АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ АН РУз
НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

На правах рукописи

УДК: 524.3/4

МИРТАДЖИЕВА КАРАМАТ ТАХИРОВНА

НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ОСНОВНЫХ СТРУКТУРНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ В ДИСКООБРАЗНЫХ ГАЛАКТИКАХ

01.03.01 – АСТРОНОМИЯ

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант: доктор физико-математических наук,
профессор Нуритдинов Салохитдин Насритдинович

Ташкент – 2016 год

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и востребованность темы диссертации. Спиральные и линзовидные галактики являются дискообразными и, следовательно, можно утверждать, что основную часть наблюдаемых элементов – «кирпичиков» Вселенной составляют именно дискообразные галактики. Дискообразными являются также «блины» Зельдовича в виде сверхскоплений галактик. Вот почему, изучение дискообразных моделей самогравитирующих систем представляет большой интерес не только для внегалактической астрономии и астрофизики, но и для космологии.

Структура же дискообразных галактик довольно многообразна. Согласно современным наземным и космическим данным наблюдений в дисках спиральных галактик, кроме хорошо и давно известной спиральной структуры, часто наблюдаются явления лопсайдности в виде явного смещения ядра галактики от её геометрического центра, различные кольцевые образования, а также вертикальные изгибы диска, особенно асимметричные относительно его оси вращения и плоскости симметрии. Процессы формирования указанных структурных образований можно объяснить неустойчивостями конкретных мод возмущений, так как одним из основных физических механизмов происхождения крупномасштабных структур в галактиках и ряде других самогравитирующих системах является именно гравитационная неустойчивость. Однако до сих пор эти неустойчивости исследовались аналитически в рамках строго равновесных моделей гравитирующего диска, тогда как в реальности эти процессы происходят на фоне явно нелинейно нестационарных состояний дисковой подсистемы.

Именно необходимость построения аналитически решаемых нестационарных самогравитирующих моделей, анализа явления гравитационных неустойчивостей на фоне этих нелинейно неравновесных состояний является в настоящее время наиболее важным и определяющим звеном в изучении ранней эволюции и физики дискообразных галактик и

обосновывает актуальность на мировом уровне данного научного исследования.

Исследование нелинейно нестационарных свойств выше отмеченных структурных образований в виде колец, изгибов и лопсайдности на ранней стадии развития дискообразных самогравитирующих систем (ДСС), нахождение точных критериев их формирования, построение критических диаграмм зависимостей между физическими параметрами нестационарной модели дисковых подсистем спиральных галактик и разработка неравновесной теории формирования этих основных структурных образований создают благоприятные возможности для постановки и эффективного осуществления соответствующих численных компьютерных экспериментов, а также решения проблемы ранней эволюции дискообразных галактик.

Соответствие исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в республике: II. «Энергетика, энерго- и ресурсосбережение».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации. Исследования проблем формирования структурных образований дискообразных галактик проводятся ведущими мировыми научными центрами и высшими образовательными учреждениями, в том числе, Университетом Алабамы, институтом Карнеги в Вашингтоне, Университетом Д. Хопкинса и Научным институтом Космического телескопа (США), Университетом Оулу (Финляндия), Парижской обсерваторией (Франция), Туринской обсерваторией (Италия), Астрономическим институтом Кейптауна (Нидерланды), Индийским институтом наук в Бангалоре (Индия), Университетом Карачи (Пакистан), Лейпцигским университетом и Астрофизическим институтом Макса Планка (Германия), университетом Гранады (Испания), Государственным астрономическим институтом им. Штернберга Московского Государственного университета и

Астрономическим институтом им. Соболева С.-Петербургского университета (Россия), Кембриджским университетом (Великобритания), университетом Британской Колумбии (Канада), Национальным университетом Узбекистана и Астрономическим институтом (Узбекистан).

По исследованию основных структурных образований в дискообразных галактиках на мировом уровне был получен ряд научных результатов, в том числе: составлены каталоги кольцеобразных галактик, определены их кинематические характеристики, разработаны численно-экспериментальные модели происхождения кольцевых структур в галактиках в рамках теории их слияния (Университет Алабамы, США; Университет Оулу, Финляндия и Парижская обсерватория, Франция; Туринская обсерватория, Италия; Институт Карнеги в Вашингтоне, США); составлены каталоги лопсайдных галактик, определены степени лопсайдности галактик, получены результаты модального анализа на фоне равновесных моделей (Астрономический институт Кейптауна, Нидерланды; Научный институт космического телескопа, США; Университет Д. Хопкинса, США; Индийский институт науки в Бангалоре, Индия; Парижская обсерватория, Франция и Университет Карачи, Пакистан); составлены каталоги галактик с изгибностью дисковой подсистемы и определены типы изгибов, найдены значения степени изгибности, а также определенны эффекты изгибности на основе численно-экспериментальных моделей, преимущественно в рамках приливной теории (Лейпцигский университет, Германия; Университет Гранады, Испания; Астрономический институт им. Соболева С.-Петербургского университета, Россия; Астрофизический институт Макса Планка, Германия; Кембриджский университет, Великобритания и Университет Британской Колумбии, Канада).

В настоящее время в мире по проблеме формирования основных структурных образований в дискообразных галактиках проводятся исследования по ряду приоритетных направлений, в том числе: наблюдения колец, лопсайдности и изгибов в диске галактик и их анализ; теоретическое моделирование ранней стадии эволюции ДСС; нахождение областей

гравитационной неустойчивости структурных мод возмущений на фоне нелинейно нестационарных моделей по их параметрам; определение начальных физических условий, критериев и соответствующих механизмов их формирования в дискообразных галактиках; а также построение нелинейной теории формирования этих структурных образований.

Степень изученности проблемы. Проблемы неустойчивостей коллапса и нелинейной пульсации плоской самогравитирующей системы, требующие анализа роли ранней нестационарности в зависимости от начального физического состояния, выраженной через отношения потенциальной и кинетической компонент энергии системы, до сих пор изучались численно – экспериментально многими учеными, например, американскими (R. Miller, D. Merritt и L. Hernquist), корейскими (K. Min, Ch. Choi) и др. Однако эти эксперименты не позволяют определять ряд нелинейных эффектов и явления резонансных неустойчивостей. Подобные вопросы требуют новой постановки задачи теоретического плана и изучения этих проблем на фоне нестационарности.

Ряд авторов, например, индийские ученые (R. Nityananda, S. Sridhar и др.), изучали эволюцию отдельных мод колебаний методом сечения Пуанкаре, но в постановке задачи и анализе результатов они придерживались мнения о том, что бар-мода имеет наибольший инкремент неустойчивости. В то время как на фоне нестационарности главной становится лопсайдная мода и некоторые другие, а не бар-мода, которая важна только в рамках равновесных моделей. Здесь необходимо было исследовать дифференциальное уравнение для коэффициента пульсации диска.

Американские ученые (J. Buta и др.) составили каталог кольцеобразных галактик. Но здесь каждая галактика описана сложными символами. С другой стороны, туго закрученные спиральные рукава или *Sa* галактики с необычной проекцией на картинную плоскость также были приняты за кольцевые галактики. Однако эти авторы не интересовались проблемой классификации кольцевых галактик.

Исследования нелинейных колебаний в различных подсистемах галактик и конкретных типах самогравитирующих систем, динамического влияния наличия гало и короны галактик на их дисковую подсистему и анализ проблемы построения точно решаемых фазовых моделей нелинейно неравновесных стадий эволюции галактик впервые начаты в Национальном Университете Узбекистана (С.Н. Нуритдинов) в начале 80-х годов. Здесь впервые были построены отдельные сферические нестационарные модели самогравитирующих систем путем обобщения на случай пульсации известных равновесных моделей Эйнштейна и Камма. Также получены нелинейные аналоги дисперсионных уравнений этих нестационарных моделей и изучены вопросы их гравитационной неустойчивости. Совместно с российскими учеными (В.А.Антонов и др.) были рассмотрены проблемы нелинейных колебаний невращающейся модели Эйнштейна и изучена эволюция бароподобных возмущений на фоне этой нестационарной модели. Полученные в Национальном университете Узбекистана теоретические результаты подтверждены численными экспериментами ученых из США, Кореи и Индии. Кроме того, была разработана нестационарная изотропная модель для дискообразных самогравитирующих систем и на её фоне изучены вопросы неустойчивости бар-моды. Однако изотропность данной модели является несколько упрощенной. Кроме того, другие важные моды, такие как кольцевые и лопсайдные структурные моды остались без рассмотрения.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшей образовательной и научно-исследовательской учреждений, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научных проектов Астрономического института и Национального университета Узбекистана по теме Ф-2.2.1 «Гравитационные линзы и коллапсирующие галактики: наблюдательно-экспериментальные и теоретические проблемы» (2003-2007); ОТ-Ф2-049 «Природа крупномасштабных структурных образований в галактиках с различными красными смещениями» (2007-2011); ФА-Ф2-Ф058 «Исследование

гравитационных линз, формирующихся галактик и обобщенных моделей астрофизических объектов» (2007-2011); Ф2-ФА-Ф029 «Физика гравитационных линз, компактных астрофизических объектов и нестационарных дисковых систем» (2012-2016); № 43-04 «Поиск фундаментальных стохастических свойств фазового перемешивания в гравитирующих системах на стадии нелинейного коллапса» (2004-2005); № 51-06 «Поиск и анализ гравитационных неустойчивостей нелинейных моделей анизотропных дискообразных систем» (2006-2007); № Ф.7-12 «Анализ наблюдений кольцеобразных галактик и разработка теории их происхождения» (2012-2013).

Целью исследования является построение нелинейно нестационарных моделей дискообразных самогравитирующих систем и создание теории формирования отдельных структурных образований в спиральных галактиках.

Задачи исследования:

накопление данных наблюдений с целью разработки классификации дискообразных галактик, имеющие, в частности, кольцеобразные структурные образования в сочетании с другими крупномасштабными структурами;

проведение статистического анализа списков и каталогов галактик, содержащих лопсайдную структуру, и наблюдательных данных по изгибным явлениям;

построение обобщенной фазовой модели нестационарных дискообразных галактик с радиальной пульсацией и анизотропной диаграммой скоростей;

получение нестационарных аналогов дисперсионных уравнений (НАДУ) для мод возмущений, ответственных за формирование кольцеобразных, лопсайдных и изгибных структурных образований в спиральных галактиках;

исследование полученных НАДУ при различных сочетаниях физических параметров исходной вращающейся неравновесной модели;

изучение физической природы обнаруженных неустойчивостей исследуемых структурных мод колебаний на фоне построенных нами нестационарных моделей;

определение маржинальных зависимостей между физическими параметрами нестационарных моделей ранней стадии эволюции дисковых галактик для основных горизонтальных мод колебаний;

получение инкрементов гравитационных неустойчивостей для кольцеобразной, бароподобной и лопсайдной мод колебаний и проведение их сравнительного анализа на фоне обобщенной нестационарной модели;

решение НАДУ для вертикальных изгибных мод колебаний как в обобщенной модели, так и в составных нестационарных моделях самогравитирующего диска;

определение основных характеристик и последовательности формирования S- и N-образных ассиметричных, U-образных, купольных и прецессионных типов изгиба во времени на фоне исследуемых нелинейных моделей;

выполнение анализа природы неустойчивостей изгибных мод возмущений в нестационарных моделях и сравнение инкрементов неустойчивостей для определения зависимости их характерных времен проявления от основных физических параметров моделей;

проведение сравнительного анализа горизонтальных и вертикальных мод возмущений и нестационарных моделей с точки зрения ранней стадии эволюции дискообразных галактик.

Объектом исследования являются ДСС, их теоретические модели и наблюдаемые, теоретически не изученные крупномасштабные структурные образования в дисковых галактиках.

Предметом исследования являются процессы формирования кольцеобразных, лопсайдных и изгибных структурных образований в самогравитирующих дисковых подсистемах спиральных галактик,

механизмы гравитационных неустойчивостей на фоне нестационарных моделей.

Методы исследования. Фазовое моделирование, нелинейные колебания самогравитирующих дисковых систем, интегрирование систем дифференциальных уравнений, содержащих свободные параметры методом устойчивости периодических решений, стандартные программы интегрирования (например, по методу Эверхарда), численные расчеты инкрементов неустойчивости модельных задач, а также статистический анализ данных наблюдений.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

создана нелинейно нестационарная теория формирования кольцевых, лопсайдных и изгибных явлений в дискообразных галактиках;

впервые построены обобщенная и три составные нелинейно нестационарные фазовые модели ДСС с анизотропной диаграммой скоростей и найдены основные их физические характеристики;

разработана классификация физически кольцеобразных галактик, которая содержит 9 групп относительно видимых признаков кольцевых структур в галактиках. Впервые найдены маржинальные зависимости между начальными значениями физических параметров нелинейно нестационарных моделей, на фоне которых формируется двойная кольцеобразная структура в дискообразной системе;

впервые определены механизмы и критерии формирования исследуемых основных структурных образований на фоне обобщенной нестационарной модели анизотропного диска. Например, если начальная полная кинетическая энергия анизотропной модели составляет не более 30,6% от начальной потенциальной энергии, то имеет место неустойчивость радиальных движений, приводящая к феномену лопсайдности;

впервые найдены характерные времена проявления изгибов, лопсайдности и кольцевых образований в диске и критические значения степени нестационарности моделей. В случае изгибов установлено, что на

фоне нестационарной анизотропной модели вначале проявляется асимметричный изгиб, затем формируется куполообразный, причем с ростом значения параметра вращения купольная неустойчивость становится более существенной;

впервые установлено, что при малых и умеренных значениях параметра вращения диска вертикальные моды колебаний изотропной и анизотропной нестационарных дискообразных моделей доминируют над горизонтальными, а при максимальных значениях вращения наблюдается обратная картина;

впервые найдено, что в общем случае анизотропная модель более устойчива относительно изученных горизонтальных мод, чем изотропная, а для вертикальных наоборот, изотропная модель является более устойчивой. Однако при параметре вращения Ω=0,5 изотропная и анизотропная модели ведут себя одинаково относительно мод (0;4), (1;3), (4;5) и (5;6).

Практические результаты исследования заключается в следующем:

построены нелинейные, радиально нестационарные дисковые модели, которые могут быть использованы в качестве исходного состояния в компьютерных экспериментах;

получены критические диаграммы зависимости между основными физическими параметрами нелинейно нестационарных самогравитирующих дисков, которые необходимы для проведения численных экспериментов и расшифровки сложных эффектов и деталей численного моделирования эволюции этих объектов;

разработана классификация физически кольцеобразных галактик, которая будет использована при обработке новых данных наблюдений и анализе проблем эволюции кольцевых образований.

Достоверность результатов исследования обосновывается тем, что в работе были применены известные классические методы теории колебаний динамических систем, использованы высокоточные численные методы расчета, найденные здесь критические значения для параметра вращения нестационарной модели при нулевом значении амплитуды пульсации (λ=0)

точно совпадают с результатами, которые были получены ранее в рамках стационарной модели, а также нестационарные аналоги дисперсионных уравнений, полученных разными методами, являются тождественными.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования определяется возможностью применения разработанных в диссертации методик построения, анализа устойчивостей нелинейно нестационарных моделей галактик и исследования механизмов неустойчивостей в теории колебаний звезд, обнаружении неустойчивостей в лабораторной плазме и других динамических системах, где нелинейность и нестационарность являются главными факторами, а также возможностью формулирования и сравнения фундаментальных выводов по формированию структуры, эволюции дискообразных гравитирующих и кулоновских систем. Кроме того, найденные критические значения вириального отношения ДСС могут быть использованы как начальные условия в численных экспериментах при моделировании исходного состояния.

Практическая значимость результатов исследований заключается в том, что они могут быть успешно применены в областях внегалактической астрономии и астрофизики, при расшифровке деталей численного эксперимента и при сравнении теоретических моделей с численно-экспериментальными. Также они могут быть включены в специальные курсы для студентов университетов, таких как «Галактическая астрономия», «Физика галактик», «Космогония и основы космологии» и т.п. Полученные результаты найдут прямое приложение в исследовании других подобных астрофизических объектов, в частности, темной материи во Вселенной. Разработанная классификация кольцеобразных галактик, безусловно, будет использована при обработке новых данных наблюдений и анализе проблем эволюции кольцевых образований.

Внедрение результатов исследования. Результаты определения узких областей устойчивости и неустойчивости, критических значений параметра

вращения для резонансных точек и методы нахождения инкрементов неустойчивостей мод возмущений применены к задачам исследования мод колебаний для других моделей самогравитирующих систем в виде нелинейно нестационарных сферических конфигураций при выполнении гранта в рамках Государственной научно-технической программы фундаментальных исследований № ФМ-2-336 «Некоторые проблемы ранних стадий эволюции сферических систем» (НУУз, 2004-2005). С помощью применения научных результатов диссертации определены аналогичные узкие зоны неустойчивостей и роль геометрии системы, а также реальные механизмы формирования отдельных наблюдаемых структур (письмо Комитета по координации развития науки и технологий Республики Узбекистан № ФТК-02-13/103 от 16.02.2016).

Апробация результатов исследования. Результаты исследований представлены в виде докладов и апробированы на 16 международных и республиканских научно-практических конференциях, в частности «Dynamics and Evolution of Dense Stellar Systems» JD11 of IAU (Sydney, 2003), «Order and chaos in stellar and planetary systems» (Saint-Petersburg, 2003), «Астрономия – 2005: Состояние и перспективы развития» (Москва, 2005), «Астрономия от ближнего космоса до космологических далей» (Москва, 2015), «Современные проблемы астрономии в Узбекистане» (Ташкент, 2004), «Улугбековские чтения» (Ташкент, 2004), «Физика в Узбекистане» (Ташкент, 2005), «Роль женщин-ученых в развитии научно-технического прогресса» (Ташкент, 2006), «Гравитационные линзы и формирующиеся галактики» (Ташкент, 2008), «Фундаментальные и прикладные проблемы современной физики» (Ташкент, 2006, 2007, 2008), «Современная физика и ее перспективы» (Ташкент, 2009), «Актуальные проблемы ядерной и теоретической физики» (Ташкент, 2013), «Наследие Мирзо Улугбека и современность» (Ташкент, 2014), «Современные проблемы математической физики и ее приложения» (Ташкент, 2015).

Основные результаты диссертационной работы представлены и обсуждены на научных семинарах кафедры астрономии (2003-2012) и кафедры астрономии и физики атмосферы Национального университета Узбекистана (2013-2015), Астрономического института (2002-2015), Потсдамского астрофизического института (2005) и Гейдельбергского Астрономического института Германии (2006).

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликованы 60 научных работ, из них в 22 научных статьей, в том числе 8 в зарубежных и 14 в республиканских журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, четырех приложений и списка литературы. Объем диссертации составляет 198 страниц.

ГЛАВА I. О ПРОБЛЕМАХ ФОРМИРОВАНИЯ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЫ ДИСКОВОЙ ПОДСИСТЕМЫ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК

§1.1. Наблюдаемая крупномасштабная структура диска спиральных галактик и Млечного Пути: новые черты строения

В мире галактик самыми завораживающими, отличающимися большим разнообразием форм, и потому весьма интересными являются дискообразные галактики. По внешнему виду глобальных структур их можно разделить на спиральные и линзовидные, а первые, в свою очередь, бывают нормальными и пересеченными. В последние два десятилетия наблюдатели – астрофизики обнаружили новые черты строения спиральных галактик, а точнее, они установили, что галактики могут содержать лопсайдальную структуру, изгибы диска и весьма различные кольцевые образования. При этом каждый из этих видов крупномасштабных структур галактик требует не только отдельного подхода изучения, но и сравнительного совместного рассмотрения. Для понимания проблем формирования, эволюции и свойств любой из данных структур весьма важно в первую очередь понять их структурные свойства, в частности, орбиты их составляющих. Эта идея была ясно показана в случае баров, чьи структурные свойства связаны с замкнутыми периодическими орбитами, вытянутыми вдоль перемычки [1; с.33-34, 2; с. 349-351].

Проблемы формирования и эволюции, например, колец в галактиках обсуждаются сегодня очень активно. Они связаны с природой и распределением темной материи в галактиках, галактическими резонансами и химической эволюцией галактических подсистем. Оптические кольца явно наблюдаются в галактиках с перемычкой. Такие галактики очень часто имеют глобальную спиральную структуру. У них есть два рукава, которые часто начинаются на концах бара и распространяются наружу, покрывая значительную часть диска. Однако кольцевые галактики без спиральных

рукавов также можно наблюдать достаточно часто. Линейный размер таких структур колеблется от десятка кпк для сверхкомпактных ядерных колец [3; с. 403-407] до 100 кпк в гигантских сталкивающихся системах [4; с. 38-42]. Кольца чаще всего являются местами активного звездообразования и в большинстве случаев, результатом некоторых коллективных процессов в звездно-газовых дисках, связанных с явлением резонанса или круговых волн плотности. В [5; с. 95-97] проведен обширный обзор явления кольца, в первую очередь, сконцентрировавшись на тех структурах, которые связаны с перемычками или другими неосесимметричными образованиями в диске. Точнее говоря, они рассматривали различные механизмы, ответственные за формирование внутренних или внешних галактических колец. В соответствии с этим, галактические кольца можно классифицировать на основе механизма их формирования следующим образом:

1. Большой класс колец, связанных с динамическими резонансами Линдблада в галактических дисках – так называемые резонансные кольца.

2. Образования, сформированные после сильного лобового столкновения со спутником – столкновительные кольца. Здесь прототипом является галактика «Колесо Телеги».

3. Кольцевые галактики, которые также являются результатом взаимодействия галактика-галактика или аккреции вещества с почти ортогональным направлением при наличии углового момента относительно центральной галактики. Упоминается также тип аккреционных колец, которые включают также объекты с компланарной ориентацией кольца и основной галактики [5; с. 97].

В последние годы панорамная спектроскопия, которая дает спектр для каждого пространственного элемента в двумерном поле зрения, стала мощным инструментом в получении кинематических свойств с высоким разрешением в галактиках. Основной целью таких исследований является восстановление пространственного распределения скоростей газа с различными модельными предположениями [6; с. 169-170, 7; с. 194-195].

Используя наблюдательные данные, автор работы [8; с. 635-636] пришел к выводу, что кинематику кольца лучше интерпретировать как результат вековой эволюции в этой галактике и в целом, оно является частью сложных исходящих/нисходящих движений. Анализ кривых вращения некоторых галактик показал, что местоположения колец очень хорошо согласуются со следствиями динамики пересеченных галактик [9; с. 29-33, 10; с. 2470-2473, 11; с. 405, 12; 905-907]. Этот путь позволяет оценить угловую скорость бара, что является одной из ключевых характеристик галактической вековой эволюции. Поле скоростей ионизированного газа и наблюдаемые морфологические свойства для IC 421 и NGC 6782 были выполнены в статьях [13; с. L34-L39]. Другой метод определения угловой скорости бара, причем независимый от модели, был предложен в [14; с. 5-7], где получено широкое применение в исследовании звездной компоненты в галактиках. Некоторые исследователи [15; с. 257-260, 16; с. 353] показали, что метод [14; с. 7] работает также и для ионизированного газа (пересеченная Сейфертовская галактика NGC 6104 хороший пример этому [17; с. 524-527]).

Существует еще несколько примеров очень интересных ядерных колец в галактиках без перемычек. Объяснение происхождения таких колец опирается на резонансные эффекты, управляемые трехосным потенциалом или приливным воздействием спутника [5; с. 99, 18; с. 1339-1341]. Автор работы [19; с. 481-483] предположил, что последний механизм, т.е. недавно произошедшее взаимодействие с карликовым, богатым газом, спутником, способен дать в результате ядерное кольцо в галактике без бара NGC 278. Это заключение основано на сильно пекулярной кинематике нейтрального и ионизированного водорода. Тот же самый сценарий ответственен за появления колец в NGC 7217 и NGC 7742. Обе галактики показывают следы недавних мелкомасштабных слияний в их структурах, наподобие двухуровенных звездных дисков в виде взаимно противовращающихся подсистем. Например, в NGC 7742 весь его газ вращается в противоположном направлении относительно звездной компоненты [18; с.

1346], причем эта же галактика исследовалась в работе [20; с. 79-82], где показано наличие приливно-индуцированного кольца. Отмечается, что эти идеи согласуются с результатами численного моделирования перераспределения плотности в ходе галактических приливных взаимодействий в случае, когда спутник движется в плоскости основной галактики в обратном направлении к основному вращению [21; с. 787-790].

Другой вид колец – столкновительные – является результатом почти центрального, лобового прохождения спутника через основную галактику. Значительная часть молодых звезд в таких кольцевых галактиках наблюдается именно в кольцах [22; 35-38]. Они могут подразделяться на дополнительные классы – пустое кольцо, кольцо с ядром или кольца с доминирующими узлами [23; с. 650]. Однако столкновительные кольца встречаются довольно редко. Так, авторы работы [24; с. 572-604] в их каталоге кольцевых галактик определили всего лишь 127 колец столкновительного происхождения среди 7000 пекулярных объектов.

Возможные сценарии происхождения и эволюции колец рассматривались в [25; с. 1159, 26; 382-383, 27; с. 616, 28; с. 1143, 29; с. 327], а в работах [30; с. 1-9, 31; с. 283-290, 32; с. 81-84, 33; с. 320-321] были проведены многочисленные численно экспериментальные исследования. Все они отмечали сравнительно короткое время жизни столкновительных колец (порядка нескольких сотен миллионов лет) и их быстроменяющуюся природу. Среди трех наиболее популярных объяснений используются следующие механизмы: а) волна материи расширяется вовне, или б) волна самоиндуцирует звездообзазование, или с) происходит распространение волн плотности (без реального переноса массы). Причем последнее получает все больше наблюдательных подтверждений. Столкновительное происхождение колец предполагает, что кольцевые структуры в галактиках не являются устойчивыми образованиями.

Кинематические исследования движения газа в галактиках Arp10 и Колесо Телеги были проведены многочисленными исследователями,

например [34; с. 485-487, 35; с. 1-5, 36; с. 9-11, 37; с. 1117-1120]. При исследовании скорости расширения кольца в ESO 350-40 получались зачастую противоречивые результаты – 13-30, 53 и 89 км/сек в линиях Hα, HI и длиннощелевом спектрографе соответственно. Еще большее расхождение возникает, если текущую скорость расширения кольца сравнить с вековой (в среднем за несколько сотен миллионов лет) скоростью кольца, выведенной из распределения цвета [32; с. 90] и радиальным распределением спектральных индексов [33; с. 304-305]. Такое различие находит свое объяснение в модели волны плотности при расширении столкновительного кольца. Еще одним аргументом в пользу этого сценария является отсутствие мощных ударных волн во внешнем крае колец, как это замечено в случае Arp10 [33; с. 304]. В этой работе проведено сравнение кинематических данных с модельным полем скоростей с учетом кругового вращения и возможных радиальных движений и эффектов проекции.

В настоящее время, несмотря на ценный теоретический вклад в понимание природы столкновительных кольцевых галактик, наблюдательные подтверждения систематических радиальных движений найдены всего лишь для нескольких объектов. Кинематические наблюдения большего числа столкновительных колец позволит в будущем исследовать разнообразие внутренних движений в таких галактиках.

Другой особенностью дискообразных галактик является их лопсайдность, связанная с асимметрией распределения вещества в галактике, т.е. вещество более вытянуто в одну сторону галактики по сравнению с другой. Такое отклонение от симметрии, скорее всего, будет жить недолго, если газ движется по круговым орбитам в диске. Измерения кривой вращения во внешних частях большинства галактик показывает, что асимметрия может быть разрушена дифференциальным вращением за время меньшее, чем один или два периода вращения. В некоторых случаях могло случиться так, что галактика видна кратковременно после быстро протекшего возмущения, таким как приливное взаимодействие. Однако, поскольку большинство

лопсайдных галактик наблюдается без каких-либо спутников, то возможно, что это явление есть общее для спиральных галактик и поэтому необходимо дать объяснение сохранению асимметрии в течение длительного периода. В одной из ранних работ по лопсайдным галактикам [38; с. 313-316], авторы дают обзор данных по тем объектам, где наблюдается значительная асимметрия и предложены механизмы, которые, по их мнению, могут это объяснить. Согласно им, лопсайдность связана с несбалансированными орбитами, что значительно увеличивает время существования асимметрии до примерно $5 \cdot 10^9$ лет. Они рассмотрели около 20 галактик с известными распределениями HI. Асимметрия наблюдается в большинстве галактик, но они определили термин “лопсайдность” для тех галактик, в которых плотность проецируемого на луч зрения газа HI относится, по крайней мере, как 2:1 для разных сторон галактики. Ими были сделаны следующие заключения по лопсайдности:

1. Это не обычная локальная особенность распределения материи галактик, а она влияет на большие области в галактических дисках.

2. Лопсайдность это реальная асимметрия в распределении газовой плотности, а не изменения яркостной температуры HI из-за изменений оптической глубины.

3. Большая часть спиральных галактик показывает этот эффект. Если учесть те галактики, ориентации которых неблагоприятны для показа асимметрии, становится ясно, что истинная доля лопсайдных галактик должна быть еще больше.

4. Большинство галактик являются изолированными, поэтому асимметрия не может быть быстротекущим явлением из-за недавних приливных взаимодействий.

5. Аккреция газа, которая может длиться почти непрерывно и являться постоянным источником кратковременной асимметрии, плохо сочетается с наблюдениями распределения газа и поля скоростей. Если газ аккрецировался в течение одного орбитального периода в прошлом, его радиальная скорость

может быть отличной от основной части диска. На самом деле, поля скоростей гладко непрерывны, а в NGC891, в частности, HI ориентировано в плоскости диска.

Следующими работами в этой области были статьи [39; с. 1065-1070, 40; с. 1053-1055], где были обнаружены и исследованы лопсайдность в старой звездной компоненте в ближней ИК области. Эти наблюдения обнаружили неосесимметричное m = 1 распределение поверхностной плотности старых звезд во внутренней оптический области диска. Они вычислили A1 – амплитуду первой азимутальной Фурье компоненты (m = 1) поверхностной яркости, что является количественной мерой лопсайдности дисков. Ими было найдено, что A1 увеличивается с радиусом. Средняя величина, измеренная между 1.5 – 2.5 радиуса диска ≥ 0.1 и 30% рассмотренных галактик показывали высокую степень лопсайдности. Подобная высокая дисковая лопсайдность была подтверждена позже Фурье анализом большого количества галактик [41; с. 519-520]. Почти треть из 149 галактик показывает асимметрию, равную 0.1 или больше. Таким образом, лопсайдное распределение в дисках есть общее явление, и тем сильнее, чем больше радиус. Поэтому весьма важно понять происхождение и динамику лопсайдных распределений в спиральных галактиках. Для некоторых галактик были проведены пространственное и кинематическое картографироние лопсайдности межзвездного атомарного водорода (HI) [42; с. 1-5, 43; с. 891-893, 44; с. 330-334, 45; с. 1-7], а также их профилей скоростей [46; с. 9-12]. Такая асимметрия была обнаружена и в карликовых галактиках [44; с. 330-334, 47; с. 569-570, 48; 829-832]. Около половины карликовых галактик в их выборке имеют асимметричные глобальные профили, треть из них имеют лопсайдное распределение HI, и около половины показывают признаки кинематической лопсайдальности. Лопсайдность также обнаружена в областях звездообразования иррегулярных галактик [49; с. 186-190]. Проводились работы по определению степени лопсайдности в избранных участках неба [50; с. 1849-1853, 51; с. 276-278].

Происхождение и эволюция лопсайдности еще не до конца понято, хотя кое-какие усилия в этом направлении, преимущественно теоретические, уже сделаны. Подобно другим неосесимметричным возмущениям, лопсайдное распределение скорее также связано с дифференциальным вращением галактического диска в течение нескольких динамических времен. Поскольку большая часть галактик проявляют лопсайдность, то она должна быть либо долгоживущим феноменом, либо часто генерироваться.

В качестве происхождения дисковой лопсайдности были предложены приливное взаимодействие [49; с. 186-200] и аккреция спутниковой галактики [40; с. 1053], поскольку они могут происходить достаточно часто. Как показано в работе [52; с. 1-3], приливное взаимодействие между нашей Галактикой и БМО приводит к лопсайдному искривлению в гало Галактики в резонансных точках, что в свою очередь вызывает лопсайдное распределение уже в диске галактики. Поскольку галактические взаимодействия известны в достаточно полном объеме, то происхождение дисковой лопсайдности связывают с откликом диска на приливные искажения в гало. Эта идея была предложена и исследована в работах [43; с. 900-901, 53; с. 642-645, 54; с. 471-472]. Ряд других предложенных механизмов образования лопсайдности используют нецентральность диска как результат воздействия карликовой галактики [55; с. 238] или рассматривали это как глобальную, долгоживущую моду [56; с. 431-432].

Были проведены аналитические и численные моделирования распределения $m = 1$ в пределах нескольких парсек во внутренних областях некоторых галактик (например, M31) [57; с. 237-240, 58; с. 251-252]. Согласно этим авторам, в зависимости от условий в галактических ядрах данная мода может быть либо нестабильной, либо очень медленно затухает и может продержаться в течение нескольких динамических периодов. Такие долгоживущие лопсайдности также видны и в сливающихся галактиках [59; с. 891-894]. Видно, что лопсайдные моды могут играть важную роль в эволюции центральных областей галактик.

Возмущение моды m = 1 в диске приводит к смещению центра масс и затем оно действует как косвенная сила на первоначальный центр диска. Как справедливо отмечено в [60; с. 75-77], в то время как мода m = 2, соответствующая спиральным рукавам или барам, исследуется уже давно, на моду m = 1 не обращали должного внимания. Это положение должно быть исправлено, так как, во-первых, мода m = 1 – более общее явление и ее амплитуда порой превышает амплитуду моды m = 2 [61; с. 550-552]; во-вторых, моды m = 1 не имеют внутреннего резонанса Линдблада и поэтому могут позволить перенос материи во внутренних областях [62; с. 1005-1007]; и в третьих, данная мода является долгоживущей. Существование долгоживущих лопсайдных мод оказывает существенное влияние на динамику галактик, звездообразование в них, подпитку ядра, и т.д. В приливных случаях лопсайдность диска может быть использована в качестве отображения лопсайдности гало темной материи, также как асимметрия диска высокого порядка (m = 2) позволяет изучать эллиптичность этого гало [63; с. 39-42]. Как видно, лопсайдность галактик интересна и сложна не только сама по себе, но и тем, что дает информацию о множестве связанных с нею других свойств галактик.

Как отмечено выше, дискообразные галактики имеют также различные крупномасштабные изгибы в их дисковых подсистемах. Последние наблюдательные данные и исследования показывают, что большинство спиральных галактик являются изогнутыми [64; с. 521-525]. В частности, явление изгиба дисковой подсистемы, кроме нашей Галактики, которая имеет хорошо выраженный асимметричный изгиб, выявлено у знаменитой спиральной галактики M31. Причем в последнем оно наблюдается как в оптике [65; с. 169-170, 66; с. 883-889], так и в радиодиапазонах [67; с. 160-163]. В радиодиапазоне искривление обнаружено также и для других дискообразных галактик [68; 238-240, 69; с. 1-3, 70; с. 101-107; 71; с. 830]. В работе [72; с. 111-118] рассмотрены множество глобальных профилей HI

разных галактик и сделан вывод о том, что более половины спиральных галактик имеют асимметричные изгибы.

Каталоги изгибных галактик необходимы для анализа наблюдательных данных с целью, например, выяснения возможных механизмов искривления. В работе [64; с. 519-522] впервые составлен список 42 оптически изгибных галактик, находящихся в северном полушарии (из 86 исследовавшихся). С помощью наблюдательных данных авторы данной работы классифицировали несколько типов изгиба. Затем, в работе [73; с. 769-771] были изучены 540 галактик, из которых были выделены 60 искривленных галактик. Одним из основных выводов этой работы было то, что изгибы наблюдаются тем чаще, чем больше плотность окружающей среды. Авторы указали также, что механизм искривления одинаково эффективен во всех типах спиралей, что было подтверждено и в [74; с. 112-122]. Частота и угол изгиба не показывают каких-либо особенностей в различных типах спиралей. В этом направлении были проведены многочисленные исследования и существенно расширен список галактик с изгибом в диске [75; с. 519-520, 76; с.519-523, 77; с. 464-466].

В проблеме исследования вертикальной структуры дисков спиральных галактик, кроме интерпретации данных наблюдений, был выполнен ряд теоретических расчетов, особенно, численных. Следует подчеркнуть, что многие теоретики занимались проблемой изгибных неустойчивостей путем рассмотрения чисто равновесных моделей [65; с. 173-180, 78; с. 55-58, 79; с. 750-754. 80; с. 219-224].

Известно, что и наша Галактика является дискообразной. Она, как типичная гигантская спиральная галактика, является представителем наиболее распространенного морфологического типа, если не во Вселенной, то, по крайней мере, в ближайшем нашем участке Вселенной. Мы можем определять свойства отдельных звезд в подробных деталях и использовать характеристики звездных населений Галактики в качестве эталона для понимания структуры и эволюции далеких галактик [81; с. 3-9].

Диаметр диска Галактики составляет, по разным оценкам, от 30 до 50 кпк, размер центрального балджа – до 4 кпк. Гало же может во много раз превышать размера диска. Сам диск делится на компоненты – диск нейтрального водорода, молодой тонкий диск и относительно старый толстый диск. Причем тонкий диск тоже делится на две части – молодой и старый тонкие диски [82; 350-354, 83; с. 147-150]. Толщина молодого тонкого диска порядка 50 пк и здесь до сих пор происходят процессы рождения звезд. С другой стороны, этот диск является центральной плоскостью распределения пыли и газа в Галактике. Толщина старого тонкого диска ~325 пк, а толстый диск намного больше – порядка 1.4 кпк. Звёздная плотность в последнем примерно в 50 раз меньше, чем в тонком диске, в самой середине Галактической плоскости. Опять же, отметим, что толстый и тонкий диски отличаются не просто толщиной и звездной плотностью, но и химическим составом и кинематическими свойствами составляющих их звезд. Говоря о структуре диска Галактики, конечно же, нельзя забывать о такой важной ее особенности, как изгиб или искривление. Еще в 50-60-х годах на основе наблюдений межзвездного атомарного водорода на волне 21 см было замечено, что дисковая подструктура нашей Галактики странно искривлена [79; с. 747, 84; с. 90-93, 85; с. 93, 86; с. 660-663, 87; с. 153-156]. Изгиб проявляется в том, что диск (в целом плоский до солнечного радиуса) по краям изогнут примерно на 1 кпк (или примерно на 5-6% от радиуса) на противоположных галактических долготах. В поперечном сечении водородный диск представляется слегка изогнутым интегралом. Эта изогнутость наиболее очевидна при наблюдениях нейтрального водорода, но также вовлекает молекулярный и ионизированный газы, а также и звезды [88; с. 454-456, 89; с. 1064-1070, 90; с. 1384, 91; с. 476-477]. Причем было показано, что слой водорода в Галактике становится толще по мере удаления от его центра [92; с. 1-9, 93; с. L25-L28, 94; с. 101-112].

Наблюдения CO в диапазоне $270^\circ < \ell < 300^\circ$ и $-5^\circ < b < +5^\circ$ [95; с. 732-737] показали изгиб молекулярного слоя в Галактической плоскости в её

внешней части [96; с. 51-53, 97; с. 110-111]. Также исследования распределения слабых OB звезд показали, что они следуют за изгибом и за пределами солнечного круга [98; с. 609-611, 99; с. 107-109]. Надо отметить, что проблема искривления диска Галактики рассмотрена также рядом авторов при помощи анализа распределения нейтрального водорода [100; с. 135-137], далеких зон HII [101; с. 57-62, 102; с. 1-7], рассеянных скоплений [103; с. 14-18, 104; с. 292-297], OB-звезд [105; с. 186] и классических цефеид [106; с. 407-411, 107; с. 110-113]. Например, авторы [106; с. 407] с помощью зависимости z-координат цефеид от галактической долготы нашли, что цефеиды, находящиеся на расстоянии около 4 кпк, при долготах 80°, расположены в среднем примерно на 150 пк к северу от галактической плоскости, а при долготах 260° - к югу от нее на 150 пк. А в работе [107; с. 110] автор, сравнивая данные о далеких цефеидах и областях HII, проводил детальное сопоставление средних z- координат цефеид и слоя HI и подтвердил, что знак и порядок величины уклонения от формальной галактической плоскости у газа и молодых звезд, безусловно, совпадают. Но величина 150 пк для расстояний 4 кпк находится почти в пределах их ошибок определения, т.е. возникает неуверенная ситуация, требующая дополнительных данных. Поэтому подобная работа с использованием более полного каталога цефеид проделана также и в работе [108; с. 353-361, 109; с. 532-534], и найден интервал галактических долгот, где явно обнаруживается явление асимметричного изгиба.

Кроме изгиба в диске Галактики важное место занимают кольцеобразные образования. Первое упоминание о возможном здесь кольцевой структуре дается в работе [110; с. 3664]. Здесь была проведена большая программа по наблюдению молекулярных облаков в молекулярной линии CO. Построенные карты плоскости Галактики выявили три особенности: молекулярное кольцо, рукава Стрельца и Персея. Кроме того, оказалось, что молекулярное кольцо является доминирующей подструктурой во внутренней Галактике и содержит до 39% общей молекулярной массы.

Рукава Стрельца и Персея явно меньше как по массе, так и по плотности водорода. Авторы работы [111; с. 21-24] утверждают, что исследования данной галактической структуры проводятся, в основном, с помощью численного моделирования и о каких либо реальных ее параметрах говорить еще рано.

§1.2. О двух космологических теориях формирования галактик

Исследуя все более далекие галактики, мы стали наблюдать более молодые, нестационарные галактики в процессе их формирования. До недавнего времени мы наблюдали галактики в основном с $z<3$ из-за недостаточного развития мировой наблюдательной техники, и поэтому данные наблюдений, свидетельствующие об изменении их характеристик по мере роста красного смещения z, были весьма фрагментарными. Только в 90-е годы прошлого века использование ПЗС-матриц позволило выполнить интегральную фотометрию в нескольких фильтрах, измерить характеристики спектральных линий и оценить красные смещения. Далее, с помощью космического телескопа Хаббла и используя крупные наземные телескопы с $d \geq 8$ м, стало возможным выполнять поверхностную фотометрию галактик с большим z и угловым разрешением $\approx 0.1''$, изучать морфологию, строить кривые вращения и определять дисперсии скоростей звезд в них. Авторы работы [112; с. 434-439] утверждают, что дисковые галактики, часто содержащие обширные области звездообразования и издалека похожие на совокупность отдельных ярких пятен, действительно присутствуют в большом количестве среди галактик с красным смешением $z > 1$, т.е. мы наблюдаем их в эпоху молодости.

Происхождение и эволюция галактик, а также связанных с ними гало темной материи являются одними из основных нерешенных вопросов астрофизики и космологии. Авторы работы [113; с. 428-430, 114; с. 2131] (и ссылка там) утверждают, что в рамках существующей теории расширяющейся Вселенной невозможно рассчитать физическую картину

формирования галактик, если не предполагать, что основная масса вещества в природе это есть тёмная небарионная масса. Так как собственная гравитация барионного вещества, на долю которого приходится около четырёх процентов критической плотности Вселенной, оказывается явно недостаточной для того, чтобы объяснить, как за короткое время ничтожно малые первоначальные флуктуации плотности в расширяюшемся веществе успели вырасти и сформировать наблюдаемые ныне галактики и их системы. В рамках так называемой стандартной космологической модели галактики возникают в результате иерархического скучивания многочисленных единиц тёмной материи (субгало), в гравитационном поле которых концентрируется первичный газ, из которого после его охлаждения формируется звёздная галактика. Далее начинается длинный эволюционный путь галактики: за несколько миллиардов лет может существенно измениться структура галактики, содержание и химический состав газа и звёзд, темп звездообразования.

Детальное изучение свойств Вселенной и его объектов при нулевом красном смещении дают дополнительные ограничения на модели формирования галактик, полученные из исследований объектов с высоким красным смещением. Звезды с околосолнечными массами, с возрастом примерно равным настоящему возрасту Вселенной и близлежащие звезды малой массы могут быть использованы для изучения условий при высоких красных смещениях Вселенной, когда происходят активные процессы формирования.

К сожалению, до сих пор нам неизвестно, какая теория ответственна за формирование крупномасштабных структур Вселенной и галактик – иерархическое скучивание или каскадная фрагментация? Поэтому ниже мы будем сравнивать эти две альтернативные теории. Сначала рассмотрим каждую из них, а затем сравним их с точки зрения имеющихся данных наблюдений.

1) Теория иерархического скучивания. В рамках этой теории, в расширяющейся Вселенной, из-за неустойчивости радиальных движений вначале возникают протооблака шаровых скоплений звезд. Они в свою очередь участвуют в процессе расширения радиальных направлений и опять же, из-за упомянутой неустойчивости постепенно объединяются в протогалактики, а те – в скопления галактик и, наконец, в сверхскопления. Эту идею развил и долго поддерживал американский теоретик Лэйзер [115; с. 170-172], а затем Пиблс и Дикке [116; с. 891-899]. Отметим, что сегодня в рамках сценария иерархического скучивания работают буквально все теоретики астрофизики и космологии, где можно объяснить формирование галактик, скоплений и сверхскоплений галактик с помощью численных экспериментов. Теория иерархического скучивания, очевидно, как и любая другая теория имеет определенные недостатки, например:

– Имеется явное отклонение теории от наблюдения в рамках известного соотношения Тулли-Фишера;

– В иерархической модели галактики образуются в центрах темных гало. Однако имеется несоответствие структуры центральных областей из расчетов эволюции темных гало в момент z=0 с наблюдательными данными по кинематике центральных областей реальных галактик;

– Возрасты шаровых скоплений звезд любой галактики в среднем должны быть одинаковыми. Но наблюдения показывают, что возрасты шаровых скоплений звезд в конкретных галактиках делятся на ряд групп, а системы шаровых скоплений имеют разные возрасты;

– Согласно расчетам, массивные спиральные галактики должны быть окружены очень большим числом карликовых галактик, что на порядок превышает реально наблюдаемое количество спутников.

2) Теория каскадной фрагментации. По этой теории на ранней стадии эволюции Вселенной, из-за гравитационной неустойчивости, первыми сформировались протосверхскопления галактик, а затем происходит процесс их поэтапной фрагментации вплоть до протошаровых скоплений (см.

например, [117; с. 19-24, 118; с. 5-7]). В дополнение к теории Джинса в середине 50-х годов двадцатого века было введено понятие фрагментации, под которым подразумевалось деление, или разбиение среды на части. Согласно этому, протогалактическое облако распадается непосредственно на облака протоскоплений. В соответствии с эффектом звездообразования, массы этих облаков должны быть примерно на один порядок больше, чем наблюдаемые массы ШСЗ. Они же затем фрагментируются на сгустки протозвездных масс. Подобный процесс возможен при условии, когда длина Джинса уменьшается во время сжатия облака в целом и его фрагментов, на которые оно распадается. Идею каскадной фрагментации, по-видимому, впервые ввел Ф. Хойл [119; с. 513-515], который начал анализ проблемы звездообразования с догалактической, чисто водородной среды. Хойл считал, что сжатие прозрачного облака происходит изотермически и, следовательно, значение джинсовой массы M_J уменьшается. Когда значение M_J становится вдвое меньше начального, у облака появляется возможность разделится, по крайней мере, на два фрагмента. Деление происходит легче, если форма облака достаточно несферична, что может иметь место, например, в результате вращения. В процессе сжатия каждого из образовавшихся фрагментов условие деления может реализоваться вновь. А затем вновь и вновь.

Картина каскадной фрагментации, ведущая к формированию первых объектов в нашей Галактике и в других галактиках, красива и проста, но она пока не учитывает некоторые физические процессы в коллапсирующем протогалактическом облаке и глубоко не развита. Учет таких неизбежных и естественных факторов, как турбулизация протогалактической среды, столкновение облаков, возникновение в среде ударных волн и т.п., значительно усложняет картину. Главное, теория фрагментации не учитывает роль скрытой массы (темной материи), вклад которой минимум в 5 раз превышает вклад обычного вещества, т.е. она связана с этапами формирования галактик.

Таким образом, современная теория утверждает, что происхождение и формирование наблюдаемой структуры Вселенной состоит главным образом из двух этапов. На первом этапе в бесстолкновительной темной материи происходит гравитационная неустойчивость малых возмущений плотности. За счет этой неустойчивости и взаимных слияний плотность возмущения увеличивается и достигает состояния $\delta\rho/\rho \sim 1$, что приводит к обособлению возмущения от космологического расширения и образованию гравитационно-связанных гало темной материи. Так во Вселенной образуются первые сгущения с массами $10^4 \div 10^6$Мс. Согласно расчетам [120; с. 125] существует зависимость массы сформировавшихся темных гало от красного смещения z: по мере уменьшения z значение этой массы растет от 10^2Мс до $10^{13} \div 10^{14}$Мс. При этом газ и частицы скрытой массы перемешаются и участвуют в коллапсе, что приводит к росту температуры темных гало.

На втором этапе происходит сначала формирование ядер темных гало из-за радиоактивного охлаждения газа и его аккреции к центрам этих гало. При этом вращение достигает существенных величин, которое началось еще на стадии до сжатия неоднородности плотности за счет приливного взаимодействия с другими неоднородностями по механизму Ф.Хойла. Так, аккреция газа при сохранении его углового момента может привести к формированию вращающегося газового диска, из которого в последствии возникает звездный диск из-за процесса звездообразования. В результате слияния различных масс и разного характера аккреции газа формируются разные типы галактик и их систем. Согласно [120; с. 125], образование первых протогалактик имеет место при $z \approx 10–15$, т.е. 300–400 млн. лет после начала космологического расширения. Взаимодействие первых галактик с другими галактиками, своими спутниками, межгалактическим газом изменит их характеристики. Рождение сверхмассивной протогалактики, а также слияние спиральных галактик заканчивается образованием эллиптических галактик. В принципе, приведенные выше два этапа могут объяснить и формирование сверхгалактик (скоплений скоплений

галактик). Столь длительная и весьма сложная эволюция структуры Вселенной может быть изучена только путем численных экспериментов, дополняемых отдельными полуаналитическими моделями, где некоторые процессы параметризуются простыми аналитическими выражениями.

Надо отметить, что в современных моделях и экспериментах учитывается все – слияние отдельных сгущений, поглощение спутников, вековая эволюция структуры галактик и т.д. В результате, в иерархической модели образуются галактики в центрах темных гало, что более близко к наблюдаемой картине по сравнению с теорией каскадной фрагментации. Следует указать, например, что результаты численных экспериментов [121; с. 629-633], где рассмотрена численная эволюция скрытой массы с использованием полуаналитических методов, дали хорошее согласие с наблюдаемой картиной в обзорах неба SDSS, 2dF и APM.

Таким образом, новые черты в строении спиральных галактик – изгиб диска, лопсайдность и кольцевые структуры – никак не зависят от выбора какой-либо космологической теории происхождения галактик. Стадия формирования и эволюции, в частности, дискообразных галактик из темной материи сегодня хорошо моделируется методом N – тел также в рамках бесстолкновительного приближения (см. напр. [122; с. 3674, 123; с. 177-192, 124; с. 130-135]). Но без построения основ нелинейной теории сам по себе численный эксперимент не сможет привести к требуемому успеху, в частности, для анализа физики формирования галактик и других гравитирующих систем. Как мы отметили выше, для этого надо, в первую очередь, построить аналитически решаемые модели ранней стадии эволюции галактик. Потом, налагая малое возмущение на нелинейные нестационарные модели, можно изучать проблемы их гравитационной неустойчивости относительно конкретных мод возмущений. Это необходимо для определения условия формирования той или иной уникальной структуры, т.е. найти точные критерии их формирования.

§1.3. Гравитационная неустойчивость – один из основных механизмов происхождения крупномасштабной структуры галактик

В общем случае физические механизмы происхождения крупномасштабных структурных образований могут быть разделены, по крайней мере, на два типа: динамические и вековые. Поскольку нас интересует ранние, глобально нестационарные этапы эволюции, а вековые процессы имеют характерные времена, которые на несколько порядков больше, чем для динамических явлений, то далее мы можем не рассматривать вековые механизмы происхождения той или иной структуры. Динамические же механизмы происхождения крупномасштабных структур условно можно разделить на внутренние и внешние. Внутренние механизмы связаны, прежде всего, с гравитационными неустойчивостями. Трудно подсчитать, сколько всего гравитационных неустойчивостей могут быть в различных моделях галактик. Несколько десятков гравитационных неустойчивостей можно найти в фундаментальной книге [125; с. 3-10] по неустойчивостям. В основе многих из них находится известная неустойчивость Джинса. Данная диссертационная работа, в принципе, также посвящена гравитационным неустойчивостям. В отличие от монографии [125; с. 3-10] мы ищем критерии различных гравитационных неустойчивостей на фоне нестационарных состояний, а не в рамках равновесных.

К внешним механизмам формирования крупномасштабных структур в галактиках относятся, главным образом, гравитационно-приливные взаимодействия со спутником-галактикой или соседями и результаты бурного процесса в виде слияния двух галактик.

Как мы отметили во введении, когда речь идет о вопросах происхождения крупномасштабных структур галактик и этапах их эволюции, нам приходится заниматься, в первую очередь, проблемами выявления возможных видов неустойчивостей и определения последовательности формирования соответствующих крупномасштабных структурных

образований и отдельных подсистем. Согласно наблюдениям [126; с. 133-140, 127; с. 5-18], различные типы галактик камертона Хаббла имеют явно разные подсистемы, которые формировались на определенных этапах их эволюции. Среди них спиральные галактики отличаются наибольшим разнообразием подсистем: ядро, балдж, гало, обширная корона и самое интересное и многообразное – диск со спиральными ветвями, кольцами, лопсайдностью, изгибностью и т.д. в различных комбинациях.

Звездное население каждой подсистемы характеризуется разными возрастами, физическими и химическими свойствами, пространственными распределениями и кинематическими величинами. Например, в гало находятся относительно самые старые звезды, которые образуют, в частности, шаровые скопления. А также у них чрезвычайно низкое содержание тяжелых элементов и почти радиальные орбиты. При этом данная подсистема, в целом, практически не вращается. Наоборот, орбиты у звезд диска ближе к круговым, содержание тяжелых элементов высокое и их возраст существенно меньше возраста звезд гало.

Отметим, что свойства подсистем обусловлены эволюцией галактики, изменением характеристик того вещества, из которого сформировалось в конце концов все ее звездное население. В спиральных галактиках надо учесть также еще одно обстоятельство. Как нам известно, во время коллапса размеры газового облака в виде несколько вращающейся протогалактики уменьшаются неодинаково вдоль и поперек оси вращения. Поэтому, старые звезды, родившиеся до того, как стали существенны центробежные силы, образовали почти не вращающуюся сферическую подсистему – гало, а звезды, которые родились позже всех, образовали быстровращающийся тонкий звездный диск.

Линзовидные галактики являются промежуточными между спиралями и эллиптическими галактиками. У них чрезвычайно толстый диск, мощный балдж, но нет спиральных ветвей.

Известно, что эволюция протогалактик определяется прежде всего их собственным тяготением. В ходе этого процесса постепенно, один за другим, формируются их подсистемы – крупномасштабные структуры. Но каким путём формировались эти подсистемы? Какие механизмы заставили протогалактику, по ходу ее эволюции, прийти к различным подсистемам?

Как было упомянуто выше, путем изучения строения нашей Галактики мы можем иметь представление о строении спиральных галактик, так как она является одной из них. Результаты анализа наблюдательных данных по нашей Галактике показывают скачкообразный характер ряда величин (возраст, параметры пространственного распределения, химический состав, кинематические величины) при переходе от одной подсистемы к другой. Данный скачкообразный характер изменений этих параметров звездных населений Галактики дает важнейшую информацию об истории формирования ее подсистем, истории процессов звездообразования и обогащения тяжелыми элементами. Значит, эти процессы протекали дискретным образом, т.е. во время коллапса протогалактики периоды интенсивного звездообразования прерывались длительными периодами, когда звездообразование почти прекращалось. Этот процесс прерывания происходит следующим образом: под действием вспышек сверхновых температура протогалактического газового облака поднимается до десятков миллионов градусов [81; с. 3-10]. При таких условиях звездообразование прекращается. За счет высокого давления газа коллапс сменяется обратным процессом в протогалактическом облаке. Тогда внешние его слои могут даже частично уйти в межгалактическое пространство, а внутренняя часть облака начинает заново сжиматься под действием общего гравитационного поля протогалактики. Таким образом, через некоторое время газ остывает, и в нем начинается второй цикл звездообразования. Во время вспышки звездообразования сверхновые выбрасывают в окружающую среду большое количество тяжелых элементов, которые в следующем цикле

звездообразования войдут в звезды нового поколения и обеспечат у них значительно более высокое содержание тяжелых элементов.

Согласно анализу данных наблюдений [81; с. 295-297], во время формирования Галактики образование большей части звезд и основное обогащение тяжелыми элементами произошло в течение четырех циклов, разделенных большими интервалами времени, и именно это обстоятельство выделило четыре подсистемы Галактики: сферическую, промежуточную, дисковую и плоскую. Формирование подсистем может происходить в результате вспышек звездообразования. Дело в том, что после очередной вспышки рождение звезд практически останавливается, и когда снова возникают условия для звездообразования, газ успевает заметно сжаться, так что рождающиеся из него звезды будут находиться в гораздо более тонком слое, чем предшествующие поколения звезд. В целом, такой процесс напоминает эволюцию возмущения на фоне слабопульсирующей среды. Здесь надо не забывать о том, что за формирование тонкой дисковой подсистемы в спиральных галактиках отвечает также и скорость вращения коллапсирущей протогалактики, так как по ходу коллапса сжатие в плоскости галактики останавливается возрастающей центробежной силой, а в поперечных направлениях сжатие продолжается. Таким образом, подсистемы галактик образуют дискретную последовательность, которая вызвана дискретностью звездообразования.

Современная космология считает, что главным механизмом образования подсистем галактик является процесс слияния двух галактик при конкретных, причем не малых значениях красного смещения. Формирование гигантской эллиптической галактики через слияние двух спиральных галактик, или одной эллиптической со спиральной может быть изучено только численно экспериментальным путем. В результате, в сформированной гигантской эллиптической галактике, как показывают эксперименты, рождаются подсистемы с разными значениями параметра металличности. Очень многие исследователи полагают, что буквально все эллиптические

галактики возникли из-за слияния двух спиральных с непараллельными дисками. На наш взгляд, с этим трудно полностью согласиться, хотя бы потому, что существуют множество карликовых эллиптических галактик с массами меньше, чем минимальная масса спиральной галактики.

И наконец, отметим, что на определенном этапе эволюции некоторых гигантских галактик происходит процесс аккреции соседней карликовой галактики. В этом случае также образуются подсистемы звездных населений с разными физическими характеристиками.

Таким образом, в современной физике галактик причины происхождения их крупномасштабных структур и подсистем, в основном, объясняются тремя выше названными механизмами. В следующих главах мы постараемся обсудить проблемы этапов формирования крупномасштабных структурных образований галактик, больше основываясь на теоретическом подходе. Известно, что явление гравитационной неустойчивости играет важную роль в формировании галактик и их крупномасштабных структурных образований. Исходя из этого, мы также подходим к выше указанной проблеме с помощью анализа гравитационных неустойчивостей нелинейно неравновесных моделей коллапсирующих галактик, так как всякие глобальные их структуры формируются, когда система находится ещё в неравновесном состоянии.

§1.4. О существенных различиях результатов неустойчивостей стационарных моделей от нестационарных

Как уже сказано, одним из основных физических механизмов происхождения крупномасштабных структур в галактиках и ряде других самогравитирующих систем (СС) является гравитационная неустойчивость на ранней нестационарной стадии их эволюции. Однако следует признать, что практически невозможно решать сразу, ни даже конкретно формулировать, явно нестационарные задачи. Поэтому в вопросах выявления неустойчивостей и эволюции структуры галактик, а также ряда других СС до

сих пор многие вынуждены начинать с рассмотрения явлений, происходящих вблизи стационарного состояния. Решение стационарных задач является закономерным и необходимым этапом для перехода к анализу нестационарных явлений и связано оно, прежде всего, с построением исходного равновесного состояния. На сегодняшний день равновесные состояния дискообразных СС исследованы с наибольшей полнотой (см. например [125; с. 3-20]).

Процесс моделирования разных СС длится уже более полувека с нарастающей интенсивностью, и разнообразие моделей обусловлено, прежде всего, обилием свойств реальных СС, а также целями и методами их построения. При этом имеются в виду различные методы для моделей с разной степенью подробности описания: пространственные, пространственно-кинематические и фазовые. Многих интересуют фазовые модели, для которых в качестве основной функции используется функция фазовой плотности системы $f(\vec{r},\vec{v})$. Она удовлетворяет бесстолкновительному кинетическому уравнению Больцмана

$$\vec{v}\frac{\partial f}{\partial \vec{r}}+\frac{\partial \Phi}{\partial \vec{r}}\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}=0, \qquad (1.1)$$

где $\Phi(\vec{\mathbf{r}})$ - гравитационный потенциал равновесной СС.

Из теоремы Джинса ([128; с. 994-997, 129; с. 30-35]) вытекает, что при построении равновесных (стационарных) фазовых моделей достаточно нахождение взаимно независимых интегралов движения I_k (k=1,2,…n) уравнения (1.1), которые могут служить аргументами фазовой плотности.

Таким образом, в работе [130; с. 73-79] построена равновесная модель для бесконечно тонкого стационарного диска с частицами, обращающимися по круговым траекториям, т.е. так называемого “холодного” диска

$$f(\vec{r},\vec{v})=\sigma_0\,\delta\left(v_\perp-\omega_0 r\right)\delta\left(v_r\right)\chi\left(R_0-r\right) \qquad (1.2)$$

где χ - функция Хевисайда, ω_0- угловая скорость, а R_0 – радиус диска и σ_0 есть пространственная плотность системы.

Бисноватый-Коган и Зельдович [131; с. 387-393] выполнили поиск фазовой плотности на случай твердотельно-вращающихся круговых дисков с поверхностной плотностью $\sigma = \sigma_0 \left(1 - r^2\right)^{1/2}$ и потенциалом $\Phi_0 = \frac{1}{2}\omega_0^2 r^2 + \text{const}$. В системе координат, связанной с диском, эта фазовая плотность выглядит следующим образом:

$$f = \frac{\sigma_0}{2\pi\sqrt{1-\Omega^2}}\left[\left(1-\Omega^2\right)\left(1-r^2\right) - v_r^2 - v_\phi^2\right]^{-1/2}, \quad (\ |\Omega| \le 1\ ). \qquad (1.3)$$

Здесь Ω – угловая скорость вращения диска относительно оси z в единицах ω_0. В (1.3) ω_0 и R_0 приняты равными единице. При $|\Omega| \to 1$ (1.3) описывает диск, в котором звезды вращаются в одном направлении с круговыми орбитами, а когда Ω=0 описывает невращающийся диск. В работах [130; с. 73-79, 131; с. 387-393, 132; с. 3-6] были приведены также более сложные и обобщенные равновесные дисковые модели.

Таким образом, здесь мы больше обращаем внимание на модели дискообразных СС с квадратичным потенциалом, поскольку ниже мы имеем дело именно с нелинейно-нестационарным вариантом (1.3).

Теперь приведем результаты исследований природы основных неустойчивостей равновесных (стационарных) фазовых моделей дискообразных СС. В частности, результаты, полученные в период до 1975 года, приведены в монографии [125; с. 3-20]. А позже такая задача изучалась численно-экспериментальными методами. На основе этих результатов можно указать, прежде всего, на сложную физическую картину неустойчивостей и явно сильно неустойчивую природу равновесных (стационарных) дисковых СС. Отметим, что в течение последних четырех десятилетий проблема устойчивости стационарных форм небесных тел и их систем привлекала

внимание широкого круга исследователей. Это объясняется, прежде всего, отсутствием теории происхождения галактик и их крупномасштабных структур, а также частично тем, что после работ Линя и Шу [133; с. 876-882, 134; с. 229-238, 135; с. 1-5, 136; с. 3005-3020] и многих других авторов, появилась уверенность в том, что, по крайней мере некоторые, крупномасштабные галактические структуры могут быть связаны или даже целиком обусловлены неустойчивостями той или иной природы. А также, теория неустойчивостей может послужить ключом и к другим фундаментальным проблемам астрофизики и космологии. Таким образом, возникло целое направление по поиску возможных неустойчивостей в бесстолкновительных СС. Активное развитие этого направления началось с создания теории гравитационной неустойчивости Джинса [137; с. 5-20], в которой впервые была исследована устойчивость однородного распределения материи.

Отметим, что именно плоские вращающиеся системы оказывались особенно интересными и богатыми на разнообразные формы и структуры. Условия устойчивости такой системы накладывают определенные ограничения на распределения ряда ее равновесных параметров, причем характер их распределения в одной подсистеме может приводить к неустойчивости, возбуждающей какие-либо пространственные структуры в другой. Вот почему изучение проблемы неустойчивости на фоне коллективных процессов в плоских СС оказывается исключительно важным. Уже на начальном этапе исследования гравитационной устойчивости дисковых систем были сформулированы условия устойчивости как звездного [138; с. 1217-1222], так и газового [139; с. 97-109, 140; с. 125-127] дисков. Однако условие устойчивости приводит к слишком заниженным оценкам дисперсии скоростей объектов диска (звезд, газовых облаков) по сравнению с данными наблюдений реальных систем и их численно-экспериментальных моделей.

В работе [78; с. 55] исследованы спектры малых возмущений холодных дисков и непрерывный спектр условно разделен на два класса. Причиной возникновения непрерывного спектра класса I является достаточно плавное обращение в нуль поверхностной плотности на краю диска. Область непрерывного спектра класса I включает все аксиально-симметричные неустойчивые моды и большинство неаксиально-симметричных неустойчивых мод колебаний. А когда происходит резонанс орбитального движения частиц со скоростью волны ω / m появляется непрерывный спектр класса II и он существует только для неаксиально-симметричных колебаний в плоскости неоднородно вращающегося диска.

Теперь несколько слов об изгибных вертикальных колебаниях стационарного диска. В работах [78; с. 55, 79; с. 747-749, 80; с. 219-220, 141; с. 260-263] рассмотрены вертикальные колебания равновесных холодных вращающихся дисков с целью объяснения наблюдаемого изгиба плоскости диска галактики. Здесь только в случае твердотельно – вращающихся дисков удается получить аналитические решения [80; с. 221-225], а в остальных случаях решение проводится численным методом. Получено следующее дисперсионное уравнение для вертикальных колебаний диска:

$$(\omega - \mathrm{m}\Omega)^2 = \Omega^2 \left\{ \frac{(2\mathrm{n}-1)!\,(2\mathrm{m}+2\mathrm{n}-1)!}{2^{2\mathrm{m}+4\mathrm{n}-5}[(\mathrm{n}-1)!]^2[(\mathrm{m}+\mathrm{n}-1)!]^2} - 2 \right\} . \qquad (1.4)$$

Здесь N – основной индекс возмущений, m – азимутальное волновое число. Из уравнения (1.4) видно, что все частоты вещественные, а также частота ω=0 получается при m=0, N=1 и m=1, N=1. Мода m=0, N=1 соответствует смещению диска как целого, а мода m=1, N=1 относится к стационарному вращению вокруг новой оси, немного наклоненной по отношению к исходной. Из этого вытекает, что твердотельно-вращающийся диск устойчив относительно мембранных колебаний, искривляющих его плоскость. Надо отметить, что при m=1, N=1 мы, кроме тривиальной, имеем еще частоту

$\omega=2\Omega$. В этом случае диск колеблется около невозмущенной плоскости как твердое тело. Таким образом, деформация распространяется в направлении вращения с удвоенной скоростью вращения диска относительно покоящегося наблюдателя. Остальные моды m=1 могут распространяться вокруг диска по направлению вращения или против него со скоростью, большей 2Ω.

