и по размеру, на ступенчатую БКШ аномалию, которая наблюдается в ВТСПкупратах выше  $T_c$  [54;c.1178–1180. 55;c.1171–1183. 56;c.29–30 57;c.2232–2238. 63;c.571–576]. Аномалия теплоемкости в интервале температур 200–240 К, обнаруженная Фоссшеймом и др. в монокристалле YBCO [54;c.1178–1180. 55;c.1171–1183], была приписана какой-то другой причине, отличной от той, которая связана с образованием куперовской пары. Однако мы утверждаем, что эта аномалия теплоемкости в нормальном состоянии, наблюдаемая также вблизи 220 К и другими авторами (см. [96;c.67–73]) в YBCO, может быть БКШ-подобной аномалией в  $C_e(T)$  около  $T^* \simeq 220$  К. Дунлап и др. [53;c.7210–7212] 52 также сообщили о существовании фазового перехода в LSCO при *T*<sup>\*</sup>≈80 K, который, вероятно, связан с БКШ-подобным переходом при температуре образования псевдощели. В то время как группа Лорама утверждала [64;с.134-137], что в нормальном состоянии в ВТСП-купратах такого фазового перехода нет, они обнаружили, что у<sub>е</sub> нечувствителен к температуре выше характерной температуры псевдощели  $T^*$  и быстро уменьшается ниже  $T^*$ , так же, как в БКШ теории. Таким образом, учитывая возможные ШУМЫ ИЛИ ошибки В экспериментах и достаточно большой разброс экспериментальных точек (например, на рисунках 2.5 и 2.6), с уверенностью можно сказать, что наши  $C_e(T)$ расчетные результаты для находятся В удовлетворительном количественном согласии с экспериментальными данными по C<sub>e</sub>(T) для соединений LSCO и YBCO, как показано на рисунках 2.5, 2.6 и 2.7.



Рис. 2.6. Температурная зависимость *C<sub>e</sub>/T* для LSCO с уровнем легирования *x*=0.10 (сплошная линия), рассчитанная с использованием тех же подгоночных параметров, как показано на рисунке 2.5, и сравнение с экспериментальными данными для LSCO с уровнем легирования *x*=0.10 (пунктирная линия)

[57;c.2232–2238].



Рис. 2.7. Коэффициент электронной теплоемкости ( $C_e/T$ ) YBCO с уровнем легирования x=0.14, рассчитанный как функция приведенной температуры  $T/T^*$  вблизи  $T^*=167$  К с использованием подгоночных параметров,  $\varepsilon_{F1}=0.110$  эВ,  $\varepsilon_{F2}=0.0435$  эВ,  $f_1=0.3$ ,  $f_2=0.7$  и сравнение с экспериментальными результатами для YBCO (пунктирная линия) [64;c.134–137].

В обеих областях температур  $T < T^*$  и  $T > T^*$  аппроксимирующие кривые удовлетворительно воспроизводят экспериментальные данные. В частности, аппроксимирующие кривые  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$  на рисунках 2.5 и 2.6 находятся в пределах экспериментальных шумов и поэтому являются приемлемыми. Здесь следует отметить, что даже когда некоторые авторы обнаружили скачок теплоемкости выше  $T_c$ , они приписали его фазовому переходу, отличному от БКШ-подобного перехода, или просто пренебрегли им. Однако, на первый взгляд некоторые экспериментальные данные по  $C_e(T)$  кажется, вообще не свидетельствуют о значительных скачкообразных аномалиях выше  $T_c$ , но при более внимательном рассмотрении обнаруживаются изломы наклона  $C_e(T)$  или  $C_e(T)/T$  при различных температурах  $T > T_c$  в ВТСП-купратах. Поэтому, мы можем предположить, что в купратах на местах излома кривой зависимости 54

 $C_e(T)$  при  $T^* = T$  имеется БКШ-подобный фазовый переход. На самом деле, при высоких температурах ( $T=T^*$ ) основной вклад в теплоемкость вносят фононы, и невозможно точно отделить электронную часть теплоемкости от общей  $T^*$ Вблизи температуры из-за обшая теплоемкости. вклада фононов теплоемкость очень велика по сравнению с электронной частью теплоемкости и БКШ-подобной наблюдение возникновения поэтому аномалии из-за псевдощели будет затруднительным. Но, тщательная проверка данных теплоемкости соединений LSCO и YBCO показывает, что такая аномалия явно присутствует. Из вышеприведенных соображений следует, что ожидаемые БКШ-подобные скачки электронной теплоемкости ВТСП купратов при  $T^* > T_c$ часто замаскированы шумами и наблюдаются как менее выраженные скачки изза влияния неоднородностей распределения примесей и образца.

## §2.5. Сравнение результатов теоретических расчетов с экспериментальными данными по электронной теплоемкости ВТСПкупратов выше температуры сверхпроводящего перехода *T<sub>c</sub>*

В этой главе мы изучили влияния БКШ-подобной псевдощели (которая в приближении среднего поля открывается на поверхности Ферми ниже температуры  $T^*$ ) и примесей на электронную теплоемкость  $C_e(T)$  в нормальном состоянии ВТСП-купратов в рамках модели, учитывающей сосуществования нескольких типов носителей заряда с учетом неоднородности распределения этих носителей (то есть возможного дисбаланса в распределении носителей заряда, введенного при легировании купратов между двумя различными областями, а именно, областями без примесей или CuO<sub>2</sub> слоями и примесными узлами). Мы считаем, что носителями заряда в легированных ВТСП-купратах являются большие собственные поляроны И предварительно сформировавшиеся бозонные куперовские пары в CuO<sub>2</sub> слоях (с ненулевой толщиной) и большие примесные поляроны (т.е. поляронные носители, связанные с примесями), лежащие между CuO<sub>2</sub> слоями. Предполагается, что в поляронной зоне в необычном металлическом состоянии недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных купратов может произойти предварительное куперовское спаривание носителей заряда и при температурах выше T<sub>c</sub> в спектрах электронного возбуждения этих материалов существует БКШ-подобная энергетическая щель (или псевдощель), тогда как носители заряда в примесной зоне остаются неспаренными (см. также [129;с.1109–1110]). Нами рассчитаны электронные теплоемкости легированных ВТСП-купратов в нормальном состоянии ниже и выше  $T^*$ , соответственно обусловленные вкладами трёх и двух типов носителей заряда. Рассматривая ВТСП-купраты при температурах ниже T\* как систему с тремя носителями заряда, нами вычислены три вклада в  $C_e(T)$  от возбужденных ферми-компонент куперовских пар, идеального бозе-газа некогерентных куперовских пар и неспаренных носителей заряда в примесной зоне. Затем, нами рассмотрен тот же ВТСП-материал выше температуры  $T^*$  как система с двумя носителями заряда и вычислены два вклада в  $C_e(T)$ , исходящие от собственных и несобственных больших поляронов в рамках модели двухкомпонентного вырожденного ферми-газа. Обнаружены скачкообразная аномалия  $C_e(T)$  вблизи температуры  $T^*$ , сильно изменяющаяся с увеличением доли носителей заряда в примесной зоне, от резкого БКШ-подобного перехода второго рода до слабо или менее выраженного БКШ-подобного скачка. Нами показано, что когда влияние примесей преобладает над влиянием псевдощели на  $C_e(T)$ , скачок теплоемкости, связанный с БКШ-подобным переходом при T\*>T<sub>c</sub>, сильно подавлен или становится менее заметным. При этом также показано, что ярко выраженная БКШ-подобная аномалия в  $C_e(T)$  при температуре  $T^*$  может наблюдаться только в тех образцах сверхпроводящих купратов, у которых CuO<sub>2</sub> слои имеют гораздо больше носителей заряда, чем примесные центры. Результаты теоретических расчетов  $C_e(T)$ И  $C_e(T)/T$ сравнены С экспериментальными значениями  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$  в LSCO и YBCO. Мы обнаружили, что теоретические результаты очень похожи на экспериментально полученные результаты для купратов LSCO и YBCO, хотя в измеренных 56

температурных зависимостях  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$  величина БКШ-подобного скачка шумов невелика из-за экспериментальных И большого разброса экспериментальных точек. Нами показано, что аномальное поведение  $C_e(T)$ , наблюдаемое выше температуры СП перехода  $T_c$  в LSCO и YBCO, может быть количественно объяснено путем рассмотрения вкладов в  $C_e(T)$ , обусловленных неспаренными носителями в примесной зоне и БКШ-подобным спариванием носителей в поляронной зоне. Наш главный вывод состоит в том, что БКШподобная псевдощель, примесная фаза и неоднородность распределения носителей заряда играют решающую роль в определении существенных особенностей аномальных свойств теплоемкости ВТСП-купратов выше температуры  $T_c$ . Теоретические предсказания поведения зависимостей  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$  ниже  $T^*$ , при  $T^*$  и выше температуры  $T^*$  удовлетворительно согласуются с поведениями  $C_e(T)$  и  $C_e(T)/T$  в LSCO и YBCO, наблюдаемыми выше температуры *T*<sub>c</sub>.

#### Выводы ко второй главе

Таким образом, на основе вышеприведенных результатов можно сделать следующие выводы:

- определены температуры образования БКШ-подобной псевдощели и некогерентных куперовских пар *T*<sup>\*</sup> в нормальном состоянии недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратов;
- получены аналитические выражения для электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T)
   ВТСП-купратов выше и ниже характеристической температуры образования псевдошели T<sup>\*</sup> как функции температуры и уровня легирования в них;
- установлено, что прекурсивное куперовское спаривание поляронных носителей выше T<sub>c</sub> приводит к БКШ-подобной аномалии электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) недолегированных, оптимально легированных и

умеренно сверхлегированных ВТСП-купратов при характеристической температуре образования псевдощели  $T=T^*>T_c$ ;

 получены результаты для электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) ВТСП-купратов выше и ниже характеристической температуры T<sup>\*</sup>, которые находятся в разумном согласии с экспериментальными данными.

## ГЛАВА III. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ ВТСП-КУПРАТОВ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ СОСТОЯНИИ

Существующие экспериментальные результаты свидетельствуют о том, необычной сверхпроводимости ВТСП-купратах что механизмы В фундаментально отличаются от механизмов обычной БКШ сверхпроводимости фермионных куперовских пар. Действительно, согласно экспериментальным данным по теплоемкости [54;c.1178–1180. 55;c.1171–1183. 57;c.2232–2238. сверхпроводящий переход при  $T=T_c$  в этих необычных 64;c.134–134] сверхпроводниках близко напоминает λ-подобный сверхтекучий переход в <sup>4</sup>He [10;c.365. 130;c.1–74]. При этом жидком поведения электронной теплоемкости недолегированных, оптимально легированных И слегка сверхлегированных ВТСП-купратов значительно отличаются от поведения электронной теплоёмкости БКШ сверхпроводников не только при  $T=T_c$ , но и при низких температурах *T*<<*T*<sub>c</sub>. В действительности, появление необычной сверхпроводимости в ВТСП-купратах является двухстадийным процессом [61;c.2269–2270. 76;c.2151–2224. 77;c.385–418]: образование бозонных (поляронных) куперовских пар при  $T=T^*>T_c$  и последующая конденсация таких куперовских пар в сверхтекучие бозе-жидкости при  $T=T_c$ . Предполагается, что БКШ-тип ферми-жидкостная сверхпроводимость, скорее всего, может реализоваться в сверхлегированных купратах. В отличие от этого, бозежидкостная сверхпроводимость будет реализоваться в недолегированных, оптимально легированных и слегка сверхлегированных ВТСП-купратах, где поляронные куперовские пары ведут себя как бозе частицы, так как λ-подобный сверхпроводящий переход при  $T=T_c$  в этих ВТСП-материалах свидетельствует именно об этом. Поэтому, в этой главе нами будет рассмотрены характерные температурные зависимости теплоемкости бозе-жидкости куперовских пар в необычных ВТСП-купратах в их сверхпроводящем состоянии (т.е. при *T*<<*T*<sub>c</sub> и  $T < T_c$  [131;c.34–37. 132;c.253–260. 133;c.718. 134;c.218. 135;c.229–230].