Как уже упоминалось выше, лишь некоторые фазовые модели позволяют сделать полный анализ неустойчивостей аналитическими методами. А большинство из них с самого начала требуют применения компьютерных методов. В частности, модели с квадратичным потенциалом дают нам возможность выполнить такую аналитическую работу. Заметим, что впервые такое исследование проводилось в работе [142; с. 97-109], где рассматривались вопросы неустойчивости равновесной круговой модели диска с квадратичным потенциалом. Авторы предложили метод исследования поведения малых возмущений систем с ограниченным фазовым объемом и получили спектр колебаний звездного диска Маклорена [131; с. 387, 143; с. 15-22].

В работе [144; с. 63-70] также рассмотрены малые возмущения “горячих” твердотельно-вращающихся дисков, в которых имеется конечная дисперсия по радиальным и трансверсальным компонентам скорости частиц. Автор получил точные характеристические уравнения для собственных частот и явные выражения для собственных функций. Полученные таким образом решения описывают не только коротковолновые (мелкомасштабные), но также и крупномасштабные возмущения.

Результаты исследований показывают, в частности, что наиболее “опасными” в смысле потери устойчивости для рассматриваемых дисковых систем являются крупномасштабные неаксиально-симметричные моды, и в первую очередь “бароподобная” мода, при которой круговой диск становится эллиптическим. Даже если джинсовская неустойчивость при радиальных возмущениях подавлена, все равно неустойчивость у этой моды развивается бурно. Устойчивыми относительно образования “бара” оказываются только

“совсем горячие” диски. Также доказано, что зоны различных неустойчивостей полностью покрывают отрезок $0 \le \Omega \le 1$, т.е. все модели (1.3) неустойчивы по отношению к раскачке той или иной моды. Неустойчивость “бароподобной” моды зависит только от средней угловой скорости диска как целого, так что условием устойчивости является $\overline{\Omega} \le 0.507$. Оно означает, что для устойчивости доля вклада хаотических движений в равновесие системы должна быть достаточно велика.

В работах [135; с. 1-5, 138; с. 1217] получено дисперсионное уравнение для коротковолновых колебаний звездного диска с анизотропной максвелловской функцией распределения. Авторы утверждают, что марджинальная кривая полученного дисперсионного уравнения очень похожа на марджинальную стабильность диска (1.3) и обе совпадают точно в случае малой дисперсии скорости. Кроме того, условия полной марджинальной устойчивости для коротковолновых возмущений также оказываются близкими в обеих случаях. Также доказано, что при увеличении дисперсии скоростей звезд более опасными становятся крупномасштабные возмущения, а мелкомасштабные, естественно, стабилизируются.

Теперь о неравновесных моделях. В работе [145; с. 65-67] Нуритдиновым модель (1.3) была впервые обобщена на нестационарный случай. На фоне данной нестационарной изотропной модели были исследованы проблемы гравитационной неустойчивости некоторых горизонтальных и вертикальных мод возмущений [146; с. 3-5]. В частности, получен нестационарный аналог дисперсионного уравнения (НАДУ) для секториальных возмущений и изучена гравитационная неустойчивость бар-моды m=N=2. Применяя к НАДУ бар-моды метод определения критического состояния [147; с. 1158-1560, 148; с. 763-766], найдены критические значения амплитуды пульсации и начального вириального отношения для невращающейся нестационарной модели [146; с. 3-7]:

$$\lambda^* = \sqrt{\frac{5}{8}} \cong 0.7906, \qquad \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 = 1 - \sqrt{\frac{5}{8}} \cong 0.2094 \qquad (1.5)$$

А при произвольном $\Omega \neq 0$ НАДУ бар-моды решено численно методом устойчивости периодических решений [149; с. 17-25] и получена диаграмма критического значения начального вириального отношения от степени вращения модели Ω. Таким образом, в области $0.209<(2T/|U|)_0<0.430$, $0\leq\Omega<0.12$ обнаружен остров устойчивости. Выявлено, что вращение модели всегда играет дестабилизирующую роль, кроме интервала $0.289<\Omega<0.49$. Маржинальная кривая доходит до значения $(2T/|U|)_0 = 1$ при двух значениях Ω, а именно $\Omega_1 = 0.289$ и $\Omega_2 = 0.507$. Точка $\Omega = \Omega_1$, $\lambda = 0$ является устойчивой в рамках линейного приближения и на оси абсцисс образует подобие точки ветвления. Автор утверждает, что здесь имеет место нелинейный эффект, связанный со сложным резонансом между частотами коллективных движений линейной теории и нелинейных колебаний модели. Точка же $\Omega_2 = 0.507$ хорошо известна в линейной теории. При $\Omega > \Omega_2$ линейные и нелинейные колебания полностью были неустойчивы. А также с помощью полученных результатов установлено, что если начальная полная кинетическая энергия нестационарного диска [145; с. 65-67] составляет не более, чем 10.4% от начальной потенциальной энергии, то имеет место неустойчивость радиальных движений, которая носит апериодический характер при малых значениях вращения $\Omega<0.1$, а при других - колебательный характер.

Как видно, физика неустойчивостей нелинейно неравновесных моделей, описывающие ранние стадии эволюции дискообразных самогравитирующих систем, существенно отличается от физики соответствующих равновесных конфигураций.

В следующих главах мы приступим к построению нелинейно нестационарных дисковых моделей с анизотропной диаграммой скоростей и рассмотрению проблем их неустойчивости. А также, наши результаты будут

сравниваться с вышеприведенными результатами, которые были получены в рамках стационарных моделей.

§1.5. Выводы

1. В данной главе выполнен обзор литературных источников по теме диссертации как в направлении наблюдений, так и теоретических исследований, посвященных крупномасштабному строению дискообразных галактик. Более подробно внимание уделено сравнительно новым проявлениям структурных образований в виде кольцевых форм, лопсайдности, вертикальных изгибов диска и др.

2. Кратко рассмотрены возможные пути образования этих структур. Анализ наблюдательных данных показал, что эти крупномасштабные структуры являются общей чертой спиральных галактик, поскольку они, или даже их комбинации, наблюдаются в большинстве дискообразных галактик.

3. Приведено основное содержание двух космологических сценариев формирования галактик вообще. Отмечено, что разрабатываемое нами теоретическое исследование совершенно не зависит от вида космологических сценариев, так как нами рассматривается период после формирования дисковой подсистемы спиральных галактик.

4. Показана возможность объяснения кольцеобразных, лопсайдных и изгибных структур путем построения аналитически решаемых моделей и изучения на их фоне устойчивости соответствующих конкретных мод колебаний. В отличие от других авторов, нами в качестве исходного состояния рассматривается не равновесное, а явно нелинейно неравновесное, нестационарное состояние в виде радиально пульсирующего диска.

5. Показано существенное различие результатов гравитационных неустойчивостей нестационарных моделей диска от стационарных. Вот почему, на повестке дня исследователей гравитационных неустойчивостей сегодня находится поиск аналитически решаемых нестационарных моделей и изучение проблем их неустойчивостей.

ГЛАВА II. ПОСТРОЕНИЕ ИСХОДНОГО СОСТОЯНИЯ НЕЛИНЕЙНО НЕСТАЦИОНАРНОГО ДИСКА С АНИЗОТРОПНОЙ ДИАГРАММОЙ СКОРОСТЕЙ

§ 2.1. Постановка задачи по построению нелинейно нестационарной аналитически решаемой модели

При изучении нелинейно нестационарных, ранних этапов эволюции дискообразных галактик на начальной бесстолкновительной стадии их формирования, например, в период коллапса протодисков и формирования их крупномасштабных структур, когда имеют место сложные глобальные колебания, весьма важно уметь выявлять возможные виды неустойчивостей в рассматриваемых гравитирующих системах, которые могут иметь место из-за нелинейных радиальных пульсаций, эффектов нелинейного взаимодействия или слияния галактик (см. напр. [118; с. 3-20, 126; с. 120-124, 127; с. 3-18, 150; 416-428, 151; с.325-330]). Напомним, что при помощи одной только постановки теоретической задачи или численного эксперимента невозможно охватить все проблемы и проследить основные этапы их нестационарной эволюции. К тому же здесь мы имеем дело с весьма сложной теоретической постановкой задачи. Вот почему вопросы бурных нестационарных процессов в галактиках на начальной бесстолкновительной стадии их формирования, а также детали численных экспериментов до сих пор пока теоретически изучены очень мало.

Анализ ряда современных астрофизических наблюдений показывает, что крупномасштабные структуры галактик начинают формироваться именно на нелинейно нестационарной стадии их эволюции, когда еще продолжаются процессы гравитационного коллапса среды, их радиальные и нерадиальные глобальные колебания и др. В исследовании нелинейно нестационарной стадий эволюции галактик весьма важную роль играет анализ проблемы построения их точных аналитически решаемых моделей, позволяющих не только описать математически исходные состояния, но и

изучать их устойчивость, накладывая необходимые типы возмущений. Такой подход возможен далеко не всегда. Но, в некоторых случаях, когда это удается сделать, можно войти в мир нелинейных явлений, с уверенностью проверить детали численного эксперимента и сделать новые шаги в конкретных астрофизических проблемах. Отметим, что, к сожалению, для изучения особенности формирования дискообразных галактик и их крупномасштабных структур, и тем более ранней стадии эволюции и соответствующих начальных условий в момент начала бездиссипативного коллапса, недостаточны компьютерные расчеты, основанные на численных экспериментах, так как при них трудно выявить ряд нелинейных эффектов ранней стадии эволюции, а также причины и механизмы, приводящие к наблюдаемой форме галактик и их подсистем. Вот почему имеется острая необходимость в развитии аналитических методов путем построения конкретных нестационарных моделей.

Как известно, при построении точно решаемых нелинейных моделей, математическая задача сводится к решению следующей системы дифференциальных уравнений Больцмана -Пуассона:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{v}} = 0\,, \tag{2.1}$$

$$\Delta\Phi = -\,4\pi \mathbf{G}\sigma\,, \tag{2.2}$$

где

$$\sigma(r,t) = \iint \Psi\, dv_r dv_\perp\,. \tag{2.3}$$

Здесь Δ – оператор Лапласа, $\Psi(\vec{r},\vec{v},t)$ – функция фазовой плотности. Уравнение Больцмана – нелинейное, а уравнение Пуассона – интегро-дифференциальное. Методов решения данной системы уравнений в рамках нелинейно-нестационарной модели, естественно, не существует. С другой стороны, не всякое решение этого уравнения допускает теоретический анализ его устойчивости. Вот почему можно попытаться обобщить известные

равновесные решения для конкретных бесстолкновительных СС с учетом того или иного характерного типа глобальной нестационарности. А одним из главных видов последней является, прежде всего, глобальные радиальные движения системы в целом. Именно такое обобщение модели Бисноватого – Когана – Зельдовича выполнено впервые Нуритдиновым в работе [145; с. 65-67], где получена фазовая плотность этой нестационарной, радиально пульсирующей модели дисковых СС в виде

$$\Psi_i(r, v_r, v_\perp, t) = \frac{\sigma_0}{2\pi\Pi\sqrt{1-\Omega^2}}\left[\frac{1-\Omega^2}{\Pi^2}\left(1-\frac{r^2}{\Pi^2}\right)-(v_r-v_a)^2-(v_\perp-v_b)^2\right]^{-1/2}\chi(R-r), \quad (2.4)$$

удовлетворяющая уравнению (2.1) и имеющая поверхностную плотность диска

$$\sigma(\vec{r},t) = \frac{\sigma_0}{\Pi^2}\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\ , \qquad R(t) = R_0\Pi(t). \quad (2.5)$$

Здесь $\sigma_0 = \sigma(0;0)$, функция $\Pi(t)$ имеет смысл коэффициента растяжения системы и

$$\Pi(t) = \frac{1+\lambda\cos\psi}{1-\lambda^2}\ , \qquad t = \frac{\psi+\lambda\sin\psi}{\left(1-\lambda^2\right)^{3/2}}\ , \quad (2.6)$$

χ - функция Хевисайда, ψ - вспомогательная переменная, величина Ω - безразмерный параметр, характеризующий степень твердотельного вращения диска $0 \le \Omega \le 1$, а параметр $\lambda = 1 - (2T/|U|)_0$ точно выражается через значения вириального отношения в момент времени t=0, т.е. при $\lambda = 0$ мы имеем равновесный диск авторов работы [131; с. 387-393]. В нестационарной модели (2.4) $0 \le \lambda \le 1$, v_r и $v_\perp$ – радиальная и тангенциальная компоненты скорости «частицы» с координатой $\vec{r}(x,y)$, модуль которой просто

выражается с соответствующей равновесной координатой r_0 в виде $r = \Pi(t)\cdot r_0$. Наконец, в (2.4)

$$v_a = -\lambda \frac{r \sin\psi}{\sqrt{1-\lambda^2}\,\Pi^2}, \qquad v_b = \frac{\Omega r}{\Pi^2}, \tag{2.7}$$

причем принята известная нормировка $\pi^2 G\sigma_0 = 2R_0$, где радиус равновесного диска R_0 везде принимается равным 1. Отметим также, что нелинейно нестационарная модель (2.4) совершает строгие радиальные колебания с периодом

$$P(\lambda) = \frac{2\pi}{\left(1-\lambda^2\right)^{3/2}}. \tag{2.8}$$

Из (2.4) также видно, что диаграммы скоростей равновесной и неравновесной моделей являются изотропной. С помощью (2.4) автор [152; с. 9-10] также построил одну анизотропную нелинейную модель самогравитирующего диска

$$\Psi_a = \frac{\sigma_0}{\pi}\left[1+\Omega\cdot\left(xv_y - yv_x\right)\right]\cdot\chi\left(\left(1-r^2/\Pi^2\right)\left(1-\Pi^2 v_\perp^2\right)-\Pi^2(v_r - v_a)^2\right). \tag{2.9}$$

Им получены впервые нестационарные аналоги дисперсионных уравнений (НАДУ) для секториальных и тессеральных мод колебаний [146; с. 3-10]. В рамках секториальных мод колебаний автором изучена бар-мода и получен точный критерий формирования SB-галактик.

Однако теория устойчивости точных, аналитически решаемых моделей всегда требует их усовершенствования и обобщения на более сложные случаи (см., например, [131; с. 387, 153; с. 4-5, 154; с. 5-17]). Ранее построенная основная нелинейно нестационарная модель (2.4) диска имеет чисто изотропную диаграмму скоростей, что относится явно к идеальному случаю и эффект анизотропии до сих пор не исследован отдельно. Учитывая,

что направление исследования устойчивости нестационарных в исходном состоянии нелинейных моделей самогравитирующих дискообразных систем является сравнительно молодым и, главное, весьма перспективным [153; с. 4-5], на наш взгляд, сегодня можно его развивать с точки зрения аналитически решаемых моделей, по крайней мере, в двух направлениях:

1). Путем построения обобщенной (или специальной серии) анизотропной модели, рассматривая весовую функцию $\rho(\Omega)$ в более общем виде (см. ниже формулу (2.11).

2). Путем построения составных дисковых моделей с анизотропной диаграммой скоростей, рассматривая линейные суперпозиции нелинейно нестационарных конфигураций.

Исходя из этого, ниже строится сначала именно одна, достаточно обобщенная серия нестационарной модели диска с анизотропной природой, а также построены определенные составные модели нестационарной стадии эволюции дисковых СС. Построенные таким образом модели являются, во-первых, анизотропными в пространстве скоростей, во-вторых, в рамках этих моделей мы можем исследовать возможные ряды разных физических состояний нелинейно нестационарных стадий формирования крупномасштабных структур дискообразных галактик.

§ 2.2. Построение обобщенной нелинейно нестационарной модели диска с анизотропной диаграммой скоростей

Для построения обобщенной нелинейно нестационарной модели с анизотропной диаграммой скоростей, мы используем следующий известный метод. Если функция $\rho(\Omega)$ не отрицательна и нормирована так, что ее интеграл по Ω $(-1 \le \Omega \le 1)$ равен единице, то умножая эту весовую функцию на фазовую плотность Ψ_i вращающегося диска с изотропной диаграммой скоростей (2.4) и усредняя по параметру Ω, можно получить анизотропную модель

$$\Psi_a = \int_{-1}^{1} \rho(\Omega)\Psi_i \, d\Omega \ . \qquad (2.10)$$

Теперь, учитывая, что $\rho(\Omega)$ должна быть четной функцией, можно построить серию нестационарных анизотропных моделей самогравитирующего диска, беря весовую функцию в достаточно общем виде

$$\rho(\Omega) = C_{\alpha\beta}\Omega^{2\alpha}\left(1-\Omega^2\right)^{\frac{2\beta+1}{2}}, \qquad (2.11)$$

где α и β – целые числа. Коэффициент $C_{\alpha\beta}$ определяется из условия нормировки $\int_{-1}^{1}\rho(\Omega)\,d\Omega = 1$. Так мы находим

$$C_{\alpha\beta} = \left(\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \sin^{2\alpha}\theta \cos^{2(\beta+1)}\theta \, d\theta\right)^{-1} = \frac{[2(\alpha+\beta+1)]!!}{\pi(2\alpha-1)!!(2\beta+1)!!} \qquad (2.12)$$

Подставляя же функцию (2.11) в (2.10), после некоторых преобразований имеем

$$\Psi_{\mathbf{a}} = \mathbf{C}_{\alpha\beta}\frac{\sigma_{\mathbf{o}}}{2\pi}\int_{-1}^{+1}\frac{\Omega^{2\alpha}\left(1-\Omega^2\right)^{\beta}}{\sqrt{\mathbf{K}-\left(\Omega-\mathbf{v}_{\perp}\mathbf{r}\right)^2}}\mathbf{d}\Omega \ . \qquad (2.13)$$

Здесь требуется выполнение, прежде всего условия

$$\mathbf{K} = 1 - \frac{\mathbf{r}^2}{\Pi^2} + \mathbf{v}_{\perp}^2\left(\mathbf{r}^2 - \Pi^2\right) - \Pi^2\left(\mathbf{v}_{\perp} - \mathbf{v}_{\mathbf{a}}\right)^2 > 0, \qquad (2.14)$$

так как данная функция **K** представляет собой дискриминант квадратного уравнения относительно Ω, составленного при помощи приравнивания нулю

выражения, стоящего в квадратной скобке в формуле (2.4). Условие (2.14) задает область фактического интегрирования по параметру вращения.

Если ввести обозначение $\Omega - \mathrm{r}\,\mathrm{v}_{\perp} = \ell$, то интеграл в (2.13) принимает удобный для анализа вид

$$\Psi_{\mathbf{a}} = \mathbf{C}_{\alpha\beta}\,\frac{\sigma_{\mathbf{o}}}{2\pi}\,\chi(\mathbf{K})\int\limits_{-\sqrt{\mathbf{K}}}^{+\sqrt{\mathbf{K}}}\frac{\left(\ell + \mathbf{r}\,\mathbf{v}_{\perp}\right)^{2\alpha}\left[1-\left(\ell+\mathbf{r}\,\mathbf{v}_{\perp}\right)^{2}\right]^{\beta}}{\sqrt{\mathbf{K}-\ell^{2}}}\,\mathbf{d}\ell\ . \qquad (2.15)$$

Для произвольных α и β интеграл в (2.15) можно выразить только через специальные функции, что вызывает неудобства в проблеме исследования устойчивости модели. Но отдельные частные случаи выражаются через алгебраические функции. Например, при α = 0, β = 1 мы имеем

$$\Psi^{1}_{\mathbf{a}} = \frac{4\sigma_{\mathbf{o}}}{3\pi^{2}}\,\chi(\mathbf{K})\int\limits_{-\sqrt{\mathbf{K}}}^{+\sqrt{\mathbf{K}}}\frac{1-\left(\ell+\mathbf{r}\,\mathbf{v}_{\perp}\right)^{2}}{\sqrt{\mathbf{K}-\ell^{2}}}\,\mathbf{d}\ell\ , \qquad (2.16)$$

отсюда следует следующая модель для дисковых СС

$$\Psi^{1}_{\mathbf{a}} = \frac{2\sigma_{0}}{3\pi}\left\{1+\frac{\mathbf{r}^{2}}{\mathbf{\Pi}^{2}}+\mathbf{\Pi}^{2}\left[\left(\mathbf{v}_{\mathbf{r}}-\mathbf{v}_{\mathbf{a}}\right)^{2}+\mathbf{v}_{\perp}^{2}\right]-3\mathbf{r}^{2}\mathbf{v}_{\perp}^{2}\right\}\chi(\mathbf{K}). \qquad (2.17)$$

Если α=2, β=0, тогда наш интеграл (2.15) примет вид

$$\Psi^{2}_{\mathbf{a}} = \frac{\sigma_{\mathbf{o}}}{8\pi^{2}}\,\chi(\mathbf{K})\int\limits_{-\sqrt{\mathbf{K}}}^{+\sqrt{\mathbf{K}}}\frac{\left(\ell+\mathbf{r}\,\mathbf{v}_{\perp}\right)^{4}}{\sqrt{\mathbf{K}-\ell^{2}}}\,\mathbf{d}\ell\ , \qquad (2.18)$$

и получаем соответственно новую модель

$$\Psi^{2}_{\mathbf{a}} = \frac{\sigma_{0}}{\pi}\left(3\mathbf{K}^{2}+24\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}^{2}\mathrm{v}_{\perp}^{2}+8\mathbf{r}^{4}\mathrm{v}_{\perp}^{4}\right)\chi(\mathbf{K}). \qquad (2.19)$$

Наконец, полагая в (2.15) $\ell = \sqrt{K}\sin\theta$, и разлагая числитель в ряд, мы находим следующий результат

$$\Psi_a = C_{\alpha\beta}\frac{\sigma_o}{2\pi}\chi(K)\sum_{n=0}^{\beta}\sum_{j=0}^{2\alpha+2n}\frac{(-1)^n\beta!}{n!(\beta-n)!}\binom{2\alpha+2n}{j}(r\,v_\perp)^j\left(\sqrt{K}\right)^{2\alpha+2n-j}T_{nj}, \quad (2.20)$$

где

$$T_{nj} = \frac{(2\alpha+2n-j-1)!!\cdot g}{(2\alpha+2n-j)!!}, \quad (2.21)$$

причем $g = \pi/2$ для четных j и $g = 0$ для нечетных j.

Таким образом, здесь получена общая формула (2.20) для нелинейно анизотропных моделей нестационарных дискообразных самогравитирующих систем (ДСС). Задавая конкретные значения для параметров α и β, мы получаем соответствующую нелинейно нестационарную дисковую модель с анизотропной диаграммой скоростей. Умножая (2.20) на выражение

$$1 + \Omega L_z = 1 + \Omega(xv_y - yv_x), \quad (2.21')$$

в принципе, всегда можно иметь дело с вращающейся обобщенной моделью ДСС.

Надо отметить, что сегодня, к сожалению, нам неизвестны многие физические характеристики ранней стадии эволюции ДСС из–за отсутствия данных наблюдений этих стадий. Изучая проблему устойчивости отдельных нестационарных моделей, мы имеем возможность определения соответствующих критических состояний и начальных условий для формирования той или иной наблюдаемой структуры. Известная нестационарная модель (2.4) является идеально изотропной. В реальности начальные состояния ранней эволюции ДСС таковы, что в них, очевидно, диаграмма скоростей должна быть явно анизотропной. Все это говорит о том,

что сегодня весьма актуально построение новых моделей нелинейно нестационарных стадий эволюции и анализ гравитационных неустойчивостей на этих ранних стадиях их эволюции.

§2.3. Основные физические характеристики обобщенной модели

Надо отметить, что поверхностная плотность $\sigma(r,t)=\iint \Psi_a dv_r dv_\perp$ полученных выше анизотропных моделей нестационарных ДСС (2.20) также имеет вид (2.5), т.е. $\sigma(\vec{r},t)=\frac{\sigma_0}{\Pi^2}\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}$.

Теперь надо провести расчет их основных физических характеристик. Например, вычислим компоненты кинетической энергии пульсирующего диска по известным формулам:

$$T_r=\frac{M}{2}\overline{v_r^2}\,; \qquad T_\perp=\frac{M}{2}\overline{v_\perp^2}\,, \tag{2.22}$$

где M – полная масса системы. Легко показать, что усредненные по фазовому пространству компоненты среднеквадратичной скорости будут равны

$$\overline{v_r^2}=\frac{1}{M}\int d\vec{r}\int v_r^2\Psi_a d\vec{v}=\frac{2R_0^2\lambda^2\left(1-\lambda^2\right)\sin^2\psi}{5(1+\lambda\cos\psi)^2}\,, \tag{2.23}$$

$$\overline{v_\perp^2}=\frac{1}{M}\int d\vec{r}\int v_\perp^2\Psi_a d\vec{v}=\frac{R_0^2(4\alpha+2\beta+5)}{5\Pi^2(2\alpha+2\beta+4)}\,. \tag{2.24}$$

Следовательно, регулярные компоненты энергии имеют вид

$$T_r^{reg} = \frac{MR_0^2 \lambda^2 \sin^2\psi}{5\Pi^2\left(1-\lambda^2\right)} \ , \tag{2.25}$$

$$T_\perp^{reg} = \frac{MR_0^2}{5\Pi^2}\frac{2\alpha+1}{2\alpha+2\beta+4} \ . \tag{2.26}$$

Теперь надо вычислить дисперсии скоростей в радиальном и трансверсальном направлениях

$$\sigma_{R\ \alpha\beta}^2 = \frac{1}{\sigma}\iint\left(\mathbf{v}_r - \overline{\mathbf{v}_r}\right)^2 \Psi_{\mathbf{a}}\ d\vec{\mathbf{v}} = \frac{2\beta+3}{3\Pi^2(2\alpha+2\beta+4)}\left(\mathbf{R}_0^2 - \frac{\mathbf{r}^2}{\mathbf{\Pi}^2}\right) , \tag{2.27}$$

$$\sigma_{T\ \alpha\beta}^2 = \frac{1}{\sigma}\iint\left(\mathbf{v}_\perp - \overline{\mathbf{v}_\perp}\right)^2 \Psi_{\mathbf{a}}\ d\vec{\mathbf{v}} = \frac{(2\beta+3)\mathbf{R}^2}{3\Pi^4(2\alpha+2\beta+4)} . \tag{2.28}$$

Усредненные компоненты кинетической энергии по периоду пульсации соответственно равны

$$< \mathbf{T_r}_{\ \alpha\beta} >= \frac{\mathbf{MR}_0^2}{10\Pi^2}\frac{4(\alpha+\beta+2)-(4\alpha+2\beta+5)\left(1-\lambda^2\right)^{1/2}}{2\alpha+2\beta+4} \tag{2.29}$$

$$< \mathbf{T}_{\perp\ \alpha\beta} >= \frac{\mathbf{MR}_0^2}{10\Pi^2}\frac{(4\alpha+2\beta+5)\left(1-\lambda^2\right)^{1/2}}{2\alpha+2\beta+4} , \tag{2.30}$$

а с их помощью можно найти выражение для глобального параметра анизотропии

$$\nabla_{\alpha\beta}(\lambda)=\frac{<\mathbf{T}_{\mathbf{r}\,\alpha\beta}>}{<\mathbf{T}_{\perp\,\alpha\beta}>}=\frac{4(\alpha+\beta+2)-(4\alpha+2\beta+5)\left(1-\lambda^2\right)^{1/2}}{(4\alpha+2\beta+5)\left(1-\lambda^2\right)^{1/2}}. \qquad (2.31)$$

Отсюда следует, что обобщенная нелинейно нестационарная модель ДСС с анизотропной диаграммой скоростей (2.20) в среднем является глобально изотропной по энергиям пульсации, если значение амплитуды пульсации

$$\lambda=\lambda_{\alpha\beta}=\frac{\sqrt{12\alpha^2+8\alpha\beta+24\alpha+4\beta+9}}{4\alpha+2\beta+5}. \qquad (2.32)$$

Из выражения (2.31) также следует следующее неравенство

$$\nabla(\lambda)>\nabla(\lambda=0). \qquad (2.33)$$

Таким образом, найденные физические параметры полностью характеризуют обобщенную нелинейную модель нестационарного диска (2.20).

§2.4. Нелинейно нестационарные составные модели самогравитирующего диска и о роли гало

Теория происхождения и эволюции галактик претерпела за последние несколько лет кардинальные изменения. Однако ДСС являются настолько сильно неустойчивыми образованиями, что достоверные механизмы формирования их подструктур, а также возможные различные нелинейные эффекты до сих пор не выявлены. А для разработки теории ранней, сильно нестационарной стадии эволюции галактик, а также для выяснения нелинейных механизмов формирования их крупномасштабной структуры, необходимо, как уже говорилось выше, развитие аналитических методов с помощью построения более совершенных моделей. Кроме того, основываясь на таком теоретическом подходе, можно найти объяснение происхождения

всех характерных особенностей ДСС и указать, какие процессы привели к наблюдаемой картине, каковы были начальные условия их формирования, а также какие нелинейные механизмы срабатывали на ранней стадии их эволюции, которые скрываются за численными экспериментами.

В связи с этим, в работе [145; с. 65-67] диск Маклорена обобщен на нелинейно неравновесный случай с радиальной нестационарностью, а с её помощью выше, в общем виде, уже построены нелинейные модели с анизотропной природой (2.20) для нестационарных ДСС. Эти нелинейно нестационарные модели являются двухпараметрическими. Но для нахождения соответствующих критериев формирования той или иной структуры галактик не только необходим анализ проблем гравитационных неустойчивостей для физически различных нестационарных моделей, содержащих в себе характерные черты ранней стадии глобальной эволюции реальных систем, но и при этом также важно чтобы у моделей было большее количество параметров, описывающих физическое состояние системы. Тогда модель будет сравнительно ближе к реальным ранним стадиям эволюции СС. Поэтому сегодня на повестке дня, прежде всего, стоит проблема построения многопараметрических, аналитически решаемых нестационарных моделей с анизотропной диаграммой скоростей. С этой целью ниже строится новая анизотропная четырехпараметрическая модель с составной природой путем линейной суперпозиции двух нелинейных нестационарных двухпараметрических моделей $\Psi_i(\vec{r},\vec{v},\lambda,\Omega_i,t)$, $(i=\overline{1,n})$ при условии совпадения соответствующих их гравитационных потенциалов и поверхностных плотностей:

$$\Psi_S(\vec{r},\vec{v},\Omega_1,\Omega_2,\lambda,\nu,t)=(1-\nu)\Psi_1(\vec{r},\vec{v},\lambda,\Omega_1,t)+\nu\Psi_2(\vec{r},\vec{v},\lambda,\Omega_2,t), \qquad (2.34)$$

где параметр суперпозиции ν принимает значения из интервала [0; 1], а Ω_i – параметр вращения i-той подсистемы. Следовательно, нелинейная модель (2.34) становится сразу анизотропной, если одна из них анизотропная, и к

тому же является 4^x - параметрической. В модели (2.34) в качестве Ψ_1 и Ψ_2 можно брать нелинейно пульсирующие дисковые модели [145; с. 65-67, 152; с. 9-10, 155; с. 223-228, 156; с. 552-555] и (2.20) в различных комбинациях. Таким образом, здесь имеется ряд составных нелинейных моделей ДСС, которые достаточно полно описывают промежуточные и сложные состояния с точки зрения анизотропии диаграммы скоростей. В частности, получены три нелинейных анизотропных моделей ДСС с составной природой:

1) Среди различных возможностей большой интерес представляют промежуточные состояния между изотропной и анизотропной моделями. Поэтому в начале была построена составная модель с нелинейной радиальной пульсацией путем суперпозиции изотропной (2.4) и анизотропной (2.9) нелинейных дисковых моделей;

2) Вторая составная модель получена с помощью (2.9) и модели (2.17);

3) Наконец мы построили третью составную нелинейную модель ДСС и здесь в качестве Ψ_1 мы взяли (2.19), а для Ψ_2 воспользовались еще раз моделью (2.9).

Таким образом, эти полученные нелинейные анизотропные модели дают возможность исследовать промежуточные состояния между двумя дискретными нестационарными конфигурациями с охватом весьма широких возможных начальных условий на ранней стадии в момент начала коллапса системы. Кроме этого, необходимо отметить, что данные составные модели примечательны тем, что они описывают дисковую подсистему галактик, которая, в свою очередь может иметь несколько составных подструктуру.

Как всякая аналитическая модель, полученная составная модель также имеет свои функциональные физические характеристики. Ниже они даются, например, для третьей составной модели. В этом случае компоненты кинетической энергии ДСС

$$T_r = \frac{1}{2}\iint d\vec{r}\iint v_r^2 \Psi_s d\vec{v} \ , \qquad (2.35)$$

$$T_{\perp} = \frac{1}{2}\iint d\vec{r}\iint v_{\perp}^{2}\Psi_{s}d\vec{v} \qquad (2.36)$$

с учетом фазовых функций (2.34), (2.9) и (2.19) будут равны соответственно

$$T_{r\,\nu} = \frac{MR_0^2}{10\Pi^2}\left[\frac{3(2-\nu)}{8} + \frac{2\lambda^2\sin^2\psi}{1-\lambda^2}\right] \qquad (2.37)$$

$$T_{\perp\,\nu} = \frac{MR_0^2}{80\Pi^2}(10-3\nu) \qquad (2.38)$$

Далее, при необходимости легко выполнить усреднение этих компонент энергии по периоду пульсации P с целью их сравнения. Радиальная же компонента дисперсии скорости равна

$$\sigma_{R\,\nu}^2 = \frac{1}{\sigma}\iint\left(\mathbf{v}_r - \overline{\mathbf{v}_r}\right)^2\Psi_{\mathbf{s}}\,d\vec{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{R}^2}{8\Pi^4}\left(1-\frac{\mathbf{r}^2}{\mathbf{R}^2}\right)(2-\nu). \qquad (2.39)$$

Точно также находится дисперсия в трансверсальном направлении

$$\sigma_{T\,\nu}^2 = \frac{1}{\sigma}\iint\left(\mathbf{v}_{\perp} - \overline{\mathbf{v}_{\perp}}\right)^2\Psi_{\mathbf{s}}\,d\vec{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{R}^2}{8\Pi^4}(2-\nu). \qquad (2.40)$$

Таким образом, получены новые готовые нелинейные анизотропные модели нестационарных ДСС. Теперь, налагая на них малое возмущение и исследуя их гравитационную неустойчивость, можно определить условия формирования крупномасштабных структур дискообразных галактик на

нелинейно нестационарных стадиях их эволюции. Исходя из всего этого, ниже изучены вопросы неустойчивости основных структурных мод колебаний на фоне нелинейно нестационарных моделей с анизотропной природой (2.20) и (2.34).

Как отмечено в Главе 1, при формировании и эволюции крупномасштабной структуры дискообразной подсистемы, в определенных случаях, особенно вблизи квазистационарного состояния диска, важную роль может играть и гало галактики (см., например. [157; с. 2045]). В общем случае наличие гало влияет явно стабилизирующим образом на горизонтальные колебания в плоскости диска, но дестабилизирующим образом на вертикальные его колебания [158; с. 524-528]. Поэтому, при моделировании неравновесных дисков путем построения аналитической нелинейной модели можно добиться успеха с учетом только пассивного гало. К сожалению, методом построения составной нестационарной модели невозможно построить модель диска с активным гало, так как их гравитационные потенциалы не никак не совпадают. Поэтому данная задача с самого начала требует численного алгоритма решения основных уравнений, что не дает возможности проведения модального анализа. Исходя из этого, Нуритдиновым [159; с. 33-37] построена нелинейно и нерадиально колеблющаяся модель диска с учетом пассивного эллипсоидального гало, а также была получена система уравнений эволюции диска в виде матричных дифференциальных уравнений, но не были проведены ее численные расчеты. Позже, был проведен анализ этой системы уравнений, путем введения в нее параметра P – отношения массы гало к массе диска и выполнены соответствующие численные расчеты [160; с.41, 161; с. 47-52]. С их помощью были определены критические значения P и параметра вращения диска Ω, при которых гало стабилизирует нелинейные нерадиальные колебания диска. Таким образом, вышеизложенным методом были исследованы проблемы учета эффекта гало в нестационарной эволюции диска.

§ 2.5. Выводы

Данная глава написана на основе результатов, опубликованных в работах [1A, 13A, 15A, 20A, 22A, 23A, 26A, 28A, 27A, 31A, 35A, 47A, 48A, 55A].

1. В данной главе построены фазовые дисковые модели с анизотропной диаграммой скоростей на основе неравновесной изотропной модели, которые имеют точный нелинейный закон нестационарности и поддаются аналитическому рассмотрению проблемы их устойчивости.

2. В рамках построенных анизотропных моделей получены два типа конфигураций: обобщенная и составная модели. Подставляя конкретные значения параметров α и β в обобщенную модель (2.20), можно получить соответствующие более сложные нелинейно нестационарные дисковые модели с анизотропной диаграммой скоростей. А построенные нелинейные анизотропные модели с составной природой дают возможность исследовать промежуточные состояния между двумя дискретными нестационарными конфигурациями с охватом весьма широких возможных начальных условий на ранней стадии в момент начала коллапса системы.

3. Использованные здесь способы построения новых нелинейных моделей гарантируют решение проблемы гравитационной неустойчивости данных моделей относительно конкретных наблюдаемых структурных мод возмущений. Отсюда можно определить механизмы и критерии формирования этих структурных образований, а также характерные времена их проявления на фоне неравновесного состояния самогравитирующего диска.

4. Надо сказать, что сегодня, пока еще, невозможно полностью описать все особенности распределения материи на ранней стадии эволюции дисковых галактик и поэтому в этой главе особое внимание уделялось построению различных анизотропных моделей.

5. Одной из задач диссертации в данном направлении являлось рассмотрение различных сочетаний построенных моделей с целью

определения сравнительно устойчивых состояний по параметрам, характеризующим исходные условия. Вот почему весьма актуально построение новых моделей нелинейно нестационарных стадий эволюции ДСС и решение проблем гравитационных неустойчивостей этих неравновесных состояний.

ГЛАВА III. КОЛЬЦЕОБРАЗНЫЕ СТРУКТУРЫ В ДИСКООБРАЗНЫХ ГАЛАКТИКАХ И НОВАЯ ТЕОРИЯ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ

§ 3.1. Кольцеобразные галактики и вопросы их классификации

Наличие кольцевой структуры в спиральных галактиках отмечено ранее рядом авторов. Однако здесь не рассматриваются галактики с полярными кольцами [162; с. 817-823], природа которых никак не связана с кольцевыми образованиями в плоскости галактики. Заметим, что в общем случае имеет смысл говорить о кольцеобразных галактиках, а не кольцевых. Сегодня можно утверждать, что галактики с кольцевыми образованиями различаются друг от друга достаточно сильно, но в то же время они иногда имеют ряд закономерно повторяющихся признаков, что явно указывает на необходимость некоторой их классификации.

Известно, что Вокулер [163; с. 370-375] первым предложил различать спиральные галактики не только по наличию или отсутствию перемычек и степени закрученности спиральных рукавов, но и по наличию кольцевых структур, т.е. он предложил классификацию спиральных галактик с учетом кольцевых структур, рассматривая условно как бы поперечные сечения камертона Хаббла. Это еще никак не классификация кольцеобразных галактик. Он ввел различные обозначения для таких объектов. Например, если имеются только спиральные рукава, то в обозначении галактик добавляется индекс (s), а если наблюдается кольцевая структура, то - индекс (r). Им введены также и переходные виды с индексом (rs). Кроме того, кольца делятся на внутренние (r) и внешние (R). Таким образом, Вокулер не классифицируя кольцеобразные галактики, ввел только определенные обозначения для спиральных галактик, имеющих кольца.

Попытка классификации кольцеобразных галактик впервые была выполнена Воронцовым-Вельяминовым [164; с. 381-384] на основе Паломарского атласа неба. Им были подробно рассмотрены отдельно галактики, имеющие признаки чисто кольцевых форм без перемычки и без

спиральных ветвей. Более того, галактики с преобладающей кольцевой структурой предложено обозначать как SR. При этом для переходных форм последовательность букв означает преобладание той или иной структуры, например SBR или SSR, SRB или SRS. Анализ изображений галактик показал, что наблюдается непрерывный переход от этих кольцевых галактик к S0, S, SB и некоторым другим спиральным галактикам (например, с одной ветвью). Отсюда исходят все другие виды галактик с кольцевыми структурами. Причем в данной работе [164; с. 385-386] кольца, также как и спирали, делятся на подклассы a, b и c. Но здесь учитывается не степень закрученности, а зернистость структуры. Самым главным выводом Воронцова-Вельяминова, по нашему мнению, является то, что кольцевые формы галактик необходимо рассматривать как независимую структуру, наравне с перемычками, спиральными ветвями и др. Помимо этого, в данной работе описаны некоторые галактические формы без спиральных ветвей, которые ответвлялись бы от кольца наружу.

Далее Костюк [165; с. 45-62] составила список из 143 галактик с внешней кольцеобразной структурой на материале Паломарского Атласа Неба северного полушария. Здесь критерием отбора служило наличие внешней кольцевой структуры, которая изолирована от внутренних областей галактики. Собранные таким образом кольцеобразные галактики классифицированы на три подтипа:

RS – нормальные и пересеченные галактики, у которых кольцеобразная структура определяется явным её видом и расположением спиральных ветвей. В данном списке их количество равно 114. Выяснилось, что распределение галактик данного типа по небесной сфере не проявляет тенденции к скучиванию.

RH – в этих галактиках кольца не имеют четкого внешнего края, который является довольно протяженным.

R – галактики этого типа очень похожи на тороидальную фигуру, могут иметь внецентральное ядро, которое иногда находится вблизи кольца.

Кроме того, автором [165; с. 60-62] был сделан вывод о том, что кольцеобразные галактики принадлежат к ранним морфологическим типам на Хаббловской последовательности и они имеют более протяженный диск, по сравнению с ранними типами галактик без колец.

Однако, до сих пор никто не пользуется предложениями авторов работ [164; с. 381, 165; с. 45], так как эти три класса являются весьма условными и не охватывают наблюдаемых многих разнообразных видов кольцеобразных галактик и их явных особенностей. Исходя из этого, в работе [166; с. 49] была начата разработка более подробной классификации кольцеобразных галактик на основе около 300 таких объектов, собранных в 1988 году. Однако в настоящее время опубликован уже ряд новых списков и каталогов кольцеобразных и других смежных галактик. Таким образом, выявлены новые кольцеобразные галактики, данные о которых необходимы для установления реальной природы этих загадочных объектов. И поэтому необходимо продолжать изучение физики кольцеобразных галактик. Сегодня среди многих работ по морфологии кольцеобразных галактик следует отметить работу Бута [167; с. 39], где выполнен замечательный каталог этих объектов для южного полушария. Если здесь не учитывать галактики с полярными кольцами, то в каталоге останутся 3591 объектов. Анализ каталога [167; с. 39] показывает, что в нем 2582 однокольцевых, 978 двухкольцевых и 31 трехкольцевых галактик.

На рис. 3.1. дана гистограмма распределения галактик, содержащие однокольцевые структурные образования. Смысл нумерации типов галактик вдоль оси абсцисс приведен в таблице 3.1. Здесь видно, что чаще всего встречаются галактики типа SB(r) с перемычкой и кольцеобразной структурой (их количество 273), а затем идет переходный между нормальными и пересеченными спиральными галактиками - тип SX(rs) общим количеством 247 единиц и т.д.

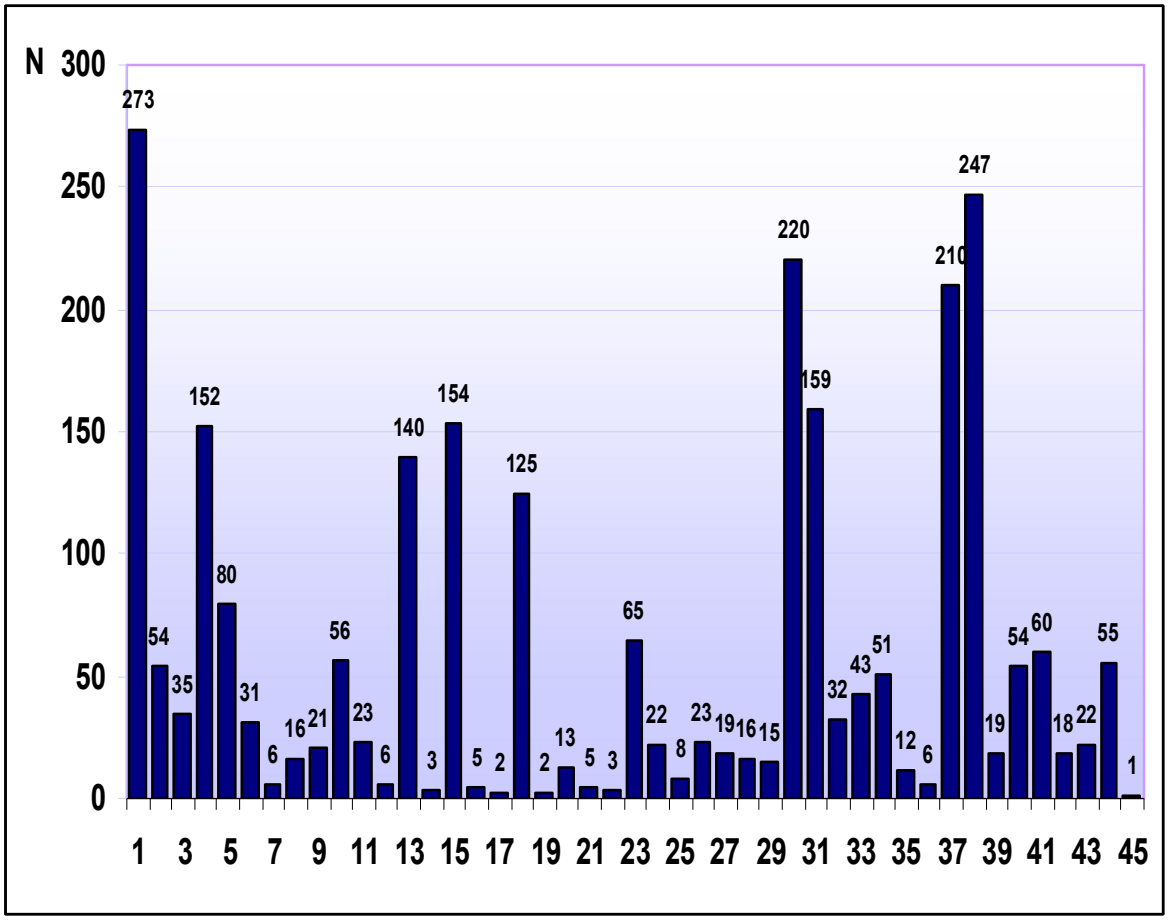


Рис. 3.1. Гистограмма распределения однокольцевых галактик, полученная нами на основе каталога Буты [167]

Отметим, что здесь применяются, в основном, обозначения, введенные Бута [167; с. 39], в частности, r - внутренние кольца, размер которых примерно совпадает с размерами перемычек и слегка вытянуты вдоль них; R - внешние кольца, размеры которых существенно крупнее перемычек – большая полуось порядка в два раза больше размера перемычки; R1 - восьмиобразное внешнее кольцо, которое образовалось из соединения спиральных ветвей с перемычкой, закручиваясь на 180^0, т.е. большая полуось кольца перпендикулярна к большой полуоси бара; R2 – также внешнее кольцо, которое образовалось из соединения широко открытых спиралей, закручиваясь на 270^0, т.е. большая полуось кольца расположена вдоль большой полуоси перемычки и т.д.

Интересно то, что данная гистограмма распределения галактик, содержащих однокольцевую структуру, указывает на существование 45 их видов, различающихся друг от друга конкретными признаками (табл. 3.1). Если построить также соответствующие гистограммы для двух и трехкольцевых галактик, то общее количество видов кольцеобразных галактик достигнет 68.

Таблица 3.1.

Перечень символических обозначений Бута

№	Вид	№	Вид	№	Вид	№	Вид	№	Вид
1	SB(r)	10	(R1)SB	19	(RP)SB(l)	28	(R)S	37	SX(r)
2	SB(r)p	11	(R)SB(l)	20	(RL)SB	29	(RP)S	38	SX(rs)
3	SB(rl)	12	R1P)SB(l)	21	(RL)SB(s)	30	SA(r)	39	SX(rl)
4	SB(rs)	13	(R1P)SB(s)	22	(RL)SB(l)	31	SA(rs)	40	(R)SX
5	SB(rs-)	14	(R2)SB	23	(R)SB	32	SA(rl)	41	(RP)SX(s)
6	SB(rs+)	15	(R2P)SB(s)	24	(R)SB(s)	33	(R)SA	42	(RL)SX
7	(L)SB(r)	16	(R2P)SB(l)	25	(R)SBp	34	(RP)SA(s)	43	(R1)SX
8	(R1)SB(l)	17	(R2PL)SB(s)	26	(R)SB(l)	35	(RL)SA	44	(R2P)SX(s)
9	(R1)SB(s)	18	(RP)SB(s)	27	S(r)	36	(L)SA(r)	45	(R) Im?p

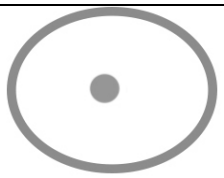
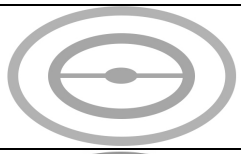
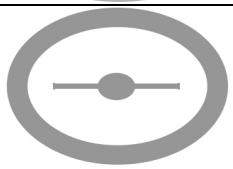
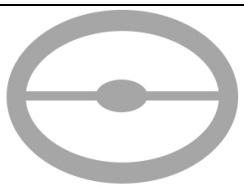
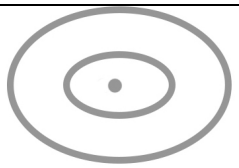
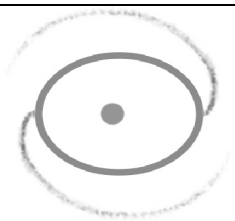
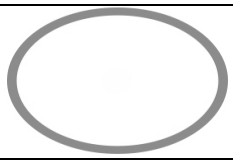
Как видно, это не классификация, а простое описание 68 типов кольцеобразных галактик. Кроме того, Бута в своем каталоге [167; с.39] называет кольцевыми галактиками также и те, кольцеобразная структура которых образуется из-за сильной закрученности спиральных рукавов или наблюдается ввиду их необычной проекции на картинную плоскость. Хотя Бута не интересуется общей классификацией кольцеобразных галактик, но он приписывает им сложные символические обозначения, включающие каждый раз букву S, независимо от того, они содержат в себе спиральные рукава или нет. Проведенный здесь анализ наблюдательных материалов показывает, что около 50% физически кольцевых галактик не содержат спиральных рукавов вообще и их следует классифицировать, никак не связывая со спиральными

галактиками. Вот почему необходимо было классифицировать кольцеобразные галактики с учетом отмеченных выше факторов.

Таким образом, здесь представляют интерес, прежде всего, те галактики, где кольцевые структуры могли быть сформированы в результате глобальной динамической эволюции, в частности, из-за гравитационной неустойчивости отдельных мод колебаний на фоне нестационарных моделей дискообразных самогравитирующих систем. Эти кольцеобразные структуры, в принципе, могут наблюдаться как равноправные с другими подсистемами галактик, например, с перемычкой или спиральными ветвями. Такие кольца могут проявляться, например, как внутренние кольца, размер которых примерно совпадает с размерами перемычек, или могут наблюдаться как внешние кольца с размерами существенно больше, чем перемычки. Но кольца также можно встретить в некоторых галактиках без перемычки и ядра [164; с. 385-386, 167; с.39]. Есть и такие галактики, у которых имеются и внутреннее, и внешнее кольца одновременно. Анализ наблюдательных данных кольцеобразных галактик также показал, что в некоторых из них существует эффект лопсайдности, Поэтому здесь тщательно изучены разнообразные виды кольцеобразных галактик [69; с. 1-3, 165; с. 45, 166; 49, 167; с.39], отобраны из них 1370 физически кольцевых объектов и выполнена их классификация. Эти кольцевые галактики были классифицированы относительно их разнообразных форм (табл. 3.2). В данной классификации введены довольно простые, краткие обозначения таким образом, чтобы они обеспечивают четкое представление их структуры и в то же время позволяют ставить определенные задачи, связанные с формированием отдельных типов кольцеобразных галактик. Так, здесь предложены следующие обозначения: R – кольцо, B – перемычка, s – двухрукавные спирали, N – ядро, NL – лопсайдальное ядро. Тире присутствует когда данные структуры разделены друг от друга, а если они соединены, то тире отсутствует.

Таблица 3.2.

Предлагаемая классификация физически кольцевых галактик

№	Предлагаемые нами классы		Краткое описание	%
1		**R-N;** **R-NL**	Чисто кольцевые галактики с ядром, а иногда они являются лопсайдальными (R-NL). Типичные примеры: ESO 316-30, CSRG 795, PGC 54559	**26.5**
2		**RBN(s)**	Двухрукавные спиральные галактики с перемычкой и кольцевой структурой. Типичные примеры: UGC 12646, ESO 245-12, ESO 499-41, ESO 160-20	**26**
3		**R-RBN**	Галактики, имеющие ядро, перемычку и два кольца. Типичные примеры: NGC 2859, NGC 3821, ESO 160-16	**12.5**
4		**R-BN**	У этих галактик перемычка и кольцо явно разделены, имеется ядро. Типичные примеры: NGC 3237, CSRG 1123, CSRG 95	**11**
5		**RBN**	Галактики с перемычкой, имеющие кольцо, но без спиральных рукавов. Типичные примеры: CSRG 131, NGC 4340	**7**
6		**R-R-N;** **R-R-NL**	Двухкольцевые галактики с ядром, но иногда ядро смещено от геометрического центра системы (**R-R-NL**). Типичные примеры: ESO 87-51, NGC 7020, IC 5287	**5.5**
7		**R-N(s);** **R-NL(s)**	Галактики имеют кольцо, ядро и два рукава. Здесь также иногда наблюдается нецентральное ядро. Типичные примеры: ESO 150-9, ESO 121-11	**5**
8		**R-SBN**	Галактики, у которых наблюдаются кольцо и раздельно перемычка со спиральной структурой. Типичные примеры: ESO 119-21, NGC 1269, NGC 1291	**4.5**
9		**R**	Кольцевая галактика без ядра. Типичные примеры: ARP 146, ARP 147	**2**

В результате, разработанная здесь классификация содержит 9 групп, где собраны в один класс кольцеобразные галактики, имеющие почти близкие признаки по их структуре. Например, здесь сгруппированы в один класс кольцеобразные галактики, которые имеют как лопсайдность, так и те галактики, у которых имеется центральное ядро. Выяснилось, что наиболее распространенными группами являются кольцевые галактики с ядром и случай кольца с перемычкой и двумя рукавами. В пяти случаях из девяти присутствуют перемычки. Спиральные рукава наблюдаются только в трех случаях. Интересно, что двухкольцевые галактики встречаются довольно часто, чем ожидалось.

Ниже рассмотрены проблемы происхождения кольцеобразных образований в галактиках путем анализа гравитационных неустойчивостей соответствующих структурных мод возмущений на фоне нелинейно нестационарных моделей.

§ 3.2. Анализ неустойчивости кольцеобразных мод возмущений на фоне обобщенной модели

Налагая малое возмущение на обобщенную нелинейно нестационарную модель (2.20), можно изучать проблемы гравитационной неустойчивости данной неравновесной модели относительно конкретных мод возмущений. Как отмечено выше, это необходимо для изучения условия происхождения той или иной наблюдаемой структуры и нахождения точных критериев их формирования на фоне нелинейно неравновесных моделей, т.е. на ранней, нелинейно нестационарной стадии эволюции СС. С этой целью на модель (2.20) в общем случае накладывается малое несимметричное возмущение с потенциалом $\delta\Phi$, и с учетом этого, из бесстолкновительного уравнения Больцмана можно получить характеристическое уравнение, откуда следует дифференциальное уравнение [146; с. 3-10]

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{\vec{r}}{\Pi^3(t)} + \mathrm{grad}(\delta\Phi) \ , \qquad (3.1)$$

где учтена известная нормировка $\pi^2 G\sigma_0 = 2$. Отметим, что $\delta\Phi$ – возмущение потенциала, являющееся функцией от возмущенных компонент вектора $\vec{r} + \delta\vec{r}$. Следовательно, в (3.1) возмущение $\delta\Phi$ пока представляет собой нелинейную функцию от $\delta\vec{r}$. Линеаризуя (3.1) и переходя от времени t к вспомогательному аргументу ψ можно получить известное уравнение малых несимметричных колебаний отдельной частицы [146; с. 3-10]:

$$\Lambda\delta\vec{r} = \left[(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2}{d\psi^2} + \lambda\sin\psi\frac{d}{d\psi} + 1\right]\delta\vec{r} = \Pi^3(\psi)\frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial\vec{r}} \ , \qquad (3.2)$$

причем теперь $\delta\Phi$ берется в невозмущенной точке $\vec{r}(x,y,z)$. Поскольку отклонение частицы в возмущенном состоянии в текущий момент времени зависит от состояния поля в предыдущие моменты $\psi_1 \in [-\infty, \psi]$ и целью является поиск неустойчивости, то можно считать, что при $\psi_1 = -\infty$, $\delta x = \delta y = 0$. В текущий момент ψ в каждой точке находятся «частицы» с различными скоростями, поэтому для расчета возмущения плотности или деформации границы возмущенной системы следует перейти к смещению центроида $(\overline{\delta x}, \overline{\delta y})$ усредняя (3.2) по пространству скоростей. Исходя из этого, решение уравнения (3.2) можно представить в интегральной форме

$$\overline{\delta\vec{r}} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi,\psi_1) \overline{\left[\frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial\vec{r}}\right]} d\psi_1 \ , \qquad (3.3)$$

где $S(\psi, \psi_1)$ – аналог функции Грина, которая составляется стандартным образом из решения однородного уравнения в (3.2) и равна

$$S(\psi, \psi_1) = [\sin\psi(\cos\psi_1 + \lambda) - \sin\psi_1(\cos\psi + \lambda)](1 + \lambda\cos\psi_1)^{-2} . \qquad (3.4)$$

Теперь остается уточнить вид возмущения $\delta\Phi$. Отметим, что кольцеобразные моды относятся к классу горизонтальных возмущений, которые развиваются только в плоскости диска (x, y) и не зависят от z. Учитывая природу исследуемой нестационарной модели (2.20), по аналогии с теорией устойчивости стационарных моделей [125; с. 7-12, 168; с. 79], эти возмущения можно описывать в виде

$$\delta\Phi = D_{mN}(\psi)\ r^{N-m}(x+iy)^m \qquad (r=\sqrt{x^2+y^2})\ , \qquad (3.5)$$

где $D_{mN}(\psi)$– искомая функция, которая, в отличие от случая стационарных моделей, зависит от времени, N – основной индекс возмущения, m – азимутальное волновое число. Тогда, в случае неустойчивости отдельных мод возмущений, природа соответствующих формирующихся крупно- и мелкомасштабных структур определяется конкретными значениями N и m.

По аналогии с теорией устойчивости равновесных моделей, для анализа и нахождения критериев неустойчивости нелинейно неравновесной модели необходим вывод нестационарного аналога дисперсионного уравнения (НАДУ). Его вывод требует вычисления возмущения плотности и сравнения результатов с теорией потенциала ДСС. Надо отметить, что нелинейная нестационарность модели (2.20) существенно затрудняет анализ ее устойчивости, чем соответствующего равновесного диска, т.к. сильно усложняет вывод НАДУ в общем случае. Вот почему наиболее интересные моды возмущения целесообразно исследовать отдельно. Поскольку здесь представляют интерес проблемы формирования наиболее наблюдаемых кольцеобразных структур в галактиках, то ниже рассмотрены крупномасштабные моды возмущений (m=0; N=4), (m=2; N=4), (m=0; N=6) и (m=2; N=6). Отметим, что происхождение кольцеобразных структур может быть связано с гравитационной неустойчивостью данных мод возмущений.

Случай m=0; N=4. Неустойчивость данной моды может привести к формированию чисто кольцевой структуры на фоне анизотропной

нестационарной модели (2.20). В данном случае потенциал возмущения имеет вид

$$\delta\Phi = \mathbf{D}_{04}(\boldsymbol{\psi})\left(\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2\right)^2 . \tag{3.6}$$

Тогда смещение центроида в возмущенной системе, согласно (3.3), определяется в виде

$$\overline{\delta\vec{\mathbf{r}}} = 4\int_{-\infty}^{\boldsymbol{\psi}} \Pi^3(\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{S}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{D}_{04}(\boldsymbol{\psi}_1)\overline{\vec{\mathbf{r}}_1\left(\mathbf{x}_1^2+\mathbf{y}_1^2\right)}\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}_1 . \tag{3.7}$$

По определению [147; с. 1158, 169; с.506-509]

$$\overline{x_1} = xH_a + \bar{u}H_b, \quad \overline{y_1} = yH_a + \bar{\vartheta}H_b , \tag{3.8}$$

где u и ϑ - компоненты скорости по x и y, соответственно, причем

$$\begin{aligned} H_a &= \frac{(\lambda+\cos\boldsymbol{\psi}_1)\cos\boldsymbol{\psi}+\sin\boldsymbol{\psi}\cdot\sin\boldsymbol{\psi}_1}{1+\lambda\cos\boldsymbol{\psi}}, \\ H_b &= \left(1-\lambda^2\right)^{-3/2}[(\lambda+\cos\boldsymbol{\psi})\sin\boldsymbol{\psi}_1-(\lambda+\cos\boldsymbol{\psi}_1)\sin\boldsymbol{\psi}]. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Тогда, в соответствии с (3.8), имеем

$$\begin{aligned} \overline{x_1\left(x_1^2+y_1^2\right)} = &\left(x^3+xy^2\right)H_a^3+\left[\left(3x^2+y^2\right)\bar{u}+2xy\bar{\vartheta}\right]H_a^2H_b+ \\ &+\left[x\left(3\overline{u^2}+\overline{\vartheta^2}\right)+2y\overline{u\vartheta}\right]H_aH_b^2+\left[\overline{u^3}+\overline{u\vartheta^2}\right]H_b^3, \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} \overline{y_1\left(x_1^2+y_1^2\right)} = &\left(y^3+x^2y\right)H_a^3+\left[\left(3y^2+x^2\right)\bar{\vartheta}+2xy\bar{u}\right]H_a^2H_b+ \\ &+\left[y\left(3\overline{\vartheta^2}+\overline{u^2}\right)+2y\overline{u\vartheta}\right]H_aH_b^2+\left[\overline{\vartheta^3}+\overline{u^2\vartheta}\right]H_b^3 . \end{aligned} \tag{3.11}$$

Здесь, например, усреднение по пространству скоростей для u компоненты определяется в следующем виде

$$\overline{u^k} = \frac{1}{\sigma(r,t)} \iint u^k \Psi_a \, du \, d\vartheta \ . \tag{3.12}$$

Таким образом, усреднение по пространству скоростей различных сочетаний их компонентов дает следующие результаты для модели (2.20):

$$\begin{cases} \overline{u} = -\dfrac{c \cdot x}{\Pi^2}, \qquad \overline{\vartheta} = -\dfrac{c \cdot y}{\Pi^2}, \quad \overline{u\vartheta} = (\overline{u})(\overline{\vartheta}), \\ \overline{u^2} = \dfrac{2\beta+3}{6\Pi^2(\alpha+\beta+2)}\left(1-\dfrac{r^2}{\Pi^2}\right) + (\overline{u})^2, \\ \overline{\vartheta^2} = \dfrac{2\beta+3}{6\Pi^2(\alpha+\beta+2)}\left(1-\dfrac{r^2}{\Pi^2}\right) + (\overline{\vartheta})^2, \\ \overline{u\vartheta^2} = (\overline{u})\left(\overline{\vartheta^2}\right), \qquad \overline{\vartheta u^2} = (\overline{\vartheta})\left(\overline{u^2}\right), \\ \overline{u^3} = (\overline{u})\left[\dfrac{2\beta+3}{2\Pi^2(\alpha+\beta+2)}\left(1-\dfrac{r^2}{\Pi^2}\right) + (\overline{u})^2\right], \\ \overline{\vartheta^3} = (\overline{\vartheta})\left[\dfrac{2\beta+3}{2\Pi^2(\alpha+\beta+2)}\left(1-\dfrac{r^2}{\Pi^2}\right) + (\overline{\vartheta})^2\right], \end{cases} \tag{3.13}$$

где $\mathbf{c} \equiv \lambda \sin \boldsymbol{\psi} \Big/ \sqrt{1-\lambda^2}$. Подставляя эти результаты в (3.10) и (3.11), а также с учетом (2.5) и (3.7), вычисляется отклик плотности

$$\delta\sigma = -\frac{\partial(\sigma\overline{\delta x})}{\partial x} - \frac{\partial(\sigma\overline{\delta y})}{\partial y} \ . \tag{3.14}$$

Тогда, опуская члены низшей степени по координатам, можно найти

$$\delta\sigma = \frac{20\mathbf{r}^4\sigma_0}{\xi\Pi^4(\boldsymbol{\psi})} \int_{-\infty}^{\boldsymbol{\psi}} \Pi^3(\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{S}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{D}_{04}(\boldsymbol{\psi}_1)\,\mathbf{B}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}_1, \tag{3.15}$$

причем

$$B(\psi,\psi_1)\equiv H_a^3-\frac{3c}{\Pi^2(\psi)}H_a^2H_b-\frac{4-9c^2-7p}{3\Pi^4(\psi)}H_aH_b^2-\frac{3c^3-4c+7c\cdot p}{3\Pi^6(\psi)}H_b^3,$$

где

$$\xi=\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2},\quad p\equiv\frac{2\alpha+1}{2(\alpha+\beta+2)}.$$

Из теории потенциала диска известно, что возмущению плотности

$$\delta\sigma=\sigma_0\,\Pi\cdot\xi^{-1}\cdot P_N^m(\xi)\,e^{im\varphi} \tag{3.16}$$

соответствует возмущение потенциала [125; с. 7-12, 168; с. 79]

$$\delta\Phi=2\Pi^2\cdot\frac{(N+m-1)!!(N-m-1)!!}{(N+m)!!(N-m)!!}\cdot P_N^m(\xi)\cdot e^{im\varphi}. \tag{3.17}$$

Сопоставляя (3.16) при m=0; N=4 с вычисленным результатом (3.15) и учитывая выражения для $\delta\Phi$ (3.6) и (3.17), получим НАДУ для данной моды в интегральной форме

$$\mathbf{D}_{04}(\psi)=\frac{45}{8\Pi^3(\psi)}\int_{-\infty}^{\psi}\Pi^3(\psi_1)S(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{04}(\psi_1)\mathbf{B}(\psi,\psi_1)d\psi_1\ . \tag{3.18}$$

Анализ устойчивости при произвольной λ становится более удобным, если перейти от (3.18) к дифференциальной форме записи НАДУ. Для этого вводится обозначение

$$\ell_\tau(\psi)=\int_{-\infty}^{\psi}(1+\lambda\cos\psi_1)^3S(\psi,\psi_1)D_{04}(\psi_1)(\lambda+\cos\psi_1)^{3-\tau}\sin^\tau\psi_1 d\psi_1,\left(\tau=\overline{0-3}\right) \tag{3.19}$$

а также, с учетом выражений для H_a и H_b (3.9), и используя переход от (3.2) к (3.3) в обратном порядке, можно перейти к дифференциальной форме НАДУ

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi})=\frac{\mathbf{45}}{\mathbf{8}}\mathbf{D}^{*}_{04}(\boldsymbol{\psi})(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{\mathbf{3}-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}, \tag{3.20}$$

где

$$\begin{aligned}
&D^{*}_{04}(\psi)\equiv\left(h_1^3\cos^3\psi+h_2\cos^2\psi\cdot\sin\psi-h_3\cos\psi\cdot\sin^2\psi+h_4\sin^3\psi\right)\ell_0(\psi)+\\
&+\left[3h_1^3\cos^2\psi\cdot\sin\psi-h_2\left(q\cos^2\psi-2\cos\psi\cdot\sin^2\psi\right)-h_3\left(\sin^3\psi-q\sin2\psi\right)-\right.\\
&\left.-3h_4q\sin^2\psi\right]\ell_1(\psi)+\left[3h_1^3\cos\psi\cdot\sin^2\psi-h_2\left(q\sin2\psi-\sin^3\psi\right)-\right.\\
&\left.-h_3\left(q^2\cos\psi-2q\sin^2\psi\right)+3h_4q^2\sin\psi\right]\ell_2(\psi)+\left(8h_1^3\sin^3\psi-h_2q\sin^2\psi-\right.\\
&\left.-h_3q^2\sin\psi-h_4q^3\right)\ell_3(\psi),
\end{aligned} \tag{3.21}$$

причем

$$h_1=(1+\lambda\cos\psi)^{-1},\quad h_2=3c\sqrt{1-\lambda^2}h_1^4,\quad h_3=\frac{1}{3}\left(4-9c^2-7p\right)\left(1-\lambda^2\right)h_1^5,$$

$$h_4=\left(c^3-\frac{4}{3}c+\frac{7}{3}c\cdot p\right)\left(1-\lambda^2\right)^{3/2}h_1^6,\quad q=\lambda+\cos\psi.$$

Таким образом, с помощью НАДУ (3.20) можно исследовать вопросы формирования кольцеобразной структуры на фоне определенной анизотропной модели, задавая конкретные значения для параметров α и β.

НАДУ (3.20) есть система четырех дифференциальных уравнений второго порядка. Отсюда получаем систему из восьми дифференциальных уравнений первого порядка. Она не поддается аналитическому рассмотрению и поэтому исследована методом устойчивости периодических решений [149;

с. 70-82] численно. Во время расчетов для каждого значения λ также вычисляются соответствующие значения инкрементов по формуле

$$\mathrm{Incr} = \frac{\ell n\left(\left|k_{max}\right|\right)}{P(\lambda)},$$

где $\ell n\left|k_{max}\right|$ - натуральный логарифм от наибольшего значения модуля корня характеристического уравнения.

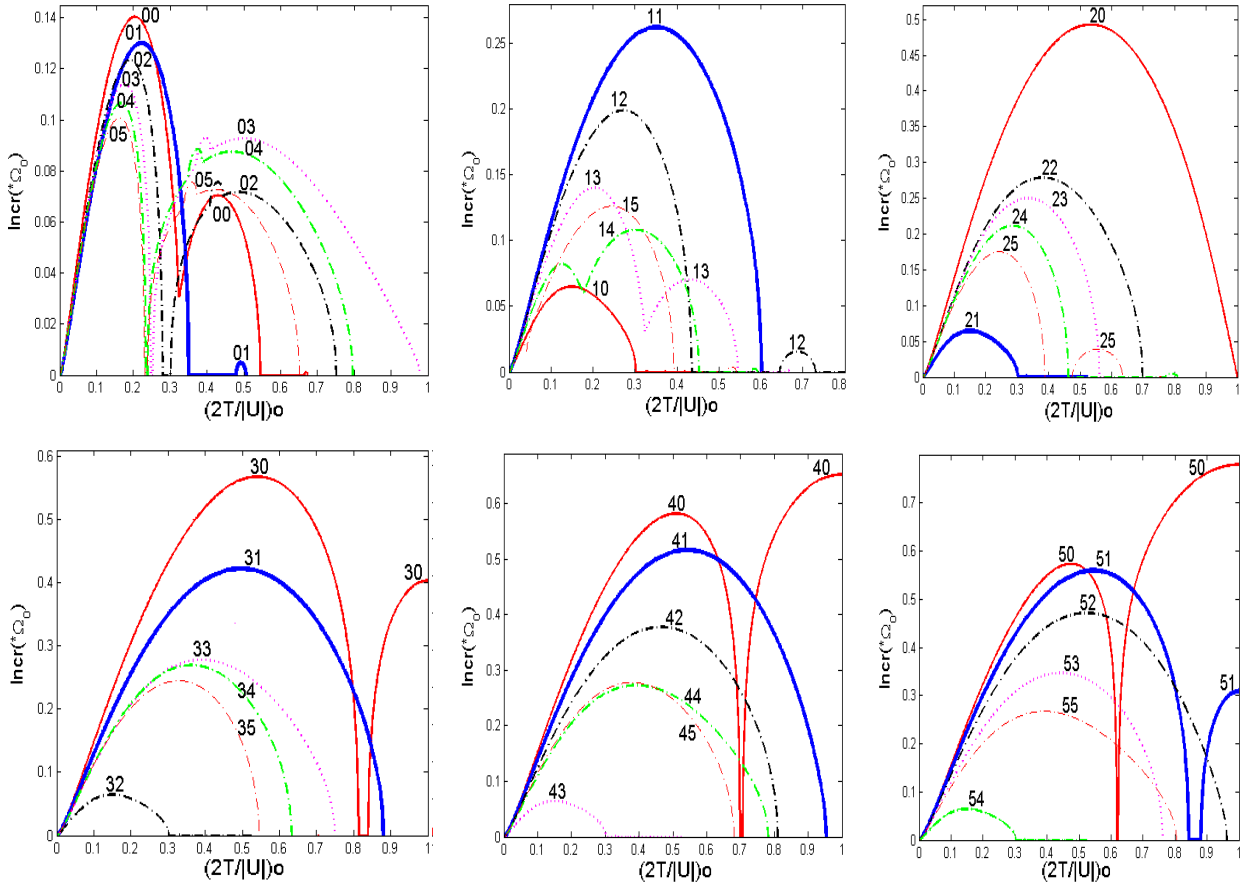


Рис. 3.2. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения для моделей (2.20) с различными значениями α и β относительно моды (0;4) горизонтальных возмущений. Первая цифра на графиках – α, вторая – β.

Для сравнительного анализа устойчивости анизотропных моделей (2.20) относительно этой моды возмущений с помощью численных расчетов

НАДУ (3.20) были построены графики зависимостей инкрементов неустойчивости от начального вириального отношения моделей для различных значений параметров α и β (рис. 3.2). На этих графиках сразу бросается в глаза, прежде всего, то, что рост значения параметра α дает дестабилизирующий эффект в ходе эволюции кольцеобразной моды на фоне исследуемых анизотропных моделей (2.20), а параметр β наоборот, играет как бы «стабилизирующую» роль. Однако, наблюдаемая закономерность для β не полностью выполняется для малых значений параметра α. А также, когда возрастает значение α, интервал начального вириального отношения, где формируется кольцеобразная структура на фоне анизотропных моделей (2.20), занимает весь диапазон его возможных значений.

Случай m=2; N=4. Наиболее характерной особенностью данной моды является формирование кольцевой структуры из отдельных сгущений или в определенном случае с ядром в центре. Поскольку в этом случае

$$\delta\Phi = D_{24}(\psi)\left(x^2+y^2\right)(x+iy)^2 , \tag{3.22}$$

то компоненты смещения центроида находим по аналогии с (3.3) :

$$\overline{\delta\mathbf{x}} = 2\int_{-\infty}^{\boldsymbol{\psi}} \Pi^3(\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{S}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{D}_{24}(\boldsymbol{\psi}_1)\left[\overline{\mathbf{x}_1(\mathbf{x}_1+\mathbf{i}\mathbf{y}_1)^2} + \overline{\left(\mathbf{x}_1^2+\mathbf{y}_1^2\right)(\mathbf{x}_1+\mathbf{i}\mathbf{y}_1)}\right]\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}_1 , \tag{3.23}$$

$$\overline{\delta\mathbf{y}} = 2\int_{-\infty}^{\boldsymbol{\psi}} \Pi^3(\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{S}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{D}_{24}(\boldsymbol{\psi}_1)\left[\overline{\mathbf{y}_1(\mathbf{x}_1+\mathbf{i}\mathbf{y}_1)^2} + \overline{\mathbf{i}\left(\mathbf{x}_1^2+\mathbf{y}_1^2\right)(\mathbf{x}_1+\mathbf{i}\mathbf{y}_1)}\right]\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}_1 . \tag{3.24}$$

Используя известные нам зависимости (3.8), получим, в частности,

$$\begin{aligned}\overline{x_1(x_1+\mathbf{i}y_1)^2} &= \mathbf{x}(\mathbf{x}+\mathbf{i}\mathbf{y})^2 H_a^3 + (\mathbf{x}+\mathbf{i}\mathbf{y})\left[(\mathbf{x}+\mathbf{i}\mathbf{y})\overline{u} + 2\mathbf{x}\left(\overline{\mathbf{u}}+\mathbf{i}\overline{\vartheta}\right)\right]H_a^2 H_b + \\ &+\left[x\left(3\overline{u^2}-\overline{\vartheta^2}\right)+2(2\mathbf{i}\mathbf{x}-\mathbf{y})\overline{u\vartheta}+2\mathbf{i}\mathbf{y}\overline{\mathbf{u}^2}\right]H_a H_b^2 + \left[\overline{\mathbf{u}^3}+2\mathbf{i}\overline{\mathbf{u}^2\vartheta}-\overline{u\vartheta^2}\right]H_b^3 ,\end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\overline{\left(\mathbf{x}_1^2+\mathbf{y}_1^2\right)\left(x_1+\mathbf{i}y_1\right)}=\left(\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2\right)(x+iy)H_a^3+\left[\left(3\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2\right)\bar{u}+\mathbf{i}\left(3\mathbf{y}^2+\mathbf{x}^2\right)\bar{\vartheta}+\right.$$

$$\left.+2\mathbf{xy}\left(\bar{\vartheta}+\mathbf{i}\bar{\mathbf{u}}\right)\right]H_a^2H_b+\left[x\left(3\overline{u^2}+\overline{\vartheta^2}\right)+\mathbf{iy}\left(3\overline{\vartheta^2}+\overline{\mathbf{u}^2}\right)+2\mathbf{y}(1+\mathbf{i})\overline{u\vartheta}\right]H_aH_b^2+ \quad (3.26)$$

$$+\left[\overline{\mathbf{u}^3}++\mathbf{i}\overline{\vartheta^3}+\mathbf{i}\overline{\mathbf{u}^2\vartheta}+\overline{u\vartheta^2}\right]H_b^3.$$

Как видно, в данном случае проводить расчеты будет еще проще, если воспользоваться результатами усреднений по скоростям, полученных выше. Не повторяя их здесь снова и подставляя эти результаты в (3.23) и (3.24), находим отклик плотности с помощью формулы (3.14)

$$\delta\sigma=\frac{2\sigma_0\mathbf{r}^2(\mathbf{x}+\mathbf{iy})^2}{\xi\Pi^4(\boldsymbol{\psi})}\int_{-\infty}^{\boldsymbol{\psi}}\Pi^3(\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{S}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{D}_{24}(\boldsymbol{\psi}_1)\,\mathbf{W}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}_1, \quad (3.27)$$

здесь

$$W(\psi,\psi_1)\equiv 8H_a^3-\frac{24c}{\Pi^2(\psi)}H_a^2H_b-\frac{6\left(1-4c^2\right)}{\Pi^4(\psi)}H_aH_b^2-\frac{2c\left(4\mathbf{c}^2-3\right)}{\Pi^6(\psi)}H_b^3.$$

Используя (3.15) и (3.16), получим соответствующие выражения для возмущения плотности и потенциала

$$\delta\sigma=\sigma_0\,\Pi\cdot\xi^{-1}\cdot P_4^2(\xi)\cdot e^{2i\varphi}\ , \quad (3.28)$$

$$\delta\Phi=\frac{5}{16}\Pi^2\cdot P_4^2(\xi)\cdot e^{2i\varphi} \quad (3.29)$$

Сопоставляем полученные результаты (3.22), (3.27), (3.28) и (3.29), и таким образом, находим следующее НАДУ моды (2;4) в дифференциальной форме

$$\Lambda\gamma_\tau(\boldsymbol{\psi})=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}\mathbf{D}_{24}^*(\boldsymbol{\psi})\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{\mathbf{3}-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi},\ \ \left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-\mathbf{3}}\right) \quad (3.30)$$

где

$$\mathbf{D}_{24}^{*}(\psi)\equiv\left(8a_1\cos^3\psi+a_2\cos^2\psi\cdot\sin\psi-a_3\cos\psi\cdot\sin^2\psi+a_4\sin^3\psi\right)\gamma_0(\psi)+$$
$$+\left[24a_1\cos^2\psi\cdot\sin\psi-a_2\left(q\cos^2\psi-2\cos\psi\cdot\sin^2\psi\right)-a_3\left(\sin^3\psi-q\sin2\psi\right)-\right.$$
$$\left.-3a_4q\sin^2\psi\right]\gamma_1(\psi)+\left[24a_1\cos\psi\cdot\sin^2\psi-a_2\left(q\sin2\psi-\sin^3\psi\right)-\right.$$
$$\left.-a_3\left(q^2\cos\psi-2q\sin^2\psi\right)+3a_4q^2\sin\psi\right]\gamma_2(\psi)+\left(8a_1\sin^3\psi-a_2q\sin^2\psi-\right.$$
$$\left.-a_3q^2\sin\psi-a_4q^3\right)\gamma_3(\psi).$$

Здесь

$$a_1=h_1^3,\qquad a_2=24c\sqrt{1-\lambda^2}h_1^4,\qquad a_3=6\left(1-4c^2\right)\cdot\left(1-\lambda^2\right)\cdot h_1^5,$$
$$a_4=\left(8c^3-6c\right)\cdot\left(1-\lambda^2\right)^{3/2}\cdot h_1^6.$$

А неизвестные функции $\gamma_\tau(\psi)$ определяются следующим образом:

$$\gamma_\tau(\psi)=\int_{-\infty}^{\psi}\left(1+\lambda\cos\psi_1\right)^3\mathbf{S}(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{24}(\psi_1)\left(\lambda+\cos\psi_1\right)^{3-\tau}\sin^\tau\psi_1 d\psi_1\ . \qquad (3.31)$$

Как видно из (3.30), НАДУ данной моды не зависит от параметров α и β. Это означает, что характер неустойчивости моды (2;4) будет одинаковый для всех анизотропных моделей без вращения (2.20).

Случай m=0; N=6. Неустойчивость данной моды приводит к формированию двух колец в диске. Этой моде соответствует следующей потенциал возмущения:

$$\delta\Phi=D_{06}(\psi)\left(x^2+y^2\right)^3\ , \qquad (3.32)$$

а с помощью формулы (3.3) получим компоненты смещения центроида в виде

$$\overline{\delta \mathbf{x}} = 6 \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) \mathbf{S}(\psi, \psi_1) \mathbf{D}_{06}(\psi_1) \overline{\mathbf{x}_1 \left(\mathbf{x}_1^2 + \mathbf{y}_1^2 \right)^2} \mathbf{d}\psi_1 , \qquad (3.33)$$

$$\overline{\delta \mathbf{y}} = 6 \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) \mathbf{S}(\psi, \psi_1) \mathbf{D}_{06}(\psi_1) \overline{\mathbf{y}_1 \left(\mathbf{x}_1^2 + \mathbf{y}_1^2 \right)^2} \mathbf{d}\psi_1 . \qquad (3.34)$$

Выражения (3.33) и (3.34) показывают, что теперь, кроме вышеприведенных результатов для усреднения по пространству скоростей различных сочетаний их компонентов, также требуется вычислить, тем же способом, усреднения $\overline{u^3\vartheta}$, $\overline{u^2\vartheta^2}$, $\overline{u\vartheta^3}$, $\overline{u^4}$, $\overline{\vartheta^4}$, $\overline{u^2\vartheta^3}$, $\overline{u^3\vartheta^2}$, $\overline{u\vartheta^4}$, $\overline{u^4\vartheta}$, $\overline{u^5}$, $\overline{\vartheta^5}$, а затем, переходя к расчету отклика плотности и сопоставляя полученный результат с его теоретическим выражением, получаем в результате НАДУ моды (0;6) на фоне модели (2.20)

$$\Lambda \eta_{\boldsymbol{\tau}}(\psi) = \frac{525}{64} \mathbf{D}_{06}^*(\psi) \cdot (\lambda + \cos\psi)^{5-\boldsymbol{\tau}} \sin^{\boldsymbol{\tau}} \psi, \quad \left(\boldsymbol{\tau} = \overline{0-5} \right) \qquad (3.35)$$

где функция $D_{06}^*(\psi)$ приведена в П.1.1. Полученный НАДУ (3.35) представляет собой систему из шести дифференциальных уравнений второго порядка.

Численные результаты интегрирования (3.35) и нахождения зависимостей инкрементов неустойчивости от начального вириального отношения моделей для различных значений параметров α и β представлены на рис. 3.3, который показывает, что здесь общая картина такая же, как и в случае моды (0;4). А именно, если увеличение общей степени (α+β) в весовой функции (2.11) сопровождается увеличением параметра β, то мода (0;6) становится более устойчивой на фоне соответствующей анизотропной модели (2.20), а если это происходит за счет роста значения параметра α, то наблюдается обратная картина. Но здесь нужно отметить, что для малых значений α и при больших значениях начального вириального отношения

степень анизотропии β тоже старается играть дестабилизирующую роль в ходе эволюции данной моды.

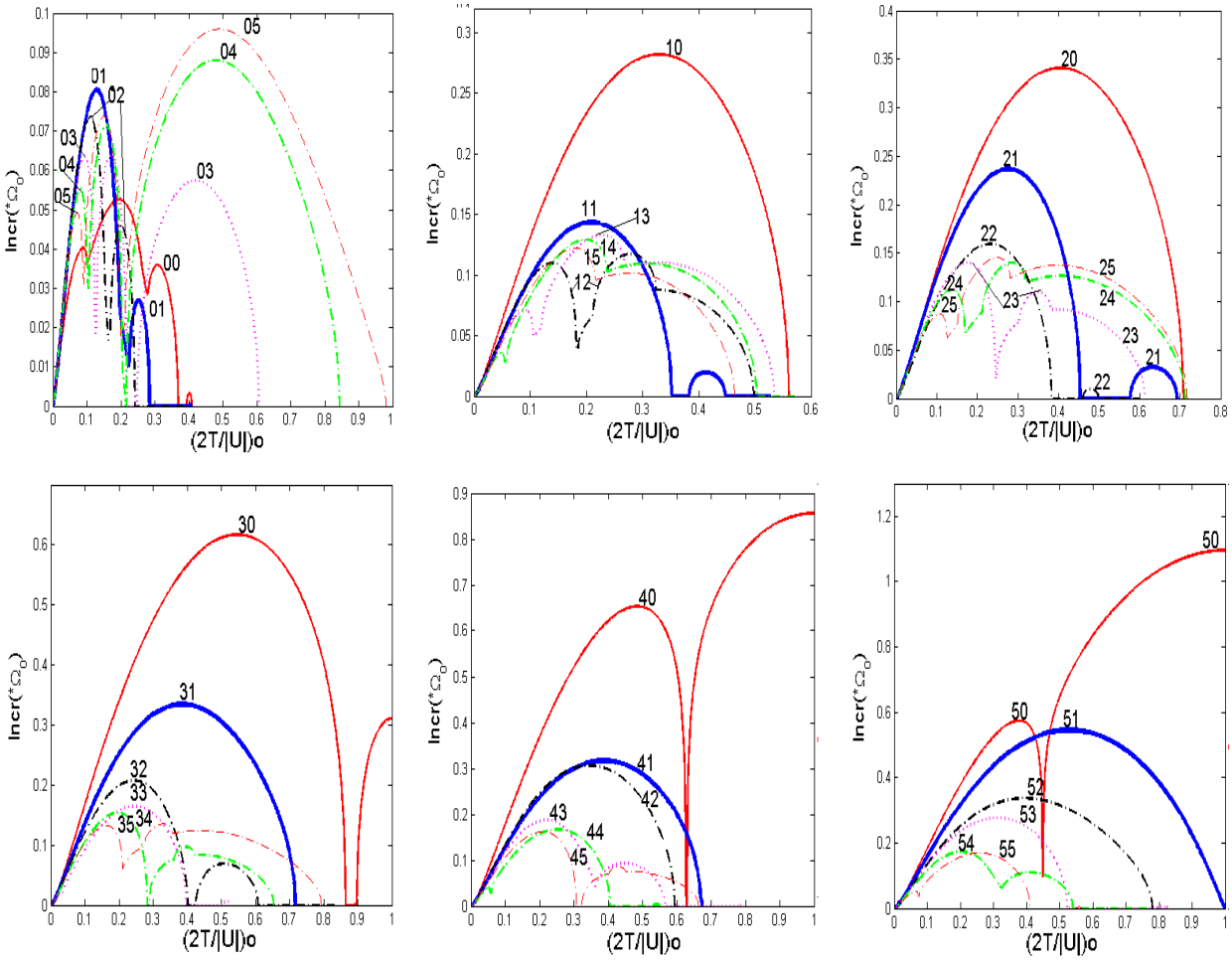


Рис. 3.3. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения для моделей (2.20) с различными значениями α и β относительно моды (0;6) горизонтальных возмущений. Первая цифра на графиках – α, вторая – β.

Случай m=2; N=6. Данная мода ответственна также за формирование двух колец, но состоящих из отдельных сгущений. Через соответствующее возмущение потенциала данной моды

$$\delta\Phi = D_{26}(\psi)\left(x^2+y^2\right)^2(x+iy)^2 \qquad (3.36)$$

можно получить НАДУ в следующем виде

$$\Lambda\mu_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{105}{256}\mathbf{D}^{*}_{26}(\boldsymbol{\psi})\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{5-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}. \quad \left(\boldsymbol{\tau} = \overline{\mathbf{0}-5}\right) \tag{3.37}$$

где функция $\mathbf{D}^{*}_{26}(\boldsymbol{\psi})$ приведена в приложении П.1.2.

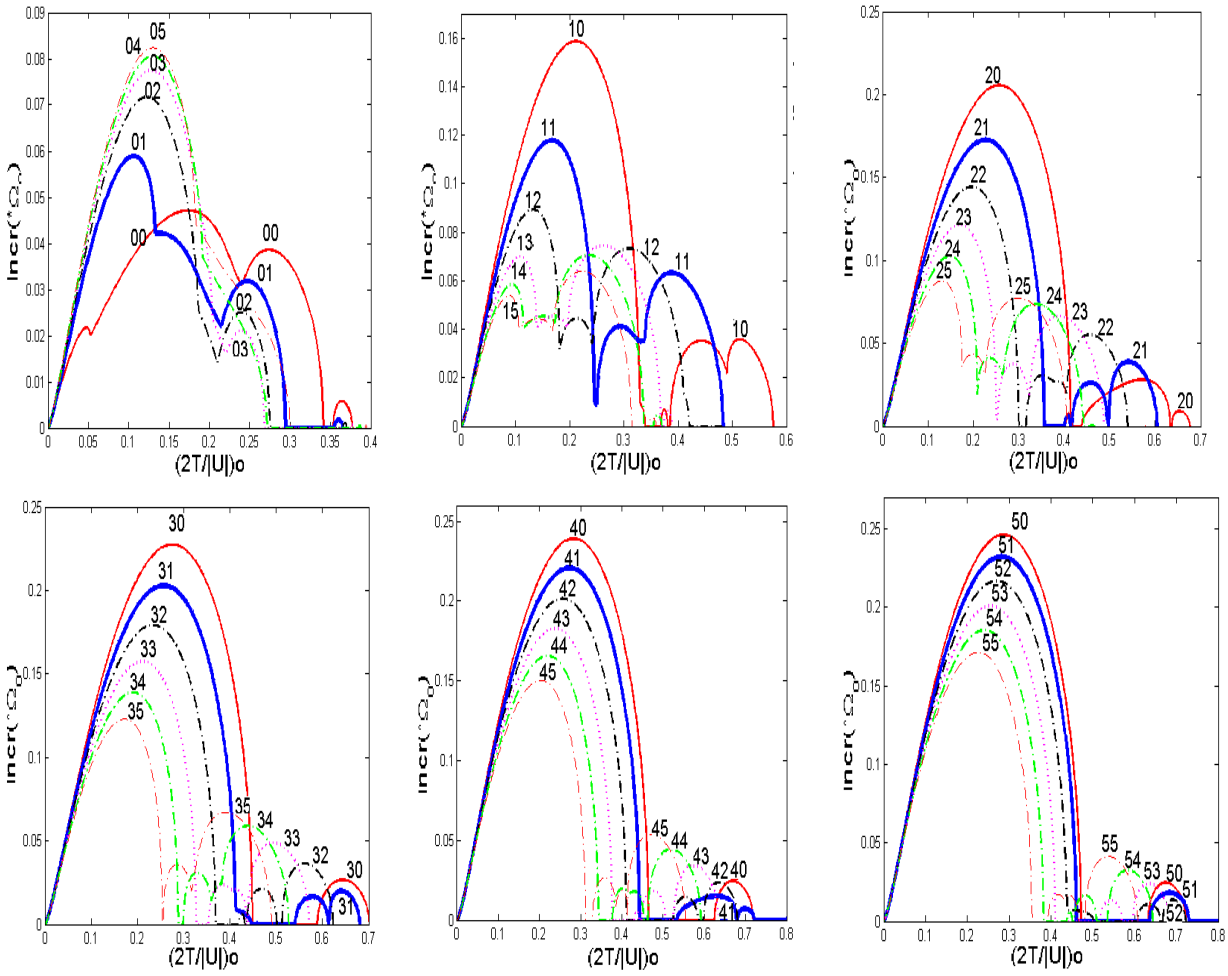


Рис. 3.4. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения моделей (2.20) с различными значениями α и β для моды (2;6) горизонтальных возмущений. Первая цифра на графиках – α, вторая – β.

С помощью численных расчетов системы дифференциальных уравнений (3.37) получены зависимости инкрементов неустойчивости от начального вириального отношения моделей для различных значений параметров α и β (рис. 3.4). Здесь заметим, что с увеличением значений α

возрастают, и интервал начального вириального отношения, где формируются две кольцевые структуры на фоне анизотропных моделей (2.20), и максимальное значение инкрементов неустойчивости данной моды. А по поводу поведения параметра β можно сказать, что когда α=0 он играет дестабилизирующую роль при малых значениях начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$, а с ростом значений $(2T/|U|)_0$ наблюдается обратная картина. Однако в случае α≠0, с увеличением значений $(2T/|U|)_0$ наоборот, стабилизирующая роль параметра β сменяется его дестабилизирующим эффектом для данной моды.

Надо отметить, что ДСС, в отличие от сферических систем, являются, в основном, вращающимися. Поэтому также интересно исследовать кольцеобразные неустойчивости на фоне обобщенной нестационарной модели нелинейно пульсирующего диска с вращением. Однако при учете вращения вывод НАДУ для общего случая, когда α и β принимают произвольные целые числа, требует особого математического аппарата и связан с весьма сложными расчетами. Исходя из этого, здесь полезно рассматривать отдельно случаи для конкретных параметров α и β. В частности, для простоты можно взять α=0 и β=0. Тогда с учетом (2.20) и (2.21') можно получить следующую вращающуюся нелинейную модель с анизотропной диаграммой скоростей:

$$\Psi_{\mathbf{a}} = \frac{\sigma_0}{\pi}\left(1 + \Omega \cdot r \cdot v_{\perp}\right) \cdot \chi(\mathbf{K}) \ . \qquad (3.38)$$

Отметим, что данная модель была получена также ранее автором [152; с. 9-10] (см. формулу (2.9)).

Теперь, подставляя функцию (3.38) в уравнение (3.12), вычисляем усреднения по пространству скоростей в требуемых комбинациях их компонентов для моды (0;4):

$$
\begin{cases}
\overline{u} = -\dfrac{4c\cdot x+\Omega y}{4\Pi^2}, & \overline{\vartheta} = -\dfrac{4c\cdot y-\Omega x}{4\Pi^2}, & \overline{u\vartheta} = \left(\overline{u}\right)\left(\overline{\vartheta}\right), \\
\overline{u^2} = \dfrac{1}{4\Pi^2}\left(1-\dfrac{r^2}{\Pi^2}\right)+\left(\overline{u}\right)^2, & \overline{\vartheta^2} = \dfrac{1}{4\Pi^2}\left(1-\dfrac{r^2}{\Pi^2}\right)+\left(\overline{\vartheta}\right)^2, & \\
\overline{u\vartheta^2} = \left(\overline{u}\right)\left(\overline{\vartheta^2}\right), & \overline{\vartheta u^2} = \left(\overline{\vartheta}\right)\left(\overline{u^2}\right), & \\
\overline{u^3} = \left(\overline{u}\right)\left[\dfrac{3}{4\Pi^2}\left(1-\dfrac{r^2}{\Pi^2}\right)+\left(\overline{u}\right)^2\right], & \overline{\vartheta^3} = \left(\overline{\vartheta}\right)\left[\dfrac{3}{4\Pi^2}\left(1-\dfrac{r^2}{\Pi^2}\right)+\left(\overline{\vartheta}\right)^2\right]. &
\end{cases}
\tag{3.39}
$$

Отметим, что эти результаты (3.39) можно проверить для случая $\Omega=0$ с помощью (3.13) при $\alpha=\beta=0$.

Таким образом, с учетом (3.10), (3.11), (3.14) и (3.39) можно получить следующий отклик плотности для моды (0;4) на фоне модели (3.38)

$$
\delta\sigma = \frac{20\mathbf{r}^4\sigma_0}{\xi\Pi^4(\boldsymbol{\psi})}\int_{-\infty}^{\boldsymbol{\psi}} \Pi^3(\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{S}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{D}_{04}(\boldsymbol{\psi}_1)\,\mathbf{Q}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}_1, \tag{3.40}
$$

где

$$
Q(\psi,\psi_1) \equiv H_a^3 - \frac{3c}{\Pi^2(\psi)}H_a^2 H_b - \frac{3\left(1-4c^2\right)}{4\Pi^4(\psi)}H_a H_b^2 - \frac{c\left(4c^2-3\right)}{4\Pi^6(\psi)}H_b^3.
$$

Сопоставляя полученный результат (3.40) с его теоретическим (3.16), с учетом (3.6) и (3.17) находим НАДУ кольцевой моды (0;4) на фоне анизотропной модели (3.38)

$$
\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{\mathbf{45}}{8}\mathbf{A}_{04}^*(\boldsymbol{\psi})(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{\mathbf{3}-\boldsymbol{\tau}}\,\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}. \quad \left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0-3}}\right) \tag{3.41}
$$

Здесь

$$\mathbf{A}_{04}^{*}(\psi)=\frac{\mathbf{h}_1^6}{4}\Big\{\mathbf{q}\Big[4\mathbf{q}^2-3\mathbf{e}^2\sin^2\psi\Big]\ell_0(\psi)+3\mathbf{e}^2\sin\psi\Big[6\mathbf{q}^2-\mathbf{e}^2\sin^2\psi\Big]\ell_1(\psi)+$$
$$+3\mathbf{e}^2\mathbf{q}\Big[6\mathbf{e}^2\sin^2\psi-\mathbf{q}^2\Big]\ell_2(\psi)+\mathbf{e}^4\sin\psi\Big[4\mathbf{e}^2\sin^2\psi-\mathbf{q}^2\Big]\ell_3(\psi)\Big\}, \qquad (3.42)$$

причем

$$\mathbf{q}=\boldsymbol{\lambda}+\cos\psi, \qquad \mathbf{e}=\sqrt{1-\boldsymbol{\lambda}^2}\,.$$

Теперь, используя подход, описанный выше, для вывода НАДУ остальных исследуемых кольцеобразных мод колебаний модели (3.38), получаем соответственно следующие уравнения:

Мода m=2; N=4:

$$\Lambda\gamma_{\boldsymbol{\tau}}(\psi)=\frac{\mathbf{5}}{8}\mathbf{A}_{24}^{*}(\psi)(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\psi)^{\mathbf{3}-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\psi. \quad \left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-\mathbf{3}}\right) \qquad (3.43)$$

Здесь

$$\mathbf{A}_{24}^{*}(\psi)=\frac{\mathbf{h}_1^6}{8}\Big\{\Big[16\mathbf{q}\Big(4\mathbf{q}^2-3\mathbf{e}^2\sin^2\psi\Big)+5\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}\sin\psi\Big(\mathbf{e}^2\sin^2\psi-6\mathbf{q}^2\Big)\Big]\gamma_0(\psi)+$$
$$+\Big[48\mathbf{e}^2\sin\psi\Big(6\mathbf{q}^2-\mathbf{e}^2\sin^2\psi\Big)+15\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}\mathbf{q}\Big(2\mathbf{q}^2-5\mathbf{e}^2\sin^2\psi\Big)\Big]\gamma_1(\psi)+$$
$$+\Big[48\mathbf{e}^2\mathbf{q}\Big(6\mathbf{e}^2\sin^2\psi-\mathbf{q}^2\Big)+15\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}^3\sin\psi\Big(5\mathbf{q}^2-2\mathbf{e}^2\sin^2\psi\Big)\Big]\gamma_2(\psi)+ \qquad (3.44)$$
$$+\Big[16\mathbf{e}^4\sin\psi\Big(4\mathbf{e}^2\sin^2\psi-3\mathbf{q}^2\Big)+5\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}^3\mathbf{q}\Big(6\mathbf{e}^2\sin^2\psi-\mathbf{q}^2\Big)\Big]\gamma_3(\psi)\Big\}.$$

Мода m=0; N=6:

$$\Lambda\eta_{\boldsymbol{\tau}}(\psi)=\frac{\mathbf{5}25}{64}\mathbf{A}_{06}^{*}(\psi)(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\psi)^{5-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\psi, \quad \left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-5}\right) \qquad (3.45)$$

где

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}^{*}_{06}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{\mathbf{h}_1^{10}}{8}\Big[& \mathbf{q}\left(8\mathbf{q}^4 - 20\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} + 5\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}\right)\eta_0(\boldsymbol{\psi}) + \\
& + 5\mathbf{e}^2\sin\boldsymbol{\psi}\left(\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi} - 16\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} + 16\mathbf{q}^4\right)\eta_1(\boldsymbol{\psi}) + \\
& + 10\mathbf{e}^2\mathbf{q}\left(23\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} - 2\mathbf{q}^4 - 8\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}\right)\eta_2(\boldsymbol{\psi}) + \\
& + 10\mathbf{e}^4\sin\boldsymbol{\psi}\left(23\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} - 2\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi} - 8\mathbf{q}^4\right)\eta_3(\boldsymbol{\psi}) \\
& + 5\mathbf{e}^4\mathbf{q}\left(\mathbf{q}^4 - 16\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} + 16\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}\right)\eta_4(\boldsymbol{\psi}) \\
& + \mathbf{e}^6\sin\boldsymbol{\psi}\left(8\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi} - 20\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} + 5\mathbf{q}^4\right)\eta_5(\boldsymbol{\psi})\Big].
\end{aligned} \tag{3.46}$$

<u>Мода m=2; N=6:</u>

$$\Lambda\mu_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{105}{256}\mathbf{A}^{*}_{26}(\boldsymbol{\psi})(\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{5-\boldsymbol{\tau}}\,\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}, \quad \left(\boldsymbol{\tau} = \overline{\mathbf{0}-5}\right) \tag{3.47}$$

где

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}^{*}_{26}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{\mathbf{h}_1^{10}}{64}\Big\{\Big[& 152\mathbf{q}\left(8\mathbf{q}^4 - 20\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} + 5\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}\right) + \\
& + 37\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}\sin\boldsymbol{\psi}\left(16\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} - 16\mathbf{q}^4 - \mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}\right)\Big]\mu_0(\boldsymbol{\psi}) + \\
& + \Big[760\mathbf{e}^2\sin\boldsymbol{\psi}\left(\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi} - 16\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} + 16\mathbf{q}^4\right) + \\
& + 37\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}\mathbf{q}\left(16\mathbf{q}^4 + 37\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi} - 112\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi}\right)\Big]\mu_1(\boldsymbol{\psi}) + \\
& + \Big[1520\mathbf{e}^2\mathbf{q}\left(23\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} - 2\mathbf{q}^4 - 8\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}\right) + \\
& + 74\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}^3\sin\boldsymbol{\psi}\left(56\mathbf{q}^4 - 101\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi} + 8\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}\right)\Big]\mu_2(\boldsymbol{\psi}) +
\end{aligned} \tag{3.48}$$

$$+\left[1520\mathbf{e}^4\sin\boldsymbol{\psi}\left(23\mathbf{e}^2\sin^2\boldsymbol{\psi}-2\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}-8\mathbf{q}^4\right)+\right.$$

$$\left.+74\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}^3\mathbf{q}\left(101\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi}-56\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}-8\mathbf{q}^4\right)\right]\mu_3(\boldsymbol{\psi})+$$

$$+\left[760\mathbf{e}^4\mathbf{q}\left(\mathbf{q}^4-16\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi}+16\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}\right)+\right.$$

$$\left.+37\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}^5\sin\boldsymbol{\psi}\left(112\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi}-16\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}-37\mathbf{q}^4\right)\right]\mu_4(\boldsymbol{\psi})+$$

$$+\left[152\mathbf{e}^6\sin\boldsymbol{\psi}\left(8\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}-20\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi}+5\mathbf{q}^4\right)+\right.$$

$$\left.\left.+37\mathbf{i}\Omega\mathbf{e}^5\mathbf{q}\left(16\mathbf{e}^4\sin^4\boldsymbol{\psi}-16\mathbf{e}^2\mathbf{q}^2\sin^2\boldsymbol{\psi}+\mathbf{q}^4\right)\right]\mu_5(\boldsymbol{\psi})\right\}.$$

Таким образом, полученные НАДУ представляют собой систему N дифференциальных уравнений второго порядка. Отсюда, получаем систему из 2N дифференциальных уравнений первого порядка. Так как в НАДУ (3.43) и (3.47) искомые функции являются комплексными, разделяя каждый из них на реальную и мнимую части, получаем для (3.4) и (3.47) 4N уравнений первого порядка. Путем их численного решения, была исследована природа соответствующих неустойчивостей нелинейной анизотропной модели (3.38). В ходе расчетов, меняя значения параметров вращения Ω и амплитуды пульсации λ в интервале от 0 до 1, были вычислены критические значения начального вириального отношения $(2T/|U|)^*_0$, начиная с которых модель становится неустойчивой относительно конкретных кольцеобразных мод возмущений. Отметим, что в численном расчете данных НАДУ целесообразно заменить Ω анизотропного диска на 4Ω для точного сопоставления результатов по параметру вращения и соответствующих особенностей изотропной и анизотропной моделей, которые приводятся ниже. Таким образом, полученные результаты представлены в виде критических диаграмм начального вириального отношения от параметра вращения анизотропного диска на рис. 3.5-3.8.

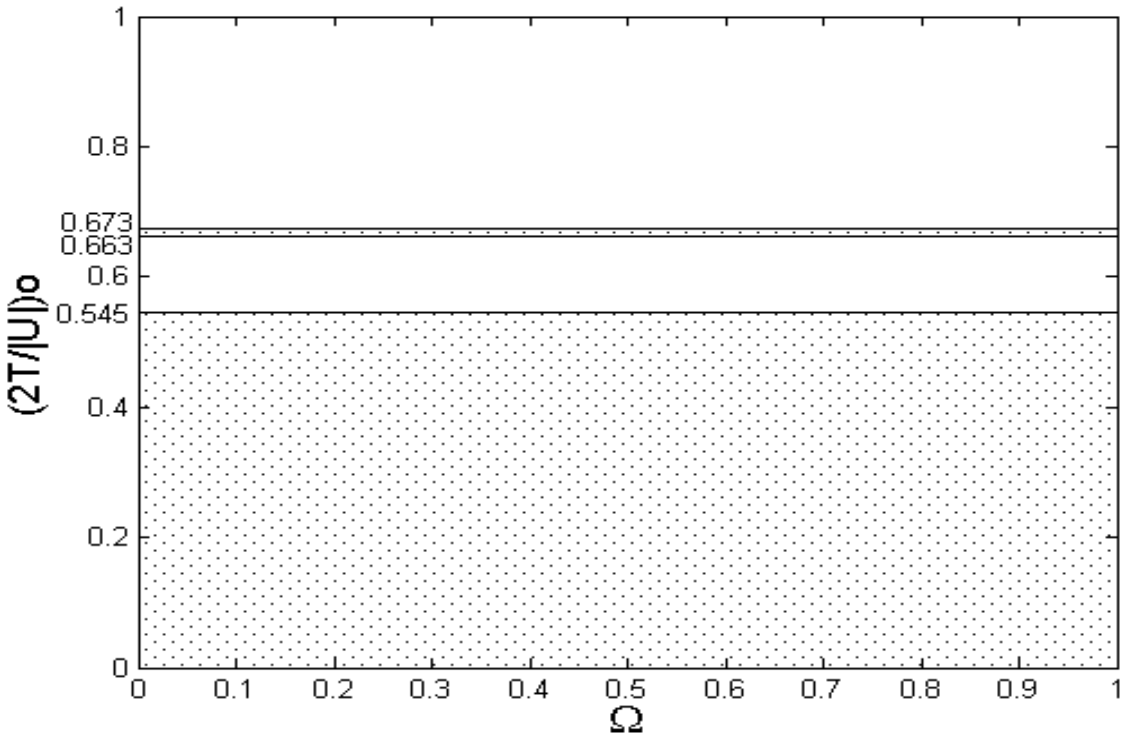


Рис. 3.5. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения анизотропной модели (3.38) для моды (0;4). Область неустойчивости заштрихована.

Результаты численного расчета НАДУ (3.41) моды (0;4) представлены на рис. 3.5. Как видно, при Ω=0 неустойчивость имеет место, если $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.673$, однако внутри данного интервала имеется достаточно широкая зона устойчивости (0.545; 0.663). Причем эта зона наблюдается во всем интервале значений параметра вращения, поскольку НАДУ (3.41) данной моды не зависит от этого параметра. Отметим также, что данная зона устойчивости делит рассматриваемую зону неустойчивости на две части, для которых характерны разные типы неустойчивости. А именно, в области $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.545$ имеется апериодическая неустойчивость, а в другой $0.663 < (2T/|U|)_0 \le 0.673$ - колебательная, на что указывают комплексно-сопряженные корни характеристического уравнения, составленного из решения НАДУ (3.41) в точке $\psi = 2\pi$ методом устойчивости периодических движений.

Анализируя полученные результаты численного решения НАДУ (3.43) моды (2;4) можно сказать, что неустойчивости невращающейся модели (3.38) при малых и умеренных значениях начального вириального отношения физически различаются: в области $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.448$ происходит неустойчивость радиальных орбит, а при его умеренных значениях ($0.476 < (2T/|U|)_0 \le 0.521$) имеем дело с колебательно-резонансной неустойчивостью. А когда модель (3.38) вращается, имеем дело только с колебательной неустойчивостью.

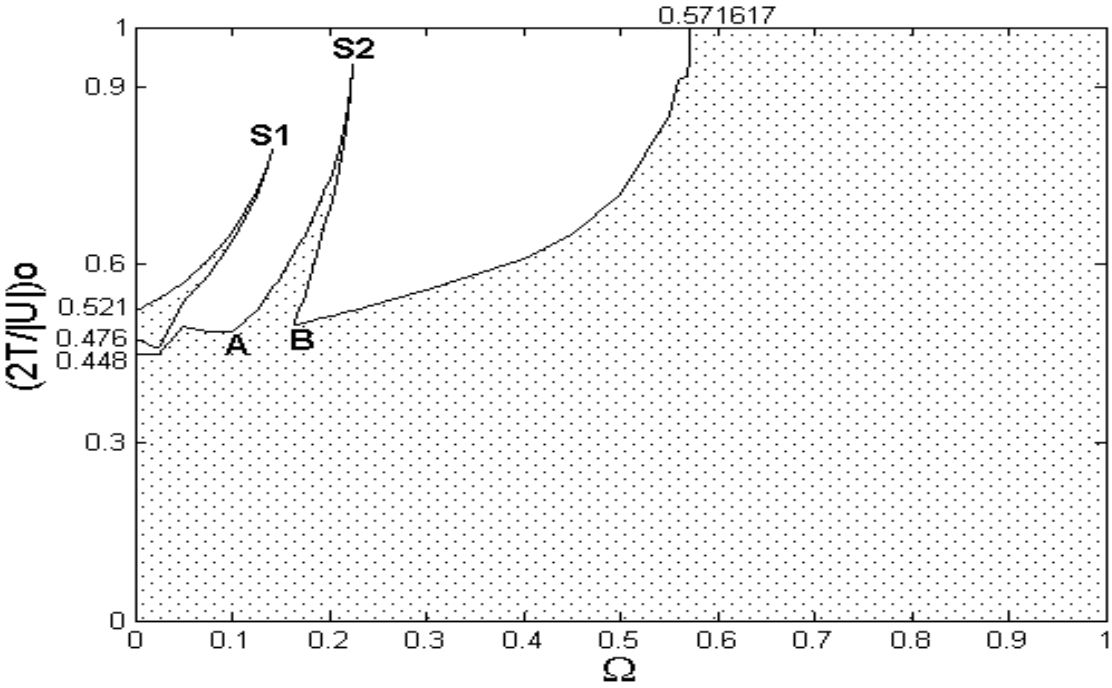


Рис. 3.6. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения анизотропной модели (3.42) для моды (2;4). Здесь имеются экстремальные точки S1(0.1425;0.7950), S2(0.225;0.9370), A(0.10;0.4860), B(0.1642;0.4980).

Критическая диаграмма (рис. 3.6) моды (2;4) показывает, что в интервале значения параметра вращения $0<\Omega<0.1425$ внутри области устойчивости наблюдаем полуостров неустойчивости. С увеличением значений параметра вращения также растет и основная область неустойчивости, т.е. наступление неустойчивости начинается при больших

значениях начального вириального отношение. Здесь также заметим, что в диапазоне $0.1<\Omega<0.225$ область неустойчивости резко увеличивается до $(2T/|U|)_0=0.9370$. А начиная со значения параметра вращения $\Omega\geq0.571617$ анизотропная модель (3.38) полностью неустойчива относительно данной моды возмущений.

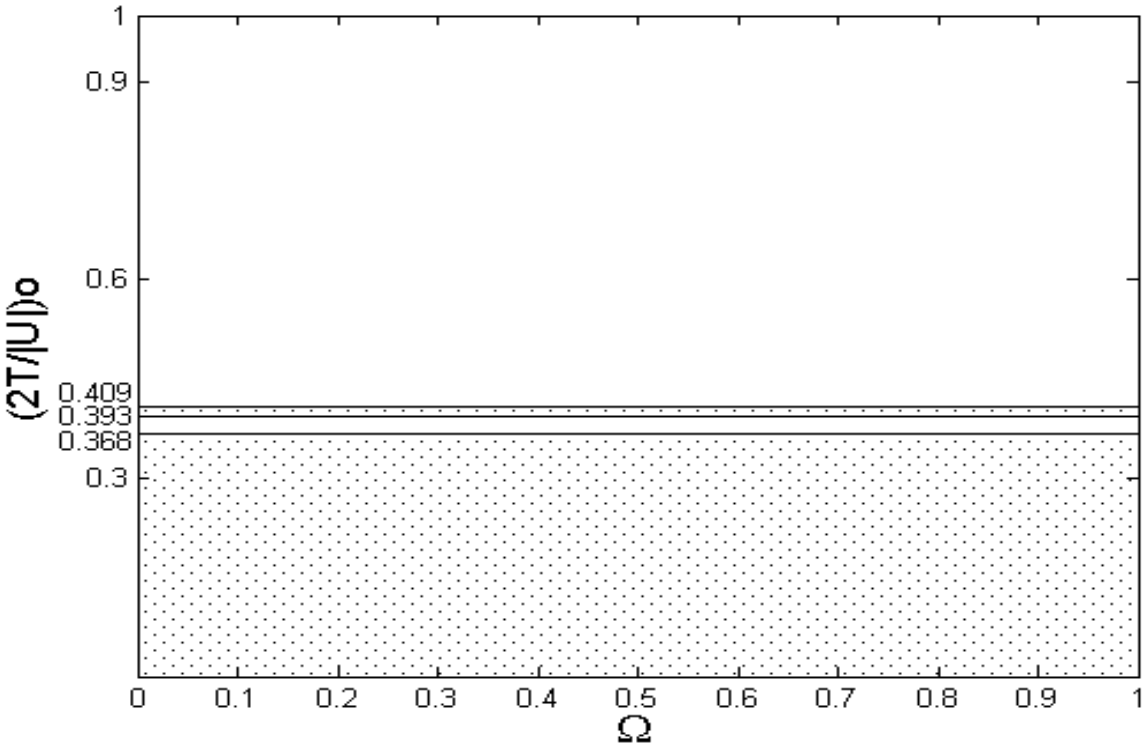


Рис. 3.7. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения анизотропной модели (3.38) для моды (0;6).

Результаты исследования гравитационной неустойчивости моды (0;6) на фоне модели (3.38) иллюстрируются на рис.3.7. Так как НАДУ (3.45) данной моды не зависит от параметра вращения модели, полученная критическая диаграмма (рис. 3.7) напоминает случай m=0; N=4. Но только здесь область «острова» устойчивости, которая находится в $0.368<(2T/|U|)_0\leq0.393$, и площадь основной области неустойчивости сравнительно меньше, чем мы наблюдали у моды (0;4). Кроме того, для этой моды (0;6) имеет место чередование четырех областей неустойчивостей с периодическим и апериодическим характерами: в интервалах

$0.101 \le (2T/|U|)_0 \le 0.278$ и $0.393 < (2T/|U|)_0 \le 0.409$ наблюдаем колебательную неустойчивостью, а в диапазонах $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.1$ и $0.279 \le (2T/|U|)_0 \le 0.368$ - неустойчивость радиальных орбит.

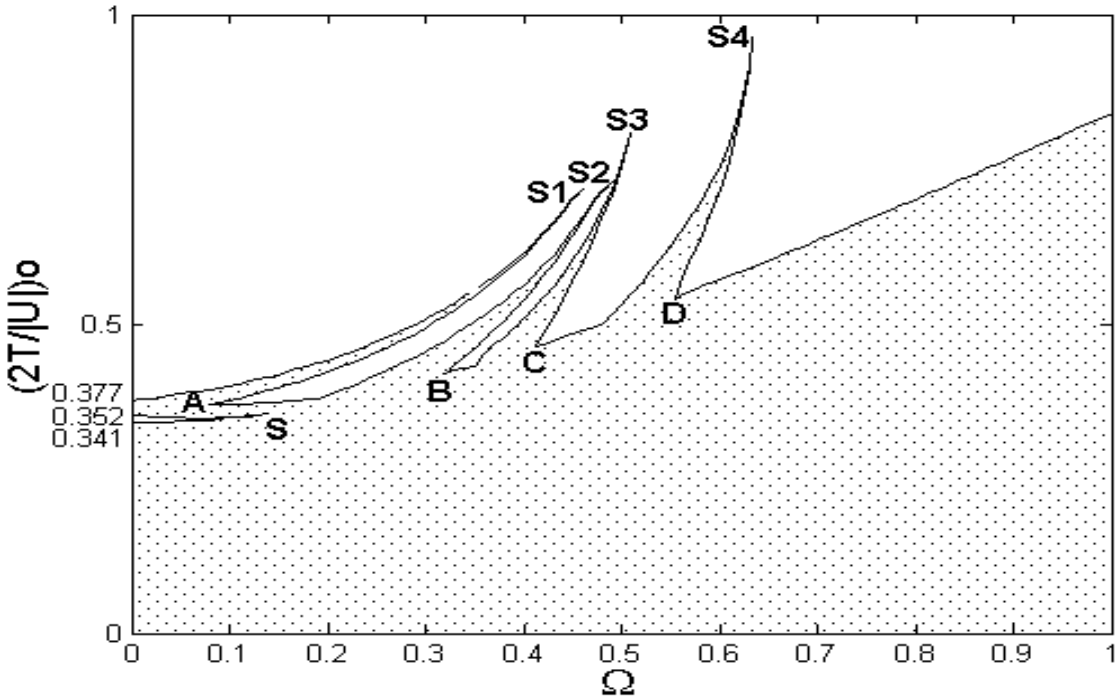


Рис. 3.8. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения анизотропной модели (3.38) для моды (2;6). Здесь A(0.08;0.370), B(0.3187;0.420), C(0.412;0.464), D(0.555;0.540), S(0.14;0.355), S1(0.46;0.719), S2(0.49;0.730), S3(0.51;0.808), S4(0.6328;0.963)

Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения анизотропной модели (3.38) для моды (2;6) приведена на рис. 3.8. Если для случая моды (2;4) имелся полуостров неустойчивости, то здесь, наоборот, наблюдается наличие полуострова устойчивости внутри области неустойчивости. Данный узкий полуостров тянется до значения $\Omega=0.14$. Кроме того, как и в моде (2;4), здесь также с увеличением параметра вращения системы область неустойчивости плавно возрастает с дополнительными ответвлениями, «верхушки» которых находятся в точках S1, S2, S3 и S4. Анализ полученных результатов численного исследования НАДУ (3.47) показывает, что при $\Omega=0$ имеем четыре чередующиеся области

неустойчивостей, точнее, в интервалах значений начального вириального отношения $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.052$ и $0.241 \le (2T/|U|)_0 \le 0.341$ неустойчивость моды (2;6) носит апериодический характер, а в интервалах $0.053 \le (2T/|U|)_0 \le 0.240$ и $0.352 \le (2T/|U|)_0 \le 0.377$ - колебательный. А когда модель (3.38) начинает вращаться, наблюдается только колебательная неустойчивость.

Так как выше рассмотренные анизотропные модели получены в рамках изотропной модели (2.4), то представляет также большой интерес изучение поведений этих мод на фоне этой исходной модели. НАДУ исследуемых кольцеобразных мод возмущений в рамках модели (2.4) приведены в приложении 1. Ниже приведены результаты исследования этих уравнений.

Мода m=0; N=4. С помощью численного анализа НАДУ (П1.3) построена критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения исходной модели (2.4) (рис. 3.9).

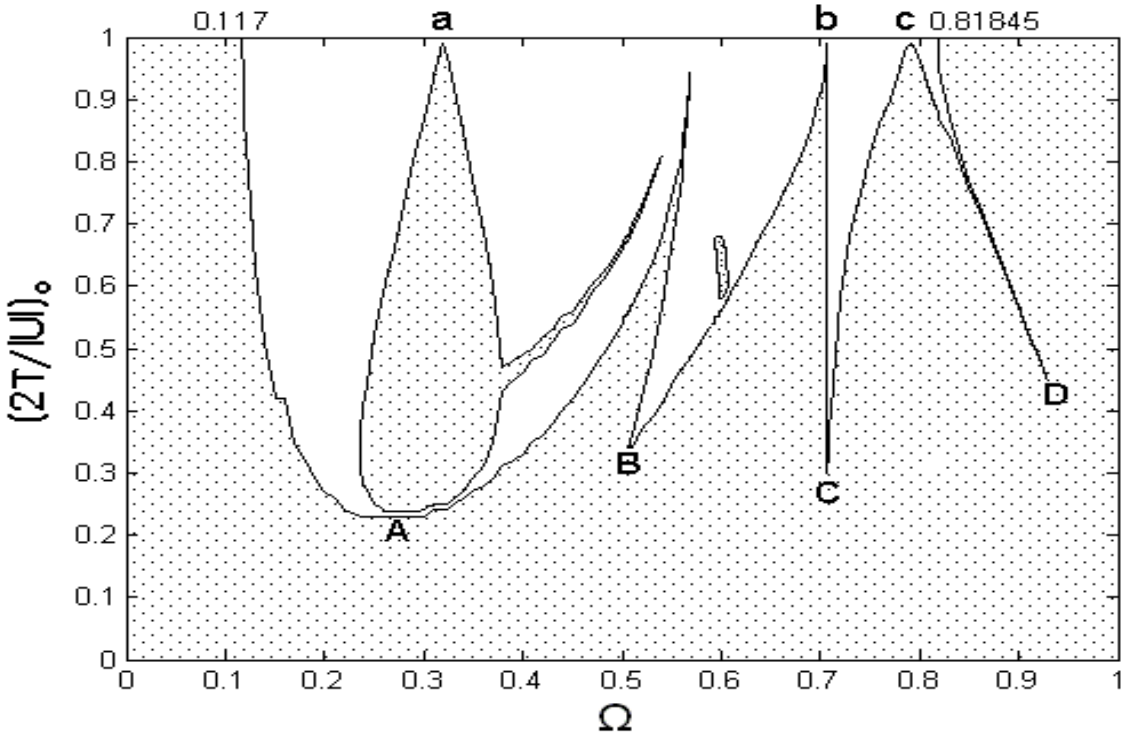


Рис. 3.9. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (2.4) для моды (0;4). Здесь A(0.26;0.230), B(0.506;0.340), C(0.7072;0.30), D(0.93;0.446), a= 0.31927, b=0.707102, c=0.79060.

Как видно из рис. 3.9, в области $\Omega \leq 0.117$ данная кольцевая мода возмущения неустойчива для произвольного значения вириального отношения. Затем вращение в области $0.117<\Omega<0.3$ играет как бы стабилизирующую роль. В окрестности $\Omega \approx 0.3$, $(2T/|U|)_0>0.25$ имеется вытянутый остров неустойчивости с дополнительным узким ответвлением. Точно также в области $0.593 \leq \Omega<0.61$, $0.581<(2T/|U|)_0<0.680$ наблюдается еще один маленький остров неустойчивости. Таким образом, при $(2T/|U|)_0>0.3$ области устойчивости и неустойчивости чередуются с ростом значений параметра Ω. И наконец, в области $\Omega \geq 0.93$ модель (2.4) неустойчива относительно кольцевой моды (0;4) возмущений при произвольном значении начального вириального отношения. В состоянии $(2T/|U|)_0=1$ критические значения $\Omega=0.117$ и 0.81845 хорошо известны из линейной теории устойчивости (см., например, [125; с. 7-12]). А в точках $\Omega=0.31927$, 0.707102 и 0.79060 неустойчивость наблюдается только в рамках нестационарной модели (2.4), в которых имеет место нелинейный эффект, связанный со сложным резонансом между частотами коллективных движений линейной теории и нелинейных колебаний модели. Результаты исследования типов неустойчивости моды (0;4) представлены в П.1.5., которая показывает, что при $\Omega \leq 0.5$ (за исключением $\Omega=0.2$) у нас имеется и колебательная, и апериодическая неустойчивость, а когда $\Omega=0.2$ и $\Omega>0.5$ характер неустойчивости является только апериодическим.

Мода m=2; N=4. Результаты численного исследования НАДУ (П1.6) приведены в виде критической диаграммы начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (2.4) (рис. 3.10). Интересно, что на фоне изотропной модели у этой моды (2;4) имеется особенность, связанная с наличием «полуострова» неустойчивости внутри области устойчивости так же, как и на фоне анизотропной модели (3.38). Данный полуостров неустойчивости наблюдается в интервале $0 \leq \Omega \leq 0.065$, и имеет длину 0.275 по значению начального вириального отношения. Далее, с увеличением значения параметра вращения, наблюдаются два острова

устойчивости, первый из которых имеет вид «сферического» треугольника и обозначен α ($0.34 \le \Omega \le 0.394$; $0.41 \le (2T/|U|)_0 \le 0.74$). А второй остров устойчивости находится в очень узком интервале значений параметра вращения ($0.825 \le \Omega \le 0.833$) и образует пик в точке b=0.8268 ($(2T/|U|)_0 = 1$).

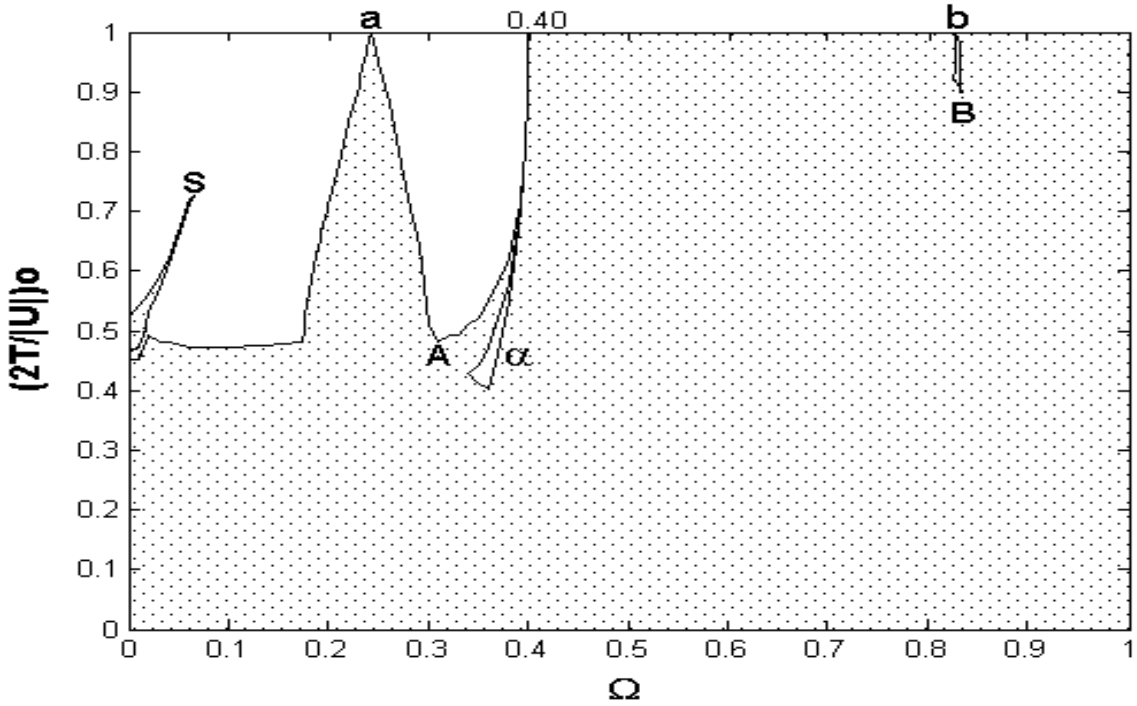


Рис. 3.10. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (2.4) для моды (2;4). Здесь A(0.31;0.48), B(0.833;0.90), S(0.065;0.725), a=0.2424 b=0.8268

Видно, что маржинальная кривая доходит до значения $(2T/|U|)_0=1$ при двух значениях Ω, а именно $\Omega_1 = 0.2424$, и $\Omega_2 = 0.4$. Точка $\Omega = \Omega_1$, $\lambda = 0$ является устойчивой в рамках линейного приближения и на оси абсцисс образует подобие точки ветвления, а при малом отклонении от этой точки проявляется нелинейная неустойчивость. При $\Omega \ge \Omega_2$ линейные и нелинейные колебания полностью неустойчивы, кроме точки Ω_3=b=0.8268, где наблюдается устойчивость, проявление которой также связано с нелинейным колебанием модели (2.4). Заметим также, что при отсутствии вращения модели (2.4) имеется колебательная неустойчивость в интервале $0.48 \le (2T/|U|)_0 \le 0.52$, а в диапазоне $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.44$ наблюдается

апериодическая неустойчивость. Но когда модель имеет вращение, наблюдается неустойчивость только с колебательной природой.

Мода m=0; N=6. С помощью результатов анализа НАДУ (П1.8) можно сказать, что как и мода (0;4), мода (6;0) имеет разные типы неустойчивости на фоне изотропной модели (2.4) в зависимости от значений параметра вращения и начального вириального отношения (табл. П1.10). Здесь видно, что при $\Omega \leq 0.7$ в областях неустойчивости по мере увеличения значения $(2T/|U|)_0$ чередуются их природа, но когда $\Omega > 0.7$ неустойчивость носит только апериодический характер.

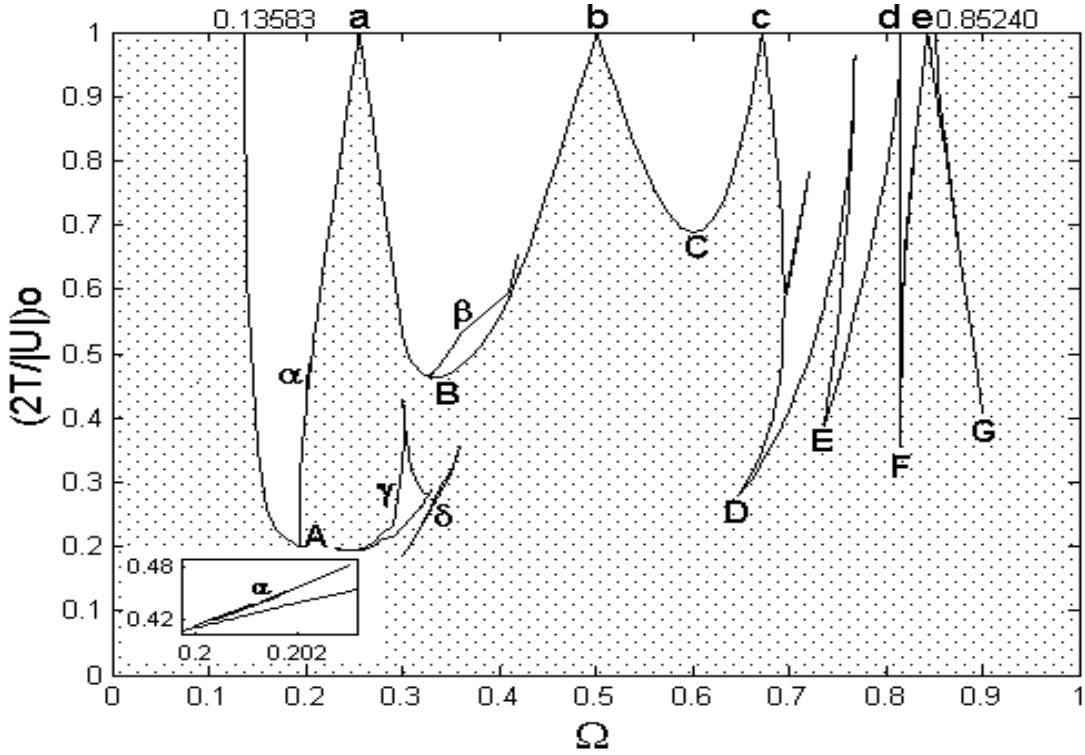


Рис. 3.11. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (2.4) для моды (0;6). Здесь A(0.196;0.20), B(0.331;0.462), C(0.6;0.688), D(0.647;0.2787), E(0.737;0.388), F(0.815659;0.354), G(0.9;0.407), S(0.14;0.355), a=0.255389, b=0.501198, c=0.672189, d=0.815658, e=0.843302

Как видно из критической зависимости начального вириального отношения от параметра вращения для моды (0;6) (рис. 3.11), область устойчивости не наблюдается вплоть до значения Ω=0.13583. Затем, с ростом

значения параметра вращения, маржинальная кривая приобретает несколько пиков, в результате чего наблюдается чередование областей устойчивости и неустойчивости при $(2T/|U|)_0 > 0.6$. Отметим, что в пиках Ω=a; b; c; d и e имеет место некоторый резонансный эффект, а найденные точки $\Omega 1=0.13583$ и $\Omega 2=0.85240$ при $(2T/|U|)_0 = 1$ совпадают с результатами неустойчивости равновесной модели в линейном приближении (см., например, [125; с. 7-12] и ссылки там). Рис. 3.11 показывает также существование двух островов неустойчивостей: очень маленького – α ($0.2 \le \Omega \le 0.203$; $0415 \le (2T/|U|)_0 \le 0.483$) и узкого – β ($0.327 \le \Omega \le 0.420$; $0.464 \le (2T/|U|)_0 \le 0.653$), и еще двух подобных областей: γ ($0.23 \le \Omega \le 0.33$; $0.196790 \le (2T/|U|)_0 \le 0.427$) и δ ($0.3008 \le \Omega \le 0.36$; $0.185 \le (2T/|U|)_0 \le 0.355$) островов устойчивости.