## §3.1. Теплоемкость сверхтекучей бозе-жидкости

Теплоемкость сверхтекучей бозе-жидкости определяется из следующего соотношения [10;c.365.81;c.1004–1017. 82;c.448. 130;c.1–74. 131;c.34–47]:

$$C_{\nu}(T) = \frac{1}{T^2} \sum_{k} n_B(k) [1 + n_B(k)] \left\{ E_B^2(k) + T \left[ \varepsilon \frac{\partial |\tilde{\mu}_B|}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial T} \Delta_{SF}^2 \right] \right\}, \quad (3.1)$$

где  $n_B(k) = \left[e^{E_B(k)/k_BT} - 1\right]^{-1}, E_B = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_B^2(k) - \Delta_B^2(k)}, \quad \tilde{\varepsilon}_B(k) = \varepsilon_B(k) + \tilde{\mu}_B$ энергия бозонов, отсчитываемая от химпотенциала взаимодействующего бозегаза,  $\varepsilon_B(k) = \hbar^2 k^2 / 2m_B, \quad \Delta_B(k)$ - параметр порядка (т.е. параметр когерентности) бозонов,  $m_B$ - масса бозонов.

Согласно теории сверхтекучей бозе жидкости [77;с.385–418. 136;с.1–137], энергетическая щель  $\Delta_{SF} = \sqrt{\tilde{\mu}_B^2 - \Delta_B^2}$  существует в спектрах возбуждения сверхтекучей бозе-жидкости  $E_B(k)$ , когда константа связи межбозонного взаимодействия  $\gamma_B$  меньше некоторого критического значения  $\gamma_B^*$ , при котором энергетическая щель  $\Delta_{SF}$  исчезает при E = 0.

При низких температурах можно принять следующие условия:  $k_BT << \tilde{\mu}_B, \Delta_B$ и  $\Delta_B \approx \text{const}, \ \tilde{\mu}_B \approx \text{const}$  (см. [77;c.385–418. 136;c.1–137]). Поэтому теплоемкость сверхтекучего 3D бозе-газа определяется из следующего выражения:

$$C_{\nu}(T) \approx \frac{\Omega D_B}{2T^2} \int_0^\infty \sqrt{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{\sinh^2 \frac{E_B(\varepsilon)}{2k_B T}} E_B^2(k).$$
(3.2)

При  $\gamma_B > \gamma_B^*$  и  $\Delta_{SF} > 2k_B T$  функцию  $sinh[E_B(\varepsilon)/2k_B T]$  под интегралом в формуле(3.2) можно заменить на  $(1/2)exp[E_B(\varepsilon)/2k_B T]$ . Далее, учитывая, что основной вклад в интеграл в выражении(3.2) вносят малые значения  $\varepsilon$ , мы можем заменить  $E_B(\varepsilon)$  на  $\sqrt{2|\tilde{\mu}_B|\varepsilon + \Delta_{SF}^2} \simeq \Delta_{SF} + |\tilde{\mu}_B|\varepsilon/\Delta_{SF}$  и, использовать разложение Тейлора по показателю  $\sqrt{2|\tilde{\mu}_B|\varepsilon + \Delta_{SF}^2} \approx \Delta_{SF} + |\tilde{\mu}_B|\varepsilon/\Delta_{SF}$ . Тогда, интегрируя выражение (3.2), получаем следующее выражение

$$C_{\nu}(T) \simeq \frac{3\Omega D_B \Delta_B^{5/2}}{|\tilde{\mu}_B|^{3/2}} \sqrt{\pi T} \left[ 1 + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\Delta_{SF}}{k_B T} \right] exp\left( -\frac{\Delta_{SF}}{k_B T} \right).$$
(3.3)

При  $\gamma_B < \gamma_B^*$  энергетическая щель  $\Delta_{SF}$  в спектре возбуждения сверхтекучей 3D бозе-жидкости уменьшается с уменьшением температуры и исчезает ниже некоторой характеристической температуры  $T_c^*$  [77;c.385–418. 136;c.1–137]. Поэтому, при  $\gamma_B < \gamma_B^*$  и  $T \le T_c^*$  спектр возбуждения сверхтекучей 3D бозежидкости при малых значениях k является фононоподобным  $E_B(\varepsilon) \sim \sqrt{|\tilde{\mu}_B|/m_B}\hbar k$ , и следовательно, ее теплоемкость будет пропорциональна  $T^3$  при низких температурах, т.е.,

$$C_{\nu}(T) \sim T^3.$$
 (3.4).

## §3.2. Характерные температурные зависимости теплоемкости ВТСПкупратов при низких температурах (*T*<<*T*<sub>c</sub>)

Теперь обсудим характерные температурные зависимости электронной теплоемкости ВТСП-купратов в рамках вышеизложенной теории сверхтекучей Экспериментальные факты, касающиеся ВТСП-купратов бозе-жидкости. [48;c.484–494. 53;c.7210–7212. 54;c.1178–1180. 55;c.1171–1183. 67;c.14554– 11580. 96;c.67-73. 137;c.283-290. 138;c.2219-2222. 139;c.1739-1740. 140;c.311-318. 141;с.1775–1776], показывают, что электронная теплоемкость Се в этих материалах пропорциональна T<sup>2</sup> или T<sup>3</sup> при низких температурах (рис. 3.1) и имеет линейный T член и четкую  $\lambda$ -подобную аномалию не только при  $T_c$ , но и несколько ниже Т<sub>с</sub>. Наблюдаемые низкотемпературные степенные законы для теплоемкости сильно отличаются экспоненциальной электронной от зависимости C<sub>e</sub>(T), представленной БКШ теории. Происхождение линейного члена в электронной теплоемкости С<sub>е</sub> может быть связано с наличием нормальных (неспаренных) носителей ниже Т<sub>с</sub> [142;с.28–33], примесных фаз (см. [143;с.11942–11945]), двухъямных потенциалов или двухуровневых систем

[142;c.28-33. 143;c.5606-5608]. Наличие линейного члена в C<sub>e</sub> в некоторых ВТСП купратах и его отсутствие в других купратах [26;с.505–536. 143;с.11942– 11945] можно объяснить наличием или отсутствием неспаренных носителей в этих материалах. Действительно, наличие неспаренных носителей ниже T<sub>c</sub>, предсказанное ранее авторами работ [76;c.2151-2224. 77;c.385-418. 86;c.13121-13128. 142;с.28-33. 145;с.24-39], наблюдалось в работе [129;с.1109-1110]. Мы полагаем, что электронная теплоемкость ВТСП-купратов лучше всего описывается теорией сверхтекучей бозе-жидкости, а не БКШ-подобной моделью спаривания d-волн, поскольку при  $\Delta_{SF} < \Delta_{SC}$  и особенно при  $\Delta_{SF} < <\Delta_{SC}$ (или  $\Delta_{SF}=0$ ) основной вклад в  $C_e(T)$  в купратах вносится возбуждением составных бозонных куперовских пар, а не из-за возбуждения их ферми компонент. При Д<sub>SF</sub>=0 предсказываемые этой теорией [61;c.2269-2270. 68;c.363-367. 76;c.2151-2224. 77;c.385-418. 86;c.13121-13128. 145;c.24-39. 146;с.2339-2340] степенные (т.е. фононоподобные) температурные зависимости  $C_e(T) \sim T^3$  и  $\sim T^2$  в 3D и 2D в купратных сверхпроводниках действительно наблюдались экспериментально в ВТСП-купратах. Кроме того, согласно теории [77;c.385–418. сверхтекучей бозе-жидкости 136;c.1–137] электронная теплоемкость в 3D бозонных сверхпроводниках проявляет следующее температурное поведение  $C_e(T) \sim (T_c - T)^{-0.5}$  около  $T_c$ , согласно которому  $C_e(T)$  в ВТСП-купратах будет расходиться при  $T \rightarrow T_c$  так же, как расходится теплоемкость сверхтекучего <sup>4</sup>Не вблизи  $\lambda$ -подобного перехода. Отсюда следует, что трехмерные бозе-жидкости в нетрадиционных сверхпроводниках могут претерпевать с уменьшением Т фазовый переход второго рода при Т<sub>c</sub>, и они проявляют  $\lambda$ -подобную аномалию в их теплоемкости около  $T_c$ . В то время как сверхтекучая ферми-жидкость В БКШ-сверхпроводниках проявляет ступенчатый фазовый переход второго рода, сопровождающийся конечным скачком электронной теплоемкости при  $T_c$ ,  $\lambda$ -подобные аномалии в  $C_e(T)$ вблизи *T<sub>c</sub>* наблюдались в ВТСП-купратах [48;с.484–494. 54;с.1178–1180. 55;с.1171-1183. 67;с.14554-14580. 136;с.283-290. 147;с.516]. Кроме того, небольшой БКШ-подобный скачок  $C_e(T)$ , наблюдаемый в этих ВТСП 62

материалах выше  $T_c$  или намного выше  $T_c$  [48;c.484–494. 54;c.1178–1180. 55;c.1171–1183. 137;c.283–290. 148;c.264–266], связан с БКШ-подобными фазовыми переходами второго рода при  $T=T^*>T_c$  или  $T=T^*>T_c$  в их электронной подсистеме, как описано во второй главе.