Мода m=2; N=6. Результаты исследования НАДУ (П1.11) показывают, что на фоне невращающейся модели (2.4) для кольцеобразной моды (2;6) характерна колебательная неустойчивость в интервалах $0.14 \le (2T/|U|)_0 \le 0.30$ и $0.33 \le (2T/|U|)_0 \le 0.491$, а при $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.13$ и $0.31 \le (2T/|U|)_0 \le 0.32$ – апериодическая. Когда модель вращается, имеется только колебательно-резонансную неустойчивость. Таким образом, при $\Omega=0$ неустойчивость имеет место, когда $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.491$, но внутри данного интервала также имеют место две очень маленькие зоны устойчивости: $0.306 \le (2T/|U|)_0 \le 0.308$ и $0.321 \le (2T/|U|)_0 \le 0.325$ (рис. 3.12). Первая зона устойчивости, уменьшая свою ширину, наблюдалась до $\Omega=0.002$, а вторая – до значения $\Omega=0.008$. В результате образовались γ и β полуострова устойчивости. Кроме того, здесь также можно заметить один остров неустойчивости – α ($0.004 \le \Omega \le 0.012$; $0496 \le (2T/|U|)_0 \le 0.532$) и два острова устойчивости: δ ($0.5323 \le \Omega \le 0.5338$; $0.606 \le (2T/|U|)_0 \le 0.621$) и ε ($0.7597 \le \Omega \le 0.7768$; $0.535 \le (2T/|U|)_0 \le 0.813$). Отметим, что в интервалах $0.212958 \le \Omega \le 0.527298$ и $0.781054 \le \Omega \le 1$ данная мода возмущений неустойчива на фоне изотропной модели (2.4) во всем диапазоне значений $(2T/|U|)_0$, а при $(2T/|U|)_0 \le 0.3$ рассматриваемая мода

становится полностью неустойчивой для произвольных значений параметра вращения.

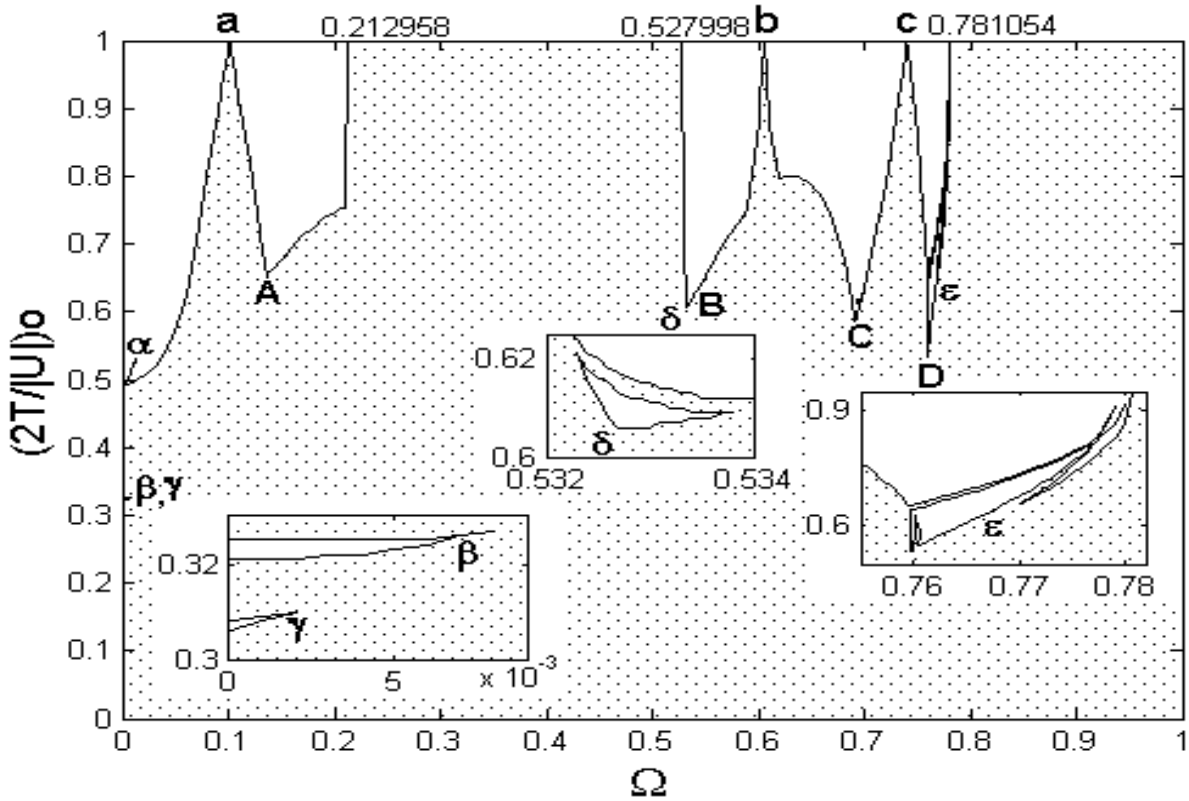


Рис. 3.12. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (2.4) для моды (2;6). Здесь A(0.1362;0.6520), B(0.5337;0.6120), C(0.6911;0.5850), D(0.7597;0.535), a=0.101170, b=0.605624, c=0.739953

Заметим также, что при Ω=a; b и c область неустойчивости увеличивается до $(2T/|U|)_0 \approx 0.999999$, заняв практически весь диапазон возможных значений начального вириального отношения. Обнаруженные критические значения Ω=0.212958; 0.527298 и 0.781054 при $(2T/|U|)_0=1$ (λ=0) также были найдены раньше в рамках стационарной модели [125; с. 7-12], что служит доказательством достоверности полученных результатов.

§ 3.3. Кольцеобразные неустойчивости нестационарных моделей составного диска

В данном параграфе обсуждаются вопросы формирования кольцеобразных структур в галактиках с помощью анализа гравитационной неустойчивости соответствующих мод возмущений на фоне составных моделей (2.34). Анализ начнем с первой составной модели, которая построена с помощью линейной суперпозиции нелинейных моделей (2.4) и (2.9). Для получения НАДУ кольцеобразных мод возмущений данной составной модели, в начале вычисляются усреднения по пространству скоростей в требуемых комбинациях их компонентов с помощью формулы (3.12):

$$\begin{cases} \bar{u} = \dfrac{1}{4\Pi^2}\left[(3\nu - 4)\Omega\mathbf{y} - 4\mathbf{cx}\right]; \qquad \bar{\vartheta} = \dfrac{1}{4\Pi^2}\left[(4 - 3\nu)\Omega\mathbf{x} - 4\mathbf{cy}\right]; \\ \overline{u\vartheta} = (\bar{u})(\bar{\vartheta}); \qquad \overline{\vartheta u^2} = (\bar{\vartheta})\left(\overline{u^2}\right); \qquad \overline{u\vartheta^2} = (\bar{u})\left(\overline{\vartheta^2}\right); \\ \overline{u^2} = \dfrac{1-\Omega^2}{3\Pi^2}\left(1 - \dfrac{r^2}{\Pi^2}\right) + (\bar{u})^2 + \dfrac{\nu}{12\Pi^2}\left(1 - \dfrac{\mathbf{r}^2}{\Pi^2}\right)\left(4\Omega^2 - 1\right); \\ \overline{\vartheta^2} = \dfrac{1-\Omega^2}{3\Pi^2}\left(1 - \dfrac{r^2}{\Pi^2}\right) + (\bar{\vartheta})^2 + \dfrac{\nu}{12\Pi^2}\left(1 - \dfrac{\mathbf{r}^2}{\Pi^2}\right)\left(4\Omega^2 - 1\right); \\ \overline{u^3} = (\bar{u})\left[\dfrac{1-\Omega^2}{\Pi^2}\left(1 - \dfrac{r^2}{\Pi^2}\right) + (\bar{u})^2\right] + \dfrac{\nu}{4\Pi^2}\left(1 - \dfrac{\mathbf{r}^2}{\Pi^2}\right)\left(4\Omega^2 - 1\right)(\bar{\mathbf{u}}); \\ \overline{\vartheta^3} = (\bar{\vartheta})\left[\dfrac{1-\Omega^2}{\Pi^2}\left(1 - \dfrac{r^2}{\Pi^2}\right) + (\bar{\vartheta})^2\right] + \dfrac{\nu}{4\Pi^2}\left(1 - \dfrac{\mathbf{r}^2}{\Pi^2}\right)\left(4\Omega^2 - 1\right)(\bar{\vartheta}); \\ \quad \text{и т.д.} \end{cases} \tag{3.49}$$

Теперь, с учетом (3.49), (3.5) и (3.14) находим соответствующие возмущения плотности и потенциала для каждой исследуемой кольцеобразной моды возмущений, и сравнивая их со своими теоретически

вычисленными результатами (3.16) и (3.17), получим выражения для НАДУ в каждом отдельном случае:

<u>Мода m=0; N=4.</u>

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi})=\frac{45}{8}\left[\nu\cdot\left(\mathbf{A}^{*}_{04}(\boldsymbol{\psi})-\mathbf{I}^{*}_{04}(\boldsymbol{\psi})\right)+\mathbf{I}^{*}_{04}(\boldsymbol{\psi})\right]\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{\mathbf{3}-\boldsymbol{\tau}}\,\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}.\left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-\mathbf{3}}\right) \quad (3.50)$$

Напомним, что ν есть параметр суперпозиции, который принимает значения от 0 до 1.

<u>Мода m=2; N=4.</u>

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi})=\frac{5}{8}\left[\nu\cdot\left(\mathbf{A}^{*}_{24}(\boldsymbol{\psi})-\mathbf{I}^{*}_{24}(\boldsymbol{\psi})\right)+\mathbf{I}^{*}_{24}(\boldsymbol{\psi})\right]\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{\mathbf{3}-\boldsymbol{\tau}}\,\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}.\ \left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-\mathbf{3}}\right) \quad (3.51)$$

<u>Мода m=0; N=6.</u>

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi})=\frac{525}{64}\left[\nu\cdot\left(\mathbf{A}^{*}_{06}(\boldsymbol{\psi})-\mathbf{I}^{*}_{06}(\boldsymbol{\psi})\right)+\mathbf{I}^{*}_{06}(\boldsymbol{\psi})\right]\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{5-\boldsymbol{\tau}}\,\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}.\ \left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-5}\right) \quad (3.52)$$

<u>Мода m=2; N=6.</u>

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi})=\frac{105}{256}\left[\nu\cdot\left(\mathbf{A}^{*}_{26}(\boldsymbol{\psi})-\mathbf{I}^{*}_{26}(\boldsymbol{\psi})\right)+\mathbf{I}^{*}_{26}(\boldsymbol{\psi})\right]\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{5-\boldsymbol{\tau}}\,\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}.\ \left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-5}\right) \quad (3.53)$$

Здесь функции $\mathbf{A}^{*}_{\mathbf{mN}}(\boldsymbol{\psi})$ и $\mathrm{I}^{*}_{\mathrm{mN}}(\boldsymbol{\psi})$ определяются с помощью формул (3.42), (3.44), (3.46), (3.48) и формул (П1.4), (П1.7), (П1.9) и (П1.12). Приложения 1.

Результаты численного исследования неустойчивости полученных НАДУ кольцеобразных мод возмущений (3.50 - 3.53) методом устойчивости периодических решений [149; с.70-82] представлены в виде зависимостей критических значений $(2T/|U|)_0$ от параметра суперпозиции ν для Ω=0, Ω=0.5 и Ω=1 (рис. 3.13-3.16).

a)

b)

c)

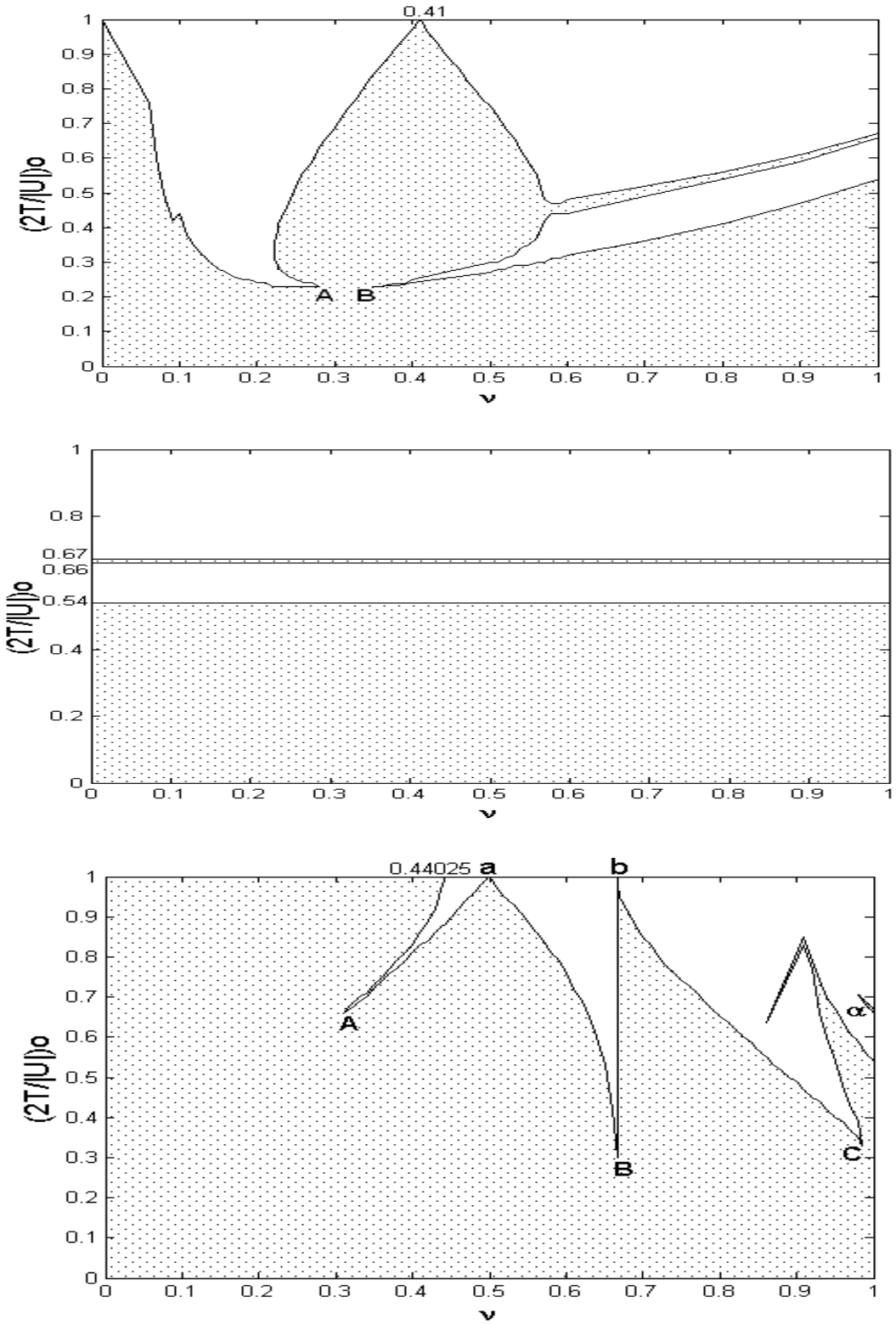


Рис. 3.13. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (0;4): a) Ω=0, A(0.28;0.23), B(0.35;0.23) b) Ω=0.5 c) Ω=1.0, A(0.31;0.66), B(0.6665;0.30), C(0.985;0.33, a=0.50, b=0.6668)

Как видно из критической зависимости (рис. 3.13a), при отсутствии вращения исследуемой составной модели в окрестности $\nu\approx0.4$, $(2T/|U|)_0>0.25$ область неустойчивости образует вытянутую зону в виде «лепестка» с дополнительным узким ответвлением. Кроме того, здесь также можно заметить, что суперпозиция двух моделей привела к возникновению некоего сложного резонансного эффекта, в результате чего область неустойчивости имеет пик в точке ($\nu=0.41$; $(2T/|U|)_0=1$). Надо отметить, что если не учитывать эту вытянутую зону, то «основная» область неустойчивости резко уменьшается в интервале значений параметра суперпозиции $0.0\leq\nu\leq0.28$, но при $0.35\leq\nu\leq1.0$ она плавно возрастает. А когда $(2T/|U|)_0<0.25$ невращающаяся составная модель полностью неустойчива при всех значениях параметра суперпозиции. Численные расчеты НАДУ (3.50) также показали, что при $\nu=0.0\div0.5$ имеет место чередование четырех областей неустойчивостей с периодическим и апериодическим характерами. В частности, когда $\nu=0.0$ интервалы $0.0\leq(2T/|U|)_0\leq0.1$ и $0.18\leq(2T/|U|)_0\leq0.31$ соответствуют апериодической, а $0.11\leq(2T/|U|)_0\leq0.17$ и $0.32\leq(2T/|U|)_0\leq1.0$ - колебательной неустойчивости. А при $0.5<\nu\leq1.0$ вычисления ограничивались всего двумя чередующимися областями неустойчивости. Отметим, что в промежутке значений ($0.15\leq\nu\leq0.24$) имеется только апериодическая неустойчивость. В случае $\Omega=0.5$ (рис. 3.13b) неустойчивости имеют место, если $0\leq(2T/|U|)_0<0.54$ и $0.66\leq(2T/|U|)_0<0.67$, причем первая зона имеет апериодическую, а вторая колебательную природу, а между ними имеется зона устойчивости. Не изменяя свою ширину, эти зоны тянутся до конца значения параметра суперпозиции, так как НАДУ (3.50) для данного случая не зависит от этой величины. Действительно, при $\Omega=0.5$ функции (3.42) и (П1.4) равны друг другу. А при максимальном значении параметра вращения Ω критическая диаграмма (рис. 3.13c) очень усложняется, причем она показывает две резонансные точки ($\nu_1=0.50$ и $\nu_2=0.6668$), где суперпозиция двух моделей приводит к тому, что область неустойчивости увеличивается до $(2T/|U|)_0\approx0.999$, заняв практически весь диапазон возможных значений,

принимаемых начальным вириальным отношением. А когда $\nu \leq 0.31$ данная исследуемая составная модель полностью неустойчива относительно моды (0;4) и такая картина наблюдается также в случае $(2T/|U|)_0<0.3$ для произвольных значений ν. Однако при $\nu>0.3$ и $0.7<(2T/|U|)_0<1$ области неустойчивости и устойчивости чередуются, причем при $\nu>0.98$ наблюдается очень маленький полуостров неустойчивости – $\alpha(0.98\leq\nu\leq1.0;$ $0.66\leq(2T/|U|)_0\leq0.705)$. В данном ($\Omega=1$) случае у нас имеется в основном, апериодическая неустойчивость, и только в области полуострова - α имеется неустойчивость колебательной природы.

Критические зависимости между начальным вириальным отношением $(2T/|U|)_0$ и параметром суперпозиции ν при значениях $\Omega=0$, $\Omega=0.5$ и $\Omega=1$ для моды (2;4) приведены на рис. 3.14. Отметим, что на фоне невращающейся составной модели (рис. 3.14a) данная мода ведет себя точно также, как мода (0;4) в случае вращающейся модели с $\Omega=0.5$, где неустойчивая область состоит из двух зон: $0.0\leq(2T/|U|)_0<0.449$ с апериодической и $0.477<(2T/|U|)_0\leq0.449$ с колебательной природами, разделенных зоной устойчивости. И наоборот, мода (2;4) на фоне вращающейся составной модели (рис. 3.14b) напоминает (но более отдаленно) поведение предыдущей моды в случае $\Omega=0$. Здесь вытянутая область неустойчивости без дополнительного ответвления выделяется отдельно в виде острова, в которой пик находится в точке ($\nu=0.5142$; $(2T/|U|)_0\approx0.9999$). Из рис. 3.14b также видно, что до значения $\nu \approx 0.166$ у нас не наблюдается область устойчивости. Однако в интервале $0.166<\nu<0.4$ данная «основная» область неустойчивости резко сокращается и когда $\nu>0.4$ она идет почти стабильно, но с дополнительным ответвлением – S(0.621;0.92). Кроме того, здесь можно заметить наличие маленького острова неустойчивости при приближении к максимальному значению параметра суперпозиции – α $(0.98\leq\nu\leq1.0;$ $0.72\leq(2T/|U|)_0\leq0.77)$.

a)

b)

c)

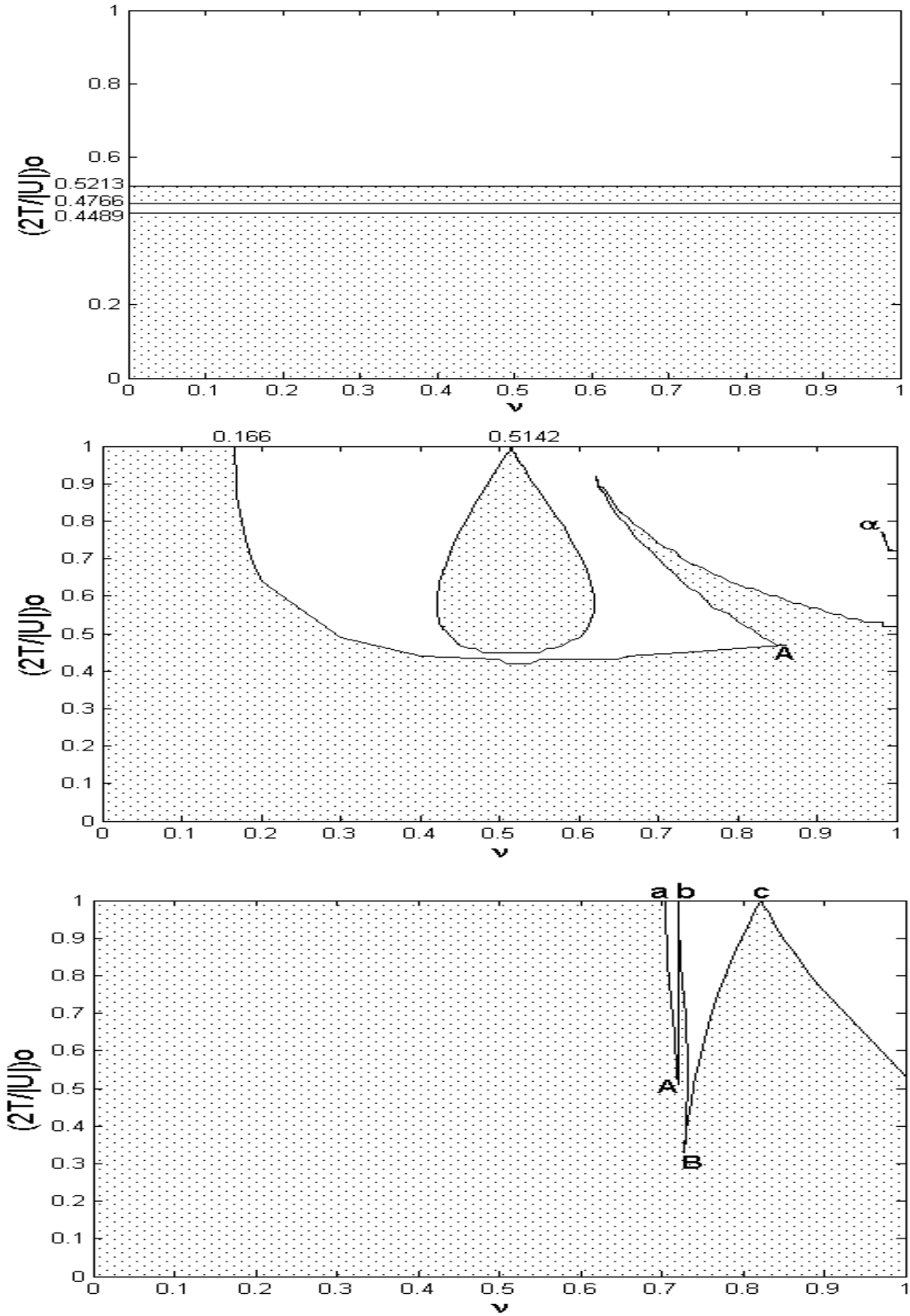


Рис. 3.14. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (2;4): a) Ω=0; b) Ω=0.5, A(0.86;0.47), S(0.621;0.92); c) Ω=1.0, A(0.7199;0.51), B(0.7270;0.33), a=0.7045, b=0.720013, c=0.8220

В случае с максимальным вращением модели критические диаграммы для обеих мод подобны друг другу, то есть здесь (рис. 3.14с) тоже присутствуют две резонансные точки (ν_1=0.720013 и ν_2=0.822), которые приводят к чередованию областей неустойчивости и устойчивости при $(2T/|U|)_0>0.5$. Кроме того, если исходная нелинейная нестационарность составной модели до наложения возмущения такова, что $(2T/|U|)_0<0.3$, то обе моды колебаний неустойчивы независимо от значения параметра суперпозиции ν. Но мода (2;4), несомненно, ведет себя более неустойчиво, так как соответствующая область простирается вплоть до значения ν=0.7045. Здесь также интересно то, что в очень маленьком интервале параметра суперпозиции $0.7045<\nu\leq0.727$ неустойчивая область успеет один раз достичь максимума и два раза минимума. Надо также отметить, что мода возмущений (2;4) на фоне вращающейся составной модели всегда имеет только колебательную неустойчивость.

Численный анализ НАДУ (3.52) показывает, что на фоне составной модели мода (0;6) имеет неустойчивости и колебательного, и апериодического характера при всех значениях параметра вращения Ω. Критическая диаграмма данной моды (рис. 3.15а) для невращающейся составной модели очень похожа на диаграмму моды (0;4) (рис. 3.13а), но только здесь экстремальные точки A и B больше отстают друг от друга, и кроме того, наблюдавшееся в случае моды (0;4) дополнительное узкое ответвление области неустойчивости, здесь отдельно образует полуостров (с вершиной в точке S (0.550;0.588)), не соединяясь с основной зоной неустойчивости. Также заметим, что на фоне невращающейся составной модели мода (0;6) полностью неустойчива до значения $\nu\leq0.114642$. Далее область неустойчивости резко уменьшается и когда параметр суперпозиции принимает значение ν=0.404447, данная область еще раз занимает весь диапазон возможных значений начального вириального отношения. А потом, в интервале $0.405<\nu\leq0.614$ область неустойчивости опять уменьшается до

значения $(2T/|U|)_0 \approx 0.302$, и когда параметр суперпозиции стремится к своему максимальному значению, она начинает снова медленно возрастать.

a)

b)

c)

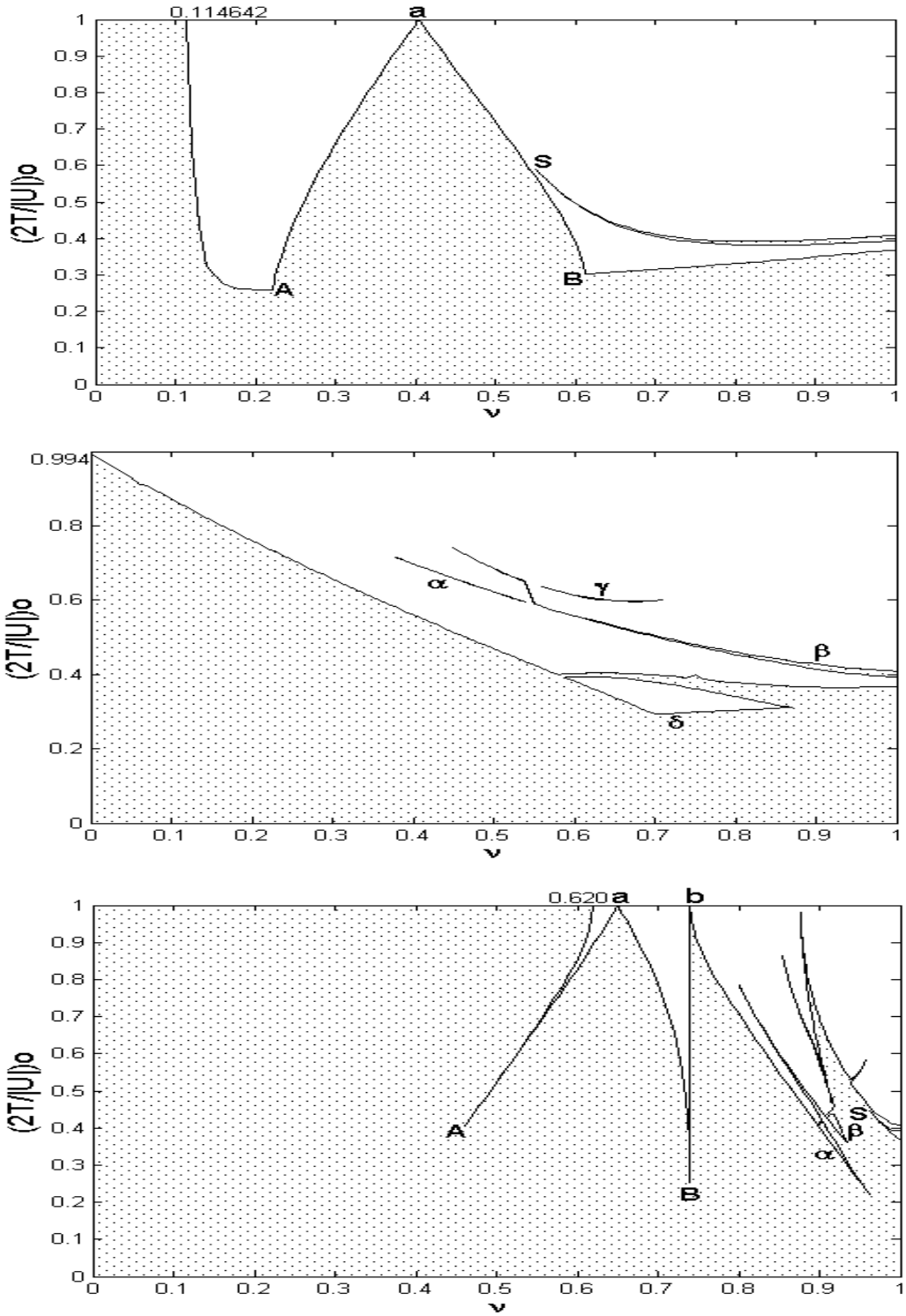


Рис. 3.15. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (0;6): a) Ω=0, A(0.220;0.259), B(0.614;0.302), S(0.550;0.588), a=0.404447; b) Ω=0.5; c) Ω=1.0, A(0.46;0.405), B(0.739999;0.254), S1(0.801;0.785), S2(0.855;0.863), S3(0.877103;0.98), a=0.650, b=0.740

Критическая диаграмма при Ω=0.5 представляет собой своеобразный вид (рис.3.15b). В интервале $0.0 \le \nu \le 0.58$ неустойчивая область постепенно уменьшается от $(2T/|U|)_0$=0.994 до $(2T/|U|)_0$=0.399, а при $0.6 < \nu \le 1$ она идет почти стабильно. Кроме того, мы здесь наблюдаем два острова неустойчивости: α ($0.379 \le \nu \le 0.54$; $0.595 \le (2T/|U|)_0 \le 0.715$) и γ ($0.56 \le \nu \le 0.71$; $0.596 \le (2T/|U|)_0 \le 0.636$), и один длинный полуостров – β ($0.45 \le \nu \le 1.0$; $0.393 \le (2T/|U|)_0 \le 0.741$), а также один остров устойчивости внутри области неустойчивости в виде «сферического» треугольника – δ ($0.589 \le \nu \le 0.87$; $0.293 \le (2T/|U|)_0 \le 0.393$). При максимальном значении параметра вращения Ω критическая диаграмма (рис. 3.15c) для данной моды (0;6) похожа на диаграмму предыдущих мод возмущений. А именно, наблюдаются две резонансные точки (ν_1=0.650 и ν_2=0.740) и до значения $\nu \le 0.46$ неустойчивая область занимает весь диапазон возможных значений, принимаемых начальным вириальным отношением. Далее чередуются области устойчивости и неустойчивости при $(2T/|U|)_0 \ge 0.254$. Когда параметр суперпозиции приближается к своему максимальному значению, наблюдаются острова устойчивости: α ($0.8984 \le \nu \le 0.962$; $0.221 \le (2T/|U|)_0 \le 0.418$), β ($0.9086 \le \nu \le 0.935$; $0.360 \le (2T/|U|)_0 \le 0.437$) и маленький полуостров – δ ($0.963 \le \nu \le 1.0$; $0.368 \le (2T/|U|)_0 \le 0.447$).

С помощью результатов численного анализа НАДУ (3.53) можно заключить, что мода (2;6) по характеру своей неустойчивости напоминает нам случай моды (2;4). А именно, на фоне невращающейся составной модели имеется и колебательная, и апериодическая неустойчивость, но когда модель начинает вращаться, наблюдается неустойчивость только с колебательной природой. Маржинальные зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции для различных значений параметра вращения представлены на рис. 3.16.

a)

b)

c)

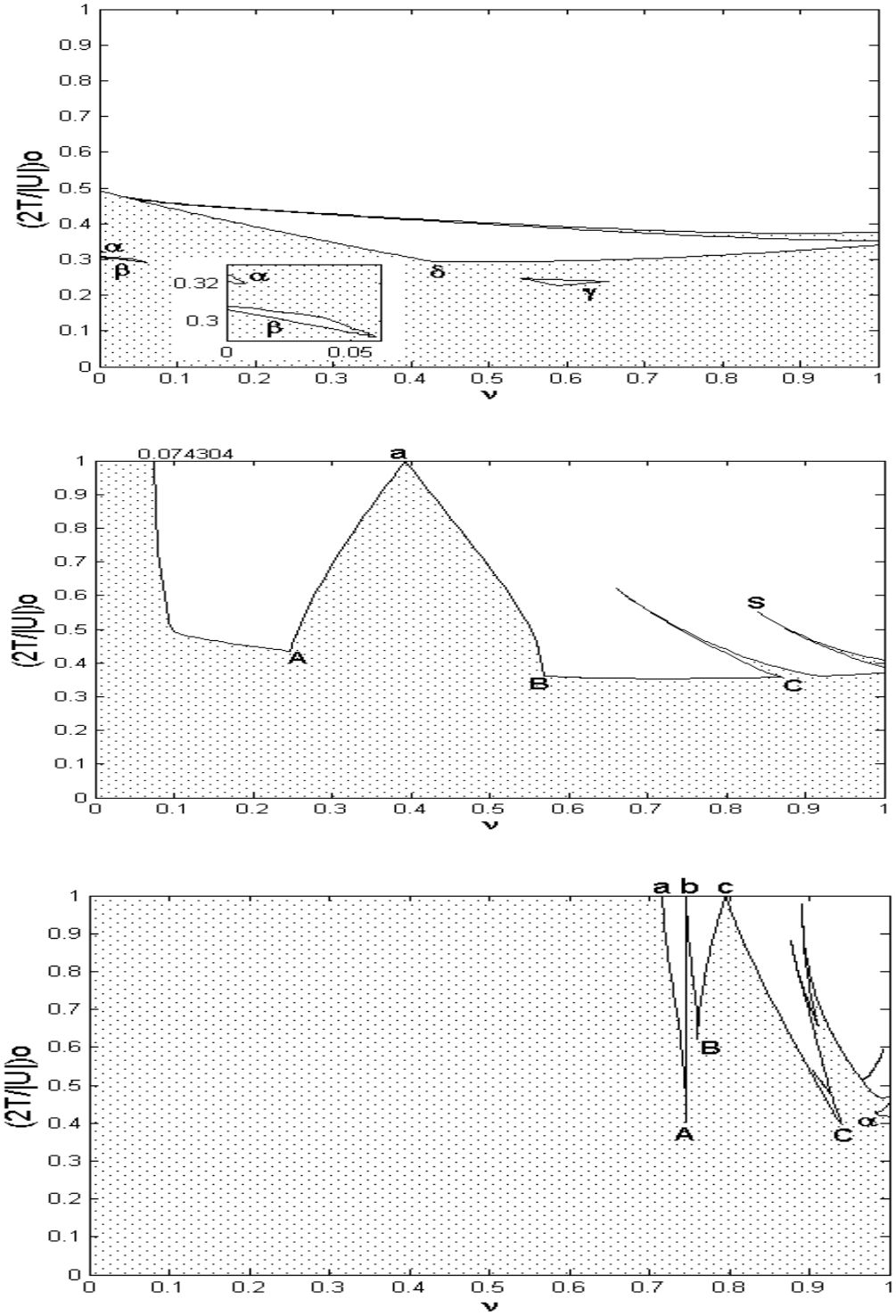


Рис. 3.16. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (2;6): a) Ω=0, b) Ω=0.5, A(0.2475;0.434), B(0.57;0.361), C(0.87;0.359), a=0.39331, S1(0.66;0.621), S(0.84;0.552); c) Ω=1.0, A(0.74637;0.401), B(0.7588;0.621), C(0.941;0.397), a=0.717051, b=0.746568, c=0.79545, S1(0.877;0.882), S2(0.8902;0.977), α(0.982≤ν≤1; 0.417≤(2T/|U|)$_0$≤0.454)

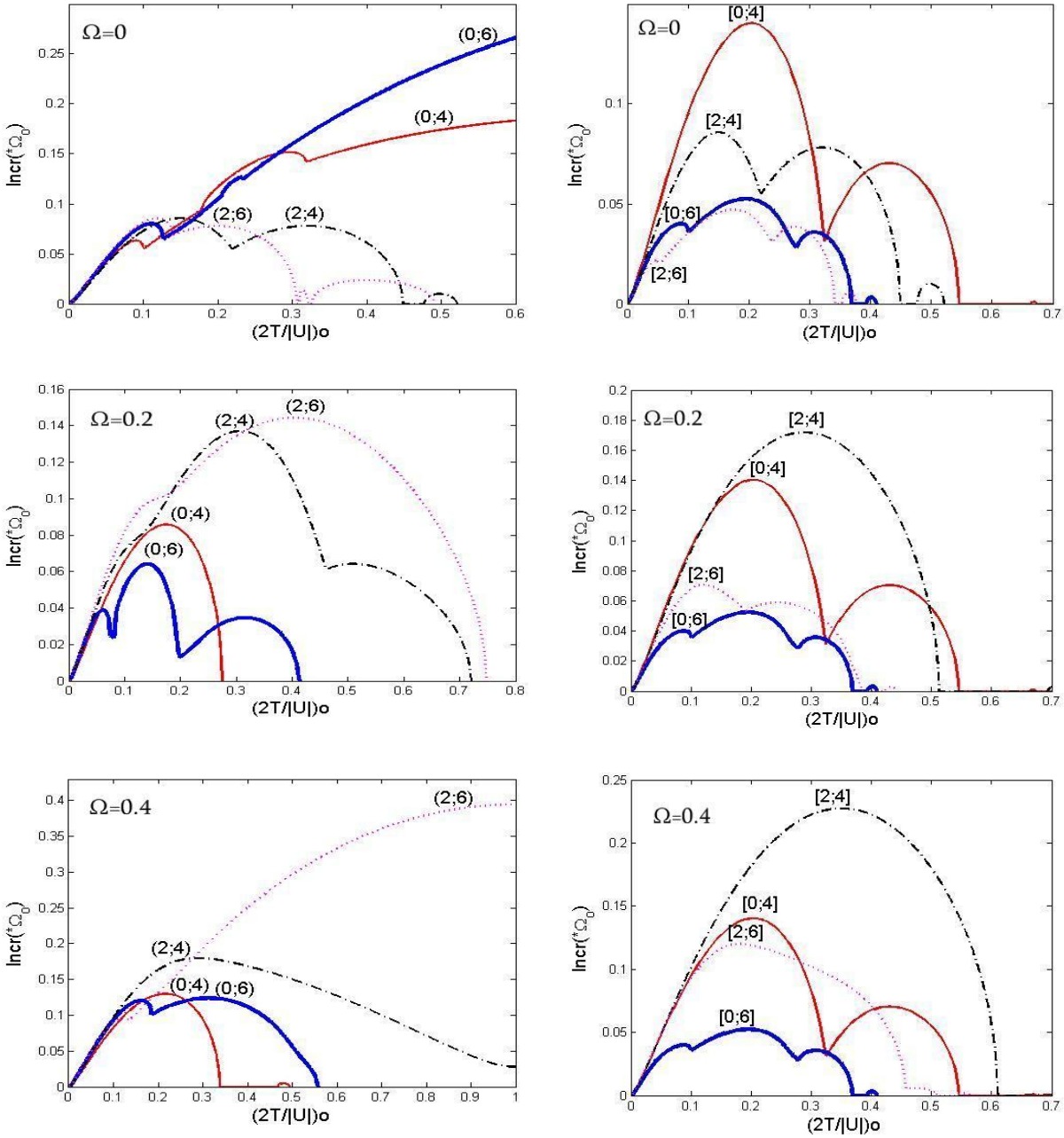
При отсутствии вращения составной модели (рис. 3.16a) мода (2;6) ведет себя более устойчиво, по сравнению с вышерассмотренными кольцеобразными модами. Имеются полуострова и острова устойчивости: $\alpha(0\le\nu\le0.0077;\ 0.320\le(2T/|U|)_0\le0.325)$, β $(0\le\nu\le0.06;\ 0.292\le(2T/|U|)_0\le0.308)$ и δ $(0.035\le\nu\le1.0;\ 0.293\le(2T/|U|)_0\le0.473)$,$\gamma$ $(0.5413\le\nu\le0.653;\ 0.227\le(2T/|U|)_0\le0.247)$. Заметим, что при Ω=0.5 критическая диаграмма (рис. 3.16b) данной моды повторяет картину в случае Ω=0 моды (2;4). Но только здесь полуостров относительно короткий и он начинается с точки S (0.84;0.552). А также здесь видно медленное возрастание области неустойчивости при ν>0.6, сопровождающееся дополнительным ответвлением – S1 (0.66;0.621). И наконец, когда параметр вращения составной модели принимает свое максимальное значение, критическая диаграмма (рис. 3.16c) данной моды (2;6) качественно не отличается от вышерассмотренных мод.

Здесь не приведены картины критических зависимостей начального вириального отношения от параметра суперпозиции для остальных двух составных моделей, поскольку их поведения при различных значениях Ω приблизительно похожи на поведение предыдущей первой составной модели относительно рассмотренных мод. Но в следующем параграфе дается сравнение неустойчивости кольцеобразных мод между собой на фоне этих трех составных моделей, а также проведен сравнительный анализ составных моделей относительно данных мод колебаний.

§ 3.4. Сравнение инкрементов неустойчивостей

Прежде всего, интересно сравнить инкременты неустойчивостей кольцеобразных мод колебаний на фоне исходной изотропной (2.4) и анизотропной (3.38) моделей. Как видно из рис. 3.17, при Ω=0 в изотропной модели инкремент неустойчивости двухкольцевой моды (0;6) преобладает над всеми остальными. И только когда исходная нелинейная нестационарность данной модели до наложения возмущения такова, что $0.12<(2T/|U|)_0<0.3$, то формирование однокольцевой структуры имеет

большую вероятность. Превосходство двухкольцевых мод также сохраняется и в случаях $\Omega<0.6$ и $\Omega=1$. Самое интересное то, что в случае $\Omega=1$ инкременты неустойчивости мод (0;4) и (0;6) почти совпадают с инкрементами мод (2;4) и (2;6), соответственно.



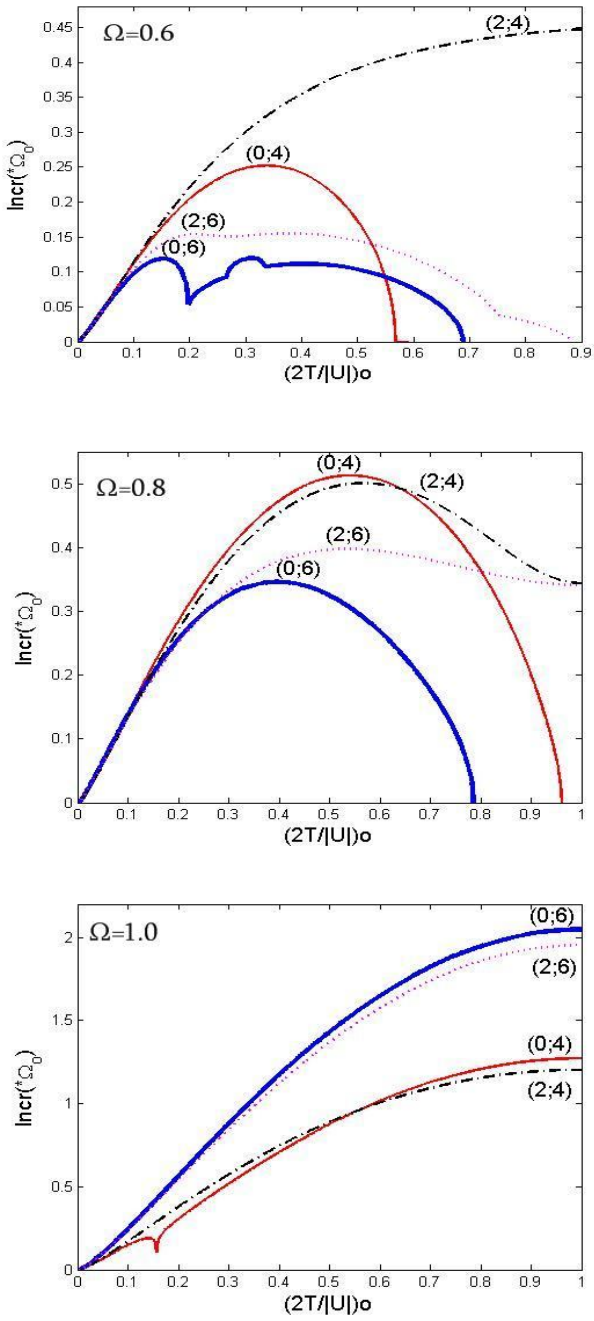


Рис. 3.17. Сравнение инкрементов неустойчивостей кольцеобразных мод колебаний на фоне изотропной модели (2.4) для различных значений параметра вращения Ω.

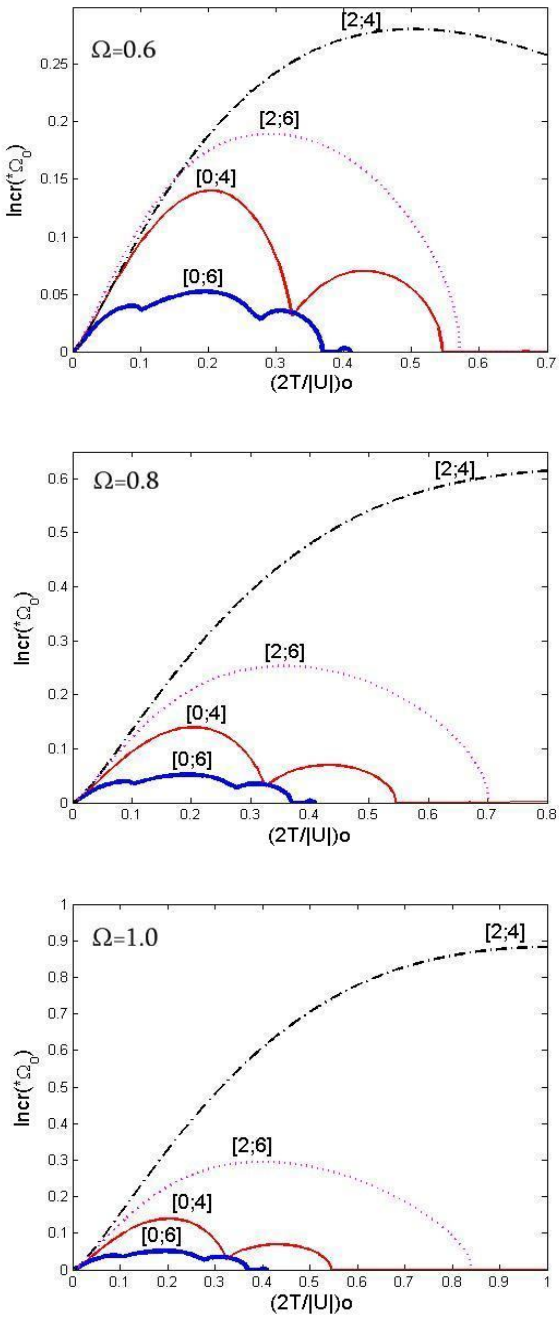


Рис. 3.18. Сравнение инкрементов неустойчивостей кольцеобразных мод колебаний на фоне анизотропной модели (3.38) для различных значений Ω.

Рис. 3.18 показывает, что на фоне анизотропной модели (3.38) вероятность формирования однокольцевых структур всегда больше, чем двухкольцевых, независимо от значений параметров Ω и $(2T/|U|)_0$. В то же

время заметим, что при $\Omega=0$ апериодическая неустойчивость моды (0;4) превосходит относительно колебательной неустойчивости моды (2;4), но когда модель имеет вращение, наблюдается обратная картина. И наконец, отметим, что с увеличением вращения Ω этих моделей также возрастают значения инкрементов неустойчивости кольцеобразных мод колебаний.

Согласно полученной выше классификации, перемычка, формирующаяся из-за неустойчивости бар-моды, присутствует в 5-ти случаях. Поэтому также необходимо сравнить инкременты кольцеобразной и бароподобной мод возмущений. Так можно выяснить рождаются ли эти два образования независимо друг от друга в разное время или отдельно, или же формирование перемычки приводит к рождению кольцеобразной структуры. С этой целью были построены графики сравнения инкрементов неустойчивости бароподобной – (2;2) [146; с. 3-10] и кольцевой – (0;4) мод возмущений для различных значений параметра вращения изотропной модели (2.4). Как видно из рис. 3.19, для произвольного значения начального вириального отношения инкремент моды (0;4) больше, чем инкремент неустойчивости моды (2;2) в областях $\Omega < 0.15$, $0.45 < \Omega < 0.55$ и $\Omega > 0.96$. В областях колебательной неустойчивости, когда $(2T/|U|)_0 > 0.2$, имеется противоположное неравенство Inc(2;2) > Inc(4;0), если $0.2 < \Omega < 1$. В области же неустойчивости радиальных движений, когда $(2T/|U|)_0 < 0.2$ мода (0;4) всегда доминирует над модой (2;2) независимо от значения Ω. Анализ полученных результатов показывает, что если $(2T/|U|)_0 < 0.2$ то обе моды колебаний неустойчивы независимо от значения параметра вращения Ω, причем для обеих мод данная неустойчивость носит, в основном, апериодический характер.

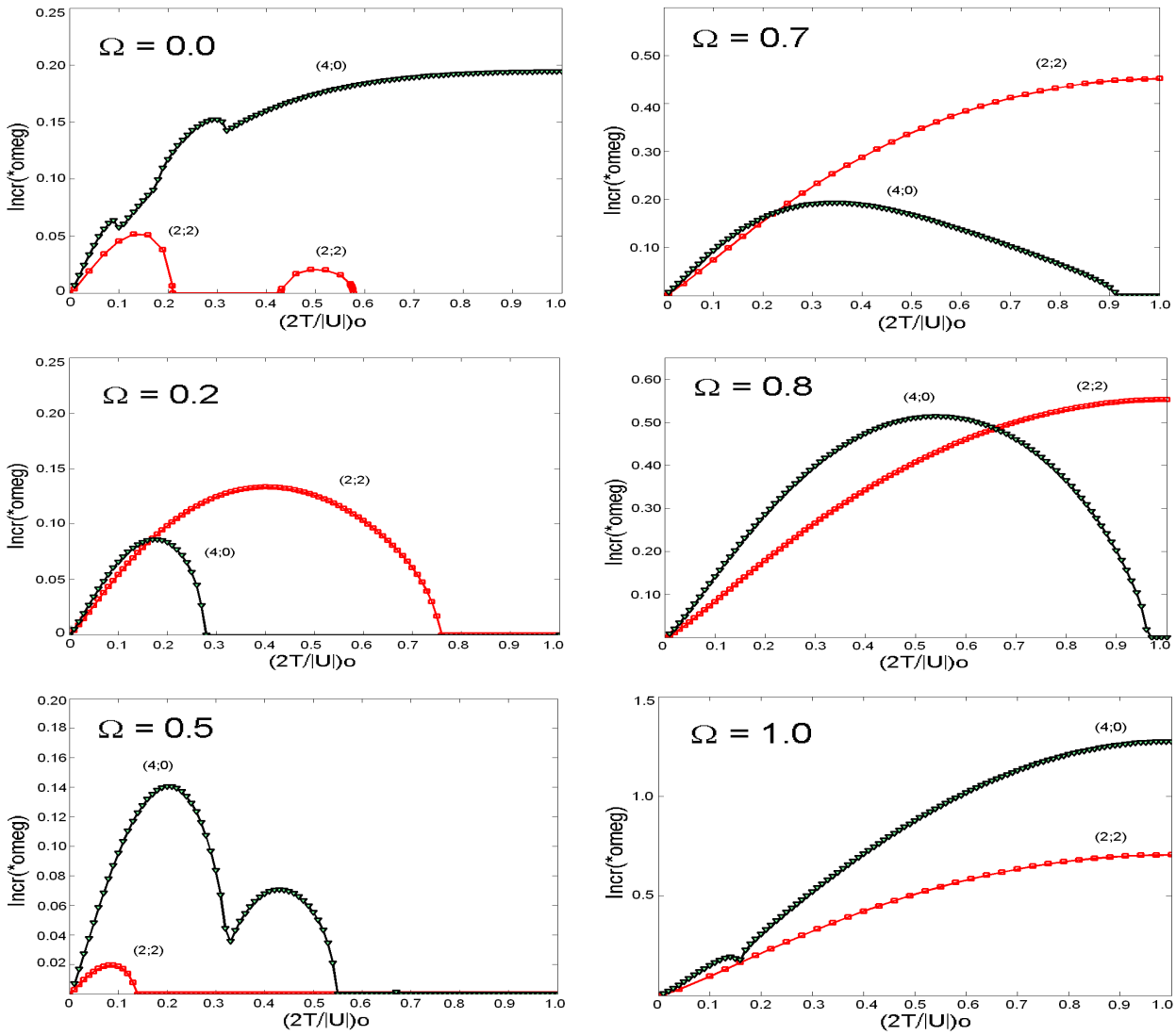


Рис. 3.19. Сравнение инкрементов неустойчивости бароподобной и кольцевой мод для различных значений параметра вращения модели.

На рис. 3.20, рис. П2.1 и рис. П2.3 (в приложении 2) приведены графики сравнения величин инкрементов неустойчивости кольцеобразных мод на фоне трех составных моделей для конкретных значений параметров вращения Ω и суперпозиции ν. Рис. 3.20 демонстрирует, что при Ω≠1 в первой составной модели однокольцевые моды всегда являются лидирующими, но только в случае Ω=ν=0 главенствует двухкольцевая мода (0;6). И наоборот, когда параметр вращения принимает свое максимальное значение, наблюдается превосходство двухкольцевых мод, но только при ν=1 лидирующими являются однокольцевые моды.

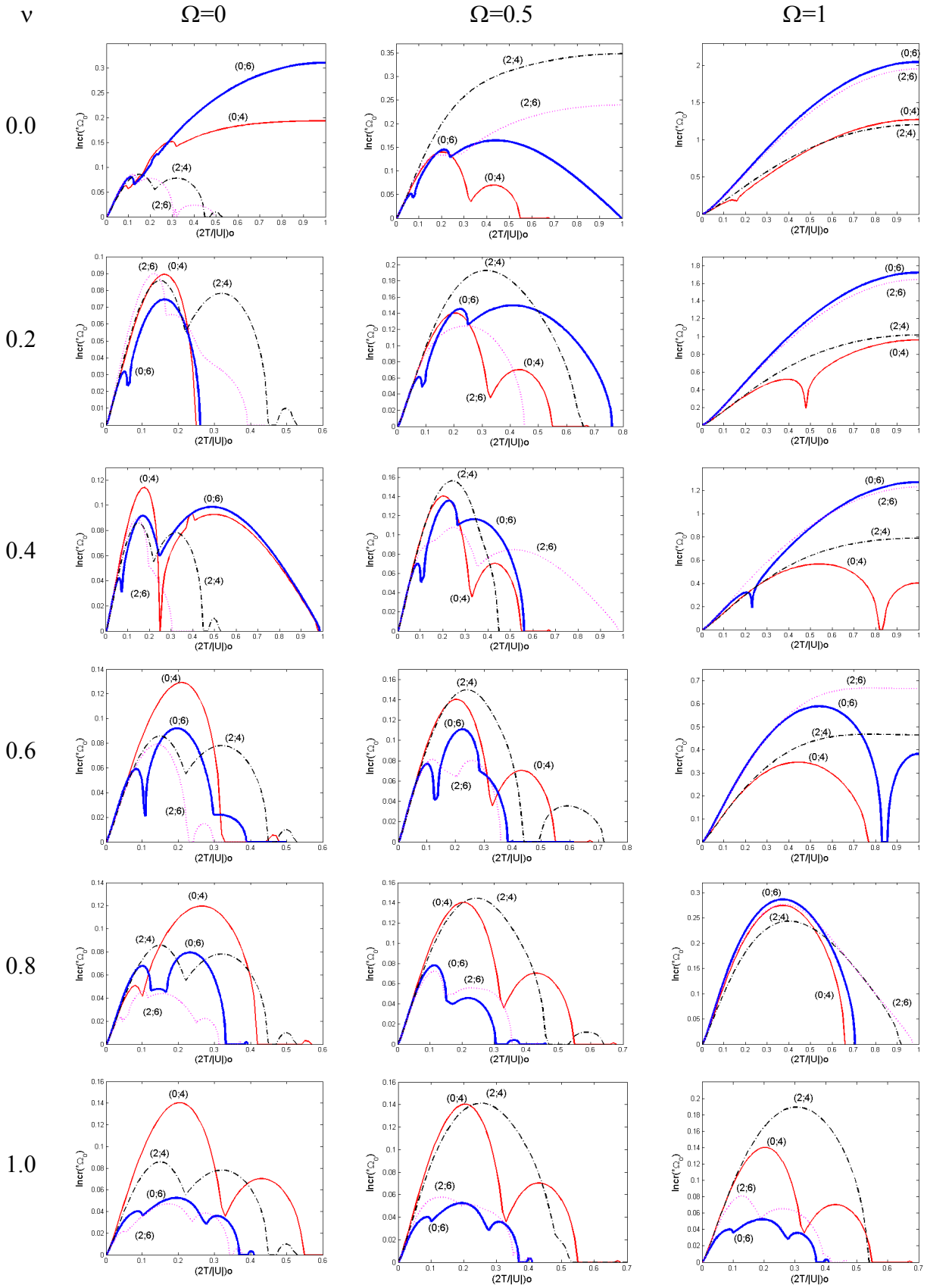


Рис. 3.20. Сравнение инкрементов неустойчивостей кольцеобразных мод колебаний на фоне первой составной модели для различных значений параметров вращения Ω и суперпозиции ν.

А из рис. П2.1 и П2.2 видно, что на фоне второй и третьей составных моделей инкременты неустойчивости однокольцевых мод выше, чем двухкольцевых, но только при $\nu=0.4$ и $(2T/|U|)_0 < 0.6$ в рамках третьей составной модели мы наблюдаем обратную картину.

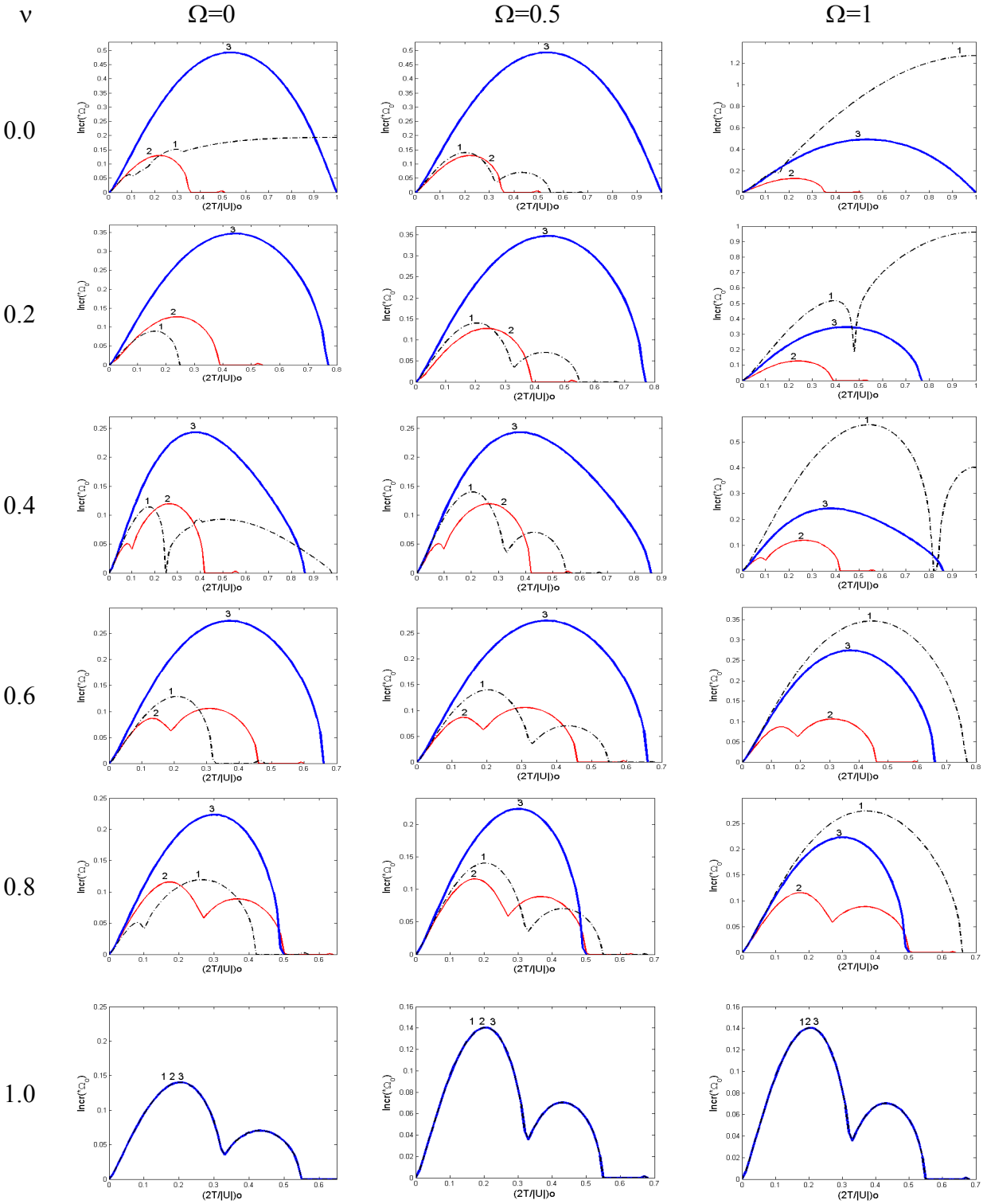


Рис. 3.21. Сравнение составных моделей относительно кольцеобразной моды (0;4) для различных значений параметров вращения Ω и суперпозиции ν.

Также построены графики сравнения составных моделей относительно неустойчивостей кольцеобразных мод колебаний (рис. 3.21, рис. П2.3 - П2.5). Рис. 3.21 показывает, что относительно кольцевой моды (0;4) третья составная модель явно неустойчива среди других моделей при $\Omega \neq 1$, а когда параметр вращения принимает свое максимальное значение, важной становится первая составная модель. Поведение составных моделей относительно моды (2;4) иллюстрируется на рис. П2.3. Здесь подтверждается вышеприведенный вывод (в §3.2 данной главы) о том, что поведение данной моды одинаково для всех невращающихся анизотропных моделей. А когда составные модели имеют вращение, темп неустойчивости моды (2;4) в рамках первой модели всегда больше.

Из рис. П2.4 и П2.5 в приложении 2 можно заключить, что из рассмотренных составных моделей относительно двухкольцевых мод колебаний более неустойчивой является третья составная модель при $\Omega \neq 1$, а когда $\Omega=1$, то явно неустойчивой становится первая модель. Отметим также, что в случае $\nu=1$ поведение этих трех составных моделей одинаково относительно всех рассматриваемых кольцеобразных мод, независимо от значения параметра вращения.

§ 3.5. Выводы

Основные результаты главы III получены в [5A, 6A, 8A, 9A, 12A, 16A, 18A, 19A, 21A, 22A, 37A, 45A, 52A, 55A, 59A]

1. На основе опубликованных данных наблюдений различных авторов выполнен отбор по мере возможности физически кольцеобразных галактик, где кольцевое явление не является следствием туго закрученности или проекции спиральных рукавов. Только после этого впервые удалось классифицыровать данные наблюдений. Разработанная нами классификация содержит 9 групп, где собраны в один класс кольцеобразные галактики, имеющие почти близкие признаки по их структуре. Оказалось, что чаще всего (в 5-ти случаях из 9-ти) встречается перемычка, если не учесть ядро, а

спиральные ветви встречаются лишь в 3-х случаях. Оказалось, что наиболее распространенными группами являются кольцевые галактики с ядром и случай кольца с перемычкой и двумя рукавами.

2. Результаты исследования проблемы формирования кольцеобразных структур на фоне обобщенной модели показали, что параметры α и β, характеризующие различие и степень анизотропии модели дают, в общем случае, противоположные эффекты в ходе развития кольцевых мод возмущений, а также с увеличением значений α возрастает интервал начального вириального отношения, где формируются данные структуры. Но в случае моды (2;4), картина выглядит иначе, а именно, развитие неустойчивости данной моды не зависит от параметров α и β, и будет одинаковой для всех анизотропных моделей без вращения (2.20).

3. На фоне вращающейся анизотропной модели (3.38) НАДУ однокольцевых и двухкольцевых мод колебаний не зависят от параметра вращения диска. Кроме того, неустойчивости данных мод имеют и колебательный, и апериодический характер в зависимости от значения начального вириального отношения. Моды (2;4) и (2;6) в рамках невращающейся анизотропной модели имеют два разных типа неустойчивости: колебательный и апериодический, в зависимости от значения начального вириального отношения, а когда модель имеет вращение, то наблюдается только колебательная неустойчивость.

4. На фоне анизотропной модели (3.38) вероятность формирования однокольцевых структур всегда больше, чем двухкольцевых, независимо от значений параметров Ω и $(2T/|U|)_0$.

5. Неустойчивости кольцеобразных мод возмущений в рамках исходной изотропной модели (2.4) представляют своеобразную картину. При определенных значениях параметра вращения имеет место нелинейный эффект, связанный со сложным резонансом между частотами коллективных движений линейной теории и нелинейных колебаний модели [146; с. 3-10], в

результате чего кольцеобразные моды возмущений являются неустойчивыми во всем диапазоне значений начального вириального отношения. При $0 \leq \Omega \leq 0.7$ для мод (0;4) и (0;6) характерны и колебательная, и апериодическая неустойчивости, а если $\Omega > 0.7$, то имеется только апериодическая. Характер неустойчивости мод (2;4) и (2;6) точно такой же, как в случае анизотропной модели (3.38).

6. На фоне составной модели неустойчивости моды (0;4) при $\Omega=0.5$ не зависят от параметра суперпозиции ν. А для моды (2;4) такая картина наблюдается, когда $\Omega=0$. Также заметим, что при определенных значениях Ω и ν суперпозиция двух моделей приводит к тому, что кольцевые моды полностью неустойчивы во всем диапазоне значений начального вириального отношения. Моды (0;4) и (0;6) имеют и апериодическую и колебательную неустойчивости при всех значениях параметра вращения. Однако, моды (2;4) и (2;6) на фоне невращающейся составной модели носят и колебательную и апериодическую неустойчивости, а когда модель вращается имеется только колебательная неустойчивость.

7. Сравнение составных моделей между собой относительно неустойчивостей кольцеобразных мод показывает, что третья составная модель наиболее неустойчива, по сравнению с остальными моделями при $\Omega \neq 1$, а когда параметр вращения принимает свое максимальное значение, наиболее важной становится первая составная модель.

ГЛАВА IV. ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЛОПСАЙДНОЙ СТРУКТУРЫ В СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИКАХ

§ 4.1. Свойства галактик с лопсайдной структурой: анализ наблюдательных данных

Согласно современным наблюдениям, примерно у 30% спиральных галактик обнаружено явление «лопсайдности», т.е. смещенности ядра (см. например, [39; с. 1076-1080, 40; с. 1071] и ссылки в них), при котором имеется явная асимметрия в распределении массы и яркости относительно ядра, причем кривые вращения двух противоположных сторон явно отличаются друг от друга, а изофоты плотности имеют вполне определенный центр, сильно смещенный от геометрического центра галактики. Надо отметить, что впервые на это явление было указано, по-видимому, в статье [38; с. 313-316], где изучено распределение нейтрального водорода HI в 20-ти галактиках. А потом авторы работ [39; с. 1064, 40; с. 1053] наблюдали такую же асимметрию также и в распределении звезд.

По проблеме лопсайдности спиральных галактик имеется множество нерешенных вопросов, например:

1) Все ли типы спиральных галактик имеют лопсайдную структуру?
2) Какие критерии свойственны лопсайдным структурам?
3) Как долго может длиться лопсайдность?
4) Какие механизмы могут быть ответственны за лопсайдность?
5) Что ожидает в будущем лопсайдные гравитирующие системы?
6) На сколько отличается нестационарный подход к проблеме происхождения эффекта лопсайдности от стационарного? и т.д.

Прежде чем приступить к поиску ответов на поставленные вопросы необходимо собрать, по мере возможности, надежный наблюдательный материал по галактикам с лопсайдной структурой на основе предварительного анализа параметров лопсайдности. Отметим, что по

проблеме определения таких галактик, степени их лопсайдности, их морфологического типа и других параметров были опубликованы многочисленные работы (см. напр., [38; с. 313, 39; с. 1080, 40; с. 1070, 41; с. 507-513, 42; с. 13-14, 43; с. 897-898, 44; с. 330-334, 45; с. 1-10, 46; с. 9-12, 47; с. 569-587, 48; с. 829-861, 49; с. 199-200, 50; с. 1849-1857, 51; с. 276-284]). Собрав эти данные, составлен рабочий сводный каталог галактик с лопсайдностью, дополнив его лучевыми скоростями, красными смещениями, абсолютными звездными величинами, значениями тип-кода, расстоянием и др. Так были собраны сведения о 561 объектах (Приложение 3) с надежно установленной лопсайдностью и затем выполнен необходимый статистический анализ.

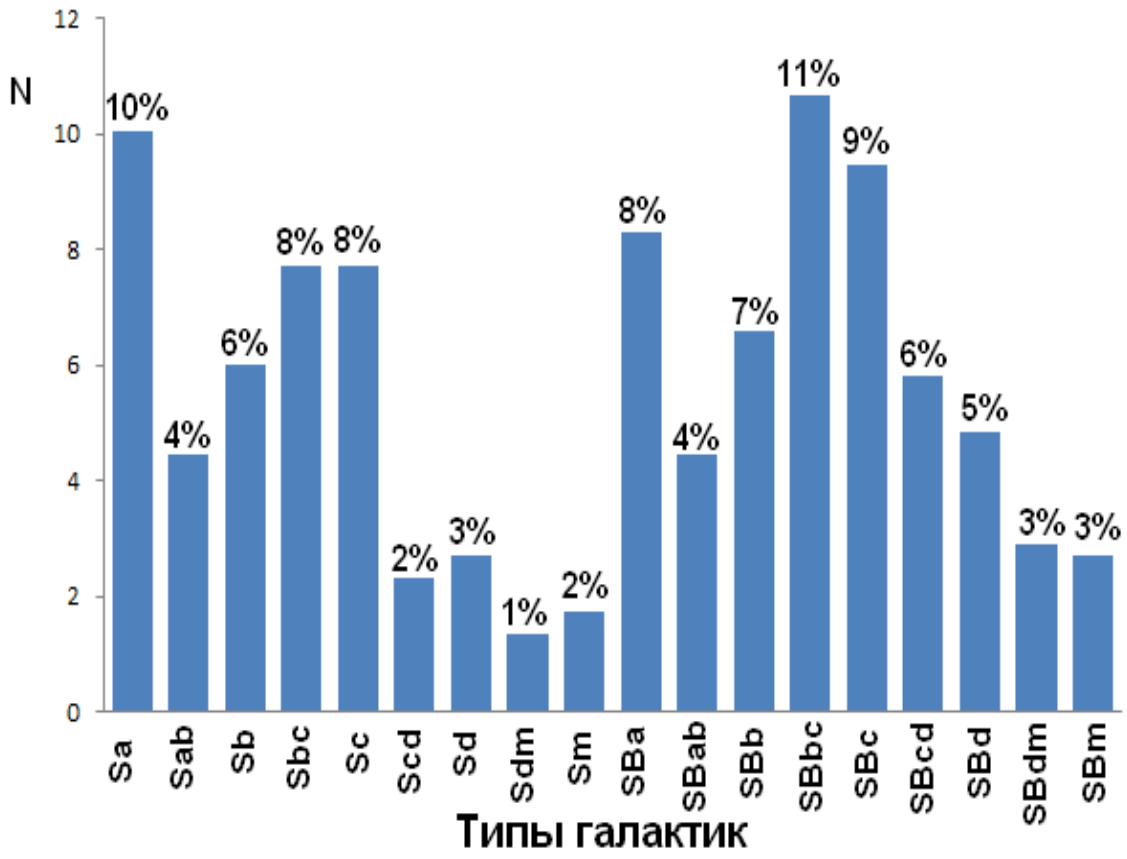


Рис.4.1. Гистограмма распределения лопсайдных спиральных галактик по закрученности рукавов.

Гистограмма на рис.4.1 показывает, что лопсайдность наблюдается практически во всех типах спиральных галактик по степени их

закрученности, что подтверждает выводы многих исследователей об общности этой структуры в спиральных галактиках [39; с. 1080, 40; с. 1053, 41; с. 507-513, 42; с. 13-14, 43; с. 891-894, 44; с. 330-334, 45; с. 7-14, 50; с. 1849-1857, 51; с. 276-284]. Вместе с тем видно, что с увеличением степени раскрученности рукавов вероятность наблюдения лопсайдности резко уменьшается. А именно, на галактики со степенью закрученности «a-c» приходится 75% всех лопсайдностей. Причем они примерно одинаково распределены среди типов «a», «bc», «c».

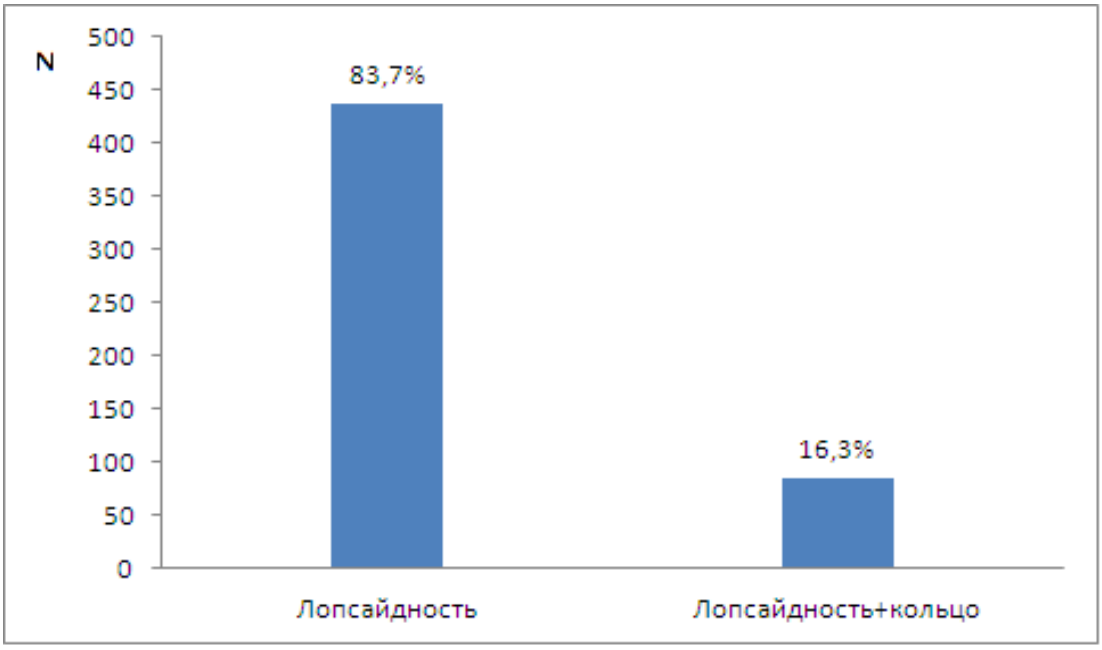


Рис.4.2. Распределение лопсайдных галактик относительно галактик с кольцевыми структурами и без них.

Из анализа нашего каталога видно, что лопсайдность в сочетании с кольцом встречается намного реже, чем чистая лопсайдность галактик (рис.4.2).

Рис.4.3. Гистограмма распределения лопсайдности по морфологическим типам галактик.

Из данных каталога можно заключить, что явление лопсайдности наблюдается преимущественно в спиральных галактиках (рис. 4.3). Что опять подтверждает идею об общей связи спиральных галактик и их лопсайдности. В данном каталоге наиболее часто встречаются нормальные спиральные галактики, на втором месте чисто бароподобные, далее промежуточный тип и только после спиральных галактик по частоте лопсайдности идут иррегулярные галактики, затем линзовидные и только в конце эллиптические. Все же интересно то, что лопсайдность обнаружена даже в некоторых эллиптических галактиках, так как до последнего времени считалось, что из-за особенностей распределения массы в них лопсайдность в них не возможна. Исходя из последних результатов, авторы работ [170; с. 69-85] сделали вывод, что в этих эллиптических галактиках могло происходить слияние либо вековое влияние темного гало. Для выяснения зависимости лопсайдности от геометрии галактики в работе [171; с. 38-41]

был проведен сравнительный анализ дисковой и сферической нестационарных моделей относительно лопсайдной неустойчивости, где установлено, что не зависимо от параметра вращения системы в дисковой модели темп формирования данной структуры несравнимо выше, чем в сферической модели.

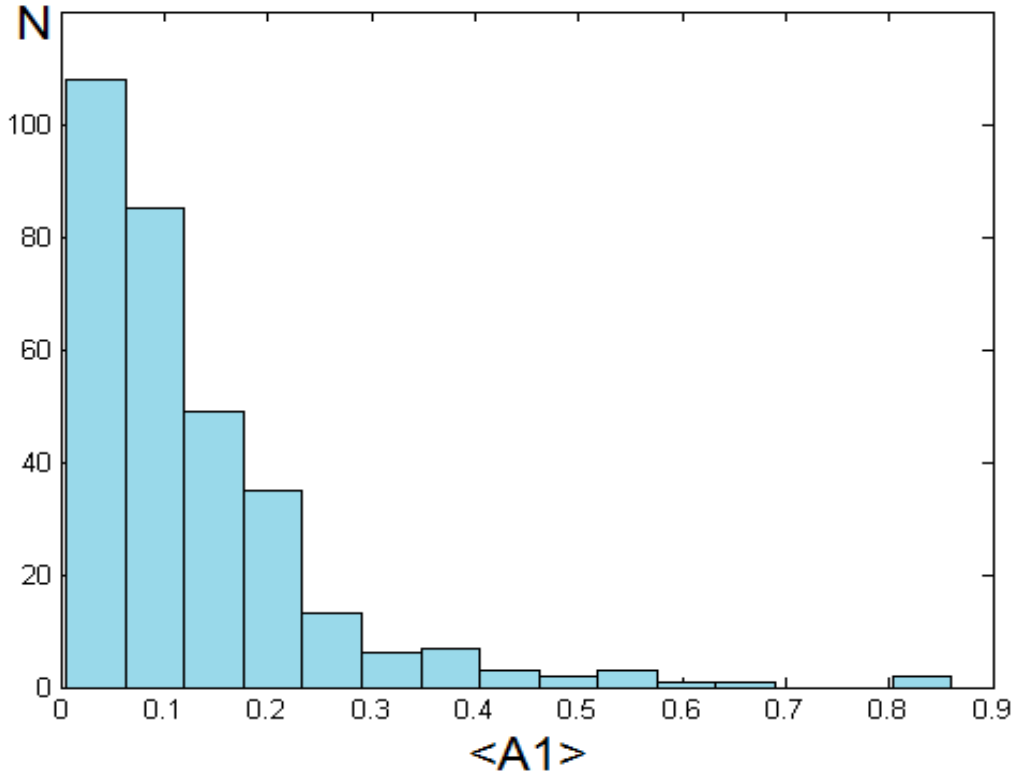


Рис.4.4. Гистограмма степени лопсайдности по коэффициенту Фурье A1.

Гистограмма на рис.4.4 показывает, что значения коэффициента Фурье A1 меньше 0.2 приблизительно в 90% случаях, и меньше 0.4 в 97% случаях. В целом, число галактик с определенной лопсайдностью уменьшается по степенному закону по мере роста A1. Такая закономерность была получена также и в работе [41; с. 507-513] для 149 лопсайдных галактик.

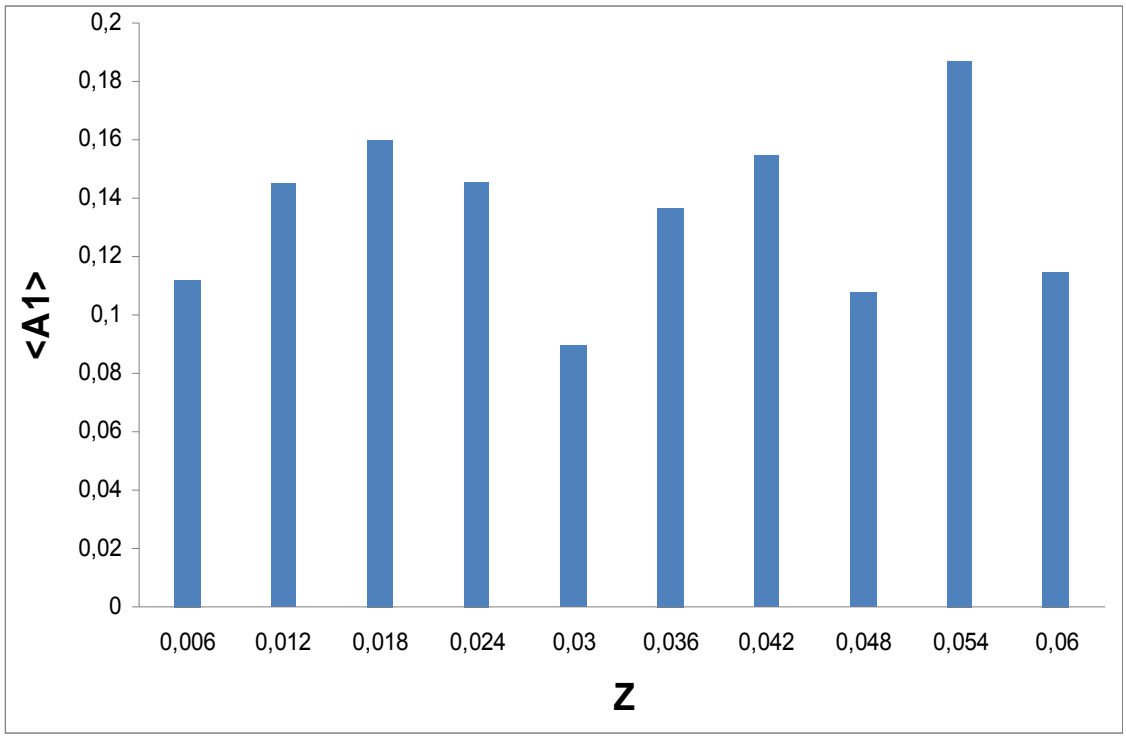


Рис.4.5. Гистограмма распределения коэффициента A1 относительно красного смещения галактик.

Интересную гистограмму можно увидеть на рис.4.5, где приведено распределение степени лопсайдности A1 относительно красного смещения галактик. Здесь можно увидеть в среднем двугорбое распределение степени лопсайдности с максимумами при z~0.02 и z~0.05. Видно, что происхождение лопсайдности явно не зависит от красного смещения

На основе полученных нами гистограмм можно утверждать, что необходимо изучение лопсайдности в дисковых моделей, но делать какие-либо окончательные выводы по их физике, к сожалению, еще преждевременно. Для этого, в первую очередь, необходимо расширить наш список по данным галактикам и увеличить число параметров этих объектов (масса, показатель цвета, спектральный класс, размеры и т.п.).

Ниже исследуются проблемы гравитационной неустойчивости мод возмущений, соответствующих лопсайдным структурам, в рамках построенных выше нелинейно нестационарных моделей дискообразных галактик с целью изучения условия происхождения на фоне

нестационарности диска и нахождения некоторых критериев их формирования.

§ 4.2. Лопсайдные моды колебаний в обобщенной модели

Анализ картины «лопсайдности» показывает, что данное явление объясняется неустойчивостью мод возмущений с азимутальным волновым числом m=1. Соответствующие значения радиального волнового числа N могут быть равны 1; 3; 5 и т.д.

Случай m=1; N=1. Согласно (3.5), для данной моды имеем следующее возмущение потенциала

$$\delta\Phi = D_{11}(x + iy) \ , \tag{4.1}$$

а с помощью формулы (3.3) можно получить следующие компоненты смещения центроида

$$\overline{\delta x} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) D_{11}(\psi_1) d\psi_1 = -i\overline{\delta y} \ . \tag{4.2}$$

Вычисляя отклик плотности по формуле (3.14) и сопоставляя полученный результат с его теоретическим (3.16), а также с учетом (3.17) и (4.1) получим следующее уравнение

$$\mathbf{D}_{11}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{1}{\Pi^3} \int_{-\infty}^{\boldsymbol{\psi}} \Pi^3(\boldsymbol{\psi}_1) \mathbf{S}(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\psi}_1) \mathbf{D}_{11}(\boldsymbol{\psi}_1) d\boldsymbol{\psi}_1 \ . \tag{4.3}$$

Согласно (3.2) и (3.3), можно перейти от интегральной формы (4.3) к дифференциальной. Отсюда находим простое уравнение

$$\Lambda \mathbf{D}_{11}(\boldsymbol{\psi}) = \mathbf{D}_{11}(\boldsymbol{\psi}) \ , \tag{4.4}$$

откуда получим

$$(1+\lambda\cos\boldsymbol{\psi})\frac{\mathbf{dF}}{\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}}+\lambda\sin\boldsymbol{\psi}\cdot\mathbf{F}=0\,, \tag{4.5}$$

причем $\mathbf{F}=\mathbf{dD}_{11}/\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}$. Интегрируя (4.5), находим точное решение

$$\mathbf{F}=\mathbf{c}_1(1+\lambda\cos\boldsymbol{\psi}),\qquad \mathbf{D}_{11}=\mathbf{c}_1(\boldsymbol{\psi}+\lambda\sin\boldsymbol{\psi})+\mathbf{c}_2, \tag{4.6}$$

где $\mathbf{c_i}$ – некоторые постоянные. Как видно, мода колебаний m=1, N=1 является устойчивой и связана с тривиальным смещением всей системы как целого, что не вызывает никакой неустойчивости. Следует также отметить, что данная мода колебаний в случае стационарной модели детально рассмотрена Г.С. Бисноватым-Коганом в [172; с. 271-274], где доказана ее устойчивость для случая λ=0.

Случай m=1; N=3. Как известно, неустойчивость данной моды колебаний смещает кинематический центр системы и вызывает деформацию, напоминающей результат проекции яйца на плоскость (x,y) [154; с. 615-619]. Вообще говоря, эта мода колебаний довольно хорошо изучена для различных стационарных моделей (см. например, [125; с. 325-330, 154; с. 615-619] и ссылки в них), а на фоне нестационарной пульсирующей сферической модели рассмотрена автором в работах [148; с. 763-766, 169; с. 506-510]. Можно утверждать, что неустойчивость этой моды вносит весомый вклад в явление смещения ядра от геометрического центра системы.

Поскольку в этом случае

$$\delta\Phi=D_{13}(\psi)\cdot r^2(x+iy), \tag{4.7}$$

расчет компонент

$$\overline{\delta x}=\int_{-\infty}^{\psi}\Pi^3(\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{S}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)D_{13}(\psi_1)\left[2\overline{x_1(x_1+iy_1)}+\overline{(x_1^2+y_1^2)}\right]d\psi_1\,, \tag{4.8}$$

$$\overline{\delta y} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1)\mathbf{S}(\psi,\psi_1)D_{13}(\psi_1)\left[2\overline{y_1(x_1+iy_1)}+i\overline{\left(x_1^2+y_1^2\right)}\right]d\psi_1, \quad (4.9)$$

требует использования процедуры осреднения по скоростям. Согласно (3.8), имеем, в частности

$$\overline{x_1\left(x_1+iy_1\right)} = x(x+iy)H_a^2 + \left[x\overline{(u+i\vartheta)}+(x+iy)\overline{u}\right]H_aH_b + \overline{u(u+i\vartheta)}H_b^2, \quad (4.10)$$

$$\overline{x_1^2+y_1^2} = \left(x^2+y^2\right)H_a^2 + 2\left(x\overline{u}+y\overline{\vartheta}\right)H_aH_b + \left(\overline{u^2}+\overline{\vartheta^2}\right)H_b^2. \quad (4.11)$$

Если воспользоваться результатами усреднений по скоростям, выполненных нами в предыдущей главе для обобщенной модели (2.20), то получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}\overline{\delta\mathbf{x}} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1)\mathbf{S}(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{13}(\psi_1)\Bigg\{&\left[2\mathbf{x}(\mathbf{x}+\mathbf{iy})+\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2\right]\mathbf{H_a^2} - \frac{2\mathbf{c}}{\Pi^2(\psi)}\cdot \\ &\cdot\left[3\mathbf{x}^2+2\mathbf{ixy}+\mathbf{y}^2\right]\mathbf{H_aH_b} + \frac{1}{\Pi^4(\psi)}\left[\frac{4(1-\mathbf{p})}{3}\cdot\left(\Pi^2(\psi)-\mathbf{r}^2\right)+\right. \\ &\left.+3\left(\mathbf{c}^2\mathbf{x}^2+\mathbf{py}^2\right)+\left(\mathbf{c}^2\mathbf{y}^2+\mathbf{px}^2\right)+2\mathbf{ixy}\left(\mathbf{c}^2-\mathbf{p}\right)\right]\mathbf{H_b^2}\Bigg\}d\psi_1,\end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}\overline{\delta\mathbf{y}} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1)\mathbf{S}(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{13}(\psi_1)\Bigg\{&\left[2\mathbf{y}(\mathbf{x}+\mathbf{iy})+\mathbf{i}\left(\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2\right)\right]\mathbf{H_a^2} - \frac{2\mathbf{c}}{\Pi^2(\psi)}\cdot \\ &\cdot\left[\mathbf{ix}^2+2\mathbf{xy}+3\mathbf{iy}^2\right]\mathbf{H_aH_b} + \frac{1}{\Pi^4(\psi)}\left[\frac{4\mathbf{i}(1-\mathbf{p})}{3}\cdot\left(\Pi^2(\psi)-\mathbf{r}^2\right)+\right. \\ &\left.+3\mathbf{i}\left(\mathbf{c}^2\mathbf{y}^2+\mathbf{px}^2\right)+\mathbf{i}\left(\mathbf{c}^2\mathbf{x}^2+\mathbf{py}^2\right)+2\mathbf{xy}\left(\mathbf{c}^2-\mathbf{p}\right)\right]\mathbf{H_b^2}\Bigg\}d\psi_1.\end{aligned} \quad (4.13)$$

Теперь вычислим отклик плотности $\delta\sigma$ по формуле (3.14). Тогда, опуская из результата члены низшей степени по r, мы имеем

$$\delta\sigma = \frac{\sigma_0}{\Pi^4(\psi)}\xi^{-1}\mathbf{r}^2(\mathbf{x}+\mathbf{iy})\int\limits_{-\infty}^{\psi}\Pi^3(\psi_1)\mathbf{S}(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{13}(\psi_1)\,\mathbf{G}(\psi,\psi_1)\mathbf{d}\psi_1. \quad (4.14)$$

Здесь через $\mathbf{G}(\psi,\psi_1)$ обозначено следующее выражение

$$\mathbf{G}(\psi,\psi_1) \equiv 11\mathbf{H}_{\mathbf{a}}^2 - \frac{22\mathbf{c}}{\Pi^2(\psi)}\mathbf{H}_{\mathbf{a}}\mathbf{H}_{\mathbf{b}} + \frac{1}{\Pi^4(\psi)}\left(11\mathbf{c}^2 + 5\mathbf{p} - 4\right)\mathbf{H}_{\mathbf{b}}^2. \quad (4.15)$$

С другой стороны, возмущение плотности $\delta\sigma$, согласно (3.16), равно

$$\delta\sigma = \sigma_0\,\Pi(\psi)\cdot\xi^{-1}\cdot P_3^1(\xi)\,e^{i\varphi}, \quad (4.15')$$

чему соответствует следующее возмущение потенциала из (3.17):

$$\delta\Phi = \frac{3}{8}\Pi^2 P_3^1(\xi)\cdot e^{i\varphi}. \quad (4.15'')$$

Сопоставляя формулы (4.7), (4.14), (4.15’) и (4.15’’) между собой, получим НАДУ рассматриваемой моды возмущений в интегральной форме для обобщенной модели (2.20)

$$D_{13}(\psi) = \frac{3}{8\Pi^3(\psi)}\int\limits_{-\infty}^{\psi}\Pi^3(\psi_1)\mathbf{S}(\psi,\psi_1)D_{13}(\psi_1)G(\psi,\psi_1)d\psi_1. \quad (4.16)$$

Пусть

$$\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\psi) = \int\limits_{-\infty}^{\psi}(\mathbf{1}+\boldsymbol{\lambda}\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}})^{\mathbf{3}}\mathbf{S}(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{13}(\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}})(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}})^{2-\boldsymbol{\tau}}(\mathbf{sin}\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}})^{\boldsymbol{\tau}}\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}},\ (\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-2}) \quad (4.17)$$

тогда от (4.16) и (4.17) можно перейти к дифференциальной форме НАДУ

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\psi) = \frac{3}{\mathbf{8}(1+\lambda\cos\psi)^4}\mathbf{D}_{13}^*(\psi)(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{2-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}, \quad (4.18)$$

где

$$\mathbf{D}_{13}^{*}(\psi)=\left[11(\lambda+\cos\psi)^{2}+(5\mathbf{p}-4)\left(1-\lambda^{2}\right)\sin^{2}\psi\right]\ell_{0}(\psi)+10(3-\mathbf{p})\left(1-\lambda^{2}\right)(\lambda+\cos\psi)\times$$
$$\times\sin\psi\cdot\ell_{1}(\psi)+\left[11\left(1-\lambda^{2}\right)^{2}\sin^{2}\psi+(5\mathbf{p}-4)\left(1-\lambda^{2}\right)(\lambda+\cos\psi)^{2}\right]\ell_{2}(\psi). \qquad (4.19)$$

НАДУ (4.18) есть система трех дифференциальных уравнений второго порядка. Поэтому здесь проведено численное решение системы из 6 дифференциальных уравнений первого порядка.

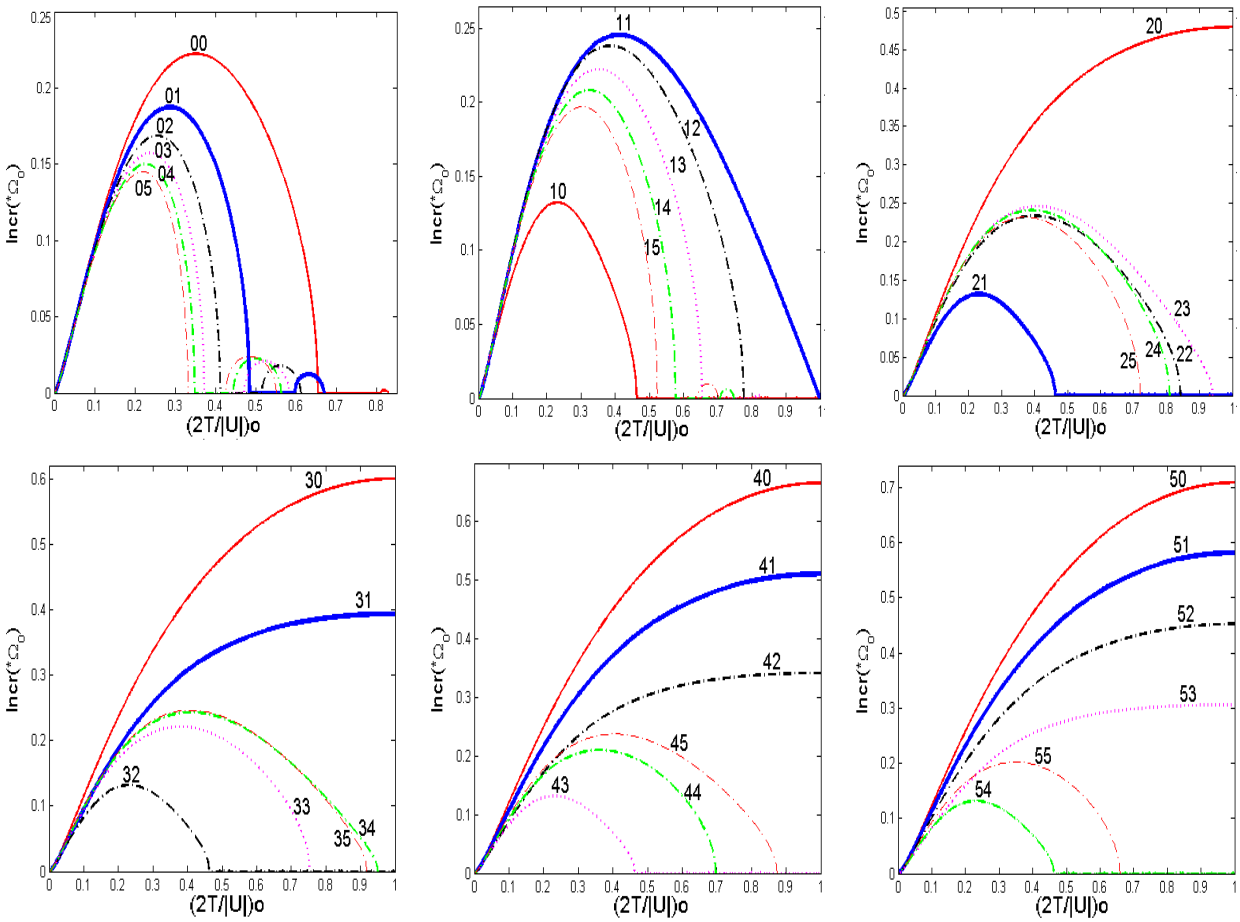


Рис. 4.6. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения моделей (2.20) с различными значениями α и β для моды (1;3).

С помощью численных расчетов НАДУ (4.18) были построены графики зависимостей инкрементов неустойчивости от начального вириального

отношения обобщенной модели (2.20) для различных значений параметров α и β (рис. 4.6). Здесь видно, что рост значения параметра α дает дестабилизирующий эффект в ходе эволюции лопсайдной моды (1;3) на фоне исследуемых анизотропных моделей (2.20), а параметр β наоборот, играет как бы «стабилизирующую» роль.

Случай m=1; N=5. Этот случай явно относится к категории крупномасштабных мод колебаний. Для данной моды потенциал возмущения имеет следующий вид:

$$\delta\Phi = D_{15}(\psi) r^4 (x + iy). \tag{4.20}$$

Подставляя (4.20) в (3.3), напишем данное интегральное представление решения по отдельным компонентам вектора $\overline{\delta\vec{r}}$:

$$\overline{\delta\mathbf{x}} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1)\mathbf{S}(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{15}(\psi_1)\left[\overline{4\mathbf{x}_1\left(\mathbf{x}_1^2+\mathbf{y}_1^2\right)\left(\mathbf{x}_1+\mathbf{i}\mathbf{y}_1\right)}+\overline{\left(\mathbf{x}_1^2+\mathbf{y}_1^2\right)^2}\right]\mathbf{d}\psi_1, \tag{4.21}$$

$$\overline{\delta\mathbf{y}} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1)\mathbf{S}(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{15}(\psi_1)\left[\overline{4\mathbf{y}_1\left(\mathbf{x}_1^2+\mathbf{y}_1^2\right)\left(\mathbf{x}_1+\mathbf{i}\mathbf{y}_1\right)}+\overline{\mathbf{i}\left(\mathbf{x}_1^2+\mathbf{y}_1^2\right)^2}\right]\mathbf{d}\psi_1. \tag{4.22}$$

Переходя к расчету отклика плотности и сопоставляя полученный результат с его теоретическим, находим НАДУ моды (1;5) для модели (2.20) в интегральной форме

$$\mathbf{D}_{15}(\psi) = \frac{15}{64\Pi^3(\psi)}\int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1)\mathbf{S}(\psi,\psi_1)\mathbf{D}_{15}(\psi_1)\mathbf{U}(\psi,\psi_1)\mathbf{d}\psi_1, \tag{4.23}$$

где

$$\mathbf{U}(\psi,\psi_1) \equiv 29\mathbf{H}_\mathbf{a}^4 + \mathbf{t}_1\mathbf{H}_\mathbf{a}^3\frac{\mathbf{H}_\mathbf{b}}{\Pi^2(\psi)} + \mathbf{t}_2\mathbf{H}_\mathbf{a}^2\frac{\mathbf{H}_\mathbf{b}^2}{3\Pi^4(\psi)} + \mathbf{t}_3\mathbf{H}_\mathbf{a}\frac{\mathbf{H}_\mathbf{b}^3}{\Pi^6(\psi)} + \mathbf{t}_4\frac{\mathbf{H}_\mathbf{b}^4}{\Pi^8(\psi)}, \tag{4.24}$$

причем

$$\mathbf{t}_1 = -116\mathbf{c};\quad \mathbf{t}_2 = 174\mathbf{c}^2 + 98\mathbf{p} - 68;\quad \mathbf{t}_3 = 136\mathbf{c} - 196\mathbf{cp} - 116\mathbf{c}^3;$$
$$\mathbf{t}_4 = 8 - 28\mathbf{p} + 21\mathbf{f} - 68\mathbf{c}^2 + 98\mathbf{c}^2\mathbf{p} + 29\mathbf{c}^4.$$

По аналогии (4.16) с (4.18) легко написать НАДУ (4.23) в дифференциальной форме:

$$\Lambda\gamma_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{15}{64}\mathbf{D}^*_{15}(\boldsymbol{\psi})(\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{4-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi},\quad \boldsymbol{\tau} = \overline{\mathbf{0} - 4}, \tag{4.25}$$

где

$$\begin{aligned}
\mathbf{D}^*_{15}(\boldsymbol{\psi}) = {} & \Big(29\mathbf{b}_1^4\cos^4\boldsymbol{\psi} - \mathbf{b}_2\cos^3\boldsymbol{\psi}\cdot\sin\boldsymbol{\psi} + \mathbf{b}_3\cos^2\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^2\boldsymbol{\psi} - \mathbf{b}_4\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^3\boldsymbol{\psi} + \\
& + \mathbf{b}_5\sin^4\boldsymbol{\psi}\Big)\gamma_0(\boldsymbol{\psi}) + \Big[116\mathbf{b}_1^4\cos^3\boldsymbol{\psi}\cdot\sin\boldsymbol{\psi} + \mathbf{b}_2\Big(\mathbf{q}_1\cos^3\boldsymbol{\psi} - 3\cos^2\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^2\boldsymbol{\psi}\Big) + \\
& + 2\mathbf{b}_3\Big(\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^3\boldsymbol{\psi} - \mathbf{q}_1\cos^2\boldsymbol{\psi}\cdot\sin\boldsymbol{\psi}\Big) + \mathbf{b}_4\Big(3\mathbf{q}_1\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^2\boldsymbol{\psi} - \sin^4\boldsymbol{\psi}\Big) - \\
& - 4\mathbf{b}_5\mathbf{q}_1\sin^3\boldsymbol{\psi}\Big]\gamma_1(\boldsymbol{\psi}) + \Big[174\mathbf{b}_1^4\cos^2\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^2\boldsymbol{\psi} - 3\mathbf{b}_2\Big(\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^3\boldsymbol{\psi} - \mathbf{q}_1\cos^2\boldsymbol{\psi}\cdot\sin\boldsymbol{\psi}\Big) + \\
& + \mathbf{b}_3\Big(\sin^4\boldsymbol{\psi} - 4\mathbf{q}_1\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^2\boldsymbol{\psi} + \mathbf{q}_1^2\cos^2\boldsymbol{\psi}\Big) + 3\mathbf{b}_4\Big(\mathbf{q}_1\sin^3\boldsymbol{\psi} - \mathbf{q}_1^2\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin\boldsymbol{\psi}\Big) + \\
& + 6\mathbf{b}_5\mathbf{q}_1^2\sin^2\boldsymbol{\psi}\Big]\gamma_2(\boldsymbol{\psi}) + \Big[116\mathbf{b}_1^4\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^3\boldsymbol{\psi} + \mathbf{b}_2\Big(3\mathbf{q}_1\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin^2\boldsymbol{\psi} - \sin^4\boldsymbol{\psi}\Big) - \\
& - 2\mathbf{b}_3\Big(\mathbf{q}_1\sin^3\boldsymbol{\psi} - \mathbf{q}_1^2\cos\boldsymbol{\psi}\cdot\sin\boldsymbol{\psi}\Big) + \mathbf{b}_4\Big(\mathbf{q}_1^3\cos\boldsymbol{\psi} - 3\mathbf{q}_1^2\sin^2\boldsymbol{\psi}\Big) - 4\mathbf{b}_5\mathbf{q}_1^3\sin\boldsymbol{\psi}\Big]\gamma_3(\boldsymbol{\psi}) + \\
& + \Big[29\mathbf{b}_1^4\sin^4\boldsymbol{\psi} + \mathbf{b}_2\mathbf{q}_1\sin^3\boldsymbol{\psi} + \mathbf{b}_3\mathbf{q}_1^2\sin^2\boldsymbol{\psi} + \mathbf{b}_4\mathbf{q}_1^3\sin\boldsymbol{\psi} + \mathbf{b}_5\mathbf{q}_1^4\Big]\gamma_4(\boldsymbol{\psi}).
\end{aligned}$$

Здесь

$$\mathbf{b}_1 = \mathbf{h}_1;\quad \mathbf{b}_2 = \mathbf{t}_1\sqrt{\mathbf{q}_2}\,\mathbf{b}_1^5;\quad \mathbf{b}_3 = \mathbf{t}_2\mathbf{q}_2\mathbf{b}_1^6;\quad \mathbf{b}_4 = \mathbf{t}_3\mathbf{q}_2^{3/2}\mathbf{b}_1^7;\quad \mathbf{b}_5 = \mathbf{t}_4\mathbf{q}_2^2\mathbf{b}_1^8;$$

а неизвестные функции $\gamma_\tau(\psi)$ определяются следующем образом:

$$\gamma_\tau(\psi) = \int_{-\infty}^{\boldsymbol{\psi}}(\mathbf{1} + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}})^{\mathbf{3}}\mathbf{S}(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\psi}_1)\mathbf{D}_{15}(\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}})(\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{cos}\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}})^{4-\boldsymbol{\tau}}(\mathbf{sin}\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}})^{\boldsymbol{\tau}}\mathbf{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}}.$$

НАДУ (4.25) представляет собой систему из пяти дифференциальных уравнений второго порядка. Численные расчеты НАДУ (4.25) представлены на рис. 4.7. Эти графики показывают, что параметры α и β, характеризующие

нелинейно нестационарные анизотропные модели (2.20), дают в развитии данной моды точно такие же эффекты, как у моды (1;3), но только в случае α=0 параметр β также старается играть дестабилизирующую роль.

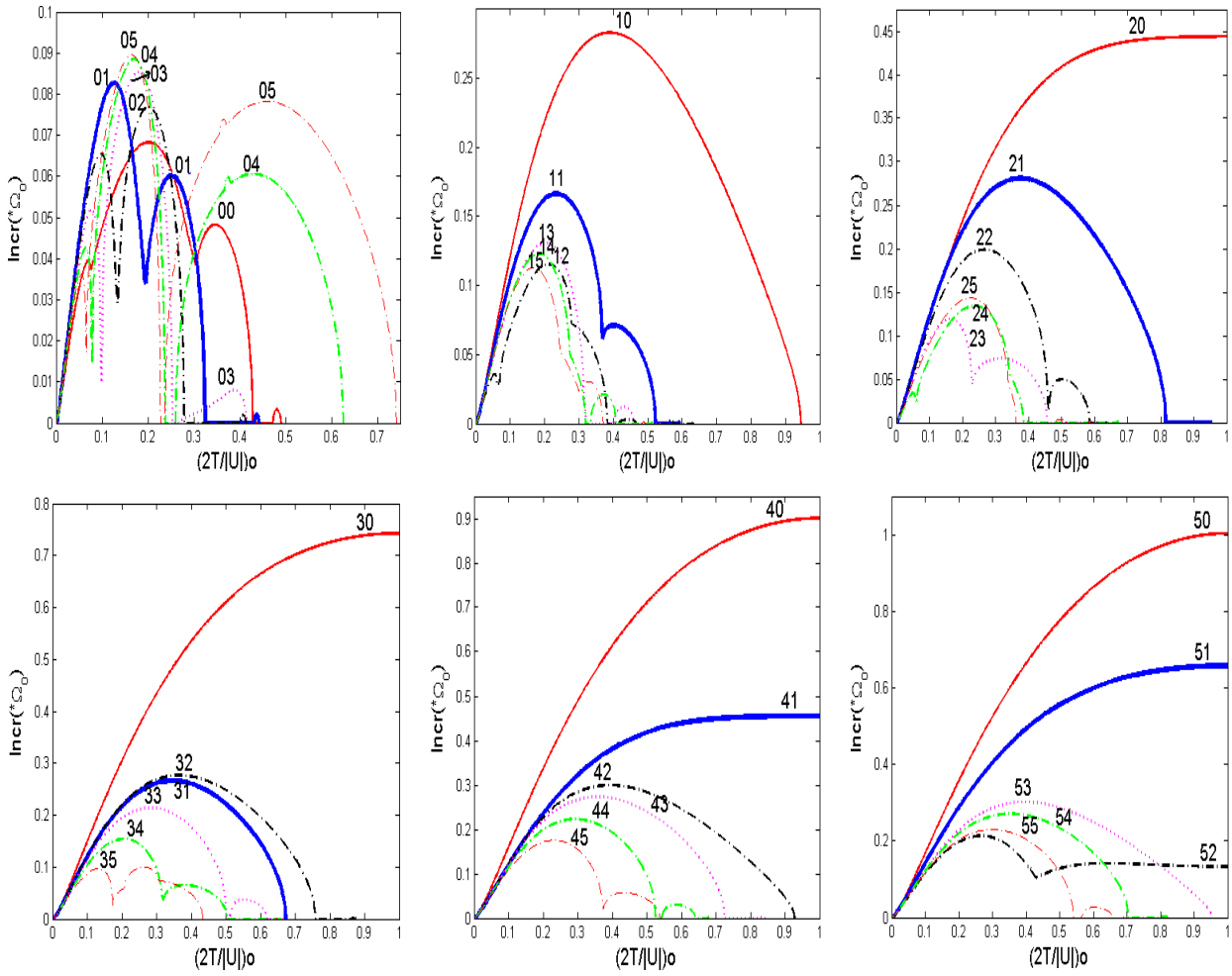


Рис. 4.7. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения моделей (2.20) с различными значениями α и β для моды (1;5).

Случай m=1; N=7. Данную моду, в сравнении с предыдущими можно считать, что она соответствует явно мелкомасштабным модам колебаний. Потенциал возмущения этой моды, согласно уравнению (3.5), принимает следующий вид

$$\delta\Phi = \mathbf{D}_{17}(\boldsymbol{\psi})\mathbf{r}^{6}(\mathbf{x}+\mathbf{i}\mathbf{y}), \qquad (4.26)$$

и выше описанным способом, получим соответствующий ему НАДУ:

$$\Lambda\varsigma_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi})=\frac{35}{1024}\mathbf{D}^{*}_{17}(\boldsymbol{\psi})(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{6-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi},\quad \boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-6}. \tag{4.27}$$

Здесь функция $\mathbf{D}^{*}_{17}(\boldsymbol{\psi})$ приведена в приложении П3.1.

На рис. 4.8 построены графики с помощью результатов численного анализа НАДУ (4.27), который является системой семи дифференциальных уравнений второго порядка.

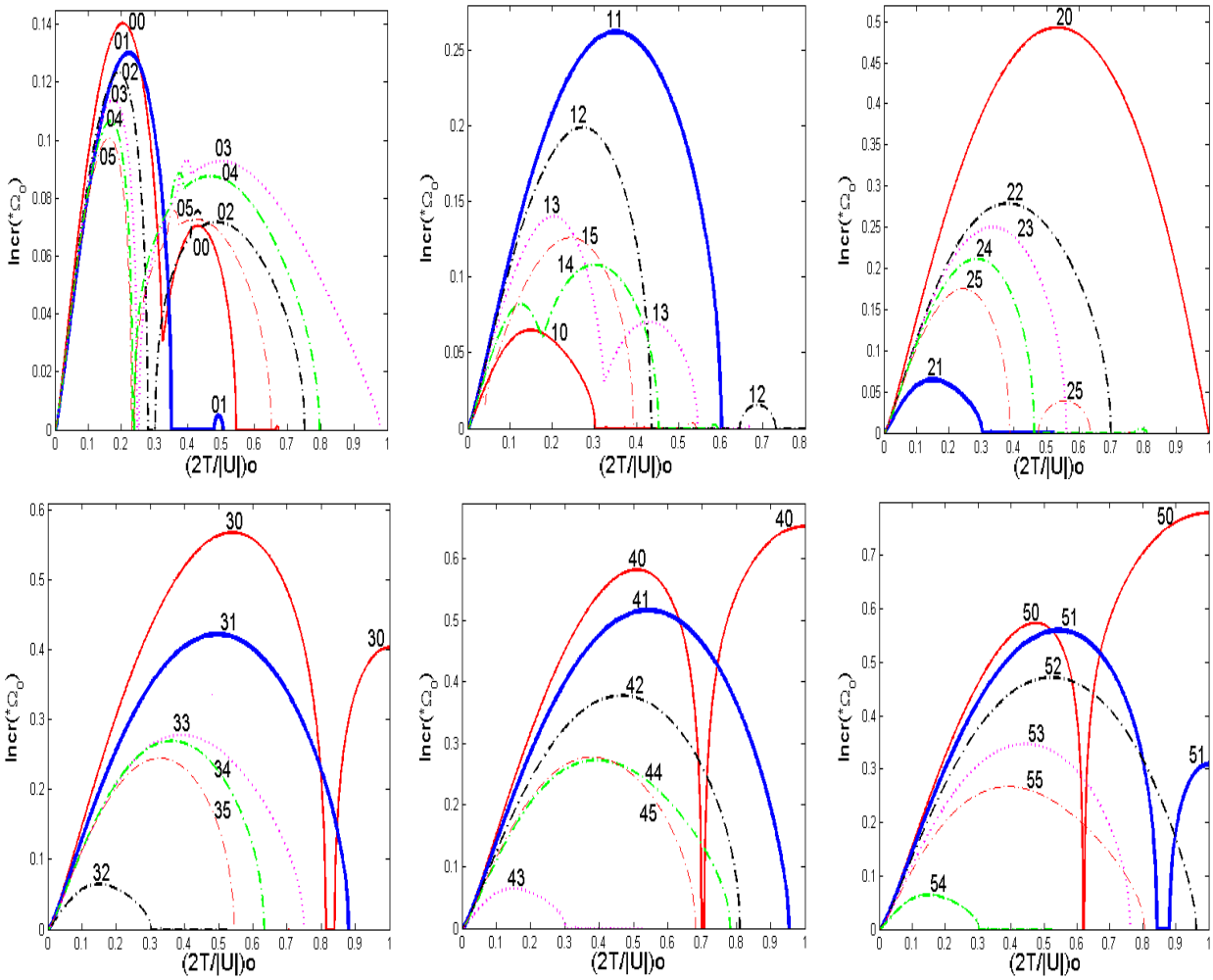


Рис. 4.8. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения моделей (2.20) с различными значениями α и β для моды (1;7).

Из рис. 4.8 видно, что здесь общая картина точно такая же, как и в случае моды (1;3). А именно, если увеличение общей степени (α+β) в весовой функции (2.11) сопровождается увеличением параметра β, то мода (1;7) становится более устойчивой на фоне соответствующей анизотропной модели (2.20), а если это происходит за счет роста значения параметра α, то наблюдается обратная картина. С целью анализа роли параметра вращения системы в эволюции лопсайдных мод возмущений, ниже изучаются проблемы гравитационной неустойчивости данных мод на фоне вращающейся анизотропной модели (3.38).

Начнем с того, что используя вышеприведенный способ вывода НАДУ, получим эти уравнения для рассматриваемых лопсайдных мод на фоне модели (3.38). Эти уравнения приведены в приложении 3. А результаты их численного расчета представлены в виде критических диаграмм начального вириального отношения от параметра вращения модели для каждой моды отдельно на рис. 4.9-4.11.

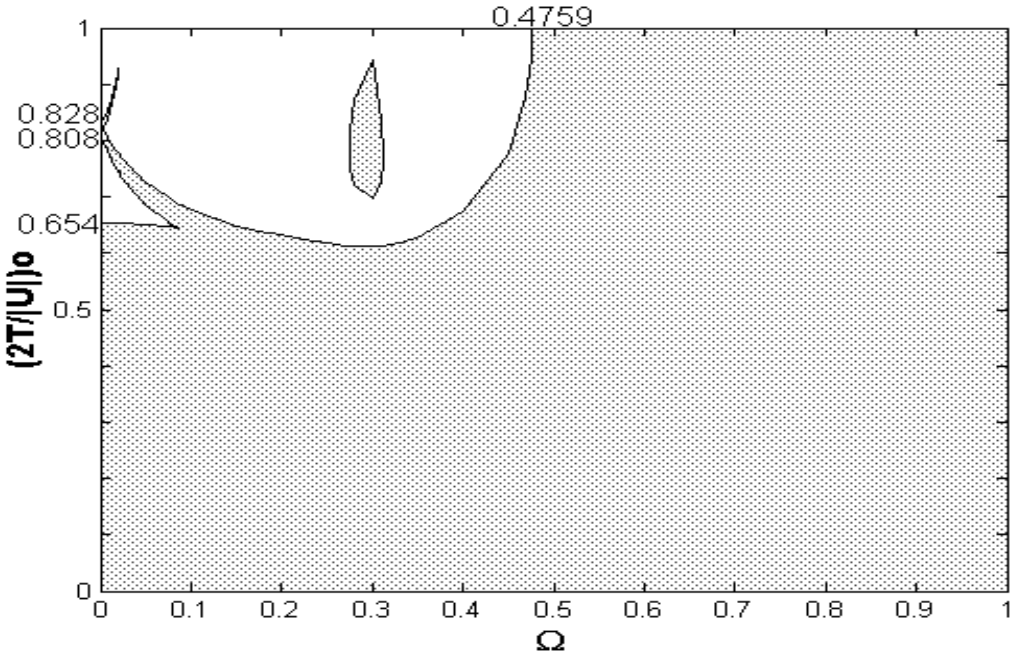


Рис. 4.9. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения для анизотропной модели (3.38) в случае моды возмущений m=1; N=3.

Критическая диаграмма моды (1;3) (рис. 4.9) показывает, что при малых значениях параметра вращения внутри неустойчивой области наблюдается “полуостров” устойчивости. А анализ полученных результатов показывает, что при $\Omega=0$, данный “полуостров” разделяет зоны с разным типом неустойчивости: в одной области $0.808<(2T/|U|)_0\leq 0.828$ имеет место колебательная неустойчивость, а в другой $0\leq(2T/|U|)_0\leq 0.654$ – апериодическая. Но когда $\Omega\neq 0$, имеем дело только с колебательной неустойчивостью, несмотря на то, что наблюдаемый полуостров продолжается до значения $\Omega=0.0875$. В интервале $0.275003\leq\Omega\leq 0.312495$ появляется остров неустойчивости в виде лепестка с длиной, равной 0.246 по начальному вириальному параметру. Наконец, начиная со значения параметра вращения $\Omega\geq 0.4759$, анизотропная модель полностью неустойчива относительно исследуемой моды возмущения (1;3).

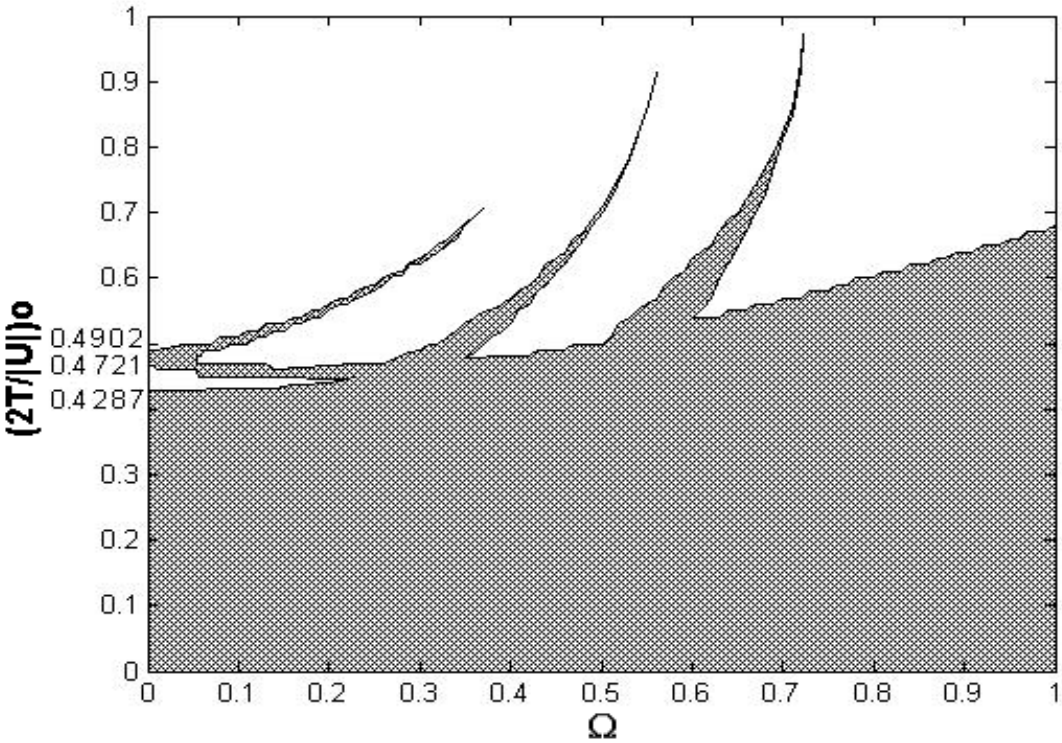


Рис. 4.10. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения для анизотропной модели (3.38) в случае моды возмущений m=1; N=5.

Из рис. 4.10 для моды (1;5) видно, что с увеличением параметра вращения область неустойчивости плавно возрастает с дополнительными ответвлениями. Однако и здесь, в области $0.4287<(2T/|U|)_0<0.4721$, $0\leq\Omega<0.23$ наблюдается узкая зона устойчивости. При $\Omega=0$ имеет место чередование четырех областей неустойчивостей с периодическим и апериодическим характерами. А именно, интервалы $0<(2T/|U|)_0<0.075$ и $0.304<(2T/|U|)_0<0.4287$ соответствуют апериодической, а $0.076<(2T/|U|)_0\leq0.304$ и $0.4721<(2T/|U|)_0<0.4902$ – колебательной неустойчивости.

Рис. 4.11 для моды (1;7) показывает, что в данном случае имеются три полуострова устойчивости и один полуостров неустойчивости с острыми углами, которые находятся в точках S1(0.32;0.325551), S2(0.22;0.337459), S3(0.91;417) и S4(0.75;0.518). Основная область неустойчивости плавно возрастает с увеличением параметра вращения анизотропной модели (3.38).

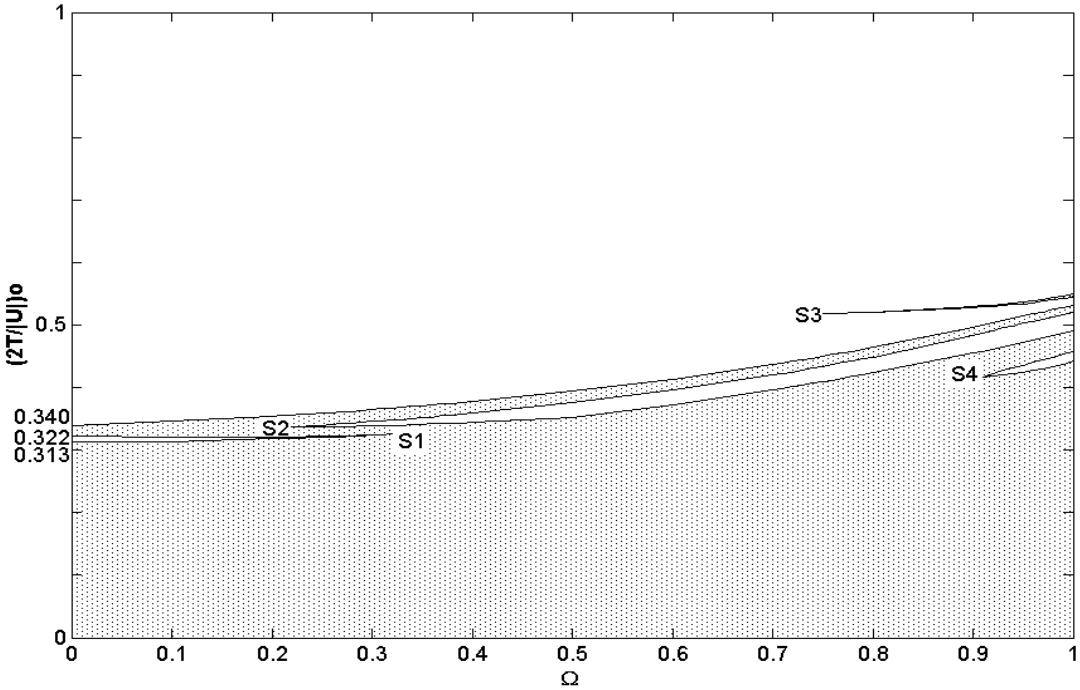


Рис. 4.11. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения для анизотропной модели (3.38) в случае моды возмущений m=1; N=7. Здесь S1(0.32;0.325551), S2(0.22;0.337459), S3(0.75;0.518), S4(0.91;0.417).

Также интересно изучить развитие неустойчивости данных лопсайдных мод возмущений на фоне исходной изотропной модели (2.4). Исходя из этого, были получены НАДУ данных лопсайдных мод возмущений в рамках модели (2.4), которые приведены в приложении 3, и с помощью результатов их численного анализа построены критические зависимости между начальным вириальным отношением $(2T/|U|)_0$ и параметром вращения Ω (рис. 4.12-4.14).

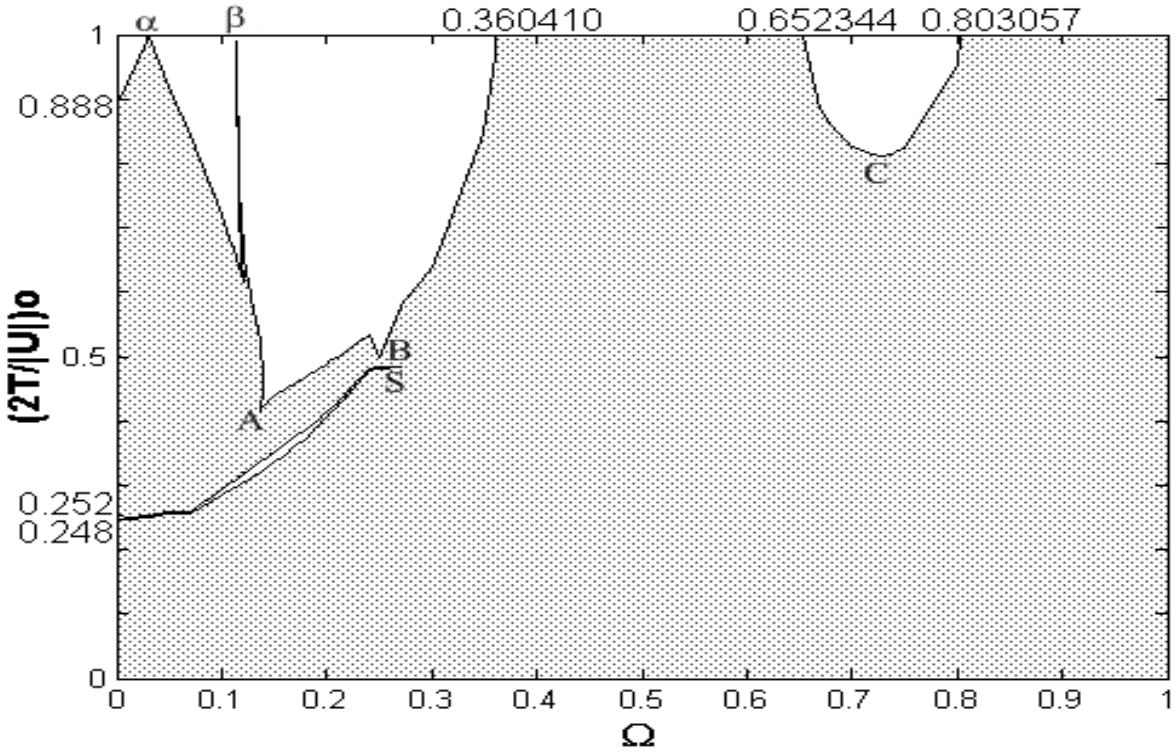


Рис. 4.12. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения для изотропной модели (2.4) в случае моды возмущений m=1, N=3. Экстремальные точки α=0.029365, β=0.114915, A(0.136;0.414), B(0.250;0,499), C(0.727;0.812), S(0.270;0.484)

Из рис. 4.12 для моды (1;3) можно заключить, что для невращающейся модели (2.4) неустойчивость имеет место, если $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.888$, причем, внутри данного интервала имеется очень узкая зона устойчивости (0.248; 0.252). Данная зона устойчивости тянется до значения параметра вращения

Ω=0.270. Расчеты показывают, что при Ω=0 имеются четыре области неустойчивости, а именно: две области колебательной неустойчивости $0.484 \le (2T/|U|)_0 \le 0.888$, $0.253 \le (2T/|U|)_0 \le 0.320$ и две области апериодической неустойчивости $0.330 \le (2T/|U|)_0 \le 0.483$, $0 \le (2T/|U|)_0 \le 0.248$. А когда модель является вращающейся, отмечается наличие лишь колебательной неустойчивости, а вращение в основном действует дестабилизирующим образом. В области слабого вращения маржинальная кривая доходит до точки $\left(\Omega=0.029365,\ (2T/|U|)_0 \cong 1\right)$ и образует подобие точки ветвления. Надо отметить, что эта точка является устойчивой в рамках линейного приближения, а при малом отклонении от этой точки проявляется нелинейная неустойчивость. Таким образом, возникает некоторый нелинейный эффект по отношению к стационарной модели при наложении на нее возмущения с конечной амплитудой. Очевидно, этот эффект, как отмечено выше, связан со сложным резонансом между частотами коллективных движений линейной теории и нелинейной пульсации системы. Интересно, что во второй раз маржинальная кривая стремится к аналогичному состоянию при Ω=0.114915. Точность расчетов дает следующее значение начального вириального отношения: $(2T/|U|)_0 \cong 0.9896$. В областях $0.360410 \le \Omega \le 0.652344$ и $\Omega \ge 0.803057$ мода возмущения (1;3) неустойчива для произвольного значения начального вириального отношения. В частном случае λ=0 данные расчеты совпадают с результатами неустойчивости равновесной модели в линейном приближении (см., например, [125; с. 110-115, 168; с.79] и ссылки там).

Как видно из рис. 4.13 для моды (1;5), в области $0.2098 < (2T/|U|)_0 < 0.2163$, $0 \le \Omega \le 0.06$ имеется полуостров устойчивости. Когда модель (2.4) не вращается, имеется, как и в анизотропной модели, пять чередующихся областей неустойчивостей, точнее, в интервалах $0 < (2T/|U|)_0 < 0.198$, $0.293 < (2T/|U|)_0 < 0.304$ неустойчивость носит

апериодический характер, а в интервалах $0.199<(2T/|U|)_0<0.2098$, $0.2164<(2T/|U|)_0<0.292$ и $0.305<(2T/|U|)_0<0.4705$ – колебательный.

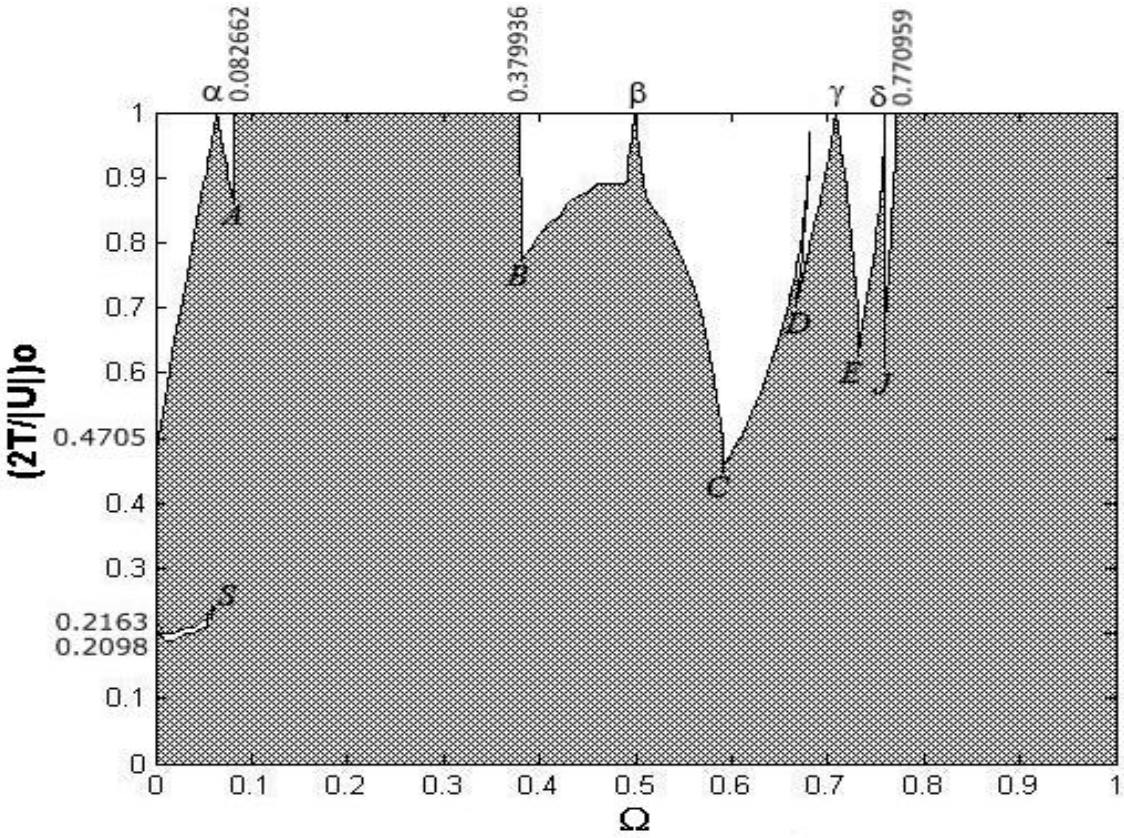


Рис. 4.13. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения для изотропной модели (2.4) в случае моды возмущений m=1; N=5. Здесь α=0.06392, β=0.498653, γ=0.70851, δ=0.759242, A(0.082;0.860), B(0.382;0.770), C(0.592;0.450), D(0.666;0.700), E(0.732;0.625), J(0.759;0.610), S(0.060;0.240)

Но, при $\Omega\neq0$ здесь также имеется только колебательная неустойчивость. Вращение модели играет в основном дестабилизирующую роль, кроме интервала $0.498<\Omega<0.709$. В интервалах $0.082662\leq\Omega\leq0.379936$ и $0.770959\leq\Omega\leq1.0$ модель (2.4) неустойчива относительно моды возмущения (1;5) при произвольном значении начального вириального отношения. При

$(2T/|U|)_0>0.45$ области устойчивости и неустойчивости чередуются. В состоянии $(2T/|U|)_0=1$ наблюдаются критические значения $\Omega=0.082662$; 0.379936 и 0.770959, которые соответствуют линейной теории устойчивости равновесной модели [125; с. 110-115, 168; с.79]. А в точках $\Omega=0.06392$; 0.498653; 0.70851 и 0.759542 имеет место некоторые резонансные неустойчивости только в рамках нелинейной модели (2.4).