Рис. 3.1. Температурная зависимость электронной теплоемкости в бозонных сверхпроводниках при низких температурах

# §3.3. Теплоемкости ВТСП-купратов вблизи температуры сверхпроводящего перехода (*T*<*T*<sub>c</sub>)

В ВТСП-купратах поляронные носители связаны в бозонные куперовские пары выше  $T_c$ , и эти куперовские пары конденсируются в состоянии бозежидкости при  $T_c$ . Сверхпроводящий параметр порядка  $\Delta_{SC}$ , появляющийся ниже  $T_c$  [76;c.2151–2224. 116;c.1131–1132] отличается от БКШ-подобного спаривания псевдощели. Возникновение сверхпроводимости в (бозонных) купратных сверхпроводниках без БКШ связано с параметром когерентности  $\Delta_B=\Delta_{SC}$ , который определяет прочность связи всех конденсированных бозонов, в то время как БКШ-подобная щель (или псевдощель) определяет прочность связи ферми-компонентов куперовских пар и может существовать как псевдощель. Для взаимодействующего бозе-газа куперовских пар химический потенциал  $\tilde{\mu}_B(\geq \Delta_B)$  и параметр когерентности  $\Delta_B=\Delta_{SC}$  вблизи  $T_c$  задаются в следующем виде [77;c.385–418. 136;c.1–137]:

$$\tilde{\mu}_B(T) \approx \tilde{\mu}_B(T_c) [1 + a(T_c - T)^{0.5}],$$
(3.5)

И

$$\Delta_B(T) \approx 2\tilde{\mu}_B(T_c) a^{0.5} (T_c - T)^{0.25}, \qquad (3.6)$$

где  $a=2(c_0\gamma_BT_c)^{-0.5}(\varepsilon_{BA}/k_BT_c)^{0.25}$  и  $c_0=\pi^{3/2}/3.912$  [76;c.2151–2224]. Теперь обратимся к проблеме теплоемкости сверхтекучего бозе-газа, которая при  $\Delta_B(T)<<\tilde{\mu}_B(T)<<k_BT_c$  [43;c.897–928] расходится вблизи  $T_c$  как

$$C_{SF}(T) \sim (T_c - T)^{-0.5},$$
 (3.7)

и будет проявлять  $\lambda$ -подобную аномалию при  $T_c$  (т.е. поведение  $C_{SF}(T)$  аналогично поведению сверхтекучего <sup>4</sup>He). Температурные производные  $\tilde{\mu}_B$  и  $\Delta_B$ , входящие в выражение для  $C_{SF}(T)$ , вызывают такое лямбда–подобное расхождение. Путем введения количества сверхтекучей материи  $v_B = N_B/N_A$  (где

 $N_{B-}$  количество притягивающих бозонов (поляронных куперовских пар), а  $N_{A-}$  число Авогадро, которое равно количеству формульных единиц CuO<sub>2</sub> на единицу молярного объема) и молярной доли сверхтекучих бозонных носителей, определяемой как  $f_{s}=v_{\rm B}/v$  (где  $v=N/N_{A-}$  количество легированного вещества), мы можем записать молярную теплоемкость сверхпроводящего бозонного газа в ВТСП-купратах в следующем виде (см. Приложение Б):

$$C_{s}(T) = f_{s} \frac{C_{sF}(T)}{\nu_{B}} = f_{s} \frac{D_{B}k_{B}N_{A}}{4\rho_{B}(k_{B}T)^{2}} \int_{0}^{\varepsilon_{BA}} \frac{\sqrt{\varepsilon}d\varepsilon}{\sinh^{2}\frac{E_{B}(\varepsilon)}{k_{B}T}} \Big\{ E_{B}(\varepsilon) + \frac{a\tilde{\mu}_{B}(T_{c})T}{2(T_{c}-T)^{0.5}} \big[\varepsilon - \tilde{\mu}_{B}(T_{c})\big] \Big\}.$$
(3.8)

Здесь мы учли, что  $\Omega/v_B = N_B v_B/v_B = v_B N_A$  и  $v_B = 1/\rho_B$ . Как упоминалось выше, легирующие носители в купратах распределяются между поляронной зоной и примесной зоной (с энергией Ферми  $\varepsilon_{F2}$ ), а удельная теплоемкость несверхпроводящих носителей  $C_n(T)$  ниже  $T_c$  также рассчитывается с учетом трех вкладов возбужденных компонент поляронных куперовских пар, идеального бозе-газа некогерентных куперовских пар и неспаренных носителей, связанных с примесями [117;с.176–184]. В этом случае следует учитывать долю  $f_1$  легирующих носителей, находящихся в поляронной зоне, и другую долю f<sub>2</sub> таких носителей, находящихся в примесной зоне, при  $C_{s}(T)$ сравнении теплоемкости сверхпроводящего бозе-газа с Таким образом, экспериментальными данными. полная теплоемкость сверхпроводящих и несверхпроводящих носителей  $C_e(T) = C_s(T) + C_n(T)$  ниже  $T_c$ рассчитывается и сравнивается с экспериментальными данными для C<sub>s</sub>(T) в ВТСП-купратах (рис. 3.2 и 3.3).

# §3.4. Сравнение результатов теоретических расчетов электронной теплоемкости ВТСП-купратов ниже *T<sub>c</sub>* с существующими экспериментальными данными

Наши теоретические результаты сравниваются результатами с соответствующих экспериментов [56;с.1171–1183. 149;с.143–148] и довольно хорошо согласуются с результатами (рис. 3.2 и 3.3) различных ключевых экспериментов [56;с.1171–1183. 149;с.143–148]. В этом случае следует учитывать долю  $f_p$  легирующих носителей, находящихся в поляронной зоне, и другую долю *f*<sub>I</sub> таких носителей, находящихся в примесной зоне, при сравнении теплоемкости  $C_s(T)$  сверхпроводящего бозе-газа с экспериментальными данными. Таким образом, общая удельная теплоемкость  $C(T)=C_s(T)+C_e(T)$  ниже  $T_c$  рассчитывается с учетом трех указанных выше вкладов в  $C_e(T)$  и сравнивается с экспериментальными данными для электронной теплоемкости в ВТСП-купратах (рис. 3.2 и 3.3). Согласно [117;с.176–184], C<sub>s</sub>(T) рассчитывается с использованием параметров  $\varepsilon_F$ =0.12 эВ,  $\varepsilon_{FI}$ =0.012 эВ,  $f_p$ =0.3,  $f_I$ =0.7, а вклад сверхпроводимости  $C_s(T)$  в  $C_s(T)$  рассчитывается с использованием параметров  $\rho_B = 1.6 \times 10^{19} c_M^{-3}$ ,  $m_B = 2.5 m_p$ ,  $\tilde{\mu}_B(T_c) = 1.6$  мэВ и  $f_s = 0.03$  (рис. 3.2). Далее, согласно [117;c.176–184],  $C_s(T)$  рассчитывается с использованием параметров  $\varepsilon_F=0.1$  эВ,  $\varepsilon_{FI}$ =0.06 эВ,  $f_p$ =0.4,  $f_l$ =0.6, а вклад сверхпроводимости  $C_s(T)$  в  $C_s(T)$ рассчитывается с использованием параметров  $\rho_B = 1.4 \times 10^{19} c M^{-3}$ ,  $m_B = 2.7 m_p$ ,  $\tilde{\mu}_B(T_c)=0.5$  мэВ и  $f_s=0.012$  (рис. 3.3).



Рис. 3.2. Температурная зависимость электронной теплоемкости HoBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-8</sub>, измеренная вблизи *T<sub>c</sub>* и выше *T<sub>c</sub>* [149;c.143–148]. Сплошная линия-расчетная кривая для сравнения с экспериментальными данными (черные кружки).



Рис. 3.3. Температурная зависимость электронной теплоемкости LSCO, измеренная вблизи *T<sub>c</sub>* и выше *T<sub>c</sub>* [56;c.1171–1183]. Сплошная линия-расчетная кривая для сравнения с экспериментальными данными (черные кружки).

В этом главе нами было показано, что аномалии электронной теплоемкости наблюдаются при критической температуре СП перехода  $T_c$  в легированных ВТСП-купратах. Нами получены теоретические результаты для  $C_e(T)$  при  $T_c$  в легированных ВТСП-купратах, тогда как теоретические результаты, полученные зарубежом, являются довольно противоречивыми и сомнительными и не позволяют объяснить различные экспериментальные данные об электронной теплоемкости при  $T_c$  в легированных ВТСП-купратах с единых позиций.

#### Выводы по третьей главе

Полученные теоретические результаты позволяют сделать следующие основные выводы:

- Изучены температурные зависимости электронной теплоемкости  $C_e(T)$ ВТСП-купратов в сверхпроводящем состоянии при низких температурах и показано, что  $C_e(T)$  изменяется по степенным законам ( $C_e(T) \sim T^2$  и  $C_e(T) \sim T^3$ ).
- Получено аналитическое выражение для электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T)
   ВТСП-купратов в сверхпроводящем состоянии вблизи температуры сверхпроводящего перехода T<sub>c</sub>.
- Получено выражение и теоретически рассчитана электронная теплоемкость ВТСП-купратов в сверхпроводящем состоянии вблизи T<sub>c</sub> в рамках модели сверхтекучей бозе-жидкости.
- Выявлена возможность существования λ-подобной аномалии электронной теплоемкости ВТСП-купратов при температуре их сверхпроводящего перехода *T<sub>c</sub>* в зависимости от уровня легирования ВТСП-купратов LSCO и YBCO.

• Получены результаты для электронной теплоемкости *C<sub>e</sub>(T)* ВТСПкупратов вблизи температуры сверхпроводящего перехода *T<sub>c</sub>*, которые находятся в разумном согласии с экспериментальными данными.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

На основе полученных результатов исследований по теме диссертации на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по физикоматематическим наукам на тему «Аномалии электронной теплоемкости в легированных купратных высокотемпературных сверхпроводниках» представлены следующие выводы:

- Определены температуры образования БКШ-подобной псевдощели и некогерентных куперовских пар *T*<sup>\*</sup> в нормальном состоянии недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратов.
- Впервые получены аналитические выражения для электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) ВТСП-купратов выше и ниже характеристической температуры T<sup>\*</sup> как функции температуры и уровня легирования в них.
- 3. Установлено, что прекурсивное куперовское спаривание поляронных носителей выше T<sub>c</sub> приводит к БКШ-подобной аномалии электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) недолегированных, оптимально легированных и умеренно сверхлегированных ВТСП-купратов при характеристической температуре образования псевдощели T=T\*>T<sub>c</sub>.
- Получены результаты для электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) ВТСПкупратов выше и ниже характеристической температуры T<sup>\*</sup>, которые находятся в разумном согласии с экспериментальными данными.
- 5. Изучены температурные зависимости электронной теплоемкости  $C_e(T)$ ВТСП-купратов в сверхпроводящем состоянии при низких температурах и показано, что  $C_e(T)$  изменяется по степенным законам ( $C_e(T) \sim T^2$  и  $C_e(T) \sim T^3$ ).
- Получено аналитическое выражение для электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) ВТСП-купратов в сверхпроводящем состоянии вблизи температуры сверхпроводящего перехода T<sub>c</sub>.

- Впервые получено выражение и теоретически рассчитана электронная теплоемкость ВТСП-купратов в сверхпроводящем состоянии вблизи T<sub>c</sub> в рамках модели сверхтекучей бозе-жидкости.
- 8. Выявлена возможность существования  $\lambda$ -подобной аномалии электронной теплоемкости ВТСП-купратов при температуре их сверхпроводящего перехода  $T_c$  в зависимости от уровня легирования ВТСП-купратов LSCO и YBCO.
- Получены результаты для электронной теплоемкости C<sub>e</sub>(T) ВТСПкупратов вблизи температуры сверхпроводящего перехода T<sub>c</sub>, которые находятся в разумном согласии с экспериментальными данными.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Считаю своим приятным долгом выразить искреннюю и глубокую физикопризнательность моему научному руководителю доктору математических наук, профессору Сафарали Джуманову за оказанную помощь, своевременные консультации неоценимую И плодотворное обсуждение результатов при подготовке диссертационной работы.

Я признателен д.ф.-м.н., доц. Б.Я. Явидову, д.ф.-м.н. У.Т. Курбанову и к.ф.-м.н. П.Ж. Байматову за дискуссии и полезные советы при выполнении данной работы, а также благодарен З.Ф. Фазыловой за помощь при оформлении диссертации.

Также я выражаю благодарность директору ИЯФ АН РУз д.т.н. И.И. Садыкову за постоянное внимание к моей работе и сотрудникам отдела радиационной физики твердого тела и физики наноматериалов, всему коллективу и дирекции ИЯФ АН РУз за поддержку и постоянную помощь в завершении данной работы.

С особой теплотой хочу поблагодарить моих покойных учителей Каландарову Анабиби и Бабаева Отахона, которые подготовили и воспитывали меня в школе.

Наконец, хочу выразить огромную благодарность моим родителям и своей семье за их бесконечную поддержку и бескорыстную помощь в течение многих лет моей научно-исследовательской деятельности.
## ЛИТЕРАТУРЫ

- Маделунг О. Физика твердого тела. Локализованные состояния. –М.: Наука, 1985.–С.184.
- 2. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. –М.: Наука, 1978.–С.792.
- 3. Давыдов А.С. Теория твердого тела. –М.: Наука, 1976.–С.640.
- 4. Мотт Н.Ф. Переходы металл-изолятор. –М.: Наука, 1979.–С.342.
- 5. Вонсовский С.В., Кацнельсон М.И. Квантовая физика твёрдого тела. –М.: Наука, 1983. –С.336.
- Павлов П.В., Хохлов А.Ф. Физика твердого тела. –М.: Высшая школа, 1985. –С.384.
- Курбанов У.Т. Моттовские и новые металл–диэлектрик переходы в легированных высокотемпературных сверхпроводящих купратах // Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук (DSc). –Ташкент, ИЯФ АН РУз, 2020.–148с.
- Анималу А. Квантовая теория кристаллических твердых тел. –М.: Мир, 1981. –С.574.
- 9. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.5. Часть 1. Атомная физика. –М.: Физматлит, 1986.–С.426.
- 10. Dzhumanov S. Theory of conventional and unconventional superconductivity in the high- $T_c$  cuprates and other systems. –New York: Nova Science Publishers, 2013.–P.365.
- 11. Лущик Ч.Б., Лущик А.Ч. Распад электронных возбуждений с образованием дефектов в твердых телах. –М.: Наука, 1989. –С.264.
- 12. Tallon J.L., Loram J.M. The doping dependence of  $T^*$ -what is the real high- $T_c$  phase diagram? // Physica C. –Elsevier. Netherlands, 2001.–V.349.–P.53–68.
- 13. Аппел Дж. Поляроны // Поляроны. Под ред. Фирсова Ю.А. –М.: Наука, 1975. –С.13–204.
- Imada M., Fujimori A., Tokura Y. Metal-insulator transitions // Reviews of Modern Physics. – American Physical Society (USA), 1998.–V.70.–P.1039–1263.

- 15. Джуманов С., Ганиев О.К., Джуманов Ш.С., Курбанов У.Т. Роль поляронных эффектов в необычных туннельных спектрах ВТСП купратов // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. –Ташкент, 2013.–№1.– С.30–33.
- 16. Явидов Б.Я., Курбанов У.Т., Джуманов С., Каримбаев Э.Х. Влияние одноосного напряжения на температуру бозе-эйнштейновской конденсации биполяронных носителей в слоистых ВТСП-купратах // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. Ташкент, 2016.–№3.–С.18–21.
- 17. Dzhumanov S., Kurbanov U.T., Khudayberdiev Z.S., Rashidov J.Sh. Coexisting insulating and metallic/superconducting phases and their role in normal state properties of underdoped cuprates // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. –Ташкент, 2018.–№6.–С.14–20.
- Dzhumanov S., Ganiev O.K., Khudayberdiev Z.S., Kurbanov U.T. Carrier localization, metal–insulator transitions and stripe formation in inhomogeneous hole–doped cuprates // «Fundamental and applied questions of physics»: Book of Abstracts of the conference, dedicated to 80<sup>th</sup> anniversary of academician Saidov M.S. 24–25 November. –Tashkent, 2010.–P.337–339.
- Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S., Kurbanov U.T., Karimboev E.X., Khudayberdiev Z.S. // "Physics and Ecology": Book of Abstracts of the Republican scientific-practical conference 11–12 December. –Nukus, 2013. – P.26–27.
- 20. Гинзберг Д.М. Введение, история открытия и обзор свойств высокотемпературных сверхпроводников. Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников // Под ред. Д.М. Гинзберга. –М.: Мир, 1990.–С.8–38.
- Easterling K., Niska J. The microstructure and properties of high-T<sub>c</sub> superconducting oxides // Science Progress Oxford. –Oxford, 1990.–V.74.–P.69–90.
- 22. Ford P.J., Saunders G.A. High-temperature superconductivity-ten years on // Contemporary Physics. –Armenian, 1997.–V.38.–P.63–81.

- 23. Norman M.R., Pepin C. // Reports on Progress in Physics. –IOP Publishing Ltd. United Kingdom, 2003.–V.66.–P.1547–1610.
- Bednortz J.G., Miiller K.A. Possible high T<sub>c</sub> superconductivity in the Ba-La-Cu-O system // Condensed Matter Zeitschrift f
  ür Physik B. –Springer. Verlag, 1986.–V.64.–P.189–193.
- 25. Wu M.K., Ashburn J.R., Torng C.J., Hor P.H., Meng R.L., Gao L., Huang Z.J., Wang Y.Q., Chu C.W. Superconductivity at 93 K in a new mixed–phase Y–Ba– Cu–O compound system at ambient pressure // Physical Review Letters. – American Physical Society (USA), 1987.–V.58.–P.908–910.
- 26. Элиашберг Г.М. Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников. –М.: Мир, 1990.–С.505–536.
- 27. Anderson P.W., The theory of superconductivity in the high- $T_c$  cuprates. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1997.–P.352.
- 28. Берсукер И.В. Эффект Яна-Теллера и выбранные взаимодействия в современной химии. –М.: Наука, 1987.–С.343.
- 29. Баллхаузен Ч. Введение в теорию поле лигандов. –М.: Мир, 1964.–С.360.
- Damascelli A., Hussain Z., Shen Z.–X. Angle–resolved photoemission studies of the cuprate superconductors // Reviews of Modern Physics. –American Physical Society (USA), 2003.–V.75.–No.2.–P.473–541.
- 31. Изюмов Ю.А., Плакида Н.М., Скрябин Ю.Н. Магнетизм в высокотемпературных сверхпроводящих соединениях // Успехи физических наук. –Москва, 1989.–Т.159.–С.621–663.
- Веденеев С.И. Высокотемпературные сверхпроводники в сильных и сверхсильных магнитных полях // Успехи физических наук. –Москва, 2012.– Т.182.–С.669–676.
- Dagotto E. Correlated electron sin high-temperature superconductors // Review of Modern Physics. –American Physical Society (USA), 1994.–V.66.–P.763–840.
- 34. Москвин А.С., Панов Ю.Д., Мельникова Н.В. Static and dynamic charge inhomogeneity and crystal-field fluctuations for 4f ions in high- $T_c$  cuprates //

Журнал экспериментальной и теоретической физики. –Москва, 2004.–Т. 126. Вып.5(11).–С.1267–1276.

- 35. Гинзбург В.Л. Несколько замечаний об изучении сверхпроводимости // Успехи физических наук. –Москва, 2005.–V.175.–P.187–190.
- Lee P.A., Nagaosa N., Wen X.–G. Doping a Mott insulator: Physics of hightemperature superconductivity // Reviews of Modern Physics. –American Physical Society (USA), 2006.–V.78.–P.17–85.
- Kresin V.Z., Wolf S.A. Electron–lattice interaction and its impact on high-*T<sub>c</sub>* superconductivity // Reviews of Modern Physics. –American Physical Society (USA), 2009.–V.81.–P.481–501.
- Pickett W.E. Electronic structure of the high-temperature oxide superconductors // Reviews of Modern Physics. –American Physical Society (USA), 1989.–V.61.– P.433–512.
- Pankaluoto R., Kaski K. Electronic structure of the high-T<sub>c</sub> superconductor YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>: A detailed description // Physica Scripta. –IOP Publishing Ltd. United Kingdom, 1990.–V.1990.–P.227–234.
- 40. Horsh P, Stephan W. Electronic properties of high-*T<sub>c</sub>* superconductors // Solid– State Sciences. –Springer–Verlag. Berlin, 1993.–V.113.–P.351–367.
- 41. Аврамов П.В., Овчинников С.Г. Эффекты сильных электронных корреляций в рентгеновских и электронных спектрах ВТСП (обзор) // Физика твердого тела. –Красноярск (Россия), 2000.–Т.42.–С.770–790.
- 42. Schwarz K. High temperature superconductors: Theory, developments, perspectives\* // Microchimica Acta. –Springer, Wien (Austria), 1990.–V.101.– P.149–160.
- 43. Kastner M.A., Birgeneau R.J., Shirane G., Endoh Y. Magnetic, transport, and optical properties of monolayer copper oxides // Reviews of Modern Physics. – American Physical Society (USA), 1998.–V.70.–No.3.–P.897–928.
- 44. Zaanen J., Sawatzky G.A., Allen J.W. Band gaps and electronic structure of transition-metal compounds // Physical Review Letters. –American Physical Society (USA), 1985.–V.55.–P.418–421.

- 45. Ino A., Mizokawa T., Kobayashi K., Fujimori A., Sasagawa T., Kimura T., Kishio K., Tamasaki K., Eisaki H., Uchida S. Doping Dependent Density of States and Pseudo–Gap Behavior in La<sub>2–x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> // Physical Review Letters. American Physical Society (USA), 1998–V.81.–P.2124–2127.
- 46. Ino A., Kim C., Nakamura M., Yoshida T., Mirzokawa T., Fujimori A., Shen Z.–
  X., Kakeshita T., Eisaki H., Uchida S. Doping–dependent evolution of the electronic structure of La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> in the superconducting and metallic phases //
  Physical Review B. –American Physical Society (USA), 2002.–V.65.–P.094504.
- 47. Uchida S. Proceedings of International Conference on Materials and Mechanisms of High Temperature Superconductivity M<sup>2</sup>S–HTSC–III, Kanazawa. –Physica C. –Elsevier: Netherlands, 1991.–V.185–189.–P.28–33.
- 48. Dzhumanov S., Baimatov P.J., Ganiev O.K., Khudayberdiev Z.S., Turimov B.V. Possible mechanisms of carrier localization, metal-insulator transitions and stripe formation in inhomogeneous hole–doped cuprates // Journal of Physics and Chemistry of Solids. –Elsevier: Netherlands, 2012. –V.73.No.3.–P.484–494.
- Timusk T., Statt B. The pseudogap in high temperature superconductors: An experimental survey // Reports on Progress in Physics. –IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 1999.–V.62.–P.61–122.
- Verbist G., Peeters F.M., Devreese J.T. Possible (bi)polaron effects in the high-T<sub>c</sub> superconductors // Physica Scripta. –IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 1991.–V.39.–P.66–70.
- 51. Ekino T., Hashimoto S., Fujii H., Hori J., Nakamura F., Fujita T. Tunneling spectroscopy of the energy gap in semiconducting La<sub>1.98</sub>Sr<sub>0.02</sub>CuO<sub>4</sub> // Physica C. – Elsevier (Netherlands), 2001.–V.357–360.–P.158–161.
- 52. Suzuki M., Anagawa K., Lmouchter M., Watanabe T. Distinct superconducting gap and the pseudogap in the interlayer tunneling spectroscopy for Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+δ</sub> // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 2001.–V.362.–P.164– 168.
- 53. Dunlap B.D., Nevitt M.V., Slaski M., Klipper T.E., Sungaila Z., McKale A.G., Capone D.W., Poeppel R.B., Flandermeyer B.K. Heat capacity of

superconducting La<sub>1.85</sub>Sr<sub>0.15</sub>CuO<sub>4</sub> // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1987.–V.35.–P.7210–7212.