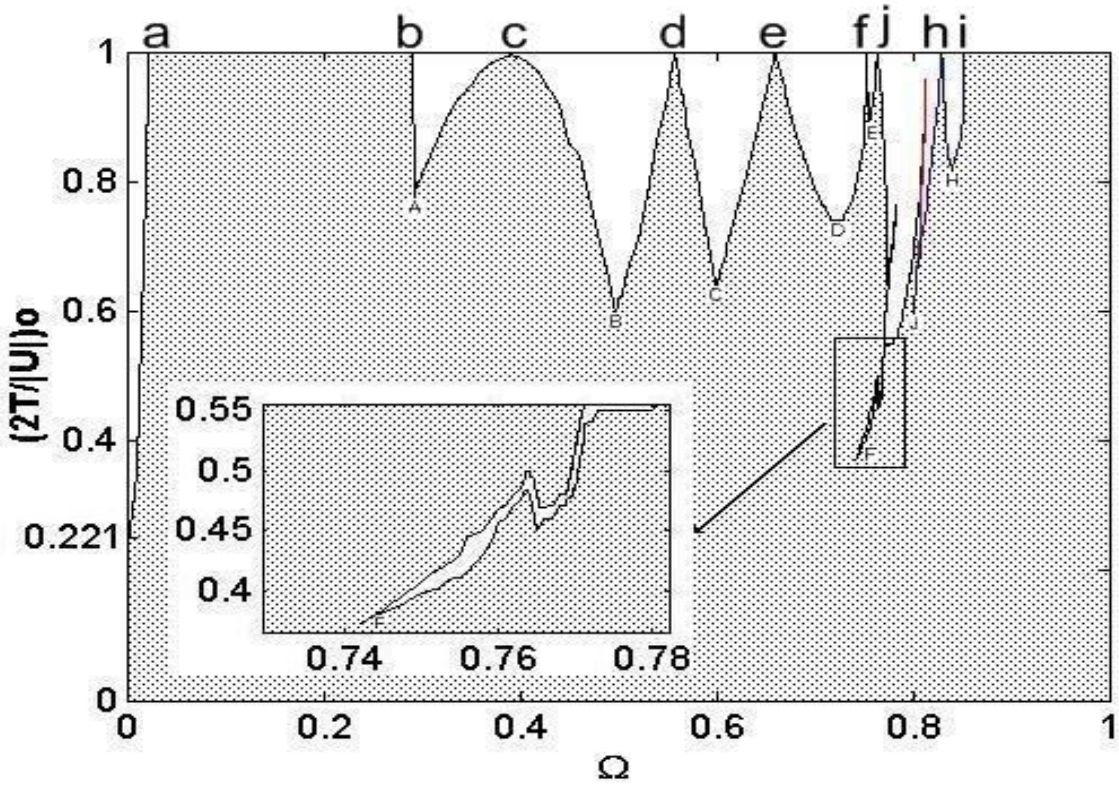


Рис. 4.14. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения для изотропной модели (2.4) в случае моды возмущений m=1; N=7. Здесь a=0.020877, b=0.291717, c=0.389666, d=0.557717,e=0.660392, f=0.753322, j=0.764243, h=0.829481, i=0.851967, A=(0.29271;0.78), B(0.49722;0.6), C(0.6;064), D(0.725;0.74), E(0.756;0.89), F(0.742;0.372), J(0.8;0.596), H(0.84;0.82)

На рис. 4.14 приведена данная диаграмма для моды возмущений (1;7) на фоне изотропной модели (2.4). Как видно здесь, для $\Omega=0$ неустойчивость имеет место, если $0\le(2T/|U|)_0\le0.221$, а в областях $0.020877\le\Omega\le0.291717$ и

$\Omega \geq 0.851967$ изотропная модель неустойчива относительно лопсайдной моды (1;7) при произвольном значении начального вириального отношения. Если $(2T/|U|)_0 > 0.7$, то области устойчивости и неустойчивости чередуются с увеличением параметра Ω. В состоянии $(2T/|U|)_0 = 1$ критические значения Ω=a; b и i хорошо известны из линейной теории устойчивости (см., например, [125; с. 110-115]), а в точках Ω=c; d; e; f; j и h неустойчивость имеется только в рамках нестационарной изотропной модели.

§ 4.3. Гравитационные неустойчивости моделей составного диска относительно лопсайдных мод колебаний

В данном параграфе приведены результаты анализа проблемы гравитационной неустойчивости лопсайдных мод возмущений на фоне нелинейно нестационарной первой составной модели, так как для остальных составных моделей картина неустойчивостей лопсайдных мод остается достаточно близкой. При выводе НАДУ лопсайдных мод в рамках данной составной модели, найдены соответствующие возмущения плотности и потенциала для каждой рассматриваемой моды с учетом результатов усреднений по скоростям (3.49), и проведено сравнение их со своими теоретически вычисленными результатами (3.16) и (3.17). Таким образом, получены следующие НАДУ лопсайдных мод возмущений для первой составной модели:

<u>Мода m=1; N=3.</u>

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{3}{32}\left[\nu\cdot\left(\mathbf{A}^*_{13}(\boldsymbol{\psi}) - 4\mathbf{I}^*_{13}(\boldsymbol{\psi})\right) + 4\mathbf{I}^*_{13}(\boldsymbol{\psi})\right]\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{2-\boldsymbol{\tau}}\,\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}.\quad \left(\boldsymbol{\tau} = \overline{\mathbf{0}-2}\right) \quad (4.28)$$

<u>Мода m=1; N=5.</u>

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi}) = \frac{15}{64}\left[\nu\cdot\left(\mathbf{A}^*_{15}(\boldsymbol{\psi}) - \mathbf{I}^*_{15}(\boldsymbol{\psi})\right) + \mathbf{I}^*_{15}(\boldsymbol{\psi})\right]\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{4-\boldsymbol{\tau}}\,\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}.\quad \left(\boldsymbol{\tau} = \overline{\mathbf{0}-4}\right) \quad (4.29)$$

Мода m=1; N=7.

$$\Lambda\ell_{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\psi})=\frac{35}{1024}\left[\nu\cdot\left(\mathbf{A}^{*}_{17}(\boldsymbol{\psi})-\mathbf{I}^{*}_{17}(\boldsymbol{\psi})\right)+\mathbf{I}^{*}_{17}(\boldsymbol{\psi})\right]\cdot(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{cos}\boldsymbol{\psi})^{6-\boldsymbol{\tau}}\mathbf{sin}^{\boldsymbol{\tau}}\boldsymbol{\psi}.\quad\left(\boldsymbol{\tau}=\overline{\mathbf{0}-6}\right)\quad(4.30)$$

Здесь функции $\mathbf{A}^{*}_{\mathbf{mN}}(\boldsymbol{\psi})$ и $\mathrm{I}^{*}_{\mathrm{mN}}(\boldsymbol{\psi})$ даны в приложении 3.

Результаты численного анализа НАДУ (4.28) представлены в виде зависимостей критических значений начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$ от параметра суперпозиции ν для разных значений параметра вращения Ω=0, Ω=0.5 и Ω=1 (рис. 4.15). Из критической диаграммы (рис. 4.15a) видно, что когда составная модель является невращающейся, области неустойчивости и устойчивости чередуются по мере увеличения начального вириального отношения при всех значениях параметра суперпозиции. В областях неустойчивости по мере увеличения начального вириального отношения чередуются также и их природа. Когда $0.0\le\nu<0.3$ имеются четыре, а при $0.3\le\nu<0.3$ две чередующиеся области неустойчивости. Например, при ν=0 в интервалах $0\le(2T/|U|)_0\le0.24$ и $0.33\le(2T/|U|)_0\le0.48$ неустойчивости апериодического характера переходят в колебательную неустойчивость, которая находится в интервалах $0.26\le(2T/|U|)_0\le0.32$ и $0.49\le(2T/|U|)_0\le0.88$.

Если обратить внимание на критическую диаграмму при Ω=0.5 (рис.4.15b), можно увидеть остров неустойчивости в виде лепестка, который подобен тому, что наблюдался ранее в случае моды (2;4) в том же значении параметра вращения. Но теперь пик находится в точке (ν=0.5501; $(2T/|U|)_0\approx0.999$). Здесь также заметим, что по мере увеличения значений параметра суперпозиции ν основная область неустойчивости плавно уменьшается до значения ν=0.56 и затем также плавно увеличивается с ростом ν.

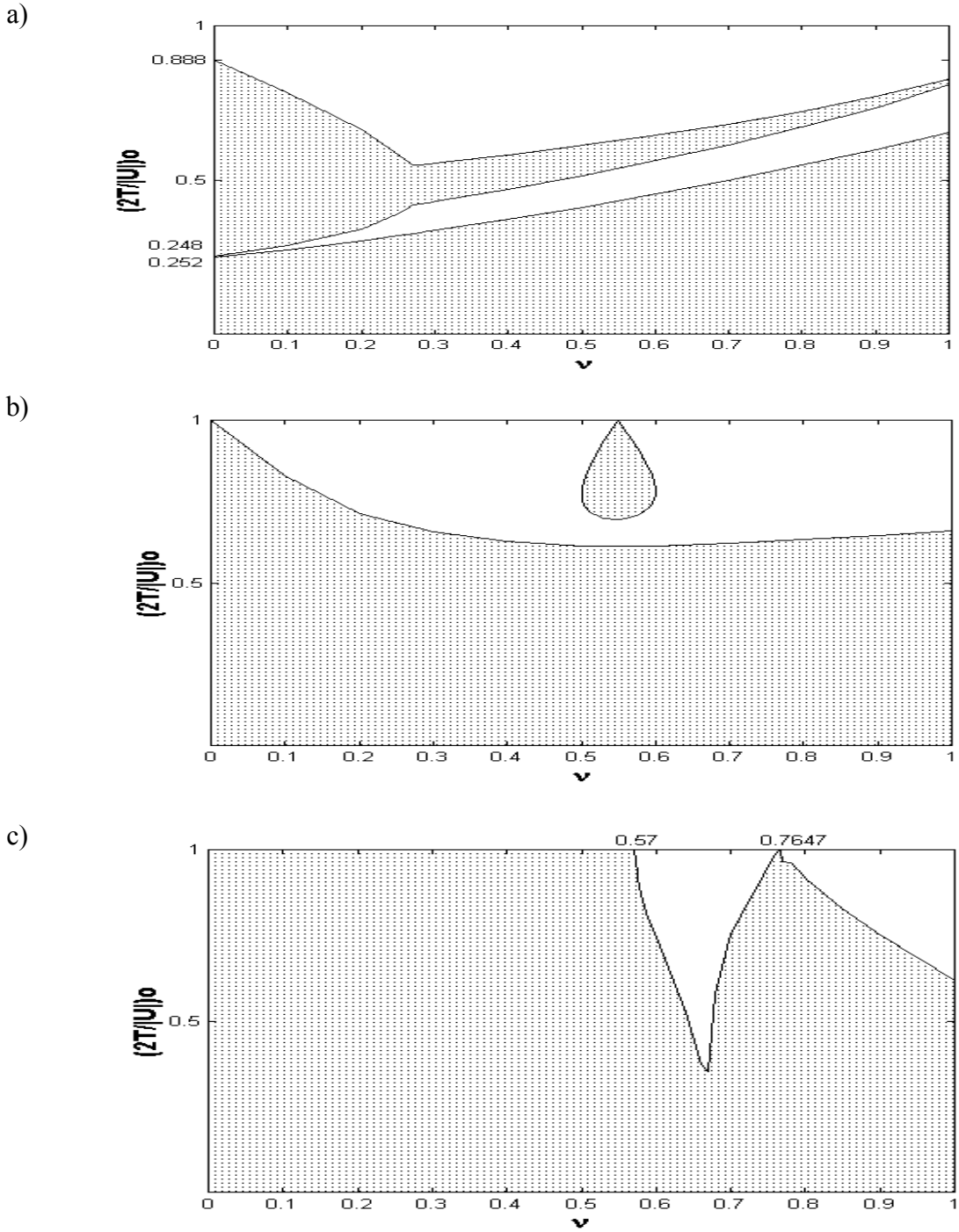


Рис.4.15. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды(1;3): a) Ω=0; b) Ω=0.5; c) Ω=1.0

На критической диаграмме при максимальном значении Ω=1.0 (рис. 4.15c) также наблюдаем возникновение резонансного эффекта, в результате чего область неустойчивости образует пик при соответствующем значении ν=0.7647 и это приводит к чередованию областей неустойчивости и

устойчивости, если $(2T/|U|)_0>0.35$. А также отметим, что когда составная модель является вращающейся, имеется только колебательная неустойчивость.

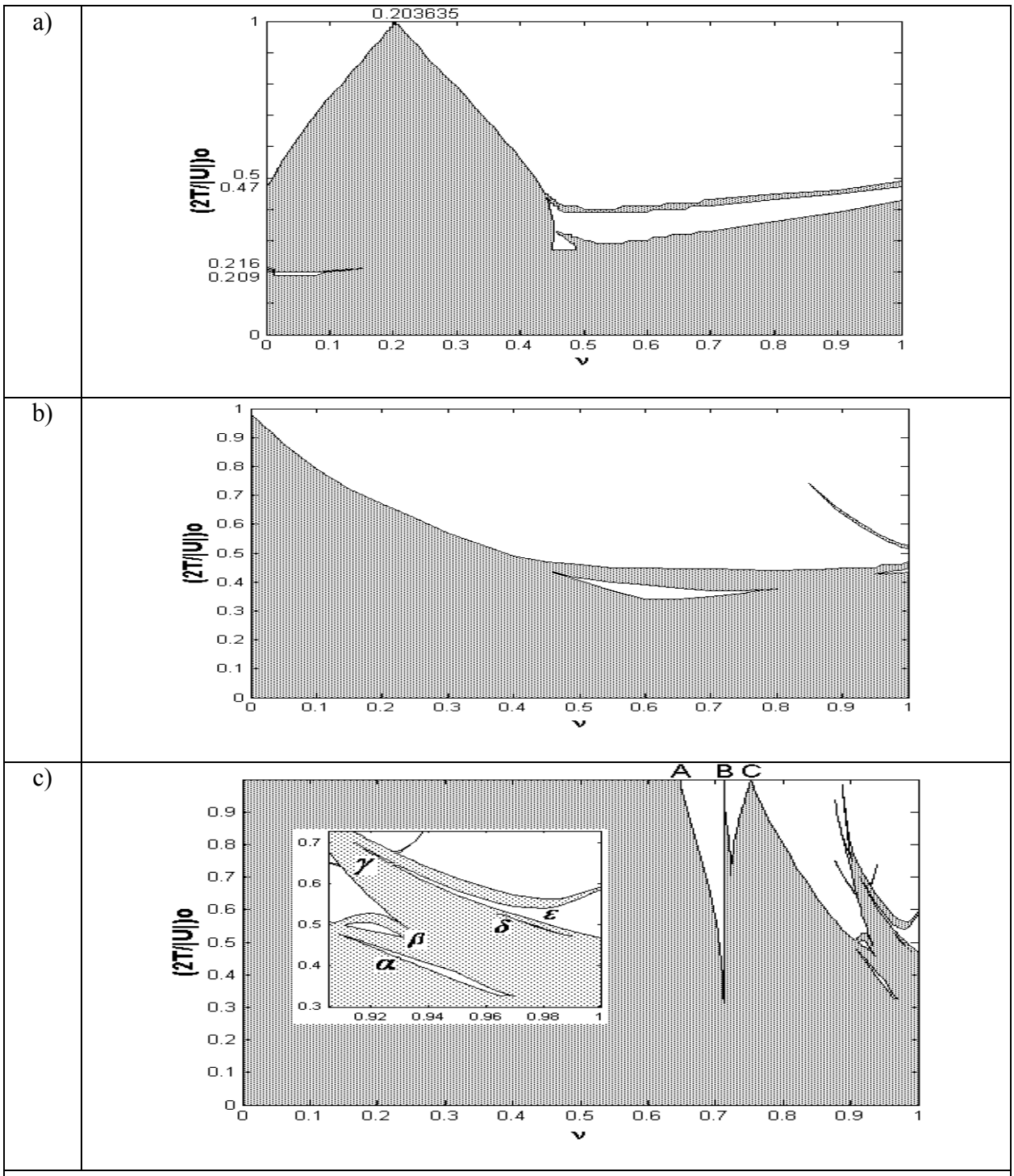


Рис. 4.16. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (1;5): a) Ω=0; b) Ω=0.5; c) Ω=1.0 (A=0.649116; B=0.712329; C=0.752598).

С помощью численного анализа НАДУ (4.29) построены критические зависимости между начальным вириальным отношением $(2T/|U|)_0$ и параметром суперпозиции ν для значений Ω=0, Ω=0.5 и Ω=1 (см. рис. 4.16). Когда Ω=0, критическая зависимость (рис.4.16a) своеобразно демонстрирует роль параметра суперпозиции ν. А именно, суперпозиция двух моделей привела к тому, что область неустойчивости от $((2T/|U|)_0 \in 0;\ 0.47)$ увеличивается до $((2T/|U|)_0 \in 0;\ 0.99998)$, при ν≈0.203635 занимает практически весь диапазон возможных значений начального вириального отношения. Затем, с увеличением значения ν, область неустойчивости постепенно сокращается до интервала $((2T/|U|)_0 \in 0;\ 0.45)$ с дополнительным ответвлением, в результате чего получился полуостров устойчивости при 0.44094≤ν≤1.0. Отметим, что в интервале 0.0≤ν≤0.15 также наблюдается полуостров устойчивости, но только в более узких пределах начального вириального отношения. Анализ численных расчетов НАДУ (4.29) показал, что когда составная модель не вращается, имеются четыре чередующиеся области неустойчивости по всем диапазоном значений параметра суперпозиции, не включая ν=0.5, где неустойчивость носит только апериодической характер.

При Ω=0.5 (рис.4.16b) с увеличением значения параметра суперпозиции ν постепенно уменьшается область неустойчивости, а когда этот параметр доходит до значения ν=0.55 данный процесс ослабевает и с дальнейшим ростом ν область неустойчивости начинает медленно возрастать. Помимо этого, в интервале 0.46≤ν≤0.8 у нас появляется остров устойчивости в виде треугольника. А при максимальных значениях ν можно видеть два типа полуострова – один устойчивости (0.95≤ν≤1.0), а другой неустойчивости (0.85≤ν≤1.0).

При максимальном значении Ω=1.0 (рис. 4.16c) область устойчивости не наблюдается вплоть до значения ν≈0.649116. А затем, область устойчивости делиться на части неустойчивыми «клиньями», вызванными, скорее всего, некоторым резонансным эффектом суперпозиции двух

моделей. Эти пики находятся в точках B(0.712329; 0.99999) и C(0.752598; 0.999999). Однако в интервале $0.649116 \le \nu \le 0.712329$ суперпозиция двух моделей, наоборот, дает стабилизирующий эффект в системе. А когда ν стремиться к своему максимальному значению, мы сталкиваемся со множеством островов устойчивости малого размера, которые обозначены как: $\alpha(0.9092 \le \nu \le 0.970;\ 0.3271 \le (2T/|U|)_0 \le 0.477)$; $\beta(0.911 \le \nu \le 0.937;\ 0.4573 \le (2T/|U|)_0 \le 0.4991)$; $\gamma(0.914 \le \nu \le 0.928;\ 0.6522 \le (2T/|U|)_0 \le 0.7016)$; $\delta(0.964 \le \nu \le 0.990;\ 0.4729 \le (2T/|U|)_0 \le 0.5276)$ и полуостровом устойчивости ε в интервале $(0.9275 \le \nu \le 1.00)$. Также заметим, что когда $\Omega \ne 0$ мы имеем дело только с колебательной неустойчивостью.

Здесь не приведена картина критических зависимостей начального вириального отношения от параметра суперпозиции для моды (1;7), поскольку их поведение при различных значениях Ω приблизительно похоже на поведение предыдущей моды. Данная мода (1;7) имеет и колебательную, и апериодическую неустойчивость при $\Omega=0$, а на фоне вращающейся составной модели наблюдается неустойчивость только колебательного характера.

§ 4.4. Обсуждение полученных результатов

Вначале сравниваются инкременты неустойчивостей, в частности, мод (1;3) и (1;5) на фоне исходной изотропной (2.4) и анизотропной (3.38) моделей. На рис. 4.17 видно, что на фоне нелинейной изотропной модели (2.4) мода (1;3) является лидирующей при $\Omega=0$ и $0.4 \le \Omega < 0.8$ для всех значений начального вириального отношения. Но при $0 < \Omega \le 0.3$ она доминирует лишь при умеренных значениях $(2T/|U|)_0$. Когда $\Omega > 0.8$, мода (1;5) имеет больший инкремент неустойчивости по сравнению с модой (1;3). Однако на фоне анизотропной модели (3.38) мода (1;3) всегда доминирует над модой (1;5). Таким образом, можно заключить, что в среднем мода (1;3) является более неустойчивой по сравнению с модой (1;5) (см. рис.4.18).

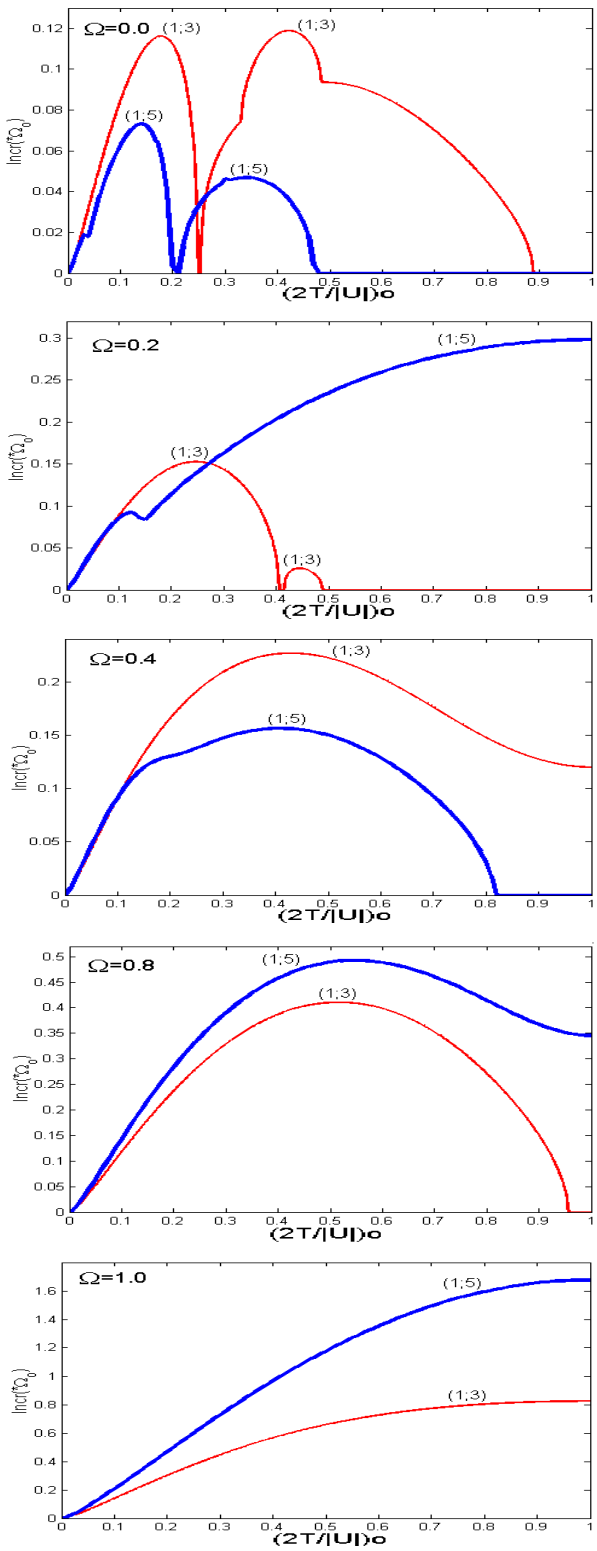


Рис. 4.17. Сравнение инкрементов неустойчивостей мод возмущений (1;3) и (1;5) на фоне изотропной модели (2.4) для различных значений **Ω**.

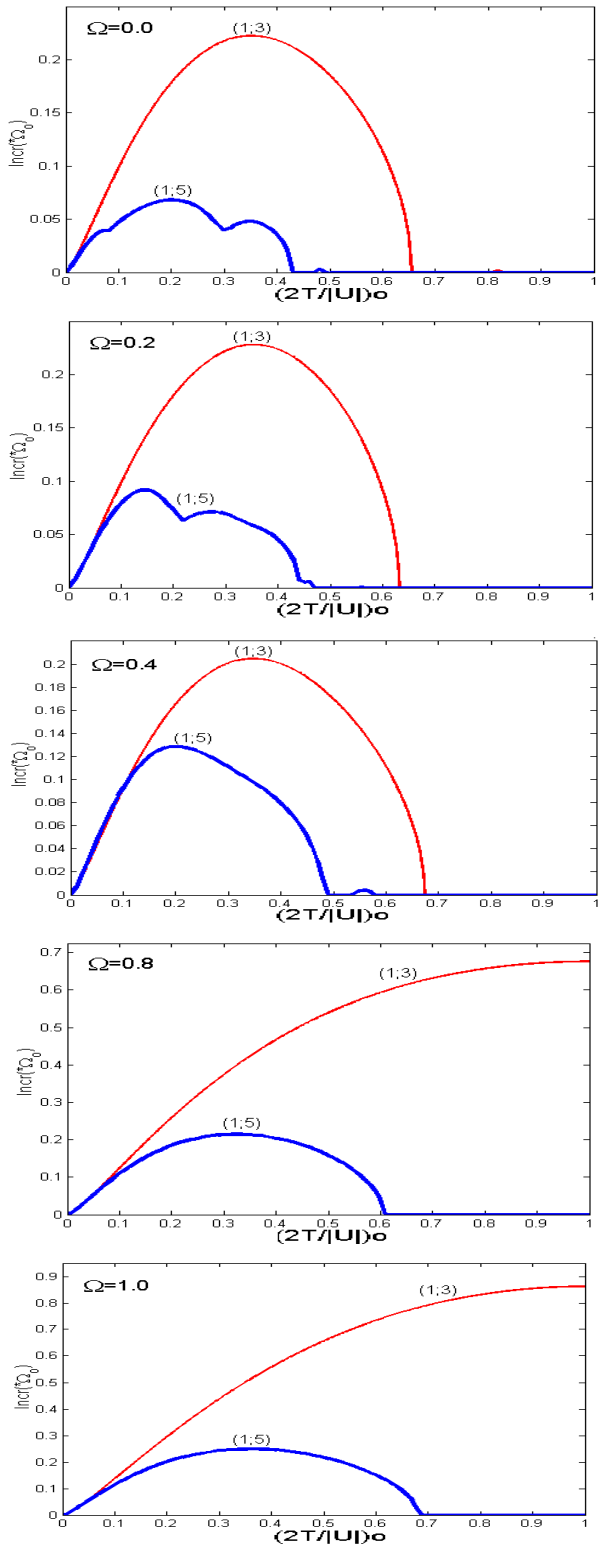


Рис. 4.18. Сравнение инкрементов неустойчивостей мод возмущений (1;3) и (1;5) на фоне анизотропной модели (3.38) для различных значений **Ω**.

При сравнении маржинальных зависимостей мод (1;3) и (1;5) на фоне изотропной модели сразу бросается в глаза то, что в обоих случаях наблюдается чередование областей устойчивости и неустойчивости, а также наличие узких полуостровов устойчивостей (рис. 4.12 и рис. 4.13). Для обеих мод мы имеем точки ветвления на оси абсцисс, где возникает нелинейный эффект, связанный со сложным резонансом между частотами коллективных движений линейной теории и нелинейных колебаний модели (2.4).

Если обратить внимание на рис. 4.9 и рис.4.10, то можно заметить, что критические диаграммы рассматриваемых мод (1;3) и (1;5) для анизотропной модели (3.38) сильно отличаются друг от друга. Например, для моды (1;3) имеется остров неустойчивости, что явно отсутствует в другом случае. Кроме того, здесь при $\Omega>0.48$ анизотропная модель (3.38) становится полностью неустойчивой, а в моде (1;5) область неустойчивости плавно возрастает по мере увеличения параметра вращения. Однако для обеих мод наблюдается полуостров устойчивости.

Поскольку выше было обнаружено, что мода (1;3) является лидирующей, то также имеет смысл сравнить между собой маржинальные зависимости данной моды на рис. 4.9 и рис. 4.12 Сравнение этих зависимостей для изотропной и анизотропной моделей показывает, что в обоих случаях при $\Omega=0$ имеется «полуостров» устойчивости внутри области неустойчивости и два типа гравитационных неустойчивостей в разных интервалах начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$: колебательная и апериодическая. А когда $\Omega\neq0$, обе эти модели обладают только колебательной неустойчивостью относительно моды (1;3) и вращение дает дестабилизирующий эффект. Разница маржинальных зависимостей состоит, в частности, в том, что на фоне анизотропной модели наблюдается остров неустойчивости в области устойчивости, который расположен в интервале значений параметра вращения $0.275003\leq\Omega\leq0.312495$. А также, в отличие от анизотропной модели, в маржинальной зависимости изотропной модели наблюдается резонансное состояние в точке $\Omega=0.029365$, $(2T/|U|)_0\cong1$. Если не

учитывать эту точку, то вблизи $(2T/|U|)_0 \cong 1$ имеется интервал значений параметра вращения $0 \leq \Omega < 0.360410$, где обе модели являются устойчивыми одновременно. И наоборот, если $\Omega \geq 0.803057$, то обе модели неустойчивы при произвольном значении начального вириального отношения.

Как показывают наблюдения, есть галактики, которые одновременно имеют и перемычку, и кольцо, и лопсайдность. С целью определения последовательности формирования соответствующих структур в галактике, ниже будет проведено сравнение друг с другом поведение бароподобной моды [146; с. 3-10], кольцевой моды и моды (1;3). На рис. 4.19 и 4.20 приведены зависимости инкрементов бароподобной - (2;2), кольцевой - (0;4) и лопсайдной - (1;3) мод возмущений от начального вириального отношения для различных значений Ω на фоне изотропной (2.4) и анизотропной (3.38) моделей. Надо сразу отметить один из основных результатов сравнения – факт о том, что на фоне пульсирующей анизотропной модели всегда наиболее сильной модой колебания является (1;3) среди всех рассмотренных крупномасштабных мод. Это означает, что смещение ядра относительно геометрического центра системы (или наоборот) имеет место в анизотропной модели раньше, чем проявление неустойчивости других мод возмущений независимо от значения параметра вращения, а для изотропной модели такую картину можно увидеть только в случае $0.1 < \Omega \leq 0.5$. Но, когда $\Omega > 0.7$, в изотропной модели кольцевая мода стремиться быть лидирующей. Лидерство кольцевой моды на фоне данной модели можно наблюдать также, когда $(2T/|U|)_0 > 0.3$ и $\Omega < 0.2$. В общем случае, с увеличением параметра вращения моделей, рассматриваемые структуры возникают во все более широких диапазонах значений начального вириального отношения и максимальные значения инкрементов неустойчивостей этих структурных мод также постепенно увеличиваются. Таким образом, здесь опять подтверждается вывод о том, что вращение играет явно дестабилизирующую роль в горизонтальных колебаниях.

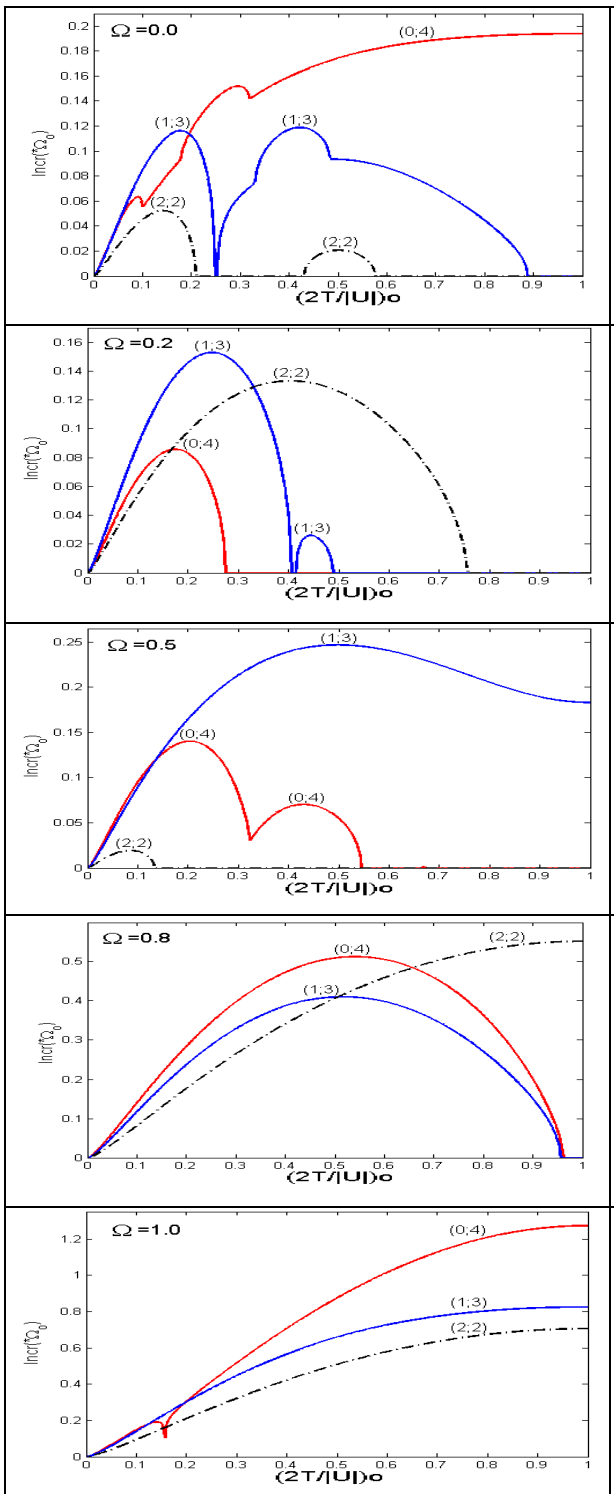


Рис.4.19. Сравнение инкремента неустойчивости моды (1;3) с инкрементами бароподобной и кольцевой мод возмущений на фоне изотропной модели (2.4) для различных значений Ω.

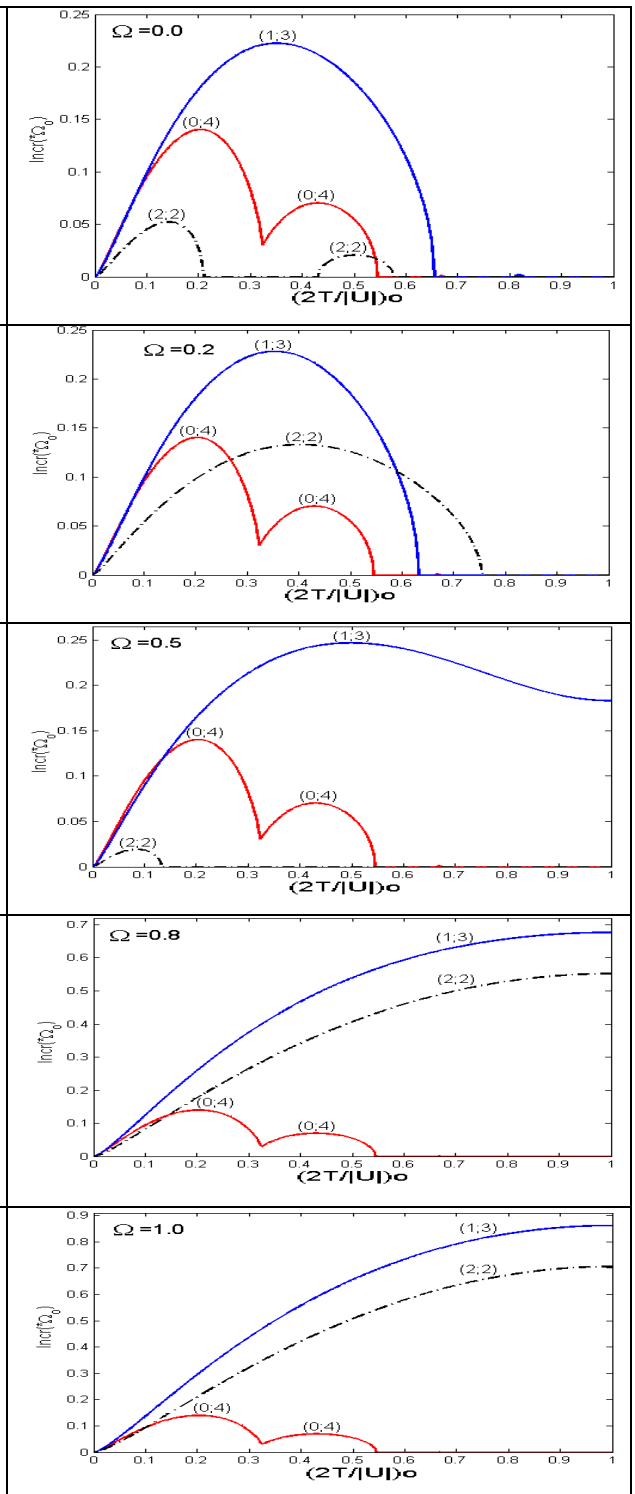


Рис.4.20. Сравнение инкремента неустойчивости моды (1;3) с инкрементами бароподобной и кольцевой мод возмущений на фоне анизотропной модели (3.38) для различных значений Ω.

Когда Ω=0.5, изотропная и анизотропная модели ведут себя одинаково относительно ко всем этим структурным модам. Сравнение изотропной и анизотропной моделей при различных значениях Ω показывает также, что на фоне анизотропной модели формирование рассматриваемых структур подчиняется некоторому закону, а именно, когда $\Omega < 0.5$, в начале образуется кинематически смещенный центр, затем проявляется кольцевая структура при малых значениях $(2T/|U|)_0$, и только потом в системе формируется бар. Но при больших значениях $(2T/|U|)_0$ последовательность формирования бароподобной и кольцевой структур меняется. А когда $\Omega \geq 0.5$, в анизотропной модели мода (1;3) по прежнему остается лидирующей, а после неё, независимо от значения начального вириального отношения, последовательно проявляются эффекты (0;4) и (2;2) мод. Такую определенную закономерность образования этих крупномасштабных структур в изотропной модели заметить трудно. Отметим, что поведение бароподобной (2;2) моды одинаково в изотропной и анизотропной моделях, поскольку НАДУ в обоих случаях являются идентичными [146; с. 3-10, 173; с. 184-202].

С целью выяснения последовательности формирования кольцеобразных, лопсайдной и бароподобной структур на фоне составных моделей построены графики сравнения инкрементов неустойчивостей данных мод возмущений для различных значений параметров вращения и суперпозиции, в частности, первой составной модели (рис. 4.21). Выяснилось, что в общем случае лидирующей является преимущественно мода (1;3), хотя при больших Ω мода (1;7) может стать более важной. Это означает, что смещение ядра относительно геометрического центра системы имеет место в составной модели раньше, чем проявление кольцеобразных и бароподобной структур независимо от значения параметра вращения, но лишь при максимальном вращении (Ω=1) и ν>0.4 первой в системе может образоваться бароподобная структура. А для кольцеобразных мод такую картину можно увидеть только при ν=0 в случаях Ω=0 и Ω=0.5.

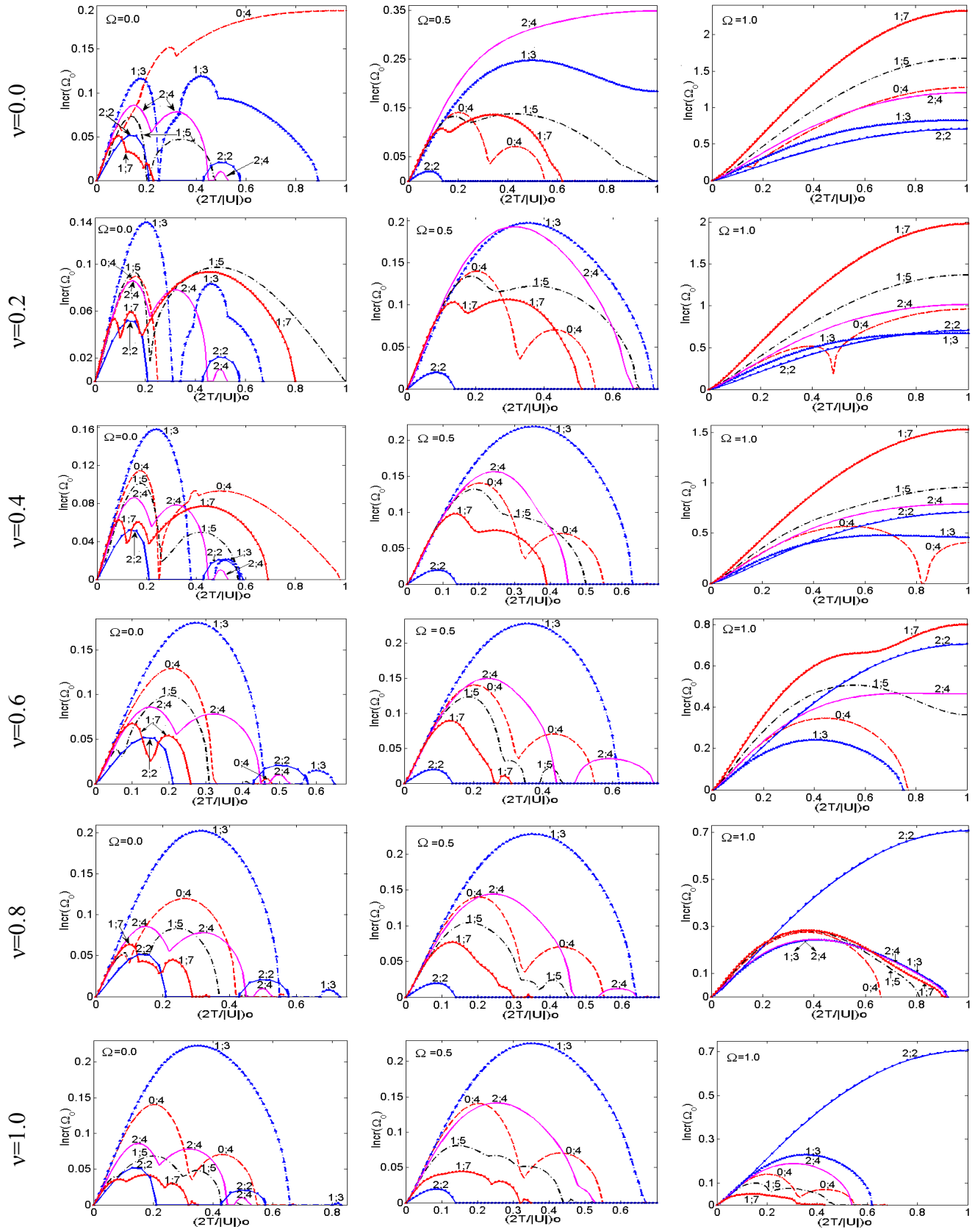


Рис. 4.21. Сравнение инкрементов неустойчивостей кольцеобразных, лопсайдных и бароподобной мод возмущений для различных значений параметров вращения и суперпозиции.

Также заметим, что при умеренном вращении (Ω=0.5) бароподобная структура может образоваться лишь в очень узком интервале начального вириального отношения ($(2T/|U|)_0$<0.14). А при максимальном вращении составной модели эта структура формируется во всем диапазоне $(2T/|U|)_0$, как и другие формы. Но при этом, с увеличением значения параметра суперпозиции мы можем видеть, что этот диапазон сужается в меньшую сторону только для кольцеобразных и лопсайдных мод. При этом, общая тенденция такова, что с одной стороны, увеличение параметра суперпозиции приводит к сужению диапазонов образования лопсайдной и кольцеобразных структур по оси $(2T/|U|)_0$, а с другой, вращение модели действует в обратную сторону – а именно, его увеличение приводит к тому, что все рассматриваемые структуры начинают возникать во все более широких диапазонах значений начального вириально отношения, и при этом постепенно увеличиваются максимальные значения инкрементов неустойчивостей этих структурных мод. Таким образом, здесь опять подтверждается вывод о том, что вращение играет явно дестабилизирующую роль в горизонтальных колебаниях. Также отметим, что при максимальном значении Ω=1 в интервале 0.7<ν<1.0 начинается перекрывание инкрементов (1;5) с (0;4) и (1;3) с (2;4). Это означает, что в данном случае соответствующие структуры могут формироваться параллельно. А когда Ω=0.5 и $(2T/|U|)_0$<0.2 все рассматриваемые структуры образуются почти одновременно. Если составная модель не вращается, то можно заметить, что инкремент (0;4) больше инкремента (2;4), а когда модель вращается, наблюдается обратная картина.

На рис. П3.1 (в Приложении 3) представлены графики сравнения составных моделей относительно неустойчивостей лопсайдной моды (1;3). Здесь видно, что темп неустойчивости этой моды, в основном, больше в рамках третьей модели, как в случае кольцеобразной моды, но только при $\nu\leq$ 0.4 и Ω=1 важной становится первая составная модель относительно лопсайдной неустойчивости.

§ 4.5. Выводы

Данная глава основана на результатах, полученных в работах [2A-4A, 10A, 11A, 24A, 26A, 30A, 31A, 33A-35A, 38A, 42A, 46A, 47A, 50A, 53A, 54A, 57A, 58A, 60A]

1. Тщательно отобраны лопсайдные галактики на основе данных наблюдений ряда авторов с надежными значениями параметров лопсайдности и составлен рабочий сводный каталог, дополнив его лучевыми скоростями, красными смещениями, абсолютными звездными величинами, значениями тип-кода, расстоянием и др. Так были собраны сведения о 561 объектах и проведен их статистический анализ. Результаты статистического анализа показывают, что лопсайдность наблюдается практически во всех типах спиральных галактик в разной степени в зависимости от величины закрученности спиральных рукавов, что подтверждает выводы многих исследователей об общности этой структуры в спиральных галактиках [39; с. 1080, 40; с. 1053, 41; с. 507-513, 42; с. 5-7, 43; с. 891-893, 44; с. 330-334, 45; с. 1-14, 50; с. 1849-1857, 51; с. 276-284]. Из гистограммы распределения лопсайдности по морфологическим типам галактик видно, что явление лопсайдности наблюдается преимущественно в спиральных галактиках, после спиральных галактик по частоте лопсайдности идут иррегулярные галактики, затем линзовидные и только потом эллиптические. Здесь весьма интересно то, что лопсайдность обнаружена даже в некоторых эллиптических галактиках, так как до последнего времени считалось, что из-за особенностей распределения массы в них лопсайдность там не возможна. Исходя из последних результатов можно сделать вывод, что в этих эллиптических галактиках могло происходить слияние, либо вековое влияние темного гало, как предполагается в работе [170; с. 69-72]. А также доказано, что значения коэффициента степени лопсайдности A1 меньше 0.2 в приблизительно 90% случаях, и меньше 0.4 в 97% случаях. В целом, число галактик с определенной лопсайдностью уменьшается по степенному закону по мере увеличения A1.

2. Результаты изучения гравитационной неустойчивости мод возмущений, соответствующих лопсайдным структурам, на фоне обобщенной анизотропной модели показали, что мода возмущений m=1, N=1 является устойчивой и связана с тривиальным смещением всей системы как целого, что не вызывает никакой неустойчивости. Выяснилось, что рост значения параметра α дает дестабилизирующий эффект в ходе эволюции других лопсайдных мод возмущений на фоне анизотропных моделей (2.20), а параметр β наоборот, играет как бы «стабилизирующую» роль. Роль параметра вращения относительно характерам неустойчивости лопсайдных мод возмущений точно такая же как у кольцеобразных мод (2;4) и (2;6), а именно на фоне невращающейся анизотропной модели наблюдаются и колебательная, и апериодическая неустойчивости, а когда $\Omega \neq 0$, имеем дело только с колебательной неустойчивостью. Даная картина наблюдается еще и на фоне составных моделей.

3. На фоне вращающейся анизотропной модели мода (1;3) является в среднем более неустойчивой по сравнению с модой (1;5). Сравнение инкрементов неустойчивостей бароподобной, кольцевой и лопсайдной мод колебаний показывает, что когда $\Omega < 0.5$ вначале образуется кинематически смещенное ядро, затем проявляется кольцевая структура при малых значениях $(2T/|U|)_0$, а только потом в системе формируется бар, но при больших значениях $(2T/|U|)_0$ последовательность формирования бароподобной и кольцевой структур меняется. Но если $\Omega \geq 0.5$, мода (1;3) по прежнему остается лидирующей, а после неё, независимо от значения начального вириального отношения, последовательно проявляются эффекты (0;4) и (2;2) мод. При $\Omega=0.5$ изотропная и анизотропная модели ведут себя одинаково относительно ко всем этим структурным модам.

4. В случае лопсайдных неустойчивостей в рамках исходной изотропной модели, как у кольцеобразных мод, при определенных значениях параметра вращения наблюдается возникновение некоторого нелинейного эффекта по отношению к стационарной модели при наложении на нее

возмущения с конечной амплитудой. В частном случае $\lambda=0$ полученные результаты совпадают с результатами неустойчивости равновесной модели в линейном приближении (см., например, [125; с. 110-115, 168; с.79] и ссылки там).

5. Исследование составных моделей относительно неустойчивостей лопсайдных мод показывает, что при определенных значениях ν суперпозиция двух моделей приводит к тому, что область неустойчивости занимает практически весь диапазон возможных значений начального вириального отношения. Также выяснилось, что смещение ядра относительно геометрического центра системы имеет место в составной модели раньше, чем проявление кольцеобразных и бароподобной структур независимо от значения параметра вращения, но лишь при максимальном вращении ($\Omega=1$) и $\nu>0.4$ первой в системе может образоваться бароподобная структура. А для кольцеобразных мод такую картину можно увидеть только при $\nu=0$ в случаях $\Omega=0$ и $\Omega=0.5$. Также установлено, что при максимальном значении $\Omega=1$ в интервале $0.7<\nu<1.0$ начинается перекрывание инкрементов (1;5) с (0;4) и (1;3) с (2;4). Это означает, что в данном случае соответствующие структуры могут формироваться параллельно. А когда $\Omega=0.5$ и $(2T/|U|)_0<0.2$ все рассматриваемые структуры образуются почти одновременно. Картина сравнения составных моделей относительно неустойчивостей лопсайдных мод возмущений точно такая же, как у кольцеобразных мод.

ГЛАВА V. ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ИЗГИБОВ В ДИСКАХ ГАЛАКТИК

§ 5.1. Наблюдательные данные: анализ типов изгиба

Как отмечено выше, у многих спиральных галактик имеются различные крупномасштабные изгибы в их дисковых подсистемах. Эти изгибы имеют место как в газовой подсистеме диска, так и в звездной, т.е. данное явление обнаружено в радио и оптическом диапазонах. Здесь интерес представляют оптические изгибы диска галактик. Искривления дисков галактик разные авторы [79; с.747-755, 174; с. 694-698, 175; с.705-711, 176; с. 301-307] объясняют по-разному:

1) Одной из возможных причин изгиба диска указывается гравитационное приливное воздействие спутников галактики. Например, для нашей Галактики авторы считают, что изгиб диска является результатом приливного эффекта Магеллановых Облаков, так как их орбита воздействия раньше была сравнительно ближе, чем сейчас.

2) В качестве причины изгиба рассматривали также свободные собственные колебания плоскости галактики, которые вероятно были возбуждены на ранней стадии ее эволюции.

3) Имеется предположение, что изгиб связан с влиянием межгалактического магнитного поля на диск галактик.

4) Наличие гало с массой намного большей, чем масса диска галактик.

5) Падение межгалактической среды непосредственно на диск галактик.

Анализируя наблюдательные данные, авторы работ [64; с. 519-522, 65; с. 169-175, 67; с.159-165] заключили, что, по крайней мере, 50% спиральных галактик имеют сильные либо умеренные асимметричные изгибы. Здесь утверждается, что все дискообразные галактики Местной группы содержат асимметричные искривления. Надо отметить, что искривление диска можно заметить, когда дискообразная галактика наблюдается с боку, но если она

наблюдается под большим углом или почти вдоль оси вращения, то невозможно определить тип изгиба.

Одним из важных этапов исследования структуры галактик, в том числе изгибности, является накопление наблюдательных данных и их каталогизация. С этой целью ряд авторов занимались сбором и анализом результатов наблюдений по изгибным галактикам [64; с. 519-522, 65; с. 169-175, 66; с. 883, 67; с. 159-165, 68; с. 238, 69; с. 7-12, 70; с. 101-107, 71; с. 830, 72; с. 111-118, 73; с. 769-780, 74; с. 1-5, 75; с. 513-517, 76; с. 519-523, 77; с. 457-460]. Ими было найдено, что по наблюдаемой форме изгиба диска галактики можно разделить, по крайней мере, на четыре типа - N, S, U и L. Из них наиболее часто встречающиеся – N образные асимметричные изгибы, затем идут S, U и L образные соответственно. В данный перечень изгибов диска галактик также необходимо включить также и куполообразную выпуклость в центральной области, что проявляется в виде балджа.

Отметим, что в этой области исследований остается еще много нерешенных проблем, в частности, надо получить ответы на следующие вопросы:

– в каких типах галактик изгибность встречается наиболее часто?

– каковы механизмы и критерии формирования изгибов?

– являются ли вертикальные изгибы долгоживущими структурами или они непрерывно возбуждаются, затухают и снова возбуждаются?

– есть ли дискообразные галактики, где одновременно наблюдаются изгибность и лопсайдность?

– зависит ли наличие изгибности спиральной галактики от наличия перемычки, степени закрученности рукавов? и т.д.

Ради интереса к наблюдательным данным был составлен список наиболее часто встречающихся и сильно асимметричных изгибных галактик из 110 объектов (Приложение 4) на основе данных наблюдений [64; с. 519, 73; с. 769, 76; с. 519-523, 77; с. 457-460, 177; с. 293-296] и обзора ряда статей, посвященных исследованиям искривлений галактических дисков. Этот

список был дополнен другими параметрами, полученными из различных источников, и затем такая выборка была изучена путем построения отдельных гистограмм.

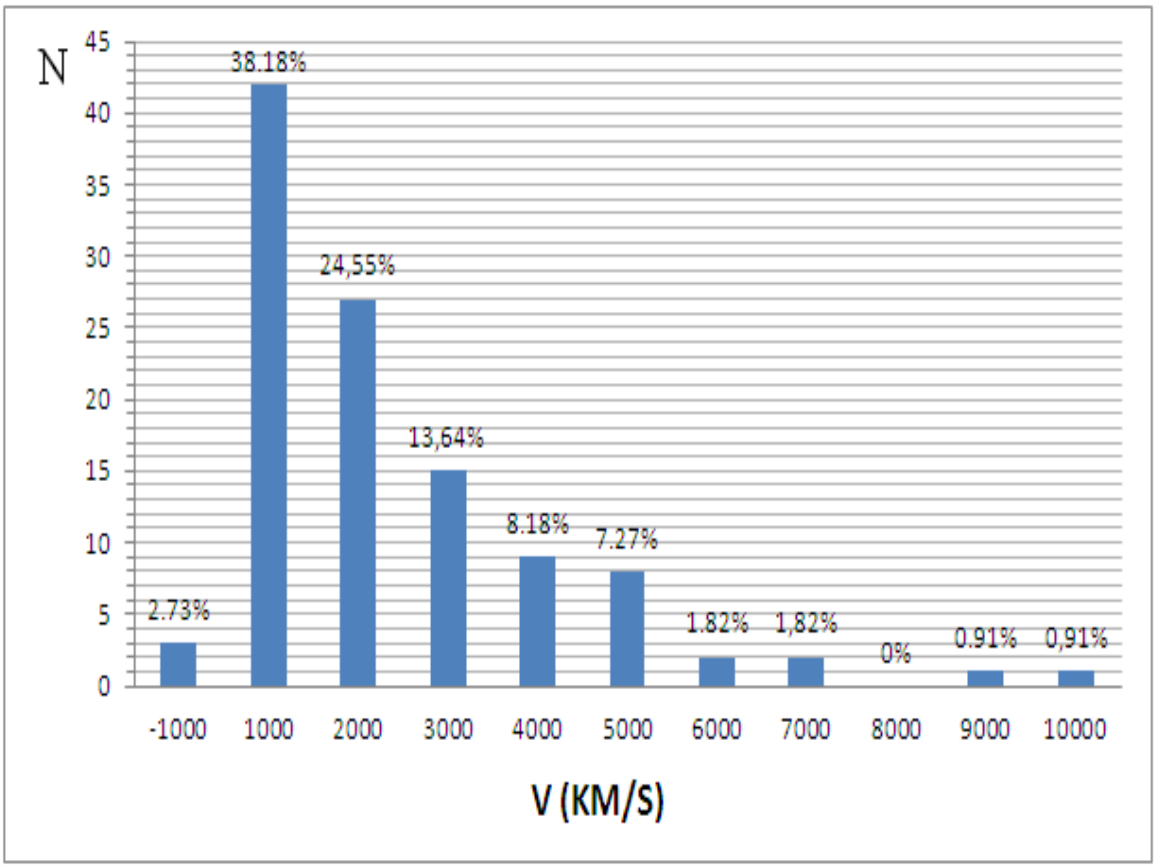


Рис.5.1. Гистограмма распределения лучевых скоростей асимметричных изгибных галактик

Как видно из рис. 5.1, с увеличением лучевой скорости асимметрично изгибных галактик наблюдается, в общем случае, монотонное убывание их числа галактик. Здесь можно заключить, что подавляющая часть (до 65%) сосредоточена в интервале скоростей до 2000 км/сек, а с скорости выше 5000 км/сек имеют не более 10% от всех объектов списка.

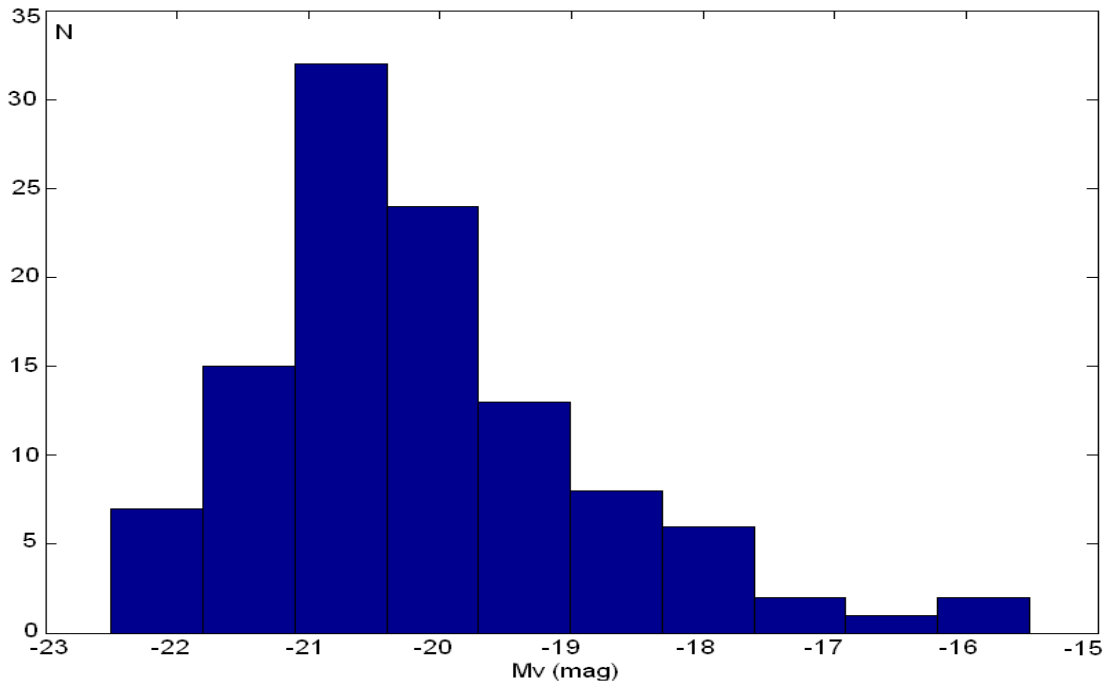


Рис.5.2. Гистограмма распределения абсолютных звездных величин галактик

На рис. 5.2 показана гистограмма абсолютных звездных величин изгибных галактик в видимом диапазоне с максимумом в значении -21.

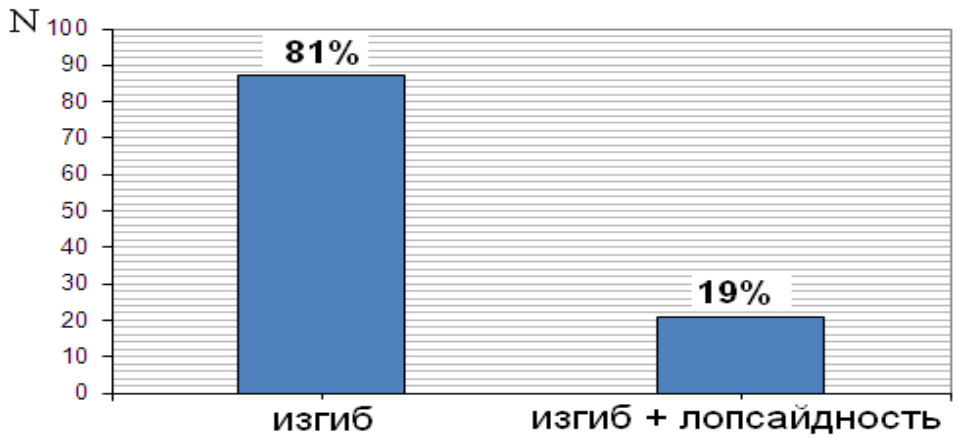


Рис.5.3. Гистограмма распределения чисто изгибных галактик и изгибных с лопсайдностью

Интересно посмотреть на распределение галактик по их основным крупномасштабным структурам. Исходя из этого, построены гистограммы распределения чисто изгибных галактик и изгибных с лопсайдностью (рис.5.3), а также распределения нормальных и пересеченных изгибных

спиральных галактик (рис.5.4).

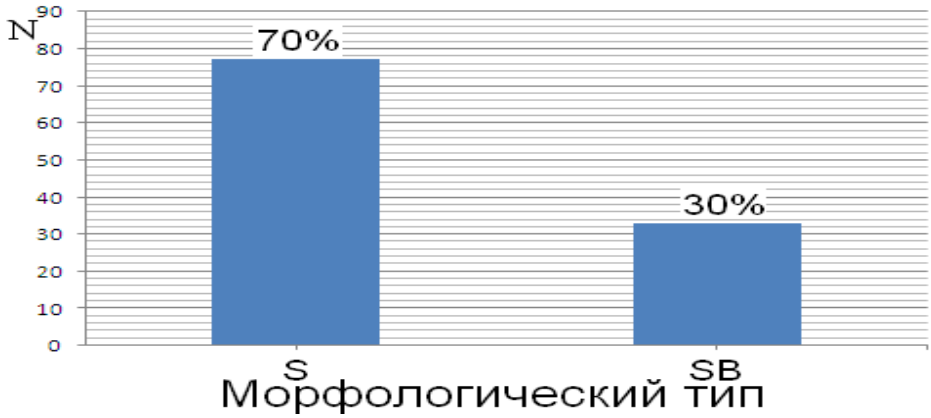


Рис.5.4. Гистограмма распределения нормальных и пересеченных изгибных спиральных галактик

Из гистограммы на рис.5.3 видно, что преимущественно наблюдаются чисто изгибные галактики, но доля изгибных галактик в комбинации с лопсайдностью составляет приблизительно 20%, что не мало хотя изгибы определять легче, чем явление лопсайдности. А рис.5.4 показывает, что изгибность, в основном, встречается в нормальных спиральных галактиках (≈70%) по сравнению со спиралями с перемычкой (≈30%).

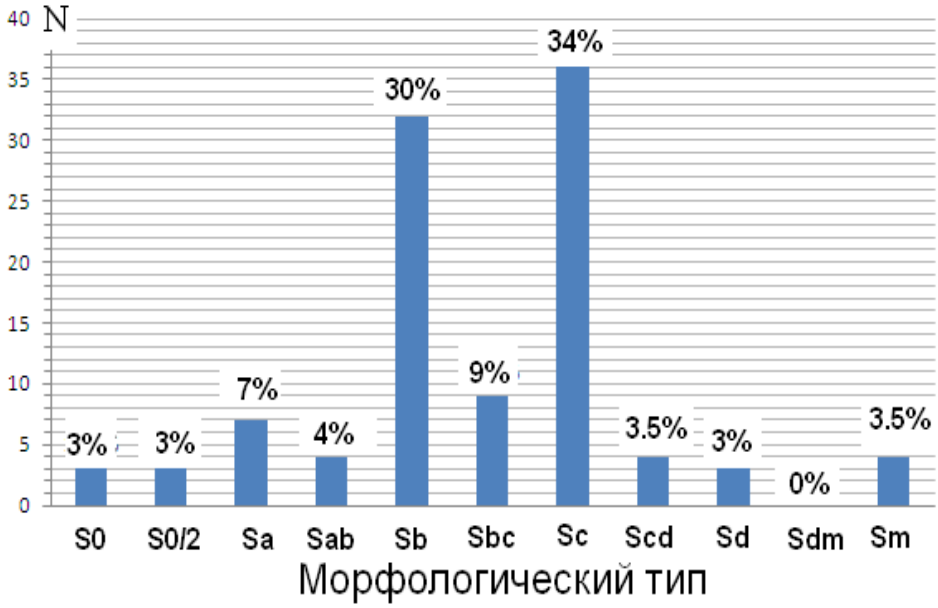


Рис.5.5. Гистограмма распределения изгибности по степени закрученности рукавов.

Интересная гистограмма показана на рис.5.5, где показано распределение изгибности в зависимости от степени закрученности рукавов. Здесь можно заключить, что изгибность присуща спиралям с умеренной закрученностью рукавов (Sb,SBb – Sc,SBc).

Таким образом, данные астрофизических и радиоастрономических наблюдений показывают существование явления крупномасштабных изгибов различных типов в диске многих галактик. А одной из возможных причин, вызывающих вертикальный изгиб диска, являются эффекты гравитационной неустойчивости вертикальных колебаний на ранней нестационарной стадии его эволюции. Поэтому ниже, в рамках рассматриваемых моделей исследуются проблемы гравитационной неустойчивости изгибных мод вертикальных колебаний диска.

§5.2. Нестационарные аналоги дисперсионных уравнений для мод вертикальных колебаний обобщенной модели и их исследования

В предыдущих главах исследованы проблемы гравитационной неустойчивости чаще всего наблюдаемых структурных проявлений мод горизонтальных колебаний, развивающихся на фоне нестационарных моделей самогравитирующего диска. Теперь займемся исследованием вопросов гравитационной неустойчивости другого класса возмущений, имеющих место почти всегда вдоль направления, перпендикулярном к плоскости диска, и потому называемым изгибными модами возмущения.

Для того, чтобы получить НАДУ вертикальных колебаний, воспользуемся математической теорией малых изгибных колебаний тонкого диска, которая была развита впервые Хантером и Тумре [79; с.747-755, 125; с. 315-322].