- 54. Inderhees S.E., Salamon M.B., Goldenfeld N., Rice J.P., Pazol B.G., Ginsberg D.M., Liu J.Z., Crabtree G.W. Specific heat of single crystals of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>: Fluctuation effects in a bulk superconductor // Physical Review Letters. American Physical Society (USA), 1988.–V.60.–P.1178–1180.
- 55. Fossheim K., Nes O.M., Laegreid T., Darlington C.N.W., O'Connor D.A., Gough C.E. Specific heat in mono–crystal YBCO: λ-like anomalies at 90 K and 229 K // International Journal of Modern Physics B. –World Scientific (Singapore), 1988.– V.1.–P.1171–1183.
- Matsuzaki T., Ido M., Momono N., Dipasupil R.M., Nagata T., Sakai A., Oda M. Superconducting Gap and Pseudogap Behavior in High-*T<sub>c</sub>* cuprates // Journal of Physics and Chemistry of Solids. –Amsterdam (Netherlands), 2001.–V.62.–P.29– 33.
- 57. Matsuzaki T., Momono N., Oda M., Ido M. Electronic Specific Heat of La<sub>2-</sub> <sub>x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub>: Pseudogap Formation and Reduction of the Superconducting Condensation Energy //Journal of the Physical Society of Japan. –Japan, 2004. – V.73.–P.2232–2238.
- 58. Садовский М.В. Псевдощель в высокотемпературных сверхпроводниках // Успехи физических наук. –Москва, 2001.–Т.171.–С.539–564.
- 59. Zhao G.M., Keller H., Conder K. Unconventional isotope effects in the hightemperature cuprate superconductors // Journal of Physics: Condensed Matter. – United Kingdom, 2001.–V.13.–P.R569–R587.
- Zhao G.-M., Hunt M.B., Keller H., Müller M.A. Evidence for polaronic supercarriers in the copper oxide superconductors La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> // Nature. Nature Publishing Group. –England, 1997.–V.385.–P.236–239.
- Dzhumanov S. A unified theory of a new two-stage Fermi-Bose-liquid scenarios of superconductivity // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1994.–V.235–240.– P.2269–2270.

- 62. Джуманов С., Хабибуллаев П.К. Сосуществование двух типов нецентросимметричных конфигураций двухузельного автолокализованного экситона в неметаллах // Известия Академии Наук Узбекской ССР, Сер. Физ. Мат. Наук. – Ташкент, 1990.–№1.–С.47–51.
- Obolenskii M.A., Vovk R.V., Bondarenko A.V., Chebotaev N.N. Localization effects and pseudogap state in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> single crystals with different oxygen content // Low Temperature Physics. –American Institute of Physics (USA), 2006.–V.32.–P.571–576.
- Loram J.W., Mirza K.A., Wade J.M., Cooper J.R., Liang W.Y. The electronic specific heat of cuprate superconductors // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1994.–V.235–240.–P.134–137.
- 65. Castellani C., Castro C.Di., Grilli M. Stripe formation: a quantum critical point for cuprate superconductors // Journal of Physics and Chemistry of Solids. Amsterdam (Netherlands), 1998.–V.59.–P.1694–1698.
- 66. Castellani C., Di Castro C., Grilli M. Singular Quasiparticle Scattering in the Proximity of Charge Instabilities // Physical Review Letters. –American Physical Society (USA), 1995.–V.75.–P.4650–4653.
- Varma C.M. Non–Fermi–liquid states and pairing instability of a general model of copper oxides metals // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1997.–V.55.–P.14554–14580.
- 68. Dzhumanov S. The dependence of  $T_c$  on carrier concentration in high- $T_c$  superconductors // Superlattices and Microstructures. –Elsevier (Netherlands), 1997.–V.21.–P.363–367.
- 69. Dzhumanov S. Possible insulating, metallic and superconducting states in doped high-*T<sub>c</sub>* superconductors // Solid State Communications. –Elsevier (Netherlands). 2000.–V.115.–P.155–160.
- 70. Гусаковская И.Г., Пирумова С.И., Атовмян О. Фазовые переходы в 1–2–3 керамике в области температур 95–300 К // Сверхпроводимость: физика, химия, техника. –Москва, 1990.–Т.3.№8.–С.1980–1990.

- 71. Титова С.Г., Фотиев В.А., Пащенко А.В., Бурханов А.М., Гудков В.В., Жевстовских И.В., Ткач А.В., Устинов В.В.Структурный фазовый переход в YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> при температуре 230 К // Сверхпроводимость: Физика, химия, техника. –Москва, 1991.–Т.4.№5.–С.1010–1016.
- 72. Phillips J.C. Physics of high-*T<sub>c</sub>* superconductors. –Academic Press, Boston, 1989.–P.197.
- Loram J.W., Mirza K.A., Cooper J.R. Research Review 1998. High temperature superconductivity // ed., W.Y. Liang. Cambridge University Press. –Cambridge, 1998.–P.77.
- 74. Gordon J.E., Prigge S., Collocott S.J., Driver R. Specific heat of (BiPb)<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>10-y</sub> from 78 to 300 K // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1991.–V.185–189.–P.1351–1352.
- 75. Mayama H., Okajima Y., Yamaya K. Specific-heat anomaly of overdoped Bi<sub>1.8</sub>Pb<sub>0.3</sub>Sr<sub>1.9</sub>CuO<sub>y</sub> // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1998.–V.57.–P.14470–14475.
- 76. Dzhumanov S. The microscopic theory of superfluidity and superconductivity driven by single particle and pair condensation of attracting bosons // International Journal of Modern Physics B. –World Scientific (Singapore), 1998.– V.12.–P.2151–2224.
- 77. Dzhumanov S., Khabibullayev P.K. Microscopic theory of single particle and pair condensation of an attracting Bose gas as the basis for superfluidity and superconductivity // Pramana Journal of Physics. –India, 1995.–V.45.–P.385–418.
- Rice M.J., Wang Y.R. Superconductivity in a quasi-two-dimensional Bose gas // Physical Review B. -American Physical Society (USA), 1988.-V.37.-P.5893-5896.
- 79. Anderson P.W. Present status of the theory of the high-*T<sub>c</sub>*cuprates // Low Temperature Physics. –American Institute of Physics (USA), 2006. –V.32, No. 4–5.–P.381–390.

- Anderson P.W. Twenty-five years of high-temperature superconductivity a personal review // Journal of Physics: Conference Series. –IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2013.–V.449.–P.012001.
- Feynman R.P., Hellwarth R.W., Iddings C.K., Platzman P.M. Mobility of slow electrons in a polar crystal // Physical Review. –American Physical Society (USA), 1962. –V.127, N4.–P.1004–1017.
- 82. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния. –М.: Наука, 1978. –С.448.
- Quilty J.W., Tajima S., Adachi S., Yamanaka A. Observations of a pseudogap in the *c*-axis electronic Raman continuum of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>4</sub>O<sub>8</sub> single crystals // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 2001.–V.63.–P.100508.
- Fischer O., Kugler M., Maggio–Aprile I., Berthod Ch. Scanning tunneling spectroscopy of high-temperature superconductors // Reviews of Modern Physics. –American Physical Society (USA), 2007.–V.79.–P.353–419.
- Hüfner S., Hossain M.A., Damascelli A., Sawatzky G.A. Two Gaps make a hightemperature superconductor? // Reports on Progress in Physics. –IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2008.–V.71.–P.062501.
- Dzhumanov S., Baratov A.A., Abboudy S. Pairing theory of polarons in real and momentum space // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1996.–V.54.–P.13121–13128.
- B7. Doniach S., Inui M. Long–range Coulomb interactions and the onset of superconductivity in the high-T<sub>c</sub> materials // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1990.–V.41.–P.6668–6678.
- Emery V.J., Kivelson S.A. Importance of phase fluctuations in superconductors with small superfluid density // Nature. –Nature Publishing Group (England), 1995.–V.374.–P.434–437.
- Emery V.J., Kivelson S.A., Zachar O. Spin-gap proximity effect mechanism of high-temperature superconductivity // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1997.–V.56, No.10.–P.6120–6147.

- 90. Tanamoto T., Kohno H., Fukuyama H. Fermi Surface and Spin Fluctuations in Extended *t*–*J* Model // Journal of the Physical Society of Japan. –Japan, 1992.– V.61.–P.1886–1890.
- 91. Zaaneen J., Oles A.M. Striped phase in the cuprates as a semiclassical phenomenon // Annalen der Physik. Leipzig, 1996.–V.5.–P.224–246.
- 92. Koizumi H. Spin–vortex Superconductivity // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. –Springer Nature (Switzerland), 2011.–V.24.–P.1997–2011.
- 93. Hidekata R., Koizumi H. Spin–vortices and spin–vortex–induced loop currents in the pseudogap phase of cuprates // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. –Springer Nature (Switzerland), 2011.–V.24.–P.2253–2067.
- 94. Kresin V.Z., Morawitz H., Wolf S.A. Mechanisms of conventional and high T<sub>c</sub> superconductivity // Oxford University Press. New York. Oxford, 1993.–P.196.
- 95. Izbizky M.A., Nünez Regueiro M., Esquinazi P., Fainstein C. Thermal conductivity and superconductivity in EuBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> // Physical Review B. American Physical Society (USA), 1988.–V.38.–P.9220–9223.
- 96. Fung P.C.W., Kwok W.Y. Analysis of specific heat anomalies of high- $T_c$  superconductors based on a two–carrier high- $T_c$  superconductor model // Journal of Superconductivity. –Springer Nature (Switzerland), 1991. –V.4.–P.67–73.
- 97. Fisher R.A., Gorden J.E., Phillips N.E. Specific heat of the high-T<sub>c</sub> oxide superconductors // Journal of Superconductivity. –Springer Nature (Switzerland), 1988.–V.1.–P.231–294.
- 98. Junod A. Optimization of the superconductor YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>: The effect of the edos, processing conditions, impurities and Fe doping on the specific heat, Meissner effect and susceptibility // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1988.– V.153–155.–P.1078–1081.
- 99. Sasaki T., Nakatsu O., Kobayashi N., Tkiwa A., Kikuchi M., Liu A., Hiraga K., Syono Y., Muto Y. Specific heat of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> and BaCuO<sub>2+x</sub> in magnetic fields up to 6 T // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1988.–V.156.–P.395–404.
- 100. Liu F.-S., Liu W.-F., Chen W.-F., Peng K. A possible second-order phase transition at the temperature at which a gap opens in superconductors // Journal

of Physics: Condensed Matter. -IOP Publishing Ltd. (United Kingdom), 2001.-V.13.-P.2817-2821.