Если плоскость диска подвергнута деформации и вертикальное смещение элемента в точке r(x,y) в момент времени t равно $h(\vec{r},t)$, то уравнение движения частицы в прямоугольной системе координат имеет следующий вид [79; с.747-755, 125; с. 315-322]

$$L^2 h(\vec{r}, t) = F_{\perp} - F . \tag{5.1}$$

Здесь оператор

$$L = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{v}_{\mathbf{x}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v}_{\mathbf{y}} \cdot \frac{\partial}{\partial y}, \tag{5.2}$$

F- перпендикулярная плоскости внешняя сила, рассчитанная на единицу массы и равна

$$F = \frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(P_{xx}\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(P_{yy}\frac{\partial h}{\partial y}\right)\right], \tag{5.3}$$

а поперечная составляющая гравитационной силы

$$F_{\perp} = G \cdot \iint \frac{\sigma(\vec{r}', t) \cdot [h(\vec{r}', t) - h(\vec{r}, t)]}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dx' dy' , \tag{5.4}$$

где $\bar{v}_x$ и $\bar{v}_y$ - компоненты скорости центроида, P_{xx} и P_{yy} есть компоненты тензора «давления». Согласно теории изгиба, величина поперечного смещения h(r,t) задается в виде

$$\mathbf{h}(\vec{r}, t) = \mathbf{Q}(\psi)\frac{1}{\xi} P_N^m(\xi) e^{im\varphi} \tag{5.5}$$

где $\xi = \left(1 - \frac{\mathbf{r}^2}{\mathbf{R}^2}\right)^{1/2}$, $Q(\psi)$ - искомая функция от времени t, характеризующая амплитуду вертикальных колебаний, φ – азимутальный угол, $\mathbf{P}_N^m(\xi)$- присоединенный полином Лежандра. Отметим, что в отличие от горизонтальных мод, разность значений основного индекса возмущения и азимутального волнового числа – (N-m) теперь должна быть всегда нечетной [125; с. 315-322,168; с. 79-83].

Вычислим компоненты скорости центроида для обобщенной модели (2.20). Легко находим, что

$$\bar{v}_{\mathbf{x}} = -\frac{1}{\Pi^2}\frac{\lambda\sin\psi}{\left(1-\lambda^2\right)^{1/2}}\cdot x, \quad \bar{v}_{\mathbf{y}} = -\frac{1}{\Pi^2}\frac{\lambda\sin\psi}{\left(1-\lambda^2\right)^{1/2}}\cdot y. \tag{5.6}$$

Теперь вычислим левую часть уравнения (5.1) с учетом (5.5) и (5.6). Тогда имеем

$$L^2 h(\vec{r},t) = \left[\frac{1-\lambda^2}{\Pi^2}Q''(\psi) + \frac{\lambda\sin\psi\sqrt{1-\lambda^2}}{\Pi^3}Q'(\psi) - \frac{m^2 p}{\Pi^4}Q(\psi)\right]\frac{h}{Q(\psi)}, \tag{5.7}$$

где штрих над функцией $Q(\psi)$ означает дифференцирование по ψ. А также напомним, что $\mathbf{p} = \dfrac{2\alpha+1}{2(\alpha+\beta+2)}$.

Теперь перейдем к расчету правой части (5.1). Согласно (2.20) и (5.6), легко находим компоненты тензора «давления», в частности,

$$P_{xx} = P_{yy} = \iint \left(v_y - \bar{v}_y\right)^2 \Psi dv_x dv_y = \frac{\sigma_0(1-p)}{3\Pi^4}\cdot\xi^3 \ . \tag{5.8}$$

С учетом (5.5) и (5.8) выражение в квадратной скобке в (5.3) примет вид

$$\frac{\sigma_0(1-p)}{3\Pi^6}\cdot\left[m^2 - N(N+1) + 2\right]\cdot Q(\psi)\cdot P_N^m(\xi)\cdot e^{im\varphi} \ . \tag{5.9}$$

Учитывая (2.5) и (5.5), вычислим поперечную силу $F_\perp$

$$F_\perp = -\frac{3\pi\mathbf{GM}}{2\mathbf{R}^3\xi}\cdot\left(\eta_{mN} - 1\right)\cdot Q(\psi)P_N^m(\xi)\mathbf{e}^{im\varphi} = \frac{2}{\Pi^3}\left(1-\eta_{mN}\right)\cdot h, \tag{5.10}$$

где M – масса диска,

$$\eta_{mN} = \frac{(N+m)!!(N-m)!!}{(N+m-1)!!(N-m-1)!!}. \tag{5.11}$$

Подставляя (5.7), (5.9) и (5.10) в (5.1) и сокращая обе части на функцию h, получим следующее искомое НАДУ вертикальных колебаний обобщенной модели (2.20)

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2} + \lambda\sin\psi\frac{dQ(\psi)}{d\psi} + 2\left[\eta_{mN} - 1 - \frac{m^2p\left(1-\lambda^2\right)}{2(1+\lambda\cos\psi)} - \right.$$
$$\left. - \frac{(1-p)\left(1-\lambda^2\right)\left(N^2-m^2+N-2\right)}{6\,(1+\lambda\cos\psi)}\right]Q(\psi) = 0 \quad . \tag{5.12}$$

С помощью НАДУ (5.12) можно исследовать любой возможный тип искривления на фоне обобщенной модели (2.20). Однако, невозможно в одно и то же время рассматривать весь спектр различных вертикальных мод колебаний, поэтому ниже ограничимся только основными крупномасштабными явлениями, имеющие связь с наблюдениями (рис. 5.6).

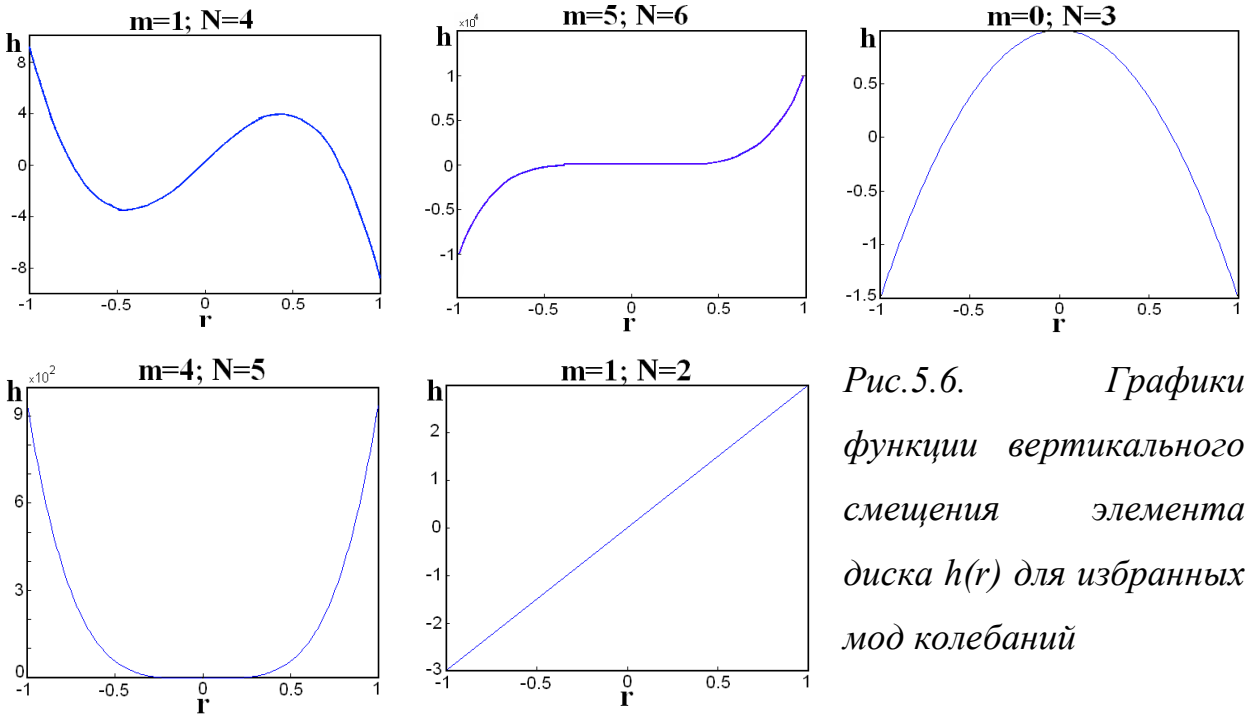


Рис.5.6. Графики функции вертикального смещения элемента диска h(r) для избранных мод колебаний

Анализ поведения функции h(r) в (5.5) показывает, что моды колебаний (m=1;N=4) и (m=5;N=6) приводят, соответственно, к S- и N- образным асимметричным изгибам диска галактик, а мода (m=0;N=3) куполообразному, (m=4;N=5) – U образному и наконец, прецессионный изгиб описывается модой (m=1;N=2) (рис.5.6).

Начнем анализ НАДУ (5.12) с S – образного асимметричного изгибного колебания с азимутальным волновым числом ***m=1*** и радиальным - ***N=4***. Так, подставляя N=4, m=1 в формулу (5.12) получим НАДУ для данной моды на фоне обобщенной нестационарной модели (2.20):

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\lambda\sin\psi\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+\left[\frac{29}{8}-\frac{(17-14p)\left(1-\lambda^2\right)}{3(1+\lambda\cos\psi)}\right]Q(\psi)=0\ . \quad (5.13)$$

С помощью НАДУ (5.13) можно исследовать вопросы формирования интегралообразного или S-образного асимметричного изгиба диска на фоне обобщенной модели (2.20). Отметим, что данное НАДУ (5.13) не поддается аналитическому рассмотрению. Поэтому оно исследовано методом устойчивости периодических решений [149; с. 70-82] численно.

Для сравнительного анализа устойчивости анизотропных моделей (2.20) относительно этой моды колебаний с помощью численных расчетов НАДУ (5.13) построены графики зависимостей инкрементов неустойчивости от начального вириального отношения моделей для различных значений параметров α и β (рис. 5.7). На этих рисунках сразу бросается в глаза, прежде всего то, что с увеличением значения параметра β возрастает максимальное значение инкрементов неустойчивости моды (1;4) колебаний, а для значений параметра α наблюдается обратная картина. А также заметим, что с ростом значения α инкремент неустойчивости S-образного асимметричного изгиба диска уменьшается, и сами области неустойчивости постепенно смещаются вдоль оси $(2T/|U|)_0$ справа в левую сторону.

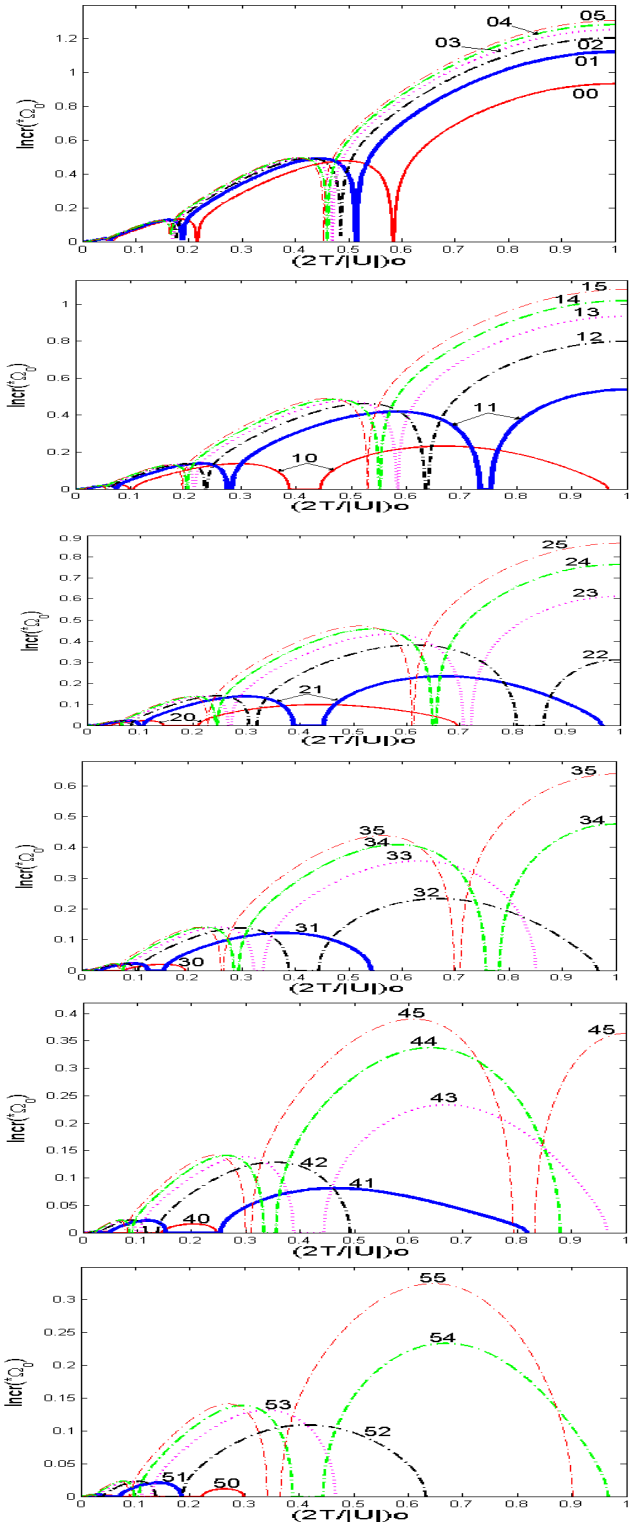


Рис.5.7. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения моделей (2.20) с различными значениями α и β для моды (1;4) вертикальных возмущений.

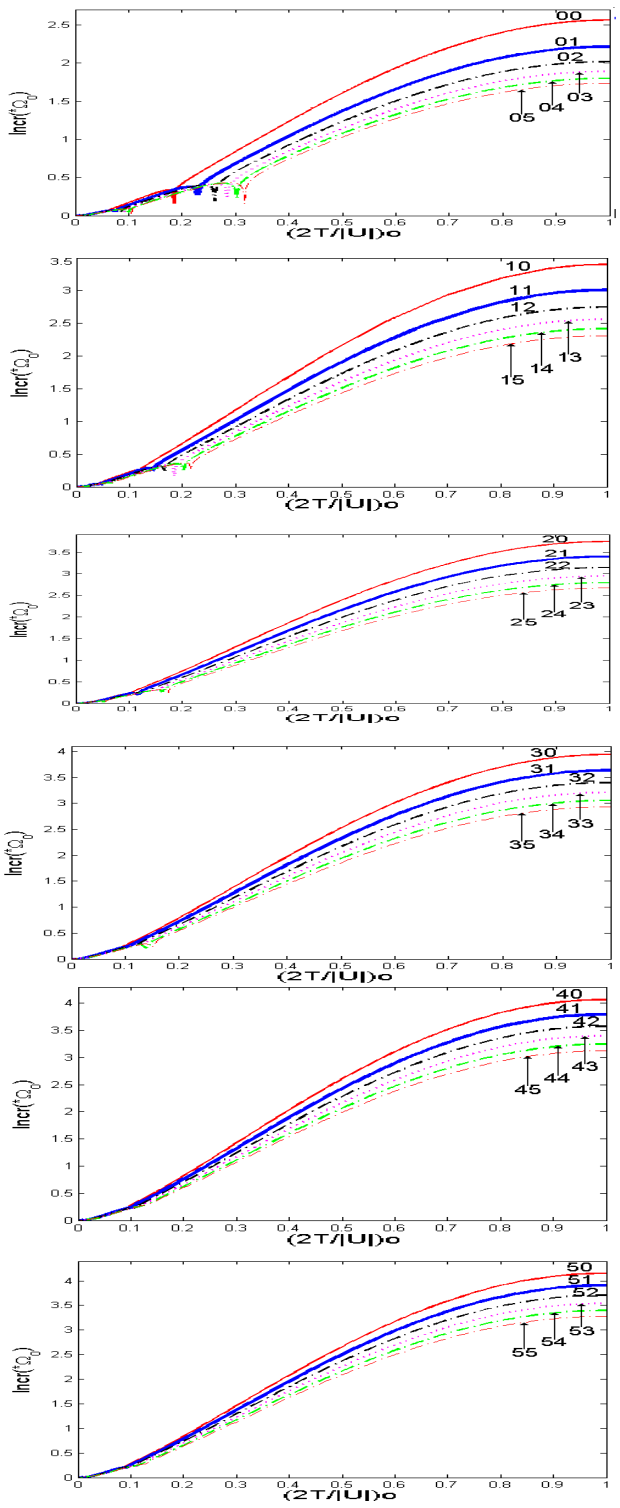


Рис.5.8. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения моделей (2.20) с различными значениями α и β для моды (5;6) вертикальных возмущений.

Таким образом, можно заключить, что если увеличение общей степени (α+β) в весовой функции (2.11) сопровождается увеличением параметра α, то мода (1;4) становится более устойчивой на фоне соответствующей анизотропной модели (2.20), а если это происходит за счет роста значения параметра β, то наблюдается обратная картина.

Теперь рассмотрим моду ***(m=5; N=6)***, ответственную за формирование N-образного асимметричного изгиба диска. С помощью общего уравнения вертикальных колебаний (5.12) для обобщенной модели получим следующее НАДУ изучаемой моды (5;6):

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\lambda\sin\psi\,\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+\left[\frac{437}{128}-\frac{5(1-4p)\left(1-\lambda^2\right)}{1+\lambda\cos\psi}\right]\cdot Q(\psi)=0\,. \quad (5.14)$$

Численные результаты интегрирования (5.14) и нахождения зависимостей инкрементов неустойчивости от начального вириального отношения моделей для различных значений параметров α и β представлены на рис. 5.8. Здесь наблюдается противоположная картина в сравнении с результатами моды (1;4). Во-первых, с ростом значений параметра α возрастает максимальное значение инкрементов неустойчивости моды (5;6), а с увеличением значения β, наоборот, оно уменьшается. Во-вторых, независимо от параметров α и β интервал начального вириального отношения, где проявляется N-образный изгиб диска на фоне анизотропных моделей (2.20), занимает весь диапазон его возможных значений. Таким образом, если увеличение общей степени (α+β) параметра вращения в (2.11) сопровождается ростом параметра α, то инкременты неустойчивости моделей (2.20) относительно моды (5;6) возрастают. А если (α+β) увеличивается за счет параметра β, то соответствующие модели становятся более устойчивыми по отношению к данной моде.

Купольная неустойчивость моды колебаний ***m=0; N=3***. Данный тип возмущения, в целом, напоминает куполообразный изгиб диска в его центральной части [125; с. 315-322]. Это означает, что ранний период, при котором формируется диск, его центральная часть совершает колебания относительно плоскости z=0 и неустойчивость последних может привести к образованию балджа. НАДУ этой моды вертикальных колебаний обобщенной модели имеет следующий вид

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\lambda\sin\psi\cdot\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+\left[\frac{5}{2}-\frac{10(1-p)\left(1-\lambda^2\right)}{3(1+\lambda\cos\psi)}\right]\cdot Q(\psi)=0\,. \quad (5.15)$$

Результаты численного расчета уравнения (5.15) показаны на рис.5.9. Интересно, что поведение данной моды на фоне анизотропных моделей (2.20) точно такое же, как в случае моды (1;4). А именно, здесь также с увеличением значения параметра β куполообразная неустойчивость усиливается, а с ростом значения параметра α, наоборот, мода (0;3) становится более устойчивой. Поэтому, с увеличением значений α пик инкремента неустойчивости модели, соответствующий значению параметра β=0, настолько маленький, что порой его не видно на графиках. Также заметим, что с увеличением значения параметра α неустойчивость данной моды проявляется в узком диапазоне малых значений начального вириального отношения.

U – образный изгиб, характеризуемый модой ***m=4; N=5***. Анализ наблюдательных данных (см., напр., [75; с. 516-520]), показывает, что в дисках многих спиральных галактик имеется подобный изгиб. Поэтому, эта мода также представляет большой интерес.

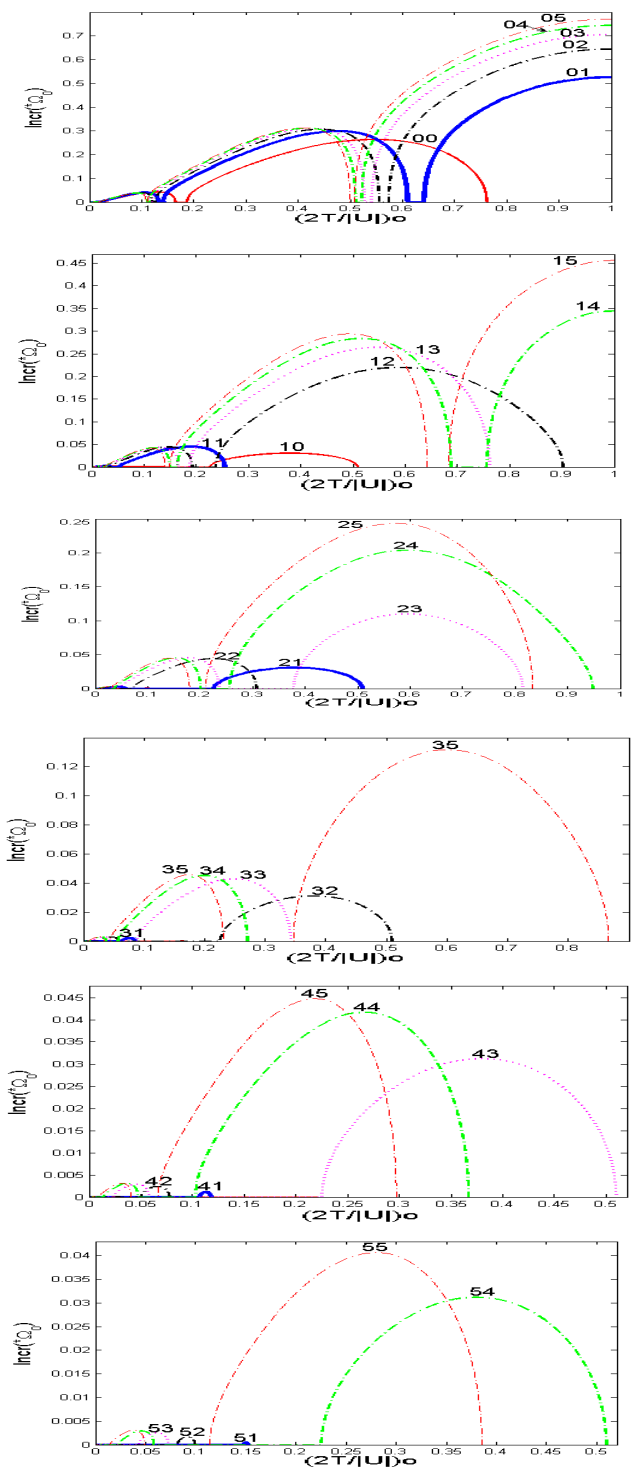


Рис 5.9. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения моделей (2.20) с различными значениями α и β для моды (0;3) вертикальных возмущений.

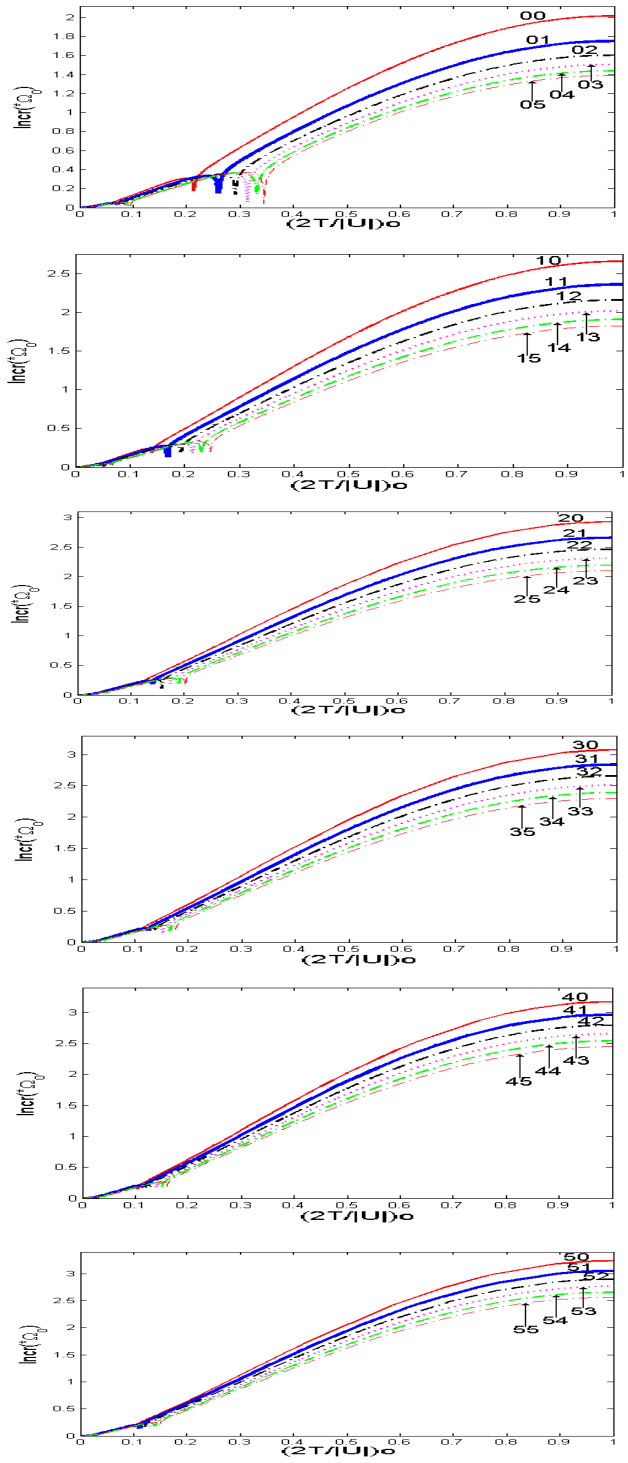


Рис.5.10. Сравнение инкрементов неустойчивости в зависимости от начального вириального отношения моделей (2.20) с различными значениями α и β для моды (4;5) вертикальных возмущений.

С помощью (5.12) находим следующее НАДУ данной моды для анизотропных моделей (2.20):

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2\mathbf{Q}(\psi)}{d\psi^2}+\lambda\sin\psi\,\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+\left[\frac{187}{64}-\frac{4(1+3\mathbf{p})\left(1-\lambda^2\right)}{(1+\lambda\cos\psi)}\right]\cdot Q(\psi)=0\,. \quad (5.16)$$

Графики зависимостей инкрементов неустойчивости от начального вириального отношения анизотропных моделей (2.20) для моды (4;5) приведены на рис. 5.10. Эти графики являются схожими с выше полученными зависимостями для асимметричной изгибной моды (5;6). Поэтому все выводы, приведенные там, здесь качественно такие же.

Прецессионное колебание ***(m=1; N=2)***. Неустойчивость такого типа возмущения приводит к несовпадению оси симметрии диска с осью вращения самой галактики. Отметим, что впервые Линден-Белл [176; с. 304-307], рассматривая роль прецессионных колебаний дисковой компоненты Галактики, доказал их устойчивость в рамках чисто линейной теории. Общее уравнение вертикальных колебаний (5.12) дает следующее НАДУ для данной моды на фоне нелинейно нестационарной обобщенной модели (2.20):

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\lambda\sin\psi\,\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+\frac{\lambda(\cos\psi+\lambda)}{1+\lambda\cos\psi}Q(\psi)=0\,. \quad (5.17)$$

Как видно, уравнение (5.17) не зависит от параметров α и β. Из работы [146; с. 3-10] известно, что численные расчеты данного НАДУ дают только устойчивые результаты.

Теперь исследуем эволюцию данных изгибных мод на фоне исходной изотропной модели (2.4). НАДУ изгибных возмущений для изотропной нестационарной модели был полечен ранее автором [146; с. 3-10]:

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2D(\psi)}{d\psi^2}+\left(\lambda\sin\psi+2im\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right)\frac{dD(\psi)}{d\psi}+2\left[\eta_{mN}-1+\frac{m\Omega\sqrt{1-\lambda^2}}{1+\lambda\cos\psi}\times\right.$$
$$\left.\times\left(i\lambda\sin\psi-\frac{m\Omega}{2}\sqrt{1-\lambda^2}\right)-\frac{\left(1-\Omega^2\right)\left(1-\lambda^2\right)\left(N^2-m^2+N-2\right)}{6\,(1+\lambda\cos\psi)}\right]D(\psi)=0 \qquad (5.18)$$

Отметим, что S – образное асимметричное изгибное колебание ***(m=1;N=4)*** на фоне изотропной (2.4) и анизотропной (3.38) моделей тщательно изучено автором [146; с.3-10]. Поэтому здесь начнем анализ НАДУ (5.18) с асимметричной моды ***(m=5;N=6).*** Поведение данного типа возмущения в рамках нестационарной модели (2.4), в соответствии с (5.18), описывается при помощи следующего НАДУ:

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2D(\psi)}{d\psi^2}+\left(\lambda\sin\psi+10i\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right)\frac{dD(\psi)}{d\psi}+$$
$$+\left[\frac{437}{128}+\frac{10\Omega\sqrt{1-\lambda^2}}{1+\lambda\cos\psi}\left(i\lambda\sin\psi-\frac{5}{2}\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right)-\frac{5\left(1-\Omega^2\right)\left(1-\lambda^2\right)}{(1+\lambda\cos\psi)}\right]\cdot D(\psi)=0. \qquad (5.19)$$

С помощью результатов численного анализа НАДУ (5.19) построена критическая диаграмма начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$ от параметра вращения системы Ω (рис.5.11а). Как видно из диаграммы, при малых и умеренных значениях Ω нелинейно пульсирующий диск может быть устойчивым относительно данного типа возмущения лишь в узких “каналах устойчивости”. Для определения таких каналов здесь пришлось проследить с большой точностью поведение инкремента неустойчивости при непрерывном изменении параметра $(2T/|U|)_0$. Результат такого расчета показывает, что при Ω=0 действительно имеются следующие очень узкие интервалы устойчивости на оси ординат: (0.445811; 0.445230), (0.151205; 0.150354), (0.038721; 0.038671), (0.009122; 0.009122), причем по мере приближения к “холодному” начальному состоянию по вириальному параметру количество

таких зон устойчивости увеличивается. Отметим также, что при $\Omega=0$ мы имеем неустойчивость апериодического характера, но когда $\Omega>0$ мы натыкаемся на колебательную неустойчивость. Отметим, что при отсутствии радиальных колебаний ($\left(2T/|U|\right)_0=1$) стационарный диск полностью неустойчив при $\Omega<0.563194$, что совпадает с результатом [178; с. 724-727]. Как только исходный диск начинает пульсировать радиально, инкремент неустойчивости асимметричной изгибной моды (5;6) постепенно уменьшается и соответственно область неустойчивости на диаграмме рис.5.11а сужается из-за наличия канала устойчивости. Перейдя каналы устойчивости, мы попадаем каждый раз в зону неустойчивости. Заметим, что при переходе через канал устойчивости реальная часть собственного значения решаемого характеристического уравнения [149; с. 70-82] меняет свой знак каждый раз. Расчеты инкрементов неустойчивостей для различных значений параметра вращения Ω показывают, что, в целом, с ростом Ω значения инкремента постепенно уменьшаются.

Купольная неустойчивость ***(m=0; N=3).*** В работе [146; с. 3-10] данная изгибная мода рассмотрена на фоне изотропной модели (2.4), но критическая диаграмма зависимости там не была построена полностью. Поэтому здесь необходимо было тщательно её исследовать и провести сравнительный анализ этой моды с другими рассматриваемыми изгибными модами. Таким образом, в данном случае НАДУ (5.18) примет вид

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2D(\psi)}{d\psi^2}+\lambda\sin\psi\cdot\frac{dD(\psi)}{d\psi}+ \\ +\left[\frac{5}{2}-\frac{10\left(1-\Omega^2\right)\left(1-\lambda^2\right)}{3(1+\lambda\cos\psi)}\right]\cdot D(\psi)=0 . \qquad (5.20)$$

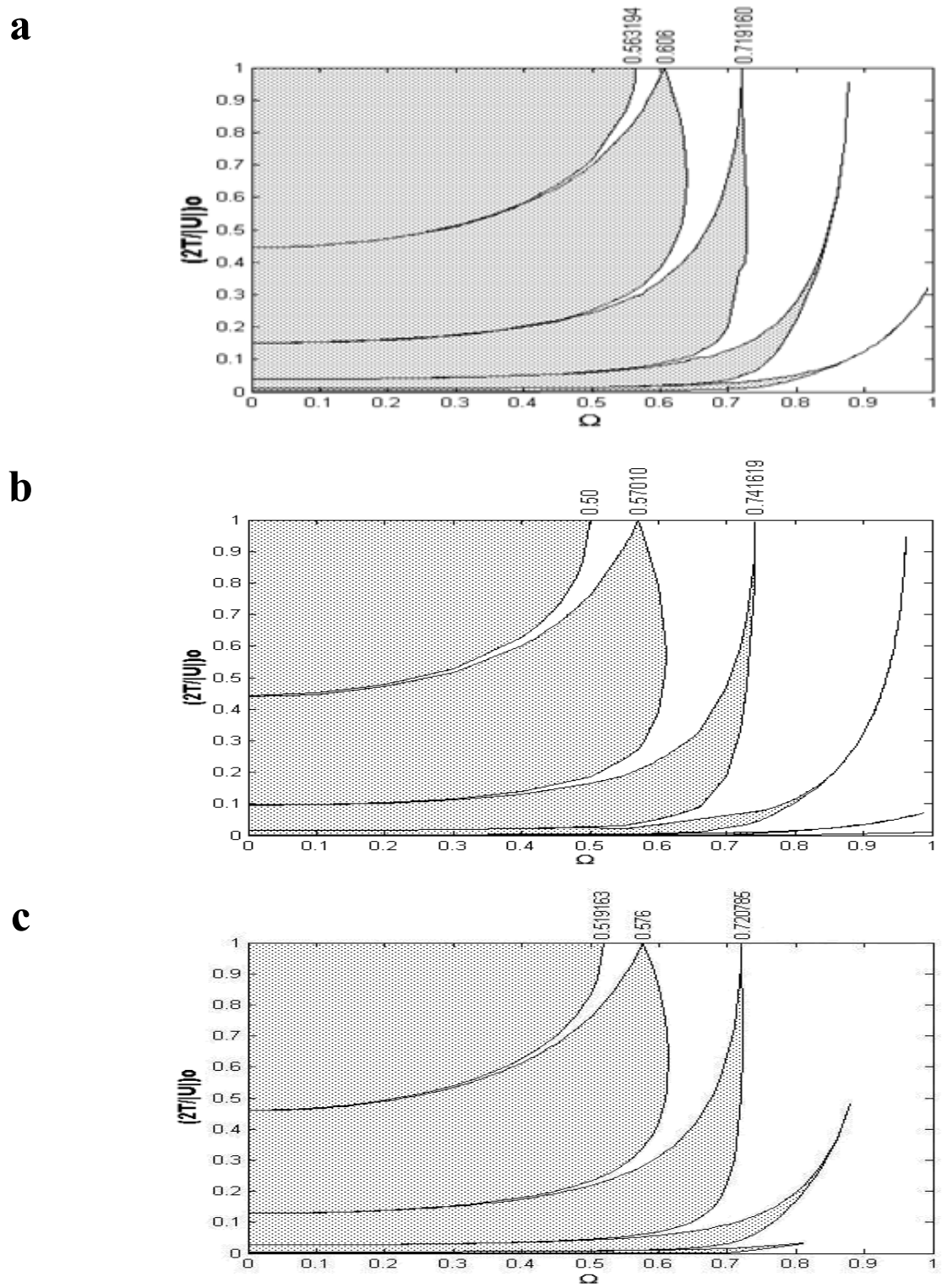


Рис.5.11. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (2.4) для трех мод: a) m=5;N=6, b) m=0;N=3, c) m=4;N=5

Численные результаты интегрирования (5.20) и нахождения зависимости $(2T/|U|)_0 \div \Omega$ представлены на рис.5.11б. Как видно, опять

имеются “каналы” устойчивости, которые тянутся вплоть до оси ординат. При Ω=0 на оси $(2T/|U|)_0$ имеются узкие зоны устойчивости с точностью до 10^{-5}: (0.4436; 0.4394), (0.0965; 0.0951), (0.0155; 0.0153), (0.0023; 0.0021), (0.00035; 0.00034) и тд. С помощью численного интегрирования НАДУ (5.20) найдены три особые точки в состоянии $(2T/|U|)_0=1$, значения которых равны $\Omega_1=0.50$, $\Omega_2=0.57010$ и $\Omega_3=0.741619$. Наличие критического значения $\Omega_1=0.50$ известно из линейной теории устойчивости равновесной модели [178; с. 724-727]. А появление пиков в значениях $\Omega_2=0.57010$ и $\Omega_3=0.741619$ связано с резонансом купольного колебания с движениями отдельных частиц в системе. Здесь также заметим, что с приближением к “холодному” начальному состоянию размеры областей неустойчивости и значения их инкрементов уменьшаются. Инкременты куполообразного изгибного возмущения, как и в предыдущем асимметричном случае, уменьшаются с ростом Ω. Отличие от предыдущей моды (5;6) состоит в том, что купольная неустойчивость имеет только апериодический характер.

U - образная неустойчивость ***(m=4; N=5).*** С помощью уравнения (5.18) находим следующее НАДУ для этой моды:

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2D(\psi)}{d\psi^2}+\left(\lambda\sin\psi+8i\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right)\frac{dD(\psi)}{d\psi}+$$
$$+\left[\frac{187}{64}+\frac{8\Omega\sqrt{1-\lambda^2}}{1+\lambda\cos\psi}\left(i\lambda\sin\psi-2\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right)-\frac{4\left(1-\Omega^2\right)\left(1-\lambda^2\right)}{(1+\lambda\cos\psi)}\right]\cdot D(\psi)=0. \qquad (5.21)$$

Численные расчеты уравнения (5.21) показаны на рис.5.11в. Здесь видно, что при Ω = 0 имеются следующие узкие интервалы устойчивости на оси ординат: (0.461000; 0.459100), (0.129500; 0.128700), (0.026794; 0.026694) и т.д. Здесь так же, как и в случае моды m=5;N=6, при Ω=0 имеется неустойчивость апериодического характера, но как только диск начинает вращаться вступает в силу колебательная неустойчивость.

Прецессионные колебания ***(m=1;N=2).*** Как отмечено выше, данный тип колебания исследован ранее автором [146; с. 3-10] на фоне изотропной (2.4) и даже анизотропной (3.38) моделей, и в рамках этих моделей доказана полная его устойчивость. Также здесь было дано предположение о том, что при рассмотрении существенно нелинейной прецессии и влияния гало на диск галактики может проявиться такая неустойчивость.

Представляет большой интерес также исследование неустойчивости данных изгибных мод возмущений на фоне вращающейся нелинейно нестационарной анизотропной модели (3.38). А НАДУ вертикальных мод возмущений в рамках данной модели получен в работе [146; с. 3-10]:

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2D(\psi)}{d\psi^2}+\left(\lambda\sin\psi+\frac{im\Omega}{2}\sqrt{1-\lambda^2}\right)\frac{dD(\psi)}{d\psi}+$$
$$+2\left[\eta_{mN}-1+\frac{2im\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\sin\psi-(N^2+N-2)(1-\lambda^2)}{8(1+\lambda\cos\psi)}\right]D(\psi)=0. \quad (5.24)$$

Теперь с помощью (5.24) рассмотрим отдельно вышеуказанные изгибные моды колебаний.

Асимметричный изгиб, характеризуемый модой m=5; N=6. Для нестационарной анизотропной модели (3.38) можно записать следующее НАДУ с помощью (5.24):

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2D(\psi)}{d\psi^2}+\left(\lambda\sin\psi+\frac{5i\Omega}{2}\sqrt{1-\lambda^2}\right)\frac{dD(\psi)}{d\psi}+$$
$$+\left[\frac{437}{128}+\frac{5i\Omega i\sqrt{1-\lambda^2}\sin\psi-20(1-\lambda^2)}{2(1+\lambda\cos\psi)}\right]D(\psi)=0 \quad . \quad (5.25)$$

Уравнение (5.25) почти аналогично НАДУ (5.19) изотропной модели и соответственно критические диаграммы зависимости $(2T/|U|)_0$ от Ω

качественно будут схожими (рис.5.12а). Напомним, что при необходимости точного сопоставления по параметру Ω соответствующих особенностей изотропной и анизотропной моделей здесь целесообразно заменить Ω анизотропного диска на 4Ω, чтобы масштаб был одинаковым.

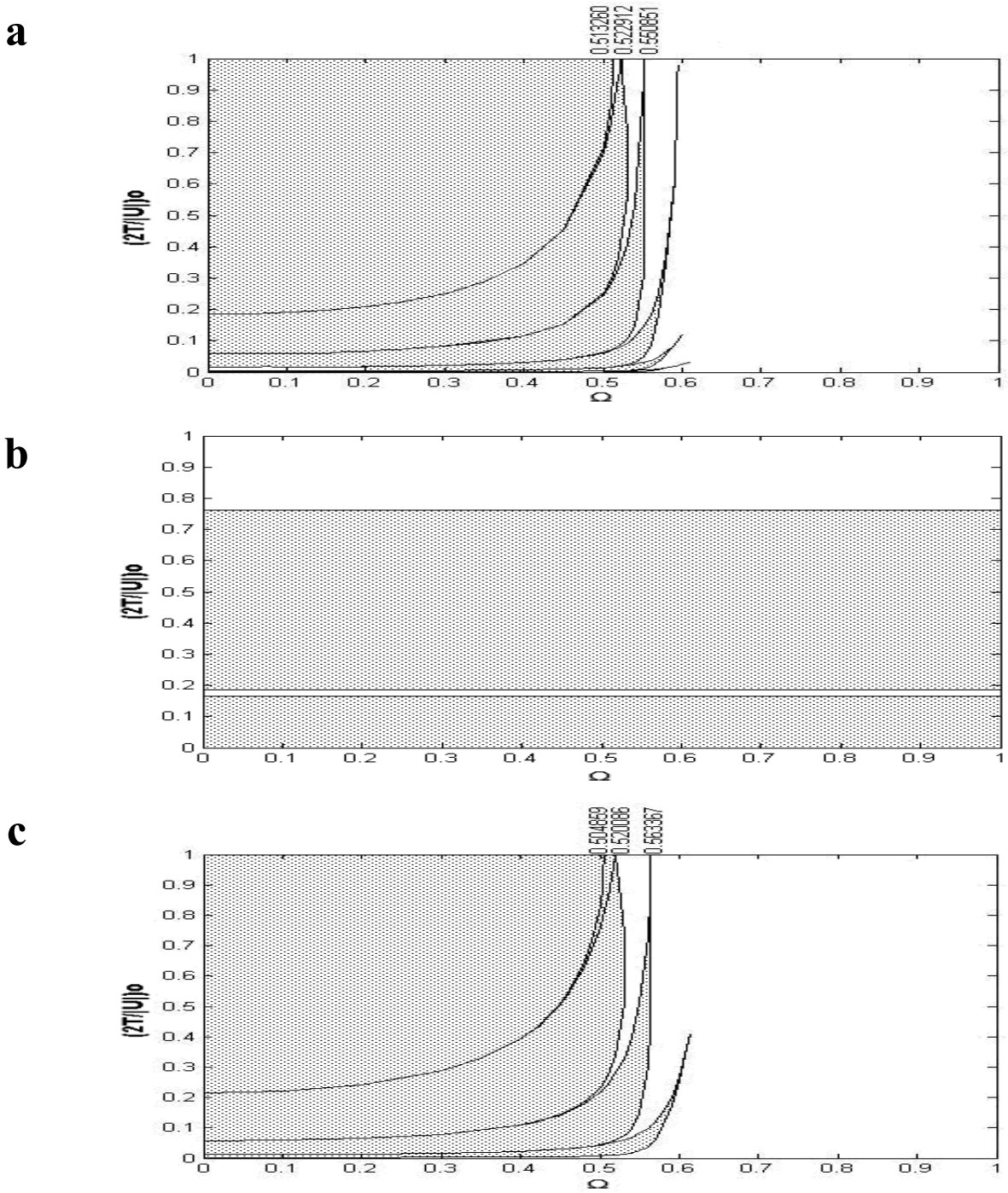


Рис.5.12. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра вращения анизотропной модели (3.38) для трех мод а) m=5;N=6, b) m=0;N=3, c) m=4;N=5

Характер неустойчивости моды данной анизотропной модели действительно такой же, как и в изотропной, т.е. при $\Omega=0$ внутри интервалов на оси $(2T/|U|)_0$: [1.0; 0.184993], [0.185075; 0.059847], [0.059846; 0.015722], [0.015720; 0.003762], [0.003761; 0.000878 имеем только неустойчивость апериодического характера, а когда $\Omega\neq0$ имеется колебательная неустойчивость. Здесь также можно заметить, что когда область неустойчивости обрезается каналом устойчивости, реальная часть собственного значения решаемого характеристического уравнения меняет свой знак на противоположный.

Купольная неустойчивость (m=0; N=3). Соответствующее уравнение, описывающее поведение купольных колебаний на фоне нелинейно пульсирующего диска с анизотропной диаграммой скоростей (3.38), имеет вид

$$(1+\lambda\cos\psi)\cdot\frac{d^2D(\psi)}{d\psi^2}+\lambda\sin\psi\cdot\frac{dD(\psi)}{d\psi}+\frac{5\lambda(\cos\psi+\lambda)}{2(1+\lambda\cos\psi)}\cdot D(\psi)=0\,. \qquad (5.26)$$

При помощи интегрирования уравнения (5.26) найдены следующие отдельные области неустойчивости (рис.5.12б): $0.76265>(2T/|U|)_0>0.18619$, $0.16553>(2T/|U|)_0>0.02807$ и т.д. Внутри этих интервалов неустойчивость имеет только апериодический характер и критерий данной купольной неустойчивости диска не зависит от параметра Ω.

U - образная неустойчивость (m=4; N=5). НАДУ для эволюции данной моды на фоне анизотропной модели (3.38) записывается так:

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2D(\psi)}{d\psi^2}+\left(\lambda\sin\psi+2i\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right)\frac{dD(\psi)}{d\psi}+$$
$$+\left[\frac{187}{64}+\frac{2i\Omega\lambda\sqrt{1-\lambda^2}\sin\psi-7(1-\lambda^2)}{(1+\lambda\cos\psi)}\right]D(\psi)=0\quad\cdot \qquad (5.27)$$

Из критической зависимости начального вириального отношения от параметра вращения анизотропной модели для данной моды видно, что области неустойчивости более сужены в сторону уменьшения параметра вращения Ω по сравнению с изотропной моделью (рис.5.12в). Такая же картина наблюдалась у моды (5;6) на фоне данной анизотропной модели. А характер неустойчивости рассматриваемой моды точно такой же, как и в изотропной модели.

5.3. Изгибные моды колебаний на фоне составных моделей нестационарного диска

Чтобы получить НАДУ вертикальных мод колебаний в рамках нестационарных моделей составного диска сначала вычисляются компоненты скорости центроида, в частности, для первой составной модели (2.34):

$$\bar{v}_x = -\frac{1}{\Pi^2}\left[cx + \left(1 - \frac{3\nu}{4}\right)\Omega y\right], \quad \bar{v}_y = -\frac{1}{\Pi^2}\left[cy - \left(1 - \frac{3\nu}{4}\right)\Omega x\right]. \qquad (5.29)$$

Тогда, с учетом (5.29), левая часть уравнения (5.1) примет следующий вид

$$L^2 h(\vec{r}, t) = \left[\frac{1-\lambda^2}{\Pi^2} Q''(\psi) + \frac{2\lambda \sin\psi + (4-3\nu) i m \Omega \sqrt{1-\lambda^2}}{2\Pi^3} Q'(\psi) + \right.$$
$$\left. + \frac{2(4-3\nu) i m \Omega \lambda \sin\psi - \left(4\Omega^2 + 4\Omega^2\nu - \nu\right) m^2 \sqrt{1-\lambda^2}}{4\sqrt{1-\lambda^2}\,\Pi^4} Q(\psi)\right] \frac{h}{Q(\psi)}. \qquad (5.30)$$

Теперь, с помощью (2.34) и (5.29) находим, в частности, компоненты тензора «давления»

$$P_{xx} = \iint \left(v_x - \bar{v}_x\right)^2 \Psi \, d v_x \, d v_y = \frac{\sigma_0\left[3 + (1-\nu)\left(1 - 4\Omega^2\right)\right]}{12\Pi^4} \xi^3 . \qquad (5.31)$$

С учетом (5.5) и (5.31) выражение в квадратной скобке в (5.3) примет вид

$$\frac{\sigma_0\left[3+(1-\nu)\left(1-4\Omega^2\right)\right]}{12\Pi^6}\cdot\left[m^2-N(N+1)+2\right]\cdot Q(\psi)\cdot P_N^m(\xi)\cdot e^{im\varphi} \quad . \quad (5.32)$$

Таким образом, с помощью полученных выше результатов находим следующее НАДУ вертикальных колебаний первой составной модели (2.34):

$$\begin{aligned}&(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\left[\lambda\sin\psi+\frac{4-3\nu}{2}im\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right]\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+\\&+2\left\{\eta_{mN}-1+\frac{(4-3\nu)im\Omega\lambda\sqrt{1-\lambda^2}\sin\psi}{4(1+\lambda\cos\psi)}-\frac{2(1-\nu)m^2\Omega^2\left(1-\lambda^2\right)}{3(1+\lambda\cos\psi)}-\right.\\&\left.-\frac{\left[3+(1-\nu)\left(1-4\Omega^2\right)\right]\left(1-\lambda^2\right)\left(N^2+N-2\right)}{24(1+\lambda\cos\psi)}+\frac{m^2(1-\nu)\left(1-\lambda^2\right)}{6(1+\lambda\cos\psi)}\right\}Q(\psi)=0\,.\end{aligned} \quad (5.33)$$

Отметим, что для вывода из (5.33) НАДУ отдельно изотропной (2.4) и анизотропной (3.38) моделей надо подставить в (5.33) соответственно $\nu=0$ и $\nu=1$. Теперь, с помощью полученного НАДУ (5.33), приступим к исследованию вышерассмотренных мод вертикальных возмущений на фоне первой составной модели.

S – образное асимметричное изгибное колебание (m=1; N=4). Эволюция данной моды на фоне первой составной модели описывается следующим НАДУ:

$$\begin{aligned}&(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\left[\lambda\sin\psi+\frac{4-3\nu}{2}i\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right]\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+\\&+\left\{\frac{29}{8}+\frac{(4-3\nu)i\Omega\lambda\sqrt{1-\lambda^2}\sin\psi}{2(1+\lambda\cos\psi)}+\frac{\left[14\Omega^2(1-\nu)-17+2\nu\right]\left(1-\lambda^2\right)}{3(1+\lambda\cos\psi)}\right\}Q(\psi)=0\end{aligned} \quad (5.34)$$

Так как данное уравнение имеет три произвольных параметра, оно решалось полностью численно методом устойчивости периодических решений [149; с. 70-82] и в ходе расчетов были найдены критические значения начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$ для заданных значений Ω, λ и ν в интервале от 0 до 1.

С помощью полученных результатов были построены критические диаграммы начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$ от параметра суперпозиции ν для различных значений Ω (рис. 5.13). Как видно из критической зависимости (рис. 5.13а), при отсутствии вращения модели (2.34) имеются очень узкие полосы устойчивости, которые тянутся до конца значения ν. Для определения таких каналов здесь пришлось проследить с большой точностью поведение инкремента неустойчивости при непрерывном изменении параметра $\left(2T/|U|\right)_0$. Таким образом, при ν=0 были найдены следующие очень узкие интервалы устойчивости на оси ординат: (0.41660; 0.41640), (0.14940; 0.14920), (0.04120; 0.04110), (0.010431; 0.010418), (0.002583; 0.002579). Причем по мере приближения к “холодному” начальному состоянию по вириальному параметру количество таких зон устойчивости увеличивается. С увеличением значения ν эти каналы устойчивости направляются в сторону увеличения $(2T/|U|)_0$. Такая картина наблюдается до значения $\Omega < 0.5$ и в этих случаях, по мере роста значения ν, ширина каналов устойчивости увеличивается, а при $\Omega \geq 0.5$ картина меняется, т.е. «каналы» устойчивости направляются уже вниз и их ширина уменьшается с ростом значения параметра суперпозиции. Численные расчеты показывают, что когда неустойчивая область прерывается каналом устойчивости, то реальная часть собственного значения решаемого характеристического уравнения [149; с. 70-82] меняет свой знак каждый раз. Когда составная модель невращается, то во всех значениях ν имеется неустойчивость апериодического характера, однако в случаях Ω=0.3 и Ω=0.7 наоборот, наблюдается только колебательная неустойчивость.

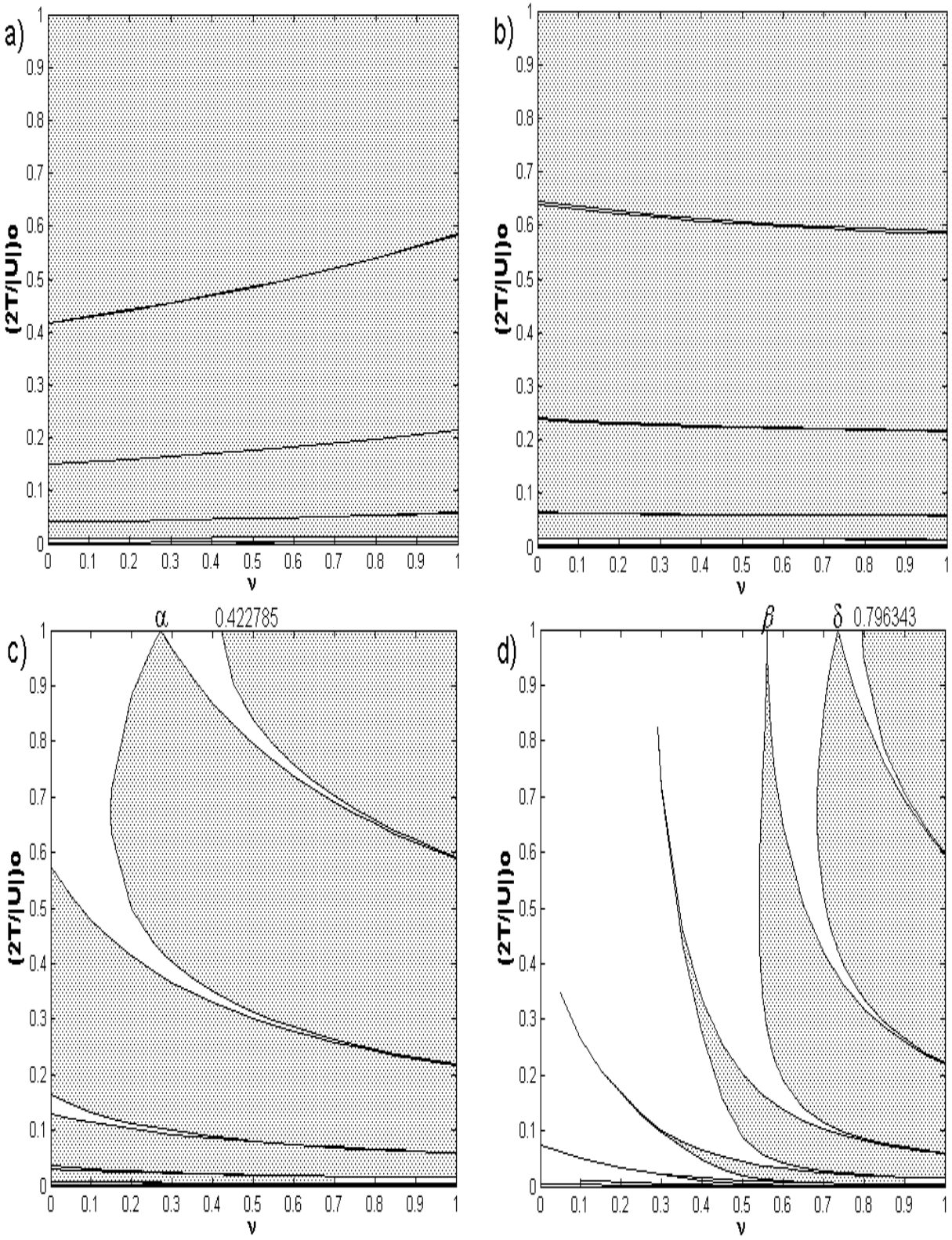


Рис. 5.13. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (1;4): a) Ω=0; b) Ω=0.5; c) Ω=0.7; d) Ω=1. Здесь α=0.272488, β=0.560320, δ=0.735929

При Ω=0.5 и Ω=1 имеем дело с неустойчивостью апериодического типа для ν=0, а если $\nu > 0$, то колебательного. Здесь также можно заметить, что в случаях Ω=0.7 и Ω=1 имеет место возникновение некоего резонансного эффекта суперпозиции двух моделей, в результате чего область неустойчивости образует пики в точках ($\nu=\alpha$; $(2T/|U|)_0\approx1$), ($\nu=\beta$; $(2T/|U|)_0\approx1$) и ($\nu=\delta$; $(2T/|U|)_0\approx1$). Кроме того, с приближением к максимальному значению параметра вращения количество каналов и площадь области устойчивости увеличиваются, и параллельно с этим, резонансные пики неустойчивости сдвигаются в правую сторону. Критические диаграммы также показывают, что при отсутствии радиальных колебаний ($(2T/|U|)_0=1$) составная модель полностью неустойчива во всем диапазоне ν для малых и умеренных значений Ω, однако когда Ω стремится к своему максимальному значению, данная ситуация меняется. Например, для Ω=0.7 условие полной неустойчивости составной модели при отсутствии радиальных колебаний выполняется при $\nu\geq0.422785$, а для Ω=1 соответствует случаю $\nu\geq0.796343$.

N-образная асимметричная мода (m=5;N=6). В данном случае НАДУ (5.33) примет вид

$$\left(1+\lambda\cos\psi\right)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\left[\lambda\sin\psi+\frac{5}{2}(4-3\nu)i\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right]\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+$$
$$+\left\{\frac{437}{128}+\frac{5(4-3\nu)i\Omega\lambda\sqrt{1-\lambda^2}\sin\psi}{2(1+\lambda\cos\psi)}-\frac{\left[20\Omega^2(1-\nu)+5(1+\nu)\right](1-\lambda^2)}{1+\lambda\cos\psi}\right\}Q(\psi)=0\,. \qquad (5.34)$$

Численные результаты интегрирования (5.34) представлены в виде зависимостей критических значений начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$ от параметра суперпозиции ν для разных значений параметра вращения (рис. 5.14). Как видно из диаграммы, здесь опять имеем дело с “каналами” устойчивости, которые тянутся вплоть до оси ординат. При Ω=0 и ν=0 на оси $(2T/|U|)_0$ имеются узкие зоны устойчивости с точностью до 10^{-5}: (0.44570; 0.44520), (0.15110; 0.15070), (0.03870; 0.03860) и т.д.

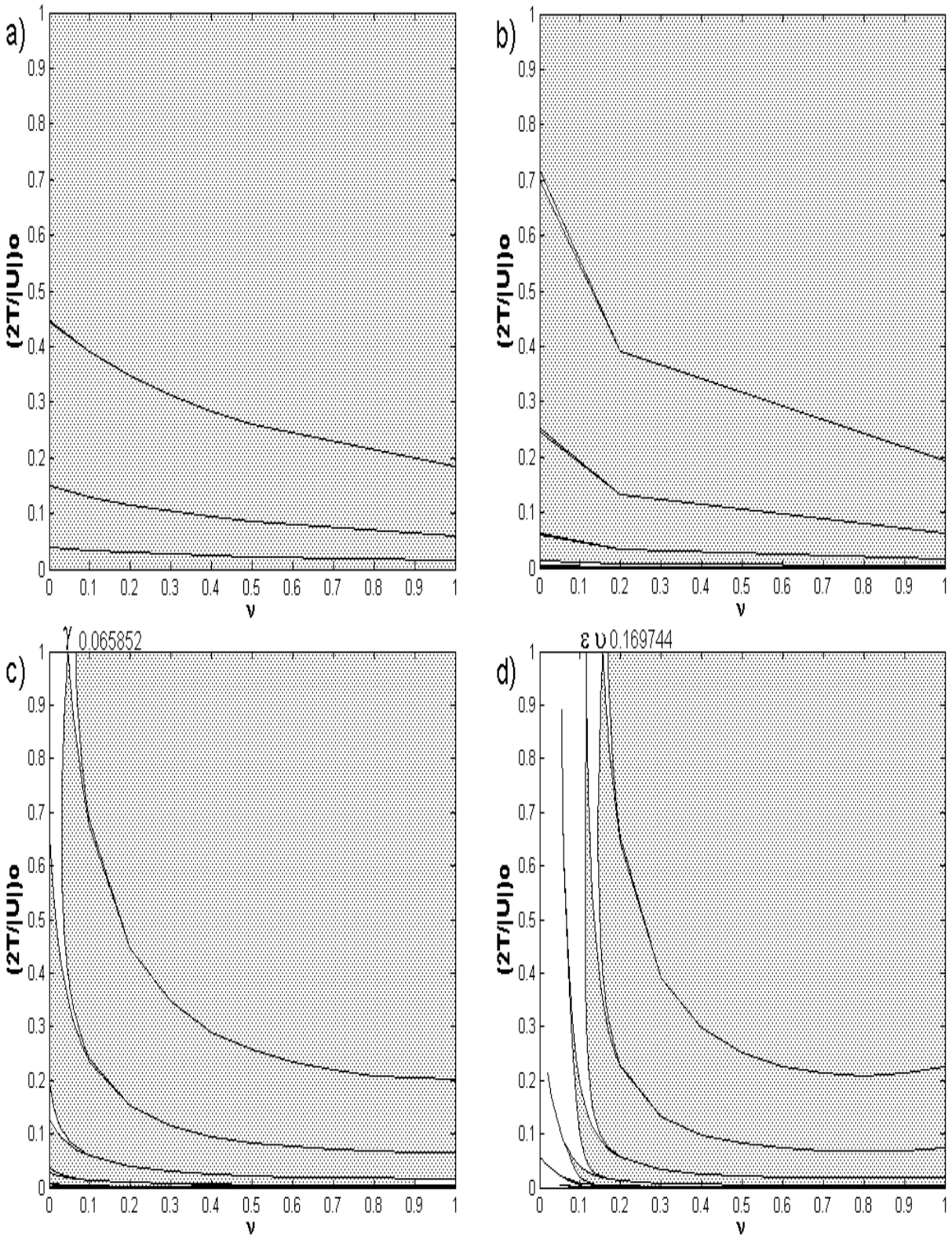


Рис. 5.14. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (5;6): а) Ω=0; Ω=0.5; Ω=0.7; Ω=1. Здесь γ=0.046324, ε=0.115651, υ=0.155795

В отличие от предыдущей моды каналы устойчивости во всех значениях Ω направлены вниз с увеличением значения ν. Кроме того, критические диаграммы (рис. 5.14) показывают, что данная мода более неустойчива, чем мода (1;4). Здесь, также, как и в случае моды m=1;N=4, при Ω=0 имеется неустойчивость апериодического характера для всех значений ν, но когда диск вращается, то при ν=0 характер неустойчивости сохраняется, а при ν≠0 вступает в силу колебательная неустойчивость. В случаях Ω=0.7 и Ω=1 нелинейный эффект, связанный с резонансом двух моделей – (2.4) и (3.38), наблюдается в точках (ν=γ; $(2T/|U|)_0\approx1$), (ν=ε; $(2T/|U|)_0\approx1$) и (ν=υ; $(2T/|U|)_0\approx1$).

Куполообразное изгибное колебание (m=0, N=3). Для составной модели поведение данного типа колебания, в соответствии с (5.33), описывается при помощи следующего НАДУ:

$$\left(1+\lambda\cos\psi\right)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\lambda\sin\psi\,\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+\left[\frac{5(1-\nu)}{2}-\right.$$
$$\left.-\frac{10\left(1-\Omega^2\right)\left(1-\lambda^2\right)(1-\nu)}{3\left(1+\lambda\cos\psi\right)}+\frac{5\nu\lambda\left(\lambda+\cos\psi\right)}{2\left(1+\lambda\cos\psi\right)}\right]Q(\psi)=0\,. \qquad (5.36)$$

Численные расчеты уравнения (5.36) показаны на рис. 5.15. Из критических зависимостей $(2T/|U|)_0 \div \nu$ видно, что данная мода наиболее устойчива, по сравнению с предыдущими модами. Также заметим, что при Ω=0.5 критерий данной купольной неустойчивости диска не зависит от параметра суперпозиции ν. С увеличением значения параметра вращения Ω области неустойчивости более сужены в сторону возрастания параметра суперпозиции ν, по сравнению с вышеизложенными модами. Обратную картину мы видели выше в моде (5;6), а точнее, у неё наоборот, устойчивые области были сужены в сторону уменьшения параметра ν. Надо отметить, что данная мода во всех значениях Ω и ν имеет неустойчивость только апериодического характера.