- Moca C.P., Janko B. Electronic specific heat in the pairing pseudogap regime // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 2002.–V.65.– P.052503.
- Randeria M. Precursor pairing correlations and pseudogaps // arXiv:condmat/9710223 [cond-mat.str-el]-1997.-P.1-23.
- Devreese J.T., Alexandrov A.S. Fröhlich polaron and bipolaron: recentdevelopments // Reports on Progress in Physics. – IOP Publishing Ltd. (UnitedKingdom), 2009.–V.72.–id.066501.–P.52.
- 104. Zaanen J. Why high- $T_c$  is exciting // arXiv:cond-mat/0103255 [cond-mat.str-el]-2001.-P.1-7.
- 105. Lavrov A.N., Gantmakher V.F. Low-temperature resistivity of underdoped cuprates // Physics–Uspekhi. Uspekhi Fizicheskikh Nauk and Russian Academy of Sciences, 1998.–V.41.–P.241–244.
- 106. Migdal A.B. Interaction between Electrons and Lattice Vibrations in a Normal Metal // Journal of Experimental and Theoretical Physics. –Russia, 1958. – V.34.No.6.–P.1438–1446.
- Muroi M., Street R. Charge distribution in triple-layered copper oxide superconductors // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1995.–V.248.–P.290– 310.
- Sugai S. Local distortion specifying the superconductor phases observed by Raman scattering // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1991.–V.185–189.– V.76–79.
- 109. Bi X.X., Eklund P.C. Polaron contribution to the infrared optical response of La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4+δ</sub> and La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>NiO<sub>4+δ</sub> // Physical Review Letters. American Physical Society (USA), 1993.–V.70.–P.2625–2628.
- 110. Shen K.M., Ronning F., Meevasana W., Lu D.H., Ingle N.J.C., Baumberger F., Lee W.S., Miller L.L., Kohsaka Y., Azuma M., Takano M., Takagi H., Shen Z.–X. Angle–resolved photoemission studies of lattice polaron formation in the

cuprate Ca<sub>2</sub>CuO<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub> // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 2007.–V.75.–P.075115.

- 111. Basov D.N., Timusk T. Electrodynamics of high-T<sub>c</sub> superconductors // Reviewers of Modern Physics. –American Physical Society (USA), 2005.– V.77.–P.721–779.
- 112. Kirzhnits D.A., Maksimov E.G., Khomskii D.I. The description of superconductivity in terms of dielectric response function // Journal of Low Temperature Physics. –American Institute of Physics (USA), 1973.–V.10.– P.79–93.
- 113. Grimaldi C., Pietronero L., Strassler S. Nonadiabatic Superconductivity: Electron–Phonon Interaction Beyond Migdal's Theorem // Physical Review Letters. –American Physical Society (USA), 1995.–V.75.–P.1158–1162.
- Pietronero L., Strässler S., Grimaldi C. Nonadiabatic superconductivity. I. Vertex corrections for the electron–phonon interactions // Physical Review B. – American Physical Society (USA), 1995.–V.52.–P.10516–10529.
- Grimaldi C., Pietronero L., Strässler S. Nonadiabatic superconductivity. II. Generalized Eliashberg equations beyond Migdal's theorem // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1995.–V.52.–P.10530–10536.
- 116. Dzhumanov S. Precursor non-superconducting pairing and novel superconductivity in underdoped and optimally doped cuprates // Physica C. – Elsevier (Netherlands), 2007.–V.460–462.–P.1131–1132.
- 117. Dzhumanov S., Karimboev E.X. Competing pseudogap and impurity effects on the normal-state specific heat properties of cuprate superconductors // Physica A. –Elsevier (Netherlands), 2014. –V.406.–P.176–184.
- Bogoliubov N.N., Tolmachev V.V., Shirkov D.V. New method in the theory of superconductivity, Consultants Bureau. –New York, 1959.–P.78.
- Morel P., Anderson P.W. Calculation of the Superconducting State Parameters with Retarded Electron–Phonon Interaction // Physical Review. –American Physical Society (USA), 1962.–V.125.–P.1263–1271.

- 120. Dzhumanov S., Ganiev O.K., Djumanov Sh.S. Novel isotope effects on the pairing pseudogap in high-T<sub>c</sub> cuprates: Evidences for polaronic metal and precursor BCS–like pairing of large polarons // arXiv:1006.2892[cond– mat.supr–con]–2010.–P.1–4.
- 121. Джуманов С., Каримбоев Э.Х. Необычные тепловые свойства недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратов выше T<sub>c</sub>
   // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. –Ташкент, 2013. №4.–С.18–20.
- 122. Dzhumanov S., Karimboev E.X., Rashidov J.Sh. Possible anomalies of the electronic specific heat and their experimental manifestations in high-*T<sub>c</sub>* cuprates // The Bulletin of Young Scientists. –Tashkent, 2019. –№1 (3).–P.53–55.
- 123. Джуманов С., Каримбоев Э.Х., Курбанов У.Т., Хакбердиев У.А. Теоретические исследования аномалии электронной теплоемкости в недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратах // Международная конференция молодых ученых и специалистов «Актуальные вопросы мирного использования атомной энергии», 6–8 июня 2012 г. –Алматы (Казахстан), 2012.–С.55–56.
- 124. Джуманов С., Каримбоев Э.Х. Термодинамические свойства недолегированных и оптимально легированных ВТСП-купратов // Тезисы Республиканской конференции «Актуальные проблемы теоретической и ядерной физики» 25–26 октября 2013 г. –Ташкент:НУУз, 2013. –С.57.
- 125. Dzhumanov S., Karimbaev E.X. Competing pseudogap and impurity effects on the normal-state specific heat properties of cuprate superconductors. // International Conference of Young Scientists: «Nanoscience & Nanomaterials», Jawaharlal Nehru Advanced Research Center(JNCASR) and TWASROCASA, February 17–21, 2015. –Bangalore (India), 2015. –P.68.
- 126. Muroi M., Street R. Charge transfer, phase separation and percolative superconductivity in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6+y</sub> // Physica C.–Elsevier (Netherlands), 1995.– V.246.–P.357–374.

- 127. Junod A., Sanchez D., Genoud J.–Y., Graf T., Triscone G., Muller J. Specific heat of the 95 K superconductor YBa<sub>2</sub>Cu<sub>35</sub>O<sub>75</sub> from 1 to 330 K // Physica C.– Elsevier (Netherlands), 1991.–V.185–189.–P.1399–1400.
- 128. Landau L.D., Lifshitz E.M. Statistical Physics, Part I. –Moscow: Nauka, 1976.–P.530.
- Schützmann J., Tajima S., Misochko O.V., Miyamoto S., Tanaka S. Farinfrared studies of residual unpaired carriers in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> crystals // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1994.–V.235–240.–P.1109–1110.
- 130. Dzhumanov S. Microscopic theory of pseudogap phenomena and unconventional Bose–liquid superconductivity and superfluidity in high-*T<sub>c</sub>*cuprates and other systems // arXiv: 1912.12407v5 [cond–mat.supr–con] – 2020.–P.1–74.
- 131. Dzhumanov S., Karimboev E.X., Yavidov B.Ya. Electronic specific-heat anomalies in high-T<sub>c</sub> cuprates // Вестник НУУз. –Ташкент, 2017. –№2/1. C.34–47.
- 132. Dzhumanov S., Karimboev E.X., Djumanov Sh.S., Kurbanov U.T. The electronic specific heat anomalies in the normal state of high-*T<sub>c</sub>* cuprate superconductors // Uzbek Journal of Physics. –Tashkent, 2013. –V.15. №5–6.– P.253–260.
- 133. Dzhumanov S., Karimboev E.X. The behaviors of the electronic specific heat of high-T<sub>c</sub> cuprates near the superconducting and pseudogap transition temperature. // 12<sup>th</sup> International Conference on Materials and Mechanisms of Superconductivity and High Temperature Superconductors, August 19–24, 2018. –Beijing (China), 2018. –P.718.
- 134. Dzhumanov S., Karimboev E.X. Effects of the pseudogap and defects on the specific heat properties of cuprate superconductors. // VII Eurasian Conference «Nuclear Science and its Application», October 21–24, 2014.–Baku (Azerbaijan), 2014. –P.218.
- 135. Dzhumanov S., Karimbaev E.X. Electronic specific heat anomalies in high- $T_c$  cuprates. // IX International Conference "Modern problems of Nuclear physics

and Nuclear technologies" 24–27 September 2019. –Tashkent, 2019. –P.229–230.

- 136. Байматов П.Ж. Сверхпроводимость в модели притяжения бозе-частиц: Диссертация на соискание ученой степени кандидата физикоматематических наук. –Ташкент, 1995.–С.137.
- 137. Salamon M.B., Inderhees S.E., Rice J.P., Ginsberg D.M. Heat capacity of untwinned YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> in magnetic fields: Dimensional crossover near T<sub>c</sub> // Physica A. –Elsevier (Netherlands), 1990.–V.168.–P.283–290.
- 138. Zhang Y., Ong N.P., Xu Z.A., Krishana K., Gagnon R., Taillefer L. Determining the Wiedemann-Franz Ratio from the Thermal Hall Conductivity: Application to Cu and YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.95</sub> // Physical Review Letters. –American Physical Society (USA), 2000. –V.84.–P.2219–2222.
- 139. Momono N., Ido M., Nakano T., Oda M. Low-temperature electronic specific heat in La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>Cu<sub>1-y</sub>Zn<sub>y</sub>O<sub>4</sub> // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1994. – V.235–240.–P.1739–1740.
- 140. Momono N., Ido M. Evidence for nodes in the superconducting gap of La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub>. T<sup>2</sup> dependence of electronic specific heat and impurity effects // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1996. –V.264.–P.311–318.
- Moler K.A., Baar D.J., Urbach J.S., Liang R., Hardy W.N., Kapitulnic A. Magnetic field dependence of the electronic specific heat in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.95</sub> single crystals // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1994. –V.235–240.– P.1775–1776.
- 142. Джуманов С., Байматов П.Ж., Хабибуллаев П.К. О теплоемкости обычных и высокотемпературных сверхпроводников // Узбекский физический журнал. –Ташкент, 1991. –№4.–С.28–33.
- 143. Fischer R.A., Kim S., Lacy S.E., Phillips N.E., Morris D.E., Markeltz A.G., Wei J.Y.T., Ginley D.S. Specific-heat measurements on superconducting Bi– Ca–Sr–Cu and Tl–Ca–Ba–Cu oxides: absence of a linear term in the specific heat of Bi–Ca–Sr–Cu oxides // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1988. –V.38.–P.11942–11945.

- 144. Golding B., Birge N.O., Haemmerle W.H., Cava R.J., Rietman E.A. Tunneling systems in superconducting YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> // Physical Review B. –American Physical Society (USA), 1987. –V.36.–P.5606–5608.
- 145. Джуманов С., Байматов П.Ж., Хабибуллаев П.К. Микроскопическая модель одночастичной и парной конденсации в притягивающемся бозегазе // Узбекский физический журнал. –Ташкент, 1992. –№6.–С.24–39.
- 146. Dzhumanov S., Baimatov P.J., Baratov A.A., Rahmatov N.I. Single particle and pair condensation of an attracting Bose-gas of cooperons and bipolarons key to the superconductivity // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1994. – V.235–240.–P.2339–2340.
- 147. Salamon M.B., in: Physical properties of high temperature superconductors I // ed., D. M. Ginsberg. Chapter 2. –Moscow: Mir, 1990. –P.516.
- 148. Morgun V.N., Chebotarev N.N., Bondarchenko A.V. Thermoemf of single crystals YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> and phase transition at 240 K // Fizika Nizkikh Temperatur. –Kharkov, 1990. –V.16.–P.264–266.
- 149. Naumov V.N., Frolova G.I., Amitin E.B., Fedorov V.E., Samoilov P.P. Electron heat capacity and moments of phonon density of states of HoBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> // Physica C. –Elsevier (Netherlands), 1996. –V.262.–P.143–148.
- 150. Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика. Статистическая физика и кинетика. –М.: Наука, 1972. С.400.

ПриложениеА.

## Вычисление электронной теплоемкости ВТСП-купратов ниже T\*

Вклад возбужденных ферми компонент куперовских пар поляронов в электронную теплоемкость  $C_e(T)$  ВТСП-купратов определяется из выражения

$$C_{e1}(T) = T \frac{\partial S}{\partial T}, \qquad (A.1)$$

где  $S = -k_B \sum_i g_i [f_i \ln f_i + (1 - f_i) \ln(1 - f_i)]$ -энтропия ферми частиц,  $f_i$ - функция ферми распределения, которая зависит от энергии (или волнового вектора k фермионов и температуры T).

В теории БКШ боголюбовские *u*-*v* преобразования ферми операторов используются для диагонализации гамильтониана взаимодействующих фермионов, которые становятся боголюбовскими *u* и *v* квазичастицами. Поэтому энтропия этих фермионных квазичастиц определяется как

$$S = -k_{B} \sum_{i=u,v,k} g_{i} [f_{i}(k,T) \ln f_{i}(k,T) + (1 - f_{i}(k,T)) \ln(1 - f_{i}(k,T))] =$$

$$= -k_{B} \sum_{k} [f_{u}(k,T) \ln f_{u}(k,T) + (1 - f_{u}(k,T)) \ln(1 - f_{u}(k,T)) + f_{v}(k,T) \ln f_{v}(k,T) + (1 - f_{v}(k,T)) \ln(1 - f_{v}(k,T))] =$$

$$= -2k_{B} \sum_{k} [f(k,T) \ln f(k,T) + (1 - f(k,T)) \ln(1 - f(k,T))], \quad (A.2)$$

где  $f_i(k,T) = \left[e^{E(k)/k_BT} + 1\right]^{-1} = f_u(k,T) = f_v(k,T)$  (см. [150 Румер Ривкин]),  $E(k) = \sqrt{\varepsilon^2(k) + \Delta^{*2}(T)}.$ 

Подставляя (А.2) в (А.1), получаем

$$C_{e1}(T) = 2k_B \sum_{k} \ln\left[\frac{1 - f(k, T)}{f(k, T)}\right] \frac{df(k, T)}{dT},$$
 (A.3)

где

$$\ln \frac{1 - f(k, T)}{f(k, T)} = \ln e^{E(k, T)/k_B T} = \frac{E(k, T)}{k_B T},$$
 (A.4)

89

$$\frac{df(k,T)}{dT} = \frac{d}{dT} \left[ e^{E(k,T)/k_B T} + 1 \right]^{-1} = \frac{e^{E(k,T)/k_B T}}{\left[ e^{E(k,T)/k_B T} + 1 \right]^2} \left\{ \frac{E(k,T)}{k_B T^2} - \frac{d\Delta^{*2}(T)/dT}{2k_B T E(k,T)} \right\}.$$
(A.5)

В (А.5) мы можем воспользоваться элементарным преобразованием

$$\frac{e^{E(k,T)/k_BT}}{[e^{E(k,T)/k_BT}+1]^2} = \left[\frac{e^{E(k,T)/k_BT}}{e^{E(k,T)/k_BT}+1}\right]^2 = \left[\frac{e^y}{e^{2y}+1}\right]^2 = \frac{1}{(2chy)^2},$$
(A.6)  
rde  $y = e^{E(k,T)/k_BT}.$ 

Подставляя (А.4) и (А.5) (с учетом (А.6)) в (А.3) после некоторого элементарного преобразования, имеем

$$C_{e1}(T) = \frac{2}{k_B T^2} \sum_{k} f(k,T) [1 - f(k,T)] \left\{ E^2(k,T) - \frac{T}{2} \frac{d\Delta^{*2}(T)}{dT} \right\},$$
(A.7)

В (А.7) суммирование по k можно заменить интегрированием по  $\varepsilon$  следующим образом

$$\sum_{k} f(k,T)[1-f(k,T)] \left\{ E^{2}(k,T) - \frac{T}{2} \frac{d\Delta^{*2}(T)}{dT} \right\} =$$
$$= \frac{V}{(2\pi)^{3}} \int f(k,T)[1-f(k,T)] \left\{ E^{2}(k,T) - \frac{T}{2} \frac{d\Delta^{*2}(T)}{dT} \right\} d^{3}k , \quad (A.8)$$

где  $d^3k = 4\pi k^2 dk = 4\pi \frac{\sqrt{2m_p^3}}{\hbar^3} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon$ , *V* объем системы.

Выражение (А.8) можно записать как

$$\sum_{k} f(k,T)[1-f(k,T)] \left\{ E^{2}(k,T) - \frac{T}{2} \frac{d\Delta^{*2}(T)}{dT} \right\} =$$

$$= \frac{4\pi V}{8\pi^{3}} \frac{\sqrt{2m_{p}^{3}}}{\hbar^{3}} \int_{-\epsilon_{A}}^{\epsilon_{A}} f(k,T)[1-f(k,T)] \left\{ E^{2}(k,T) - \frac{T}{2} \frac{d\Delta^{*2}(T)}{dT} \right\} \varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon =$$

$$\frac{V\sqrt{2m_{p}^{3}}}{\pi^{2}\hbar^{3}} \int_{-\epsilon_{A}}^{\epsilon_{A}} f(k,T)[1-f(k,T)] \left\{ E^{2}(k,T) - \frac{T}{2} \frac{d\Delta^{*2}(T)}{dT} \right\} \varepsilon_{F}^{1/2} d\varepsilon, \qquad (A.9)$$

где  $\varepsilon^{1/2}$  в тонком слое толшиной  $\varepsilon_A$  вблизи уровня ферми заменена на  $\varepsilon_F$ .

Таким образом, выражение (А.7) с учетом (А.9) можно написать в следующем виде

$$C_{e1}(T) = \frac{2Vg(\varepsilon_F)}{k_B T^2} \int_{0}^{\varepsilon_A} f(k,T) [1 - f(k,T)] \left\{ E^2(k,T) - \frac{T}{2} \frac{d\Delta^{*2}(T)}{dT} \right\} \varepsilon_F^{\frac{1}{2}} d\varepsilon, (A.10)$$

где  $g(\varepsilon_F) = \frac{V\sqrt{2m_p^3}}{\pi^2\hbar^3}\sqrt{\varepsilon_F} = \frac{3N}{2\varepsilon_F}$  (см. [150.]), *N*–число поляронных носителей.

Вводя безразмерные переменные

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_F}, \qquad t = \frac{T}{T^*}$$
 (A. 11)

и используя уравнение (2.10), выражение (А.10) можно переписать в следующем виде

 $C_{e1}(t\leq 1) =$ 

$$=\frac{3k_BN\varepsilon_F^2}{(k_BT^*t)^2}\int_0^{x_A}\frac{e^{\left(\frac{b}{t}\right)\sqrt{x^2+\Delta_F^{*2}(t)}}}{\left[e^{\left(\frac{b}{t}\right)\sqrt{x^2+\Delta_F^{*2}(t)}}+1\right]^2}\left\{x^2+9.3636\left(\frac{k_BT^*}{\varepsilon_F}\right)^2\left(1-\frac{t}{2}\right)\right\}dx\,,(A.12)$$

ИЛИ

$$\frac{C_{e1}(t \le 1)}{k_B N} =$$

$$\left(\frac{\varepsilon_F}{k_B T^* t}\right)^2 \frac{3}{t^2} \int_0^{x_A} \frac{e^{\left(\frac{b}{t}\right) \sqrt{x^2 + \Delta_F^{*2}(t)}}}{\left[e^{\left(\frac{b}{t}\right) \sqrt{x^2 + \Delta_F^{*2}(t)}} + 1\right]^2} \left\{x^2 + 9.3636 \left(\frac{k_B T^*}{\varepsilon_F}\right)^2 \left(1 - \frac{t}{2}\right)\right\} dx, (A. 13)$$

где  $x_A = \frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_F}$ ,  $b = \frac{\varepsilon_F}{k_B T^*}$ ,  $\Delta_F^*(t) = \frac{\Delta^*(T)}{k_B T^*}$ ,  $\Delta_F^{*2}(t) = 9.3636 \left(\frac{k_B T^*}{\varepsilon_F}\right)^2 (1-t)$ при  $t \le 0.75$ .

Теперь выражение (2.11) можно написать в виде

$$N_{c} = \frac{3N}{8\varepsilon_{F}} \int_{-\varepsilon_{A}}^{\varepsilon_{A}} \left(1 - \frac{\varepsilon}{E}\right) \frac{e^{E/k_{B}T}}{e^{E/k_{B}T} + 1} d\varepsilon, \qquad (A. 14)$$

91

Тогда вклад бозонных куперовских пар в  $C_{e3}(T < T^*)$  будет определяться из выражения

$$C_{e3}(T < T^*) = 1.925 \ k_B \frac{3N}{8\varepsilon_F} \left(\frac{T}{T_{E\Im K}}\right)^{\frac{3}{2}} \int\limits_{-\varepsilon_A}^{\varepsilon_A} \left(1 - \frac{\varepsilon}{E}\right) \frac{e^{\frac{E}{k_B T}}}{e^{\frac{E}{k_B T}} + 1} d\varepsilon, \qquad (A.15)$$

или

$$C_{e3}(t \le 1) = 1.925 \ k_B N \frac{3}{8} \left(\frac{Tt}{T_{B \ni K}}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{-x_A}^{x_A} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + \Delta_F^{*2}(t)}}\right) \frac{e^{\left(\frac{b}{t}\right)\sqrt{x^2 + \Delta_F^{*2}(t)}}}{e^{\left(\frac{b}{t}\right)\sqrt{x^2 + \Delta_F^{*2}(t)}} + 1} dx,$$
(A.16)

которую можно записать как

$$\frac{C_{e3}(t \le 1)}{k_B N} = 1.925 \ \frac{3}{8} \left(\frac{Tt}{T_{E \supset K}}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{-x_A}^{x_A} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + \Delta_F^{*2}(t)}}\right) \frac{e^{\left(\frac{b}{t}\right)} \sqrt{x^2 + \Delta_F^{*2}(t)}}{e^{\left(\frac{b}{t}\right)} \sqrt{x^2 + \Delta_F^{*2}(t)}} + 1$$
(A.17)

## Вычисление теплоемкости сверхтекучей бозе-жидкости в ВТСП-купратах

Для вычисления теплоемкости сверхтекучего бозе-газа (или бозежидкости) мы можем воспользоваться выражением для энтропии бозе-газа боголюбовских *и* и*v* квазичастиц

$$S = -k_B \sum_{k, i=u,v} f_{Bi}(k,T) \ln f_{Bi}(k,T) - (1 + f_{Bi}(k,T)) \ln(1 + f_{Bi}(k,T)), \quad (5.1)$$

где  $f_{Bi}(k,T) = \left[e^{E_{Bi}(k,T)/k_BT} - 1\right]^{-1}$ -функция бозе распределения,  $f_{Bu} = f_{Bv}$ ,  $E_{Bi}(k,T) = \sqrt{(\varepsilon + \tilde{\mu}_{Bi}(T))^2 - \Delta_{Bi}^2(T)}.$ 

Гогда теплоемкость сверхтекучей бозе-жидкости можно написать в виде  

$$C_{S}(T) = T \frac{\partial S}{\partial T} = -k_{B}T \times \sum_{k} \left\{ \frac{\partial f_{Bu}}{\partial T} \ln f_{Bu} + 1 + \frac{\partial f_{Bv}}{\partial T} \ln f_{Bv} + 1 - \frac{\partial f_{Bu}}{\partial T} \ln(f_{Bu} + 1) - \frac{\partial f_{Bv}}{\partial T} \ln(f_{Bv} + 1) - 2 \right\}$$

$$= -k_{B}T \sum_{k} \left\{ \frac{\partial f_{Bu}}{\partial T} \ln f_{Bu} + \frac{\partial f_{Bv}}{\partial T} \ln f_{Bv} - \frac{\partial f_{Bu}}{\partial T} \ln(f_{Bu} + 1) - \frac{\partial f_{Bv}}{\partial T} \ln(f_{Bv} + 1) \right\} = 2k_{B}T \sum_{k} \frac{\partial f_{B}(k, T)}{\partial T} \ln \frac{f_{B}(k, T) + 1}{f_{B}(k, T)}, \quad (5.2)$$

где

$$\ln \frac{f_B(k,T)+1}{f_B(k,T)} = \ln e^{\frac{E_B(k,T)}{k_B T}} = \frac{E_B(k,T)}{k_B T}.$$
(5.3)

Тогда

$$C_{S}(T) = 2\sum_{k} E_{B}(k,T) \frac{\partial f_{B}(k,T)}{\partial T}.$$
(6.4)

Далее производная  $\partial f_B(k,T)/\partial T$  вычисляется как

$$\frac{\partial f_B(k,T)}{\partial T} = -\frac{e^{\frac{E_B(k,T)}{k_B T}}}{\left[e^{\frac{E_B(k,T)}{k_B T}} - 1\right]^2} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{E_B(k,T)}{k_B T}\right),\tag{E.5}$$

$$E_{B}(k,T) = \sqrt{\varepsilon^{2} + 2\varepsilon\tilde{\mu}_{B}(T) + \Delta_{SF}^{2}(T)}, \ \Delta_{SF}(T) = \sqrt{\tilde{\mu}_{B}^{2}(T) - \Delta_{B}^{2}(T)},$$

$$\frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{E_{B}(k,T)}{k_{B}T} \right) = \frac{\partial E_{B}(k,T)}{\partial T} \frac{1}{k_{B}T} - \frac{E_{B}(k,T)}{k_{B}T^{2}} =$$

$$= \left( 2\varepsilon \frac{\partial\tilde{\mu}_{B}}{\partial T} + \frac{\partial\Delta_{SF}^{2}(T)}{\partial T} \right) \frac{1}{E_{B}(k,T)k_{B}T} - \frac{E_{B}(k,T)}{k_{B}T^{2}} =$$

$$= \frac{-1}{E_{B}(k,T)k_{B}T^{2}} \left\{ E_{B}^{2}(k,T) - T \left[ \varepsilon \frac{\partial\tilde{\mu}_{B}}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial\Delta_{SF}^{2}(T)}{\partial T} \right] \right\}, \quad (5.6)$$

$$= \frac{\frac{E_{B}(k,T)}{k_{B}T}}{\varepsilon \frac{E_{B}(k,T)}{k_{B}T}} \left[ -\frac{\varepsilon \frac{E_{B}(k,T)}{\varepsilon k_{B}T}}{\varepsilon \frac{E_{B}(k,T)}{\varepsilon k_{B}T}} \right]^{2} = -1 = -1$$

$$-\frac{e^{\frac{1}{k_BT}}}{\left[e^{\frac{E_B(k,T)}{k_BT}}-1\right]^2} = -\left[\frac{e^{\frac{1}{2k_BT}}}{e^{\frac{E_B(k,T)}{k_BT}}-1}\right] = \frac{-1}{\left[e^{\frac{E_B}{2k_BT}}-e^{\frac{-E_B}{2k_BT}}\right]^2} = \frac{-1}{\left(2sh\frac{E_B(k,T)}{k_BT}\right)^2}$$

Подставляя (Б.5) и (Б.6) в (Б.4), получаем

$$C_{S}(T) = 2 \sum_{k} E_{B}(k,T) \frac{1}{\left[2sh\frac{E_{B}(k,T)}{2k_{B}T}\right]^{2} k_{B}T^{2}E_{B}(k,T)} \left\{ E_{B}^{2}(k,T) - T\left[\varepsilon\frac{\partial\tilde{\mu}_{B}(T)}{\partial T} - \frac{1}{2}\frac{\partial\Delta_{SF}^{2}(T)}{\partial T}\right] \right\} = 2k_{B}\sum_{k} \frac{1}{\left[2sh\frac{E_{B}(k,T)}{2k_{B}T}\right]^{2} k_{B}T^{2}} \left\{ E_{B}^{2}(k,T) - T\left[\varepsilon\frac{\partial\tilde{\mu}_{B}(T)}{\partial T} - \frac{1}{2}\frac{\partial\Delta_{SF}^{2}(T)}{\partial T}\right] \right\}, \quad (5.7)$$

Переходя в (Б.7) от суммирования по k к интегрированию по  $\varepsilon$ , получаем

$$C_{S}(T) = \frac{2VD_{B}k_{B}}{(k_{B}T)^{2}} \int_{0}^{\xi_{BA}} \frac{\varepsilon^{1/2}d\varepsilon}{sh^{2}\left[\frac{E_{B}(\varepsilon)}{2k_{B}T}\right]} \left\{ E_{B}^{2}(\varepsilon) - T\left[\varepsilon\frac{\partial\tilde{\mu}_{B}}{\partial T} + \frac{1}{2}\frac{\partial\Delta_{SF}^{2}(T)}{\partial T}\right] \right\}, \quad (5.8)$$

где  $D_B = m_B^{3/2} \sqrt{2} \pi^2 \hbar^3$ ,  $V = N_B \vartheta_B$  объем системы,  $N_B$  число притягивающих бозонов (куперовских пар),  $\vartheta_B$  объем приходящийся таких бозе-частицы,  $m_B$  масса бозе-частиц.

Молярная теплоемкость бозе-газ определяется как

\_

=

$$C_{Sm}(T) = \frac{C_S(T)}{\nu_B},\tag{E.9}$$

где  $\nu_B = N_B/N_A$ -количество сверхтекучей материи. Принимая во внимание, что  $V/\nu_B = N_B \vartheta_B/(N_B/N_A) = \vartheta_B N_A u \vartheta_B = 1/\rho_B$ , уравнение (Б.8) можно переписать как

$$C_{Sm}(T) = \frac{D_B N_A k_B}{4\rho_B (k_B T)^2} \int_0^{\xi_{BA}} \frac{\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{sh^2 \left[\frac{E_B(\varepsilon)}{2k_B T}\right]} \left\{ E_B^2(\varepsilon) - T \left[ \varepsilon \frac{\partial \tilde{\mu}_B}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial (\tilde{\mu}_B^2 - \Delta_B^2)}{\partial T} \right] \right\}.$$
 (Б. 10)

Молярная доля  $f_s$ -компоненты сверхтекучих носителей определяется как

$$f_s = \frac{\nu_B}{\nu}, \quad f_B = \frac{N_B}{N} \tag{5.11}$$

где  $\nu$ -количество легированного вещества ( $\nu = N/N_A$ ).

Тогда вклад в электронную теплоемкость $C_e(T)$  сверхтекучих бозонных носителей определяется из соотношения

$$C_{Sm}^f(T) = f_s C_{Sm}(T). \tag{5.12}$$

Если  $\tilde{\mu}_B(T) \ll k_B T$ и $\Delta_B(T) < \tilde{\mu}_B(T)$ при  $T_c$ , мы имеем

$$\begin{split} \tilde{\mu}_B(T) &= \tilde{\mu}_B(T_c) \left[ 1 + a \left( \frac{T_c - T}{T_c} \right)^{0.5} \right], \Delta_{SF}(T) \approx \tilde{\mu}_B(T_c) \left[ 1 - 2a \left( \frac{T_c - T}{T_c} \right)^{0.5} \right], \\ a &= 2(c\gamma_B)^{-0.5} (\xi_{BA}/k_B T_c)^{0.25}, \qquad c = \pi^{3/2}/3.912, \\ \frac{\partial \tilde{\mu}_B(T)}{\partial T} &= -\frac{a \tilde{\mu}_B(T_c)}{2\sqrt{T}} (T_c - T)^{-1/2}, \qquad \frac{\partial \Delta_{SF}^2(T)}{\partial T} = \frac{a \tilde{\mu}_B(T_c)}{\sqrt{T}} (T_c - T)^{-1/2}. \end{split}$$

Таким образом, получаем следующее выражение для  $C_{SC}(T) = C_{Sm}^{f}(T)$ :

$$C_{SC}(T) = f_S \frac{D_B k_B N_A}{4\rho_B (k_B T)^2} \int_0^{\xi_{BA}} \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon}{sh^2 \left[\frac{E_B(\varepsilon)}{2k_B T}\right]} \left\{ E_B^2(\varepsilon) - T \left[ \frac{-\varepsilon (T_c - T)^{-0.5}}{2} + \frac{1}{2} \tilde{\mu}_B (T_c) (T_c - T)^{-0.5} \right] \right\} \frac{a \tilde{\mu}_B (T_c)}{\sqrt{T_c}} =$$

$$= f_S \frac{D_B k_B N_A}{4\rho_B (k_B T)^2} \int_0^{SBA} \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon}{sh^2 \left[\frac{E_B(\varepsilon)}{2k_B T}\right]} \left\{ E_B^2(\varepsilon) + \frac{a\tilde{\mu}_B(T_c)T}{2\sqrt{T_c}(T_c - T)^{0.5}} \left[\varepsilon - \tilde{\mu}_B(T_c)\right] \right\}.$$
 (5.13)