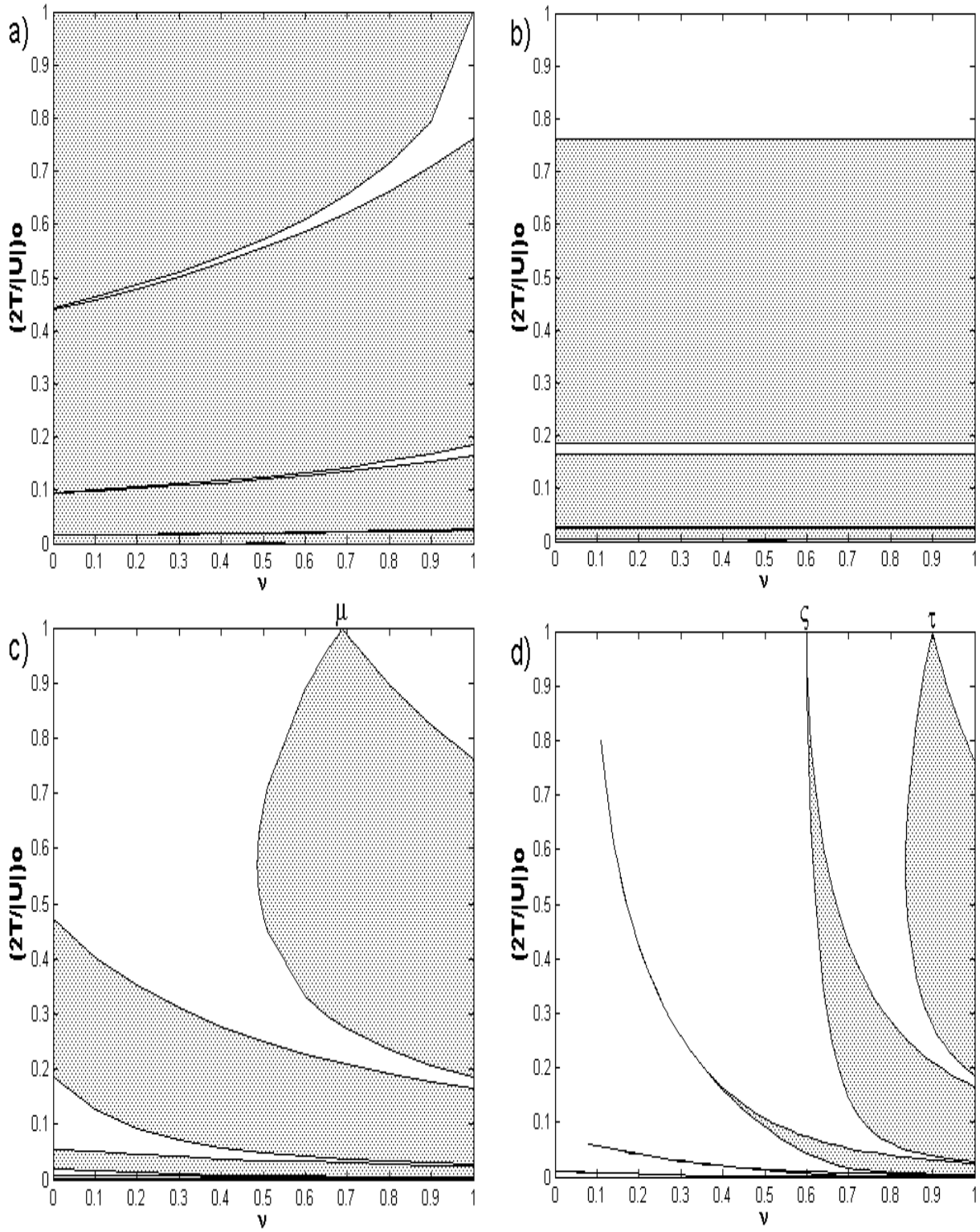


Рис. 5.15. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (0;3): a) Ω=0; b) Ω=0.5; c) Ω=0.7; d) Ω=1. Здесь μ=0.68750, ς=0.60, τ=0.90

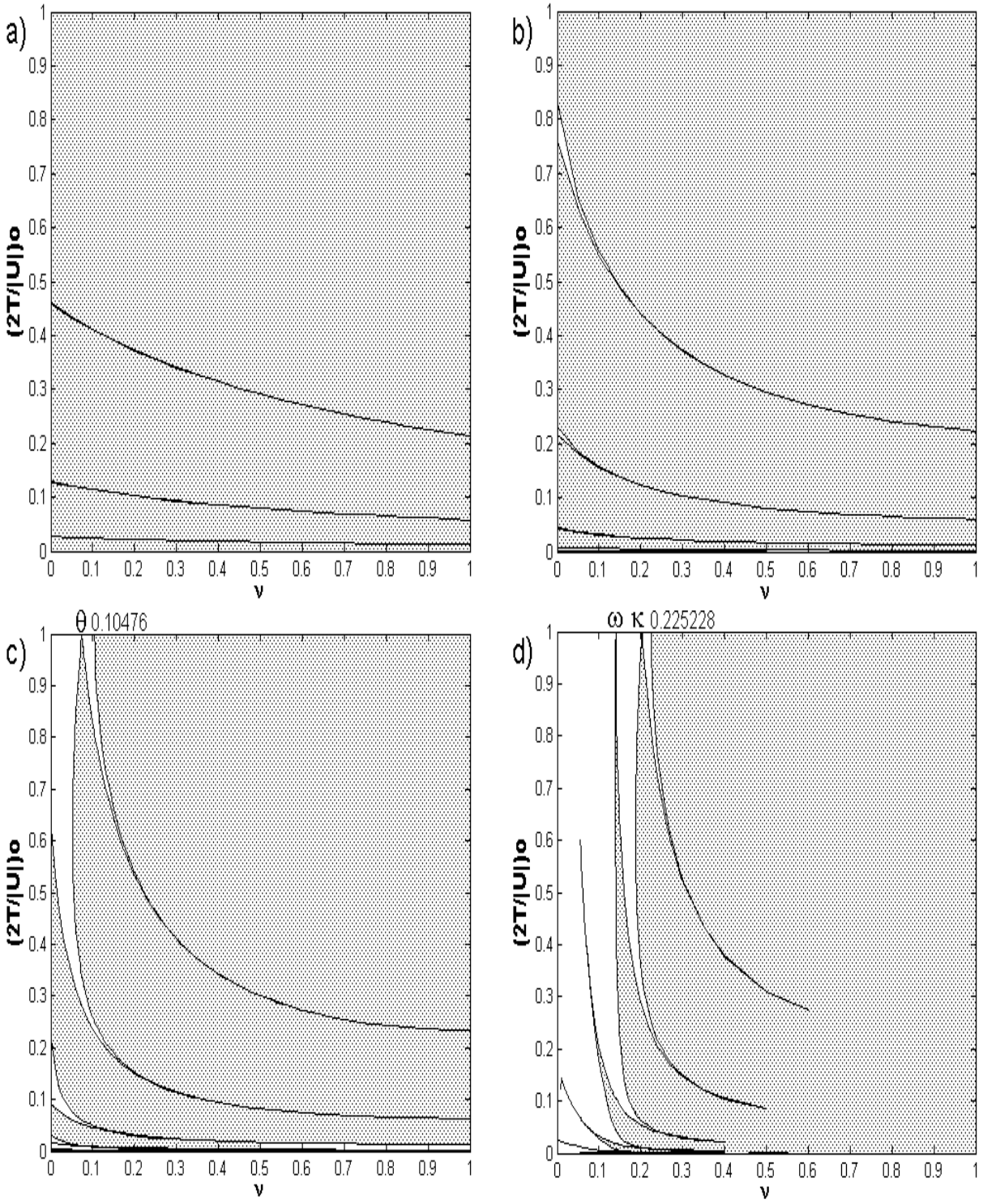


Рис. 5.16. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра суперпозиции при различных значениях параметра вращения для моды (4;5): a) Ω=0; b) Ω=0.5; c) Ω=0.7; d) Ω=1. Здесь θ=0.073867, ω=0.139863, κ=202800

U - образная неустойчивость (m=4; N=5). С помощью уравнения (5.33) находим следующее НАДУ для этой моды:

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\left[\lambda\sin\psi+2(4-3\nu)i\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right]\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+$$
$$+\left\{\frac{187}{64}+\frac{2(4-3\nu)i\Omega\lambda\sqrt{1-\lambda^2}\sin\psi}{1+\lambda\cos\psi}-\frac{\left[12\Omega^2(1-\nu)+3\nu+4\right](1-\lambda^2)}{1+\lambda\cos\psi}\right\}Q(\psi)=0\,. \quad (5.37)$$

Результаты численного исследования неустойчивости составной модели относительно данной моды иллюстрируются на рис. 5.16. Из рис. 5.16 видно, что эти критические диаграммы зависимости $(2T/|U|)_0$ от ν, в принципе, сходны с вышерассмотренными диаграммами. Однако интересно, что у этой моды имеется важная особенность, связанная с тем, что при Ω=1 и $\nu\geq0.6$ составная модель становится полностью неустойчивой. Расчеты показывают, что неустойчивость невращающейся составной модели относительно данной моды имеет апериодический характер для всех значений ν. Такой характер неустойчивости наблюдается, когда Ω=0.5 при ν=0, также при Ω=1 для ν=0 и ν=0.5. В остальных случаях имеется только колебательная неустойчивость.

Прецессионные колебания (m=1;N=2). НАДУ для эволюции данной моды колебания составной модели записывается так:

$$(1+\lambda\cos\psi)\frac{d^2Q(\psi)}{d\psi^2}+\left[\lambda\sin\psi+\frac{4-3\nu}{2}i\Omega\sqrt{1-\lambda^2}\right]\frac{dQ(\psi)}{d\psi}+$$
$$+\left[\frac{(4-3\nu)i\Omega\lambda\sqrt{1-\lambda^2}\sin\psi}{2(1+\lambda\cos\psi)}+\frac{\lambda(\lambda+\cos\psi)}{1+\lambda\cos\psi}\right]Q(\psi)=0\,. \quad (5.38)$$

Полученные результаты численного расчета НАДУ (5.38) не позволили обнаружить какую-либо область неустойчивости на диаграмме $(2T/|U|)_0 \div \nu$ для всех значений Ω. Это означает, что составная модель относительно

данной моды, полностью устойчива. Можно предположить, что если рассматривать существенно нелинейную прецессию с учетом влияния гало на диск галактики, то такая неустойчивость может проявить себя.

§ 5.4. Результаты сравнительного анализа структурных мод колебаний

Если сравнивать маржинальные зависимости асимметричного, U-образного и купольного изгибных мод в рамках исследуемой изотропной модели (2.4), то в всех случаях можно заметить наличие вытянутых областей неустойчивости в виде “лепестка”. А в анизотропной модели такая картина отсутствует только у купольной моды. Здесь можно предположить, что коллективные колебания резонируют с движениями отдельных частиц системы. Кроме того, можно сделать вывод о том, что независимо от рассмотренных моделей, купольная неустойчивость имеет апериодический характер независимо от значения параметра вращения Ω, а асимметричная и U-образная изгибные неустойчивости имеют апериодический характер только в случае Ω=0, а когда диск вращается, данная неустойчивость является колебательной.

Для сопоставления двух моделей также построены графики сравнения величин инкрементов неустойчивости мод (0;3), (4;5) и (5;6) для разных значений параметра вращения Ω (рис. 5.17.). Как видно из рис. 5.17, при умеренном вращении, на фоне нестационарных моделей асимметричный изгиб диска галактик имеет наибольший инкремент, затем идет U-образный изгиб и только после него может происходит куполообразный изгиб в его центральной части. С увеличением параметра вращения порядок формирования различных типов изгиба принимает достаточно сложный характер. При дальнейшем увеличении вращения диска купольная неустойчивость становится лидирующей. Здесь также можно заметить, что при малых значениях Ω анизотропная модель более неустойчива по отношению асимметричному и U-образному изгибам, а при купольной – наблюдается обратная картина. А при увеличении вращения анизотропная

модель более неустойчива по отношению только к купольной моды, а для остальных двух мод – наоборот.

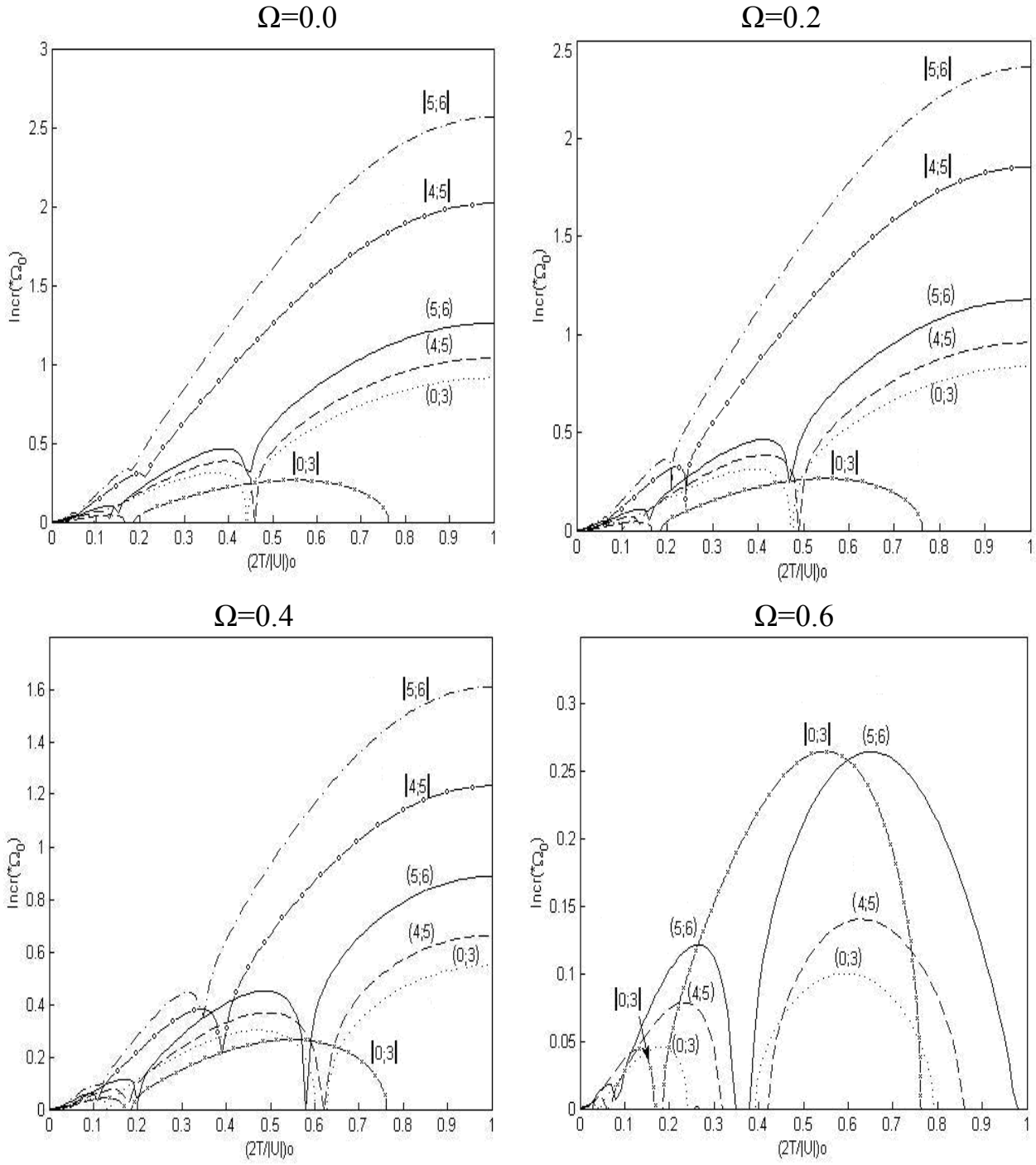


Рис. 5.17. Сравнение инкрементов неустойчивости изгибных мод изотропной и анизотропной моделей при разных значениях параметра вращения Ω. Здесь моды на фоне изотропной модели (2.4) показаны в круглых скобках, а моды в анизотропной (3.38) - в вертикальных скобках.

Из рис.5.17 также видно, что с увеличением параметра вращения Ω инкремент неустойчивости постоянно уменьшается, что показывает стабилизирующую роль вращения диска в изгибных колебаний.

При сравнении полученных маржинальных зависимостей рассмотренных мод на фоне нелинейно нестационарной первой составной модели (2.34) показано, что в случаях $\Omega < 0.6$ наблюдается чередование областей устойчивости и неустойчивости по всему диапазону значений параметра суперпозиции ν. Всегда имеет место тот факт, что когда область неустойчивости обрезается каналом устойчивости, то реальная часть собственного значения решаемого характеристического уравнения меняет свой знак на противоположный. Отметим также, что параметр вращения Ω играет стабилизирующую роль, а параметр суперпозиции наоборот, дает дестабилизирующий эффект. С увеличением значения параметра вращения Ω у всех мод наблюдается возникновение некого резонансного эффекта суперпозиции двух моделей, в результате чего область неустойчивости увеличивается и занимает практически весь диапазон возможных значений начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$.

Критические диаграммы рассмотренных мод также показывают, что при отсутствии радиальных колебаний $(2T/|U|)_0=1$) исследуемая составная модель полностью неустойчива во всем диапазоне ν для малых и умеренных значений Ω. Однако, с увеличением вращения указанное условие выполняется только в определенном интервале значений параметра суперпозиции ν. Также можно сделать вывод о том, что купольная изгибная мода на фоне составной модели всегда имеет неустойчивость апериодического характера, а остальные моды имеют и апериодический и колебательный характер неустойчивости, в зависимости от значений параметров вращения Ω и суперпозиции ν.

Для определения характерных времен проявления вышеизложенных изгибов также построены графики сравнения величин инкрементов неустойчивости рассмотренных мод для разных значений параметров

вращения Ω и суперпозиции ν (рис. П4.1). Как видно из рис. П4.1, на фоне составной модели всегда наиболее сильной модой колебания является (5;6) по сравнению с остальными модами. Это означает, что N-образный изгиб диска галактик имеет место в составной модели раньше, чем проявление других изгибных структур. Но, при $\nu=0$ и $\Omega<0.7$ S-образная изгибная мода стремиться стать лидирующей, а при дальнейшем увеличении параметров суперпозиции и вращения последовательность положений S-асимметричной и U-образной изгибных мод меняется. Также заметим, что когда параметр вращения Ω принимает свое максимальное значение, то при $\nu=0$ рассмотренные изгибы формируются на фоне составной модели в очень узком интервале сверхмалых значений начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$, а при $0<\nu<0.8$ куполообразный изгиб в центральной части диска вообще не может образоваться.

Таким образом, составная модель более неустойчива по отношению N и S- асимметричному, затем U-образному изгибам, а при купольной – наблюдается обратная картина, т.е. эта мода всегда имеет сравнительно меньший инкремент неустойчивости. Из рис. П4.1 также видно, что с увеличением параметра вращения Ω максимальные значения инкрементов неустойчивостей мод постепенно уменьшаются, а с ростом параметра суперпозиции ν наоборот – возрастают. Здесь опять подтверждается вывод о том, что вращение играет стабилизирующую, а параметр суперпозиции дестабилизирующую роль в изгибных колебаниях.

Как было отмечено во введении, до сих пор сами горизонтальные и вертикальные моды возмущений на фоне нелинейно нестационарных моделей ДСС пока что никем еще не сравнивались. Детальные исследования этих мод в отдельности показывают, что среди рассмотренных всех горизонтальных мод колебаний лопсайдная мода (m=1;N=3) является наиболее лидирующей, а в случае вертикальных колебаний найдено, что темп неустойчивости асимметричной изгибной моды (m=5;N=6) в среднем

почти всегда имеет явное превосходство относительно других изученных мод колебаний.

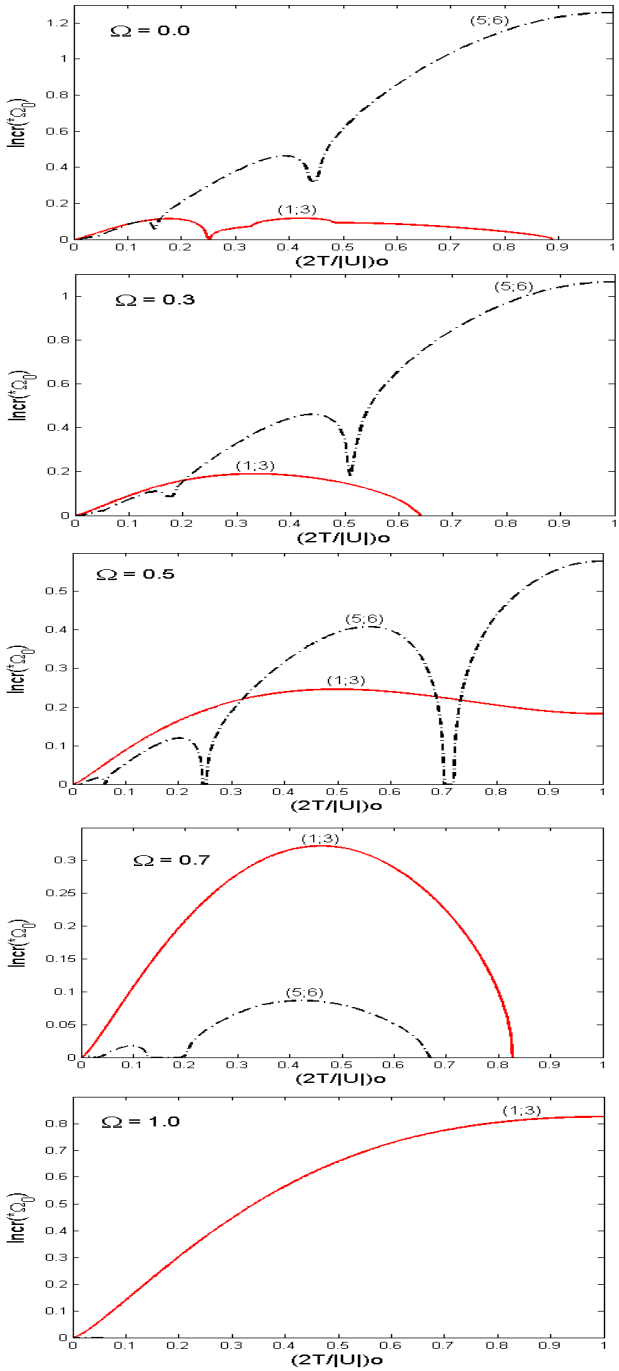


Рис. 5.18. Сравнение инкрементов неустойчивостей мод (5;6) вертикальных и (1;3) горизонтальных возмущений для изотропной модели (2.4).

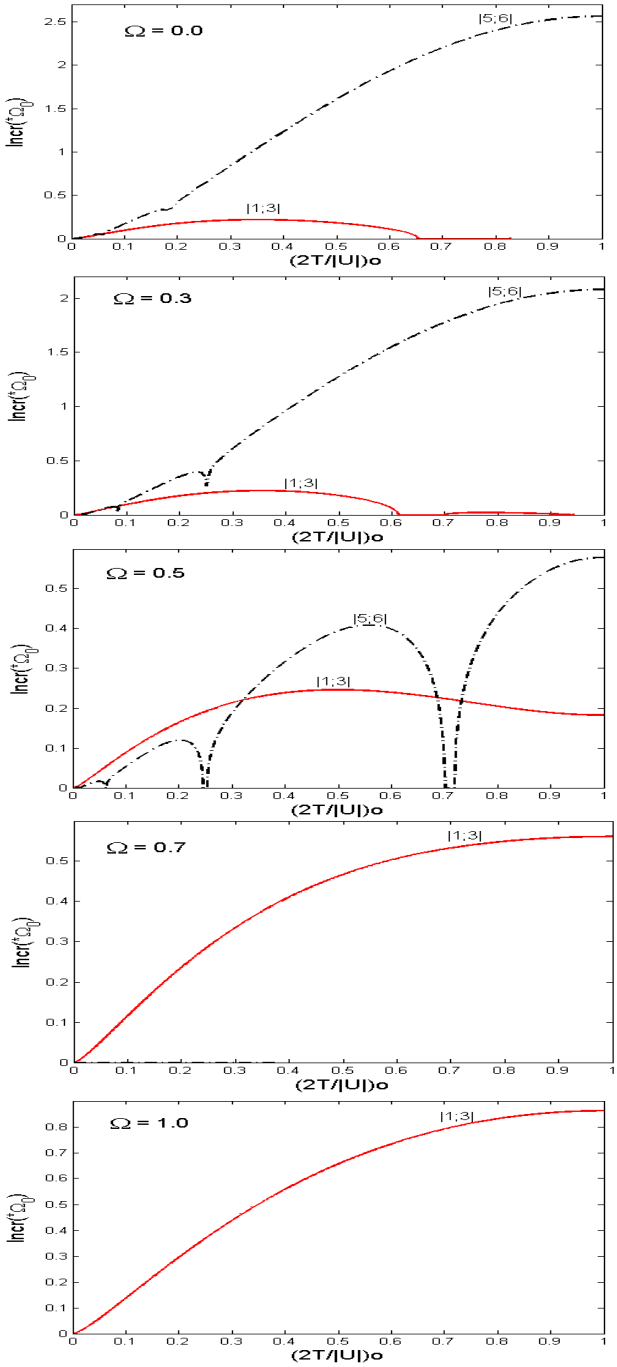


Рис.5.19. Сравнение инкрементов неустойчивостей мод (5;6) вертикальных и (1;3) горизонтальных возмущений для анизотропной модели (3.38).

Исходя из этого, для сравнительного анализа горизонтальных и вертикальных мод колебаний в принципе достаточно рассмотрение результатов наших расчетов именно для этих двух мод возмущений. Поэтому нами построены графики сравнения инкрементов неустойчивостей указанных здесь мод (рис. 5.18 и 5.19). Из этих рисунков видно, что при малых и умеренных значениях параметра вращения диска вертикальная изгибная мода (5;6) всегда доминирует над горизонтальной модой (1;3) на фоне и изотропной (2.4), и анизотропной (3.38) моделей. А когда параметр вращения приближается к своему максимальному значению инкремент неустойчивости моды (5;6) стремится к нулю и лидирующей становится мода (1;3).

Таким образом, здесь опять подтверждается вывод о том, что вращение диска играет явно дестабилизирующую роль в горизонтальных колебаниях, а в вертикальных колебаниях наблюдается противоположный эффект. Но, несмотря на это, заметим, что при $\Omega \leq 0.5$ максимальные значения инкрементов неустойчивости изгибной моды (5;6) вертикальных колебаний больше, чем у (1;3) горизонтальной моды при $\Omega > 0.5$. Полученные диаграммы также показывают, что анизотропная модель (3.38) более неустойчива, чем изотропная (2.4) относительно этих мод. Однако при $\Omega = 0.5$ изотропная и анизотропная модели ведут себя одинаково относительно этих мод возмущений.

С целью сравнения составных моделей относительно неустойчивостей изгибных мод колебаний были построены графики зависимости инкрементов неустойчивости от начального вириального отношения для моды (5;6) (рис. П4.2). Так как данная мода является наиболее лидирующей среди рассмотренных всех изгибных мод колебаний на фоне этих составных моделей. Рис. П4.2 показывает, что третья модель всегда имеет явное превосходство относительно других составных моделей по отношению неустойчивости изгибной моды (5;6).

§ 5.5. Выводы

Данная глава основана на результатах, опубликованных автором в работах [7A, 14A, 39A, 41A, 43A, 44A, 51A]

1. Изучены возможные типы изгибов диска галактик, на основе накопленных рядом авторов данных наблюдений. К основным типам изгибов следует отнести N-образные, интегралообразные, U-образные, L-образные, куполообразные и прецессионные виды изгибов. Составлен список наиболее часто встречающихся и сильно асимметричных изгибных галактик из 110 объектов. Этот список дополнен рядом данных наблюдений и изучен статистически. Анализ этих данных показал, что с увеличением лучевой скорости галактик наблюдается, в общем случае, монотонное убывание соответствующего количества галактик, причем подавляющая часть (до 65%) сосредоточена в интервале скоростей до 2000 км/сек. Анализ распределения галактик по их основным крупномасштабным структурам показал, что в нашем списке преимущественно имеются чисто изгибные галактики, а доля изгибных галактик в комбинации с лопсайдностью составляет приблизительно 20%. А также заметим, что изгибность, в основном, встречается в нормальных спиральных галактиках (≈70%) по сравнению со спиралями с перемычкой (≈30%).

2. С помощью исследования вопросов формирования изгибов диска на фоне обобщенной модели можно заключить, что с увеличением значения параметра β неустойчивости S-образной изгибной и куполообразной мод усиливается, а с ростом значения параметра α, наоборот, эти моды становятся более устойчивыми. А для N- образной и U- образной изгибных мод роль параметров α и β меняется. НАДУ прецессионного типа возмущения не зависит от параметров α и β. Таким образом данная мода всегда устойчива.

3. На фоне вращающейся анизотропной (3.38) и исходной (2.4) моделей заметим, что с ростом Ω максимальные значения инкрементов неустойчивостей изгибных мод постепенно уменьшаются. При $\Omega=0$ имеем

неустойчивость апериодического характера, а когда $\Omega>0$ натыкаемся на колебательную неустойчивость. Но в отличие от других изгибных мод купольная неустойчивость имеет только апериодический характер не зависимо от значения параметра вращения. Кроме того в значениях $\Omega_2=0.57010$ и $\Omega_3=0.741619$ появляется неустойчивость, характер которой связан с резонансом купольного колебания с движениями отдельных частиц в системе. Для изгибных мод возмущений анизотропная модель (3.38) более неустойчива, чем исходная модель (2.4). Однако при $\Omega=0.5$ изотропная и анизотропная модели ведут себя одинаково относительно этих мод возмущений. При малых значениях Ω анизотропная модель более неустойчива по отношению асимметричному и U-образному изгибам, а при купольном изгибе наблюдается обратная картина. А при увеличении вращения анизотропная модель более неустойчива по отношению только к купольной моды, а для остальных двух мод – наоборот. Сравнение инкрементов неустойчивостей горизонтальных и вертикальных мод показывает, что при малых и умеренных значениях параметра вращения диска вертикальные изгибные моды всегда доминируют над горизонтальными, а при приближении к максимальному значению вращения наблюдается обратная картина.

4. Анализ неустойчивостей изгибных мод на фоне составной модели показывает, что при отсутствии радиальных колебаний составная модель полностью неустойчива во всем диапазоне ν для малых и умеренных значений Ω, однако когда Ω стремится к своему максимальному значению, данная ситуация меняется. С увеличением значения параметра вращения Ω у всех изгибных мод наблюдается возникновение некого резонансного эффекта суперпозиции двух моделей, в результате чего область неустойчивости увеличивается и занимает практически весь диапазон возможных значений начального вириального отношения $(2T/|U|)_0$. Кроме того, когда $\Omega\to1$ количество каналов и площадь области устойчивости увеличиваются, и параллельно с этим, резонансные пики неустойчивости сдвигаются в правую

сторону. Заметим также, что при Ω=0.5 критерий купольной неустойчивости диска не зависит от параметра суперпозиции ν.

5. В изгибных колебаниях параметр вращения Ω играет стабилизирующую роль, а параметр суперпозиции наоборот, дает дестабилизирующий эффект. Также можно сделать вывод о том, что купольная изгибная мода на фоне составной модели всегда имеет неустойчивость апериодического характера, а остальные моды имеют и апериодический и колебательный характер неустойчивости, в зависимости от значений параметров вращения Ω и суперпозиции ν. Сравнение составных моделей относительно неустойчивостей изгибных мод колебаний дает почти такой же результат, как в случае горизонтальных мод.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам исследований, проведенных по теме докторской диссертации «Нелинейная теория формирования основных структурных образований в дискообразных галактиках» представлены нижеследующие выводы:

1. Разработана нелинейно нестационарная теория формирования кольцевых, лопсайдных и изгибных явлений в дискообразных галактиках с учетом современных данных наблюдений.

2. Впервые разработана классификация физически кольцеобразных галактик. Полученная классификация содержит 9 групп относительно видимых признаков кольцевых структур в галактиках, которые могут формироваться вследствие гравитационной неустойчивости кольцеобразных мод колебаний и никак не образуются из-за сильной закрученности спиральных рукавов или их проекции на картинную плоскость. Установлено, что наиболее распространенными группами являются кольцевые галактики с ядром и случай кольца с перемычкой и двумя рукавами. В пяти случаях из девяти присутствуют перемычки. Спиральные рукава наблюдаются только в трех случаях. Двухкольцевые галактики встречаются довольно часто (18%), чем ожидалось.

3. Впервые построены обобщенная и три составные нелинейно нестационарные фазовые модели дискообразных самогравитирующих систем с анизотропной диаграммой скоростей. Получены точные выражения для основных физических характеристик моделей, таких как компоненты кинетической энергии пульсирующего диска, дисперсии скоростей в радиальном и трансверсальном направлениях, глобальный параметр анизотропии и др.

4. Найдены НАДУ для основных наблюдаемых структурных проявлений горизонтальных и вертикальных мод возмущений, развивающихся на фоне построенных нестационарных моделей самогравитирующего диска. В частности, установлено, что развитие неустойчивости однокольцевой моды

(2;4) будет одинаковым для всех анизотропных моделей без вращения, так как НАДУ данной моды не зависит от параметров α и β, характеризующих различие и степень анизотропии моделей.

5. Показано, что параметры анизотропии α и β дают противоположные эффекты в ходе эволюции исследуемых структурных мод возмущений. Также выяснилось, что в случаях, когда параметр α играет дестабилизирующую роль, то с увеличением его значений возрастает интервал начального вириального отношения, где формируются данные структуры на фоне анизотропных моделей. Но, когда он играет стабилизирующую роль, тогда наоборот, области неустойчивости постепенно сужаются вдоль оси $(2T/|U|)_0$ в левую сторону.

6. Найдены механизмы и критерии формирования данных структур. В частности, показано, что кольцевая структура может формироваться в результате неустойчивости радиальных движений, если начальная полная кинетическая энергия анизотропной модели составляет не более, чем 22,4% от начальной потенциальной энергии, независимо от значения Ω, а для лопсайдной структуры эта величина составляет 30,6%. Также установлено, что данная лопсайдная неустойчивость, имеет как колебательный, так и апериодический характер в зависимости от значения начального вириального отношения на фоне невращающейся анизотропной модели, но когда модель вращается, мы имеем дело только с колебательной неустойчивостью.

7. Впервые найдены характерные времена проявления наблюдаемых крупномасштабных структур диска и критические значения начального вириального отношения в зависимости от основных физических параметров нелинейных моделей. В частности, установлено, что на фоне нестационарной анизотропной модели сначала образуется кинематически смещенное ядро, затем проявляется кольцевая структура при малых и умеренных значениях Ω и $(2T/|U|)_0$, а только потом в системе формируется бар, но когда $\Omega \geq 0{,}5$, то независимо от значения начального вириального отношения, последовательно проявляются эффекты (1;3), (0;4) и (2;2) мод. В рамках

вертикальных мод возмущений выявлено, что вначале проявляется асимметричный или U-образный изгиб диска галактик, а затем может формироваться куполообразный изгиб.

8. Впервые выполнено сравнение неустойчивостей горизонтальных и вертикальных мод колебаний на фоне нелинейно нестационарных самогравитирующих дискообразных моделей. Установлено, что при малых и умеренных значениях параметра вращения диска вертикальные моды колебаний изотропной и анизотропной моделей доминируют над горизонтальными, а при приближении вращения к максимальному значению наблюдается обратная картина.

9. Показано, что в общем случае анизотропная модель более устойчива относительно изученных горизонтальных мод колебаний, чем изотропная, а для вертикальных – имеет место противоположный результат. Но только при Ω=0,5 изотропная и анизотропная модели ведут себя одинаково относительно определенных мод возмущений – (0;4), (1;3), (4;5) и (5;6). Среди составных моделей имеются наиболее устойчивые и сильно неустойчивые комбинации.

10. Доказано, что в горизонтальных колебаниях параметр вращения Ω играет дестабилизирующую роль, а параметр суперпозиции, наоборот, дает стабилизирующий эффект. Но в вертикальных колебаниях роль этих параметров меняется.

11. Найдены критические значения для параметров вращения и суперпозиции, при которых наблюдается сложный резонансный эффект и в результате чего неустойчивость структурных мод доминируют во всем диапазоне значений начального вириального отношения.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1А. Миртаджиева К.Т. Ранняя эволюция дискообразных самогравитирующих систем: новые анизотропные модели // Узбекский физический журнал. – Ташкент, 2003. – № 4 (5). – С. 223-228 (01.00.00; № 5).

2А. Миртаджиева К.Т. Изучение неустойчивостей новой нелинейной модели дискообразных самогравитирующих систем // Вестник НУУз. – Ташкент, 2005. – №3. – С. 13-15 (01.00.00; № 8).

3А. Нуритдинов С.Н., Миртаджиева К.Т., Таджибаев И.У. Поиск физических свойств систем шаровых скоплений звезд // Узбекский физический журнал. – Ташкент, 2006. – № 1-2 (8). – С.9-15 (01.00.00; № 5).

4А. Миртаджиева К.Т., Таджибаев И. Поиск статистических зависимостей для систем шаровых скоплений звезд // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2006. – № 4-5. – С. 35-38 (01.00.00; № 7).

5А. Nuritdinov S.N., Mirtadjieva K.T., Mariam Sultana. Instabilities in a non-stationary model of self-gravitating disks. I. Bar and ring perturbation modes // Astrophysics. – Berlin-Heidelberg: Springer, 2008. – vol. 51, №3. – pp. 410-423 (№ 11. Springer; IF = 0,707)

6А. Mirtadjieva K.T. Gravitational instability of perturbations in a background nonlinear nonstationary model of a disk-like system. I. Sectorial modes // Gravitation and Cosmology. – Berlin-Heidelberg: Springer, 2009. – vol. 15, №3. - pp. 278-285 (№ 11. Springer; IF = 0,716)

7А. Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N., Iqbal Ahmad, Ruzibaev J.K. Instabilities in a non-stationary model of self-gravitating disks. II. Warp modes of vertical oscillations // Astrophysics. – Berlin-Heidelberg: Springer, 2009. – vol. 52, №4. – pp. 584-597 (№ 11. Springer; IF = 0,707)

8A. Миртаджиева К.Т. Кольцеобразная неустойчивость неравновесных моделей спиральных галактик // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2009. – № 5. – С. 45-48 (01.00.00; № 7).

9A. Миртаджиева К.Т. Гравитационная неустойчивость в составных нелинейных моделях дискообразных самогравитирующих систем // Вестник НУУз. – Ташкент, 2009. – № 2. – С. 99-103 (01.00.00; № 8).

10A. Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N., Ruzibaev J.K., Muhammad Khalid Instabilities in a nonstationary model of self-gravitating disks. III. The phenomenon of lopsidedness and a comparison of perturbation modes // Astrophysics. – Berlin-Heidelberg: Springer, 2011. – vol. 54, №2. – pp.184-202 (№ 11. Springer; IF = 0,707).

11A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н., Мирзаев А.Т. Зависит ли эффект кривобокости от геометрии моделей самогравитирующих систем // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2011. – №6. – С.38-41 (01.00.00; № 7).

12A. Mirtadjieva K.T. Gravitational instability of perturbations in a background nonlinear nonstationary model of a disk-like system. II. Large-scale tesseral oscillation modes // Gravitation and Cosmology. – Berlin-Heidelberg: Springer, 2012. – vol. 18, №1. – pp. 6-16 (№ 11. Springer; IF = 0,716).

13A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н. Анизотропные модели нелинейно нестационарных дискообразных самогравитирующих систем и их неустойчивости // Узбекский физический журнал. Ташкент, 2012. – №2 (14). – С.67-74 (01.00.00; № 5).

14A. Mirtadjieva K.T. Gravitational instability of perturbations in a background nonlinear nonstationary model of a disk-like system. III. Large-scale bending oscillations modes // Gravitation and Cosmology. – Berlin-Heidelberg: Springer, 2012. – vol. 18, №4. – pp. 249-258 (№ 11. Springer; IF = 0,716).

15A. Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N. Instabilities in a nonstationary model of self-gravitating disks. IV. Generalization of the models and comparision of

results // Astrophysics. – Berlin-Heidelberg: Springer, 2012. – vol. 55, №4. – pp. 551-564 (№ 11. Springer; IF = 0,707)

16A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н., Маматова Х.М. Классификация кольцеобразных галактик // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2013. – №2. – С.33-35 (01.00.00; № 7).

17A. Зокирова Ф.А., Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н., Махмудов А.А. Анализ данных наблюдений лопсаидальных галактик // Вестник НУУз. – Ташкент, 2013. – № 2/1. – С.114-116 (01.00.00; № 8).

18A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н., Маматова Х.М. Методика разработки классификации кольцеобразных галактик // Вестник НУУз. – Ташкент, 2013. – №2/1. – С. 32-36 (01.00.00; № 8).

19A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н. К вопросу происхождения кольцеобразных галактик // Вестник НУУз. – Ташкент, 2014. – №2/1. –С.145-148 (01.00.00; № 8).

20A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н. К теории формирования основных структурных образований в дискообразных галактиках // Узбекский физический журнал. – Ташкент, 2015. – №1-2 (17). – С. 41-45 (01.00.00; № 5).

21A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н. Двухкольцевые моды возмущений на фоне неравновесного самогравитирующего диска // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2015. – №1. – С. 30-33 (01.00.00; № 7).

22A. Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N. Towards the classification problem of ring-like galaxies // Astronomical & Astrophysical Transections. – Cambridge (England), 2015. – vol. 29, N3. – pp. 198-205 (01.00.00; № 2)

23A. Mirtadjieva K.T., Kirbijekova I.I., Nuritdinov S.N. Towards Theory of Compulsive Phase Mixing for Non-stationary Stellar Systems // Astronomical Society of Pacific. Conference Series. – San Francisco (USA), 2004. – vol. 316. – pp. 363-365.

24A. Nuritdinov S.N., Tadjibaev I.U., Mirtadjieva K.T. Modes of High Degrees for Collapsing Galaxies: Formation of Globular Cluster Systems // Astronomical Society of Pacific. Conference Series. – San Francisco (USA), 2004. – vol. 316.– pp. 377-380.

25A. Nuritdinov S.N., Mirtadjieva K.T. Towards the formation theory of dense stellar systems // Highlights of Astronomy: Proceedings of the XXVth General Assembly of the International Astronomical Union: JD11 - Dynamics and evolution of dense stellar systems, 13 - 26 July, 2003, Sydney. – San Francisco (USA), 2005. – vol. 13. – P. 379.

26A. Nuritdinov S.N., Mirtadjieva K.T., Tadjibaev I.U. Search for formation criteria of globular cluster systems // Highlights of Astronomy: Proceedings of the XXVth General Assembly of the International Astronomical Union, 13 - 26 July, 2003, Sydney. – San Francisco (USA), 2005. – vol. 13. – P. 207.

27A. Farzana Begim Ismail, Mirtadjieva K.T. Compulsive phase mixing in gravitating systems // Astrophysics and Applied Mathematics. – Karachi (Pakistan), 2009. – vol. 1. – pp.118-137.

28A. Mirtadjieva K.T. Nonlinear evolution of disk-like subsystems of galaxies at presence of halo // Astrophysics and Applied Mathematics. – Karachi (Pakistan), 2009. – vol. 1. – pp. 47-52.

29A. Миртаджиева К.Т. Коллапс и фазовое перемешивание в галактиках // Современные проблемы астрономии в Узбекистане: Сб. науч. трудов. –Ташкент, 2004. – С. 56-58.

30A. Миртаджиева К.Т., Таджибаев И.У., Нуритдинов С.Н. Анализ данных наблюдений систем шаровых скоплений галактик // Современные проблемы астрономии в Узбекистане: Сб. науч. трудов. – Ташкент, 2004. – С. 61-63.

31A. Миртаджиева К.Т. О физике ранней эволюции галактик // Улугбековские чтения: Сб. науч. статей. – Ташкент, 2004. – т.1. – С. 64-68.

32А. Миртаджиева К.Т. Нелинейная модель нестационарных дискообразных систем и её неустойчивости // Труды Государственного астрономического института имени П. К. Штернберга МГУ: Тезисы докладов на Восьмом съезде Астрономического Общества и Международного симпозиума «Астрономия-2005: Состояние и перспективы развития». – Москва, 2005. – т. LXXVIII. – С.49.

33А. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н., Таджибаев И.У. Об исследованиях систем шаровых скоплений звезд // руды Государственного астрономического института имени П. К. Штернберга МГУ: Тезисы докладов на Восьмом съезде Астрономического Общества и Международного симпозиума «Астрономия-2005: Состояние и перспективы развития». – Москва, 2005. – т. LXXVIII. – С.49.

34А. Нуритдинов С.Н., Миртаджиева К.Т., Таджибаев И.У. О физике систем шаровых скоплений звезд вокруг галактик // Физика в Узбекистане: Материалы конференции «Год Физики - 2005», 27-28 сентября 2005. – Ташкент, 2005. – С. 23-24.

35А. Нуритдинов С.Н., Миртаджиева К.Т., Таджибаев И.У., Гайнуллина Э.Р. О неустойчивостях ранних стадий эволюции галактик и их систем // Физика в Узбекистане: Материалы конференции «Год Физики - 2005», 27-28 сентября 2005. – Ташкент, 2005. – С. 24-26.

36А. Миртаджиева К.Т. О фазовом перемешивании на ранних стадиях эволюции галактик // Физика в Узбекистане: Материалы конференции «Год Физики - 2005», 27-28 сентября 2005. – Ташкент, 2005. – С. 20-21.

37А. Нуритдинов С.Н., Артеменко С.А., Миртаджиева К.Т. Типы кольцеобразных галактик и вопросы их происхождения // Экспериментальная и теоретическая физика: Сб. науч. трудов. – Ташкент, 2006. – С. 29-36.

38A. Миртаджиева К.Т. К вопросу о последовательности формирования подсистем галактик // Экспериментальная и теоретическая физика: Сб. науч. трудов. – Ташкент, 2006. – С. 42-51.

39A. Миртаджиева К.Т. Физика неустойчивости ранней стадии эволюции галактик // Роль женщин-ученых в развитии научно-технического прогресса: Сб. докладов республиканской научно-практической конференции. – Ташкент, 2006. – С. 254-257.

40A. Mirtadjieva K.T. New composite non-linear models of disk-like galaxies and their instability // Fundamental and Applied problems of modern physics: Proceedings of the republican scientific and practical conference. – Tashkent, 2007. – vol. 2. – pp. 37-39.

41A. Nuritdinov S.N., Mirtadjieva K.T., Mariam Sultana, Muhammad Khalid. Towards the formation theory of large scale structure of galaxies // Fundamental and Applied problems of modern physics: Proceedings of the republican scientific and practical conference. – Tashkent, 2008. – vol. 3. – pp. 201-209.

42A. Mirtadjieva K.T., Farzana Begum Ismail. On early evolution of galaxies: compulsory mixing // Fundamental and Applied problems of modern physics: Proceedings of the republican scientific and practical conference. – Tashkent, 2008. – vol. 3. – pp. 209-212.

43A. Nuritdinov S.N., Mirtadjieva K.T., Iqbal Ahmed M. On growth rate of bending instability for non-stationary disk model // Fundamental and Applied problems of modern physics: Proceedings of the republican scientific and practical conference. – Tashkent, 2008. – vol. 3. – pp. 243-246.

44A. Mirtadjieva K.T., Makhmudov A.A., Iqbal Akhmad. Large-scale warp-instabilities of new anisotropic disk model // Gravitational lenses and forming galaxies, observations and theory: Proceedings of the conference. – Tashkent, 2008. – pp. 45-46.

45A. Nuritdinov S.N., Mirtadjieva K.T., Sultana Mariam, Muhammad Khalid S. On the nonlinear origin theory of galaxies // Gravitational lenses and forming galaxies, observations and theory: Proceedings of the conference. – Tashkent, 2008. – pp. 30-32.

46A. Миртаджиева К.Т. Соотношение теорий иерархического скучивания и каскадной фрагментации // Гравитационные линзы и формирующиеся галактики: наблюдения и теория: Сб. трудов конф. – Ташкент, 2008. – С.36-38.

47A. Миртаджиева К.Т. К теории формирования галактик и их крупномасштабных структур // Современная физика и ее перспективы: Материалы Респ. конф. 12-13 ноября 2009. – Ташкент, 2009. – С. 303-306.

48A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н. К теории формирования основных структурных образований в дискообразных галактиках // Актуальные проблемы ядерной и теоретической физики: Материалы Респ. науч. конф. 25-26 октября 2013. – Ташкент, 2013. – С. 31-34.

49A. Миртаджиева К.Т. Нелинейная теория формирования основных структурных образований в дискообразных галактиках // Улугбековские чтения – 3: Материалы Респ. науч. конф. «Наследие Мирзо Улугбека и современность», Ташкент, 2014. – Ташкент, 2014. – т. 3, – С. 39-42.

50A. Muminov A.A., Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N. Lopsided galaxies: compiled catalogue // Ulugh-Beg lectures – 3: Proceedings of republican conference «Heritage of Mirzo Ulugh-Beg and modernity», Tashkent, 2014.– Tashkent, 2014. – vol. 3, – pp. 51-79.

51A. Ruzibaev J.K., Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N. Compiled catalogue of spiral galaxies with optical warps // Ulegh-Beg lectures – 3: Proceedings of republican scientific conference «Heritage of Mirzo Ulugh-Beg and modernity», Tashkent, 2014. – Tashkent, 2014. – vol. 3, – pp. 105-119.

52A. Nuritdinov S.N., Mirtadjieva K.T. Towards a Theory of Construction and Stability of Phase Early Evolution Models of Gravitating Systems// Order and

chaos in stellar and planetary systems: Book of abstracts the Intern. conf. 17-24 August 2003, – Saint Petersburg, 2003. – pp. 41-42.

53A. Mirtadjieva K.T. On a possible formation mechanism of galactic nuclei // Our non-stable Universe: Book of abstracts the Joint European and National Astronomy Meeting, 20-25 August 2007, – Yerevan, 2007. – P. 68.

54A. Makukov M.A., Malkov E.A., Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N. Numerical studies of the collisionless model stability with respect to any-scale perturbations as a test for the simulation code reliability // Our non-stable Universe: Book of abstracts the Joint European and National Astronomy Meeting, 20-25 August 2007, – Yerevan, 2007. – P. 96.

55A. Nuritdinov S.N., Sultana M., Mirtadjieva K.T. Ring mode instability on the background of non-stationary galaxy model // Our non-stable Universe: Book of abstracts the Joint European and National Astronomy Meeting, 20-25 August 2007, – Yerevan, 2007. – P. 63.

56A. Mirtadjieva K.T. Modeling earliest Galaxy: non- linearly non-stationary stages // JD5-Modelling the Milky Way in the Era of Gaia: Book of abstracts the XXVIIth General Assembly of the International Astronomical Union, 03 - 14 August 2009, – Rio de Janeiro, 2009. – P. 263.

57A. Mirtadjieva K.T. Towards a theory of the origin of globular clusters systems // Symp. 266 – Star Clusters – Basic Galactic Building Blocks throughout Time and Space: Book of abstracts the XXVIIth General Assembly of the International Astronomical Union, 03 - 14 August 2009, – Rio de Janeiro, 2009. – P. 151.

58A. Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N. Merging of galaxies: formation of state for the radial motion instabilities // European Week of Astronomy and Space Science, S9-Galaxy Evolution: the key for Galaxy Formation: Book of abstracts the Joint European and National Astronomy Meeting, 4-8 July 2011. – Saint Petersburg, 2011. – P. 143.

59A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н., Маматова Х. К проблеме классификации кольцеобразных галактик // Астрономия от ближнего космоса до космологических далей: Сб. докладов международной конференции Евразийского астрономического общества, 25-30 мая 2015.- Москва, 2015. – С. 35-36

60A. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н. Проблемы устойчивости нелинейно нестационарной динамической модели самогравитирующего диска Маклорена // Современные методы математической физики и их приложения: Тез. докл. Респ. науч. конф. 15-17 апреля 2015. - Ташкент, 2015. – С. 151-154.

ЛИТЕРАТУРА

1. Contopoulos G., Papayannopoulos T. Orbits in weak and strong bars // Astronomy and Astrophysics. - France, 1980. - vol. 92, no. 1-2, Dec., - pp. 33-46.
2. Athanassoula E., Bienayme O., Martinet L., Pfenniger D. Orbits as building blocks of a barred galaxy model // Astronomy and Astrophysics. - France, 1983.- vol. 127, no. 2, Nov. - pp. 349-360.
3. Comeron S., Knapen J.H., Beckman J.E., Shlosman I. Discovery of ultra-compact nuclear rings in three spiral galaxies // Astronomy and Astrophysics, - France, 2008.- vol. 478,- Issue 2. - pp. 403-407
4. Ghosh K.K., Mapelli M. UGC 7069: the largest ring galaxy // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters. – Oxford. May 2008. - vol. 386, Issue 1, - pp. L38-L42.
5. Buta R., Combes F. Galactic Rings // Fundamentals of Cosmic Physics. 1996. – vol. 17, - pp. 95- 281.
6. Moiseev A.V., Bizyaev D.V. 3D spectroscopic study of galactic rings: Formation and kinematics // New Astronomy Reviews, - Amsterdam. 2009, - vol. 53, - pp. 169 – 174.
7. Afanasiev V.L., Moiseev A.V. The SCORPIO Universal Focal Reducer of the 6-m Telescope // Astronomy Letters. - Moscow, 2005. -vol. 31, -Issue 3, - pp.194-204.
8. Buta R.J., Byrd G.G., Freeman T. The Ringed Spiral Galaxy NGC 4622. I. Photometry, Kinematics, and the Case for Two Strong Leading Outer Spiral Arms // The Astronomical Journal, - Chicago. 2003, –vol. 125, Issue 2, -pp. 634-666.
9. Arsenault R., Boulesteix J., Georgelin Y., Roy J.-R. A circumnuclear ring of enhanced star formation in the spiral galaxy NGC 4321 // Astronomy and Astrophysics. – France. 1988. - vol. 200, - pp. 29-39.
10. Grouchy R.D., Buta R.J., Salo H., Laurikainen E. Ring Star Formation Rates in Barred and Nonbarred Galaxies // The Astronomical Journal, - Bristol. 2010, – vol. 139, Issue 6, -pp. 2465-2493.

11. Byrd G.G., Freeman T., Howard S., Buta R.J. The Ringed Spiral Galaxy NGC4622. II. An Independent Determination that the Two Outer Arms Lead // The Astronomical Journal, - Chicago. 2008, –vol. 135, Issue 1, -pp. 408-413.

12. Fathi K., Beckman J.E., Zurita A., Relano M., Knapen J.H., Daigle O., Hernandez O., Carignan C. Evolution of structure in late-type spiral galaxies. I. Ionized gas kinematics in NGC 628 // Astronomy and Astrophysics, - France, May II 2007.- vol. 466, Issue 3, -pp. 905-916.

13. Laurikainen E., Salo H., Buta R., Knapen J.H. Bars, Ovals, and Lenses in Early-Type Disk Galaxies: Probes of Galaxy Evolution // The Astrophysical Journal Letters, - Bristol, 2009 -vol. 692, Issue 1, pp. L34-L39.

14. Liu X., Shen Y., Bian F., Loeb A., Tremaine S. Constraining Sub-parsec Binary Supermassive Black Holes in Quasars with Multi-epoch Spectroscopy. II. The Population with Kinematically Offset Broad Balmer Emission Lines // The Astrophysical Journal, - Bristol, 2014, Volume 789, Issue 2, article id. 140, 22 pp.

15. Hernandez O., Wozniak H., Carignan C., Amram P., Chemin L., Daigle O. On the Relevance of the Tremaine-Weinberg Method Applied to an Hα Velocity Field: Pattern Speed Determination in M100 (NGC 4321) // The Astrophysical Journal, - Chicago, 2005. - vol. 632, - Issue 1, - pp. 253-265.

16. Beckman J.E., Fathi K., Pinol N., Toonen S., Hernandez O., Carignan C. The Method for Pattern Speeds Using Hα Emission from Ionized Gas // Astronomical Society of the Pacific, – USA. 2008. – vol. 396, - pp. 353-354.

17. Smirnova A.A., Moiseev A.V., Afanasiev V.L. Observational evidence for AGN fueling: I. The case of NGC 6104"Merging with a companion // Astronomy Letters, - Moscow. 2006. - vol. 32,- Issue 8, - pp.520-533

18. Sil'chenko O.K., Moiseev A.V. Nature of Nuclear Rings in Unbarred Galaxies: NGC 7742 and NGC 7217 // The Astronomical Journal, - Chicago. 2006. - vol. 131, Issue 3, - pp. 1336-1346.

19. Knapen J.H., Whyte L.F., de Block W.J.G., van der Hulst J.M. The nuclear ring in the unbarred galaxy NGC 278: Result of a minor merger? // Astronomy and Astrophysics, - France, 2004, - vol. 423, - pp. 481-493

20. Mazzuca L.M., Sarzi M., Knapen J.H., Veilleux S., Swaters R. Minor Merger Origin for the Circumnuclear Starburst in NGC 7742 // The Astrophysical Journal Letters. - Chicago, 2006. –vol. 649. - pp. L79-L82.

21. Tutukov A.V., Fedorova A.V. The role of close passages of galaxies and the asymmetry of their dark haloes in the formation of their spiral patterns // Astronomy Reports. - Moscow 2006. – vol. 50, - Issue 10, - pp. 785-801

22. Mayya Y.D., Bizyaev D., Romano R., Garcia-Barreto J.A., Vorobyov E.I. The Detection of Nonthermal Radio Continuum Spokes and the Study of Star Formation in the Cartwheel // The Astrophysical Journal Letters. - Chicago, 2005. – vol. 620, - pp. L35-L38.

23. Theys J.C., Spiegel E.A. Ring galaxies // The Astrophysical Journal Letters. - Chicago, 1976. – vol. 208, - pp. 650-661.

24. Madore B.F., Nelson E., Petrillo K. Atlas and Catalog of Collisional Ring Galaxies // Astrophysical Journal Supplement Series. – Chicago. 2009. – vol. 181, - pp. 572-604

25. Mapelli M., Mayer L. Ring galaxies from off-centre collisions // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. –Oxford. 2012. –vol. 420, Issue 2, pp. 1158-1166.

26. Lynds R., Toomre A. On the interpretation of ring galaxies: the binary ring system II Hz 4 // Astrophysical Journal. - Chicago, 1976. – vol. 209, - pp. 382 - 388

27. Theys J.C., Spiegel E.A. Ring galaxies. II // Astrophysical Journal. - Chicago, 1977. – vol. 212, - pp. 616-633

28. Horellou C., Combes F. A Model for the Cartwheel Ring Galaxy // Astrophysics and Space Science. -Berlin, 2001. -vol. 276, Issue 2/4, p. 1141-1149.

29. Lavery R.J., Remijan A.J. Probing the Evolution of the Galaxy Interaction/Merger Rate Using Distant Collisional Ring Galaxies // Dynamics of Galaxies: from the Early Universe to the Present, 15th IAP meeting held in Paris, France, July 9-13, 1999, Eds.: Francoise Combes, Gary A. Mamon, and Vassilis Charmandaris ASP Conference Series, Vol. 197, 2000, p. 327.

30. Comerón S. Inner rings in disc galaxies: dead or alive // Astronomy & Astrophysics. – Les Ulis. 2013, -vol. 555, id. L4, 9 pp.
31. Korchagin V., Mayya Y.D., Vorobyov E. Optical Color Gradients in Star-forming Ring Galaxies // The Astrophysical Journal. 2001, -Chicago. –vol. 554, Issue 1, pp. 281-290.
32. Vorobyov E.I., Bizyaev D. Propagation velocities of gas rings in collisional ring galaxies // Astronomy and Astrophysics, - Les Ulis, 2003. - vol. 400, - pp. 81-93
33. Bizyaev D.V., Moiseev A.V., Vorobyov E.I. Propagating Star Formation in the Collisional Ring Galaxy Arp 10 // The Astrophysical Journal, 2007. - vol. 662, Issue 1, - pp. 304-321.
34. Fosbury R.A.E., Hawarden T.G. A0035 'The Cartwheel' a large southern ring galaxy // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. Feb.1977. - vol. 178, - pp. 473-487.
35. Appleton P.N., Mundell C., Bitsakis T., Lacy M., Alatalo K., Armus L., Charmandaris V., Duc P.-A., Lisenfeld U., Ogle P. Accretion-Inhibited Star Formation in the Warm Molecular Disk of the Green-valley Elliptical Galaxy NGC 3226? // The Astrophysical Journal. 2014, -Bristol. –vol. 797, Issue 2, article id. 117, 17 pp.
36. Higdon J.L., Higdon S.J.U., Rand R.J. Wheels of Fire. IV. Star Formation and the Neutral Interstellar Medium in the Ring Galaxy AM0644-741 // The Astrophysical Journal, -Bristol, 2011. –vol. 739, Issue 2, article id. 97, 24 pp.
37. Pizzolato F., Wolter A., Trinchieri G. Chandra observations of the ULX N10 in the Cartwheel galaxy // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, -Oxford, 2010. –vol. 406, Issue 2, pp. 1116-1124.
38. Baldwin J.E., Lynden-Bell D., Sancisi R. Lopsided galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 1980. – vol. 193, - pp. 313-319
39. Noordermeer E., Sparke L.S., Levine S.E. The kinematics of lopsided galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2001. –

vol. 328, Issue 4, pp. 1064-1080.

40. Christlein D., Zaritsky D. The Kinematic Properties of the Extended Disks of Spiral Galaxies: A Sample of Edge-on Galaxies // The Astrophysical Journal, - Bristol, 2008. –vol. 680, Issue 2, pp. 1053-1071.

41. Bournaud F., Combes F., Jog C.J., Puerari I. Lopsided spiral galaxies: evidence for gas accretion // Astronomy and Astrophysics. – France. 2005. – vol. 438, - pp. 507-520

42. Espada D., Verdes-Montenegro L., Huchtmeier W.K., Sulentic J., Verley S., Leon S., Sabater J. The AMIGA sample of isolated galaxies. VIII. The rate of asymmetric H i profiles in spiral galaxies // Astronomy & Astrophysics, – Les Ulis. 2011. –vol. 532, id.A117, 14 pp.

43. Jog, Chanda J.; Maybhate, Aparna Measurement of non-axisymmetry in centres of advanced mergers of galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, - Oxford. 2006, -vol. 370, Issue 2, pp. 891-901.

44. Swaters R.A., Schoenmakers R.H.M., Sancisi R., van Albada T.S. Kinematically lopsided spiral galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford.1999. – vol. 304, - pp. 330-334.

45. Van Eymeren J., Jutte E., Jog C.J., Stein Y., Dettmar R-J. Lopsidedness in WHISP galaxies. II. Morphological lopsidedness // Astronomy & Astrophysics. – Les Ulis. 2011. –vol. 530, id.A29, 14 pp.

46. Van Eymeren J., Jutte E., Jog C.J., Stein Y., Dettmar R-J. Lopsidedness in WHISP galaxies. II. Morphological lopsidedness // Astronomy & Astrophysics. – Les Ulis. 2011. –vol. 530, id.A30, 15 pp.

47. Heller A.B., Brosch N., Almoznino E., van Zee L. & Salzer J. Lopsidedness in dwarf irregular galaxies, // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2000, -vol. 316, -pp. 569- 587

48. Swaters R.A., van Albada T.S., van der Hulst J.M. & Sancisi R. The Westerbork HI survey of spiral and irregular galaxies. I. HI imaging of late-type dwarf galaxies, // Astronomy and Astrophysics. - France, 2002, -vol. 390, -pp. 829-861

49. Reichard T.A., Heckman T.M., Rudnick G. Brinchmann J., Kauffmann G. The Lopsidedness of Present-Day Galaxies: Results from the Sloan Digital Sky Survey // The Astrophysical Journal.- Bristol. 2008. –vol. 677, Issue 1, pp. 186-200.

50. Angiras R.A., Jog C.J., Omar A., Dwarakanath K. S. Origin of disc lopsidedness in the Eridanus group of galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2006. – vol. 369, - pp. 1849-1857

51. Angiras R.A., Jog C.J., Dwarakanath K.S., Verheijen M.A.W. Spatial and kinematical lopsidedness of atomic hydrogen in the Ursa Major group of galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2007, -vol. 378, - pp. 276-284

52. Wu X., Zhao H.-S., Famaey B. Lopsidedness of cluster galaxies in modified gravity // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. – London. 2010. Issue 06, id. 010.

53. Jog C. J. Dynamics of Orbits and Local Gas Stability in a Lopsided Galaxy // Astrophysical Journal. - Chicago, 1997. – vol. 488, - pp. 642-651.

54. Jog C.J. Large-scale asymmetry of rotation curves in lopsided spiral galaxies // Astronomy and Astrophysics. - France, 2002. –vol. 391, - pp. 471-479.

55. Reichard T., Heckman T., Lotz J., Somerville R. The Lopsidedness of Present-Day Galaxies: Similarities with Simulated Minor Merger Galaxies // American Astronomical Society, AAS Meeting #215, id.410.24; Bulletin of the American Astronomical Society. – Washington. 2010. -vol. 42, p.238.

56. Saha K., Combes F., Jog, C.J. Global lopsided instability in a purely stellar galactic disc // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2007. –vol. 382, - pp. 419-432.

57. Peiris H., Tremaine S. Eccentric-Disk Models for the Nucleus of M31 // The Astrophysical Journal. - Chicago, 2003, -vol. 599, Issue 1, pp. 237-257

58. Statler T.S. The Shape and Orientation of NGC 3379: Implications for Nuclear Decoupling // The Astronomical Journal. - Chicago, 2001. – vol. 121, - pp. 244-253.

59. Jog C.J. Maybhate A. Measurement of non-axisymmetry in centres of advanced mergers of galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2006. – vol. 370, - pp. 891-901.

60. Jog C.J., Combes F. Lopsided spiral galaxies // Physics review. 2009. – vol. 471, pp. 1-75

61. Jarrett T.H., Chester T., Cutri R., Schneider S.E., Huchra J.P. The 2MASS Large Galaxy Atlas // The Astronomical Journal. - Chicago, 2003. – vol. 125, - pp. 525-554.

62. Reichard T.A., Heckman T.M., Rudnick G., Brinchmann J., Kauffmann G.,Wild V. The Lopsidedness of Present-Day Galaxies: Connections to the Formation of Stars, the Chemical Evolution of Galaxies, and the Growth of Black Holes // The Astrophysical Journal. – Bristol. 2009. –vol. 691, Issue 2, pp. 1005-1020.

63. Bershady M., Verheijen M., Andersen D. The Intrinsic Ellipticity of Spiral Disks // Astronomical Society of the Pacific. – USA. 2002. – vol. 275, - pp. 39-42

64. Castro- Rodrigues N., Lopez-Corredoira M., Sanchez-Saavedra M.L., Battaner E. Warps and correlations with intrinsic parameters of galaxies in the visible and radio // Astronomy and Astrophysics. –Les Ulis. 2002. -vol. 391, pp.519-530

65. Lopez-Corredoira M., Betancort-Rijo J., Beckman J.E. Generation of galactic disc warps due to intergalactic accretion flows onto the disc // Astronomy and Astrophysics. –Les Ulis. 2002, -vol. 386, pp. 169–186.

66. Lopez-Corredoira M., Cabrera-Lavers A., Garzon F., Hammersley P.L. Old stellar Galactic disc in near-plane regions according to 2MASS: Scales, cut-off, flare and warp // Astronomy and Astrophysics. –Les Ulis. 2002, -vol. 394, pp. 883-889.

67. Sancisi R. Warped HI disks in galaxies // Astronomy and Astrophysics. – France. 1976, -vol. 53, - pp.159-165

68. Arp H. Atlas of Peculiar Galaxies // Carnegie Institution of Washington, - Washington, 1966, - P. 238.

69. Sandage A. The Hubble Atlas of Galaxies // Carnegie Institution of Washington, - Washington, 1961, - P. 66

70. Lynden–Bell D. On a mechanism that structures galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 1979, -vol. 187, - pp. 101-107

71. Martin R.G. The warped disc of NGC 4258 // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2008. – vol. 387, Issue 2, pp. 830-838

72. Sancisi R., Fraternali F., Oosterloo T., van Moorsel G. The Vertical Structure and Kinematics of HI in Spiral Galaxies // ASP Conference Series. - San Francisco: Astronomical Society of the Pacific. 2001, -vol. 230. Edited by Funes J.G., Corsini S.J., Corsini E.M., pp. 111-118

73. Garcıa-Ruiz I., Sancisi R., Kuijken K. Neutral hydrogen and optical observations of edge-on galaxies: Hunting for warps // Astronomy and Astrophysics. – Les Ulis, 2002. –vol. 394, pp. 769–789.

74. Sanchez-Saavedra M.L., Battaner E., Guijarro A., Lopez-Corredoira M., Castro-Rodriguez N. // Astronomy and Astrophysics. – France, 2003. – vol. 399, - pp. 457-467

75. V. Reshetnikov, E. Battaner et al. VizieR Online Data Catalog: Galaxy warps in the HDF North and South // Astronomy and Astrophysics. - France, 2002. - vol. 382, - pp. 513–521

76. N. Castro-Rodrıguez, Lopez-Corredoira M. et al. VizieR Online Data Catalog: Warps of galaxies // Astronomy and Astrophysics. - France, 2002. – vol. 391, - pp. 519–530

77. M. L. Sanchez-Saavedra, E. Battaner et al. VizieR Online Data Catalog: Warps in southern hemisphere galaxies // Astronomy and Astrophysics. - France, 2003. - vol. 399, - pp. 457–467

78. Hunter C. The spectra of small oscillations of thin disk galactic models // Studies in Applied Mathematics. - New Jersey, 1969, - vol. 48, № 1, - pp. 55-64

79. Hunter C., Toomre A. Dynamics of the bending of the Galaxy // The Astronomical Journal. – Chicago. 1969, - vol. 155, № 3, Part 1, - pp. 747-755

80. Hunter C. Self-gravitating gaseous disks // Annual Rev. Fluid Mech., - Palo Alto, Calit. 1972,-vol. 4. - pp. 219-231

81. Marochnik L.S., Suchkov A.A. The Milky Way Galaxy // Gordon & Breach, - Edinburgh, 1994, -pp. 384

82. Zhao Jun – Liang. Age metallicity relation of stars in the Galactic thick disk // Progress in Astronomy, - China. 2005. - vol. 23, - pp. 346 - 354,

83. Soubiran C., Bienayme' O., Siebert A. Vertical distribution of Galactic disk stars. I. Kinematics and metallicity // Astronomy and Astrophysics, - France, 2003. - vol. 398, - pp. 141-151,

84. Burke B.F. Systematic distortion of the outer regions of the Galaxy // The Astronomical Journal. – Chicago. 1957. - vol. 62, - pp. 90

85. Kerr F.J. A Magellanic effect on the galaxy //Astronomical Journal, – Chicago. 1957. - vol. 62, -pp. 93-93,

86. Lozinskaya T.A., Karadashev N.S. Deformation of the Gas Disk of the Galaxy //Soviet Astronomy. - Moscow, 1963. - vol. 6, -pp. 658-664

87. Moiseev A.V., Lozinskaya T.A. Ionized gas velocity dispersion in nearby dwarf galaxies: looking at supersonic turbulent motions // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2012. -vol. 423, Issue 2, - pp. 1153-1156.

88. Sparke L.S. The warp of the Milky Way // Back to the Galaxy. AIP Conference Proceedings (1992). 1993. - vol. 278, - pp. 447-456,

89. Noordermeer E., Sparke L.S., Levine S.E. The kinematics of lopsided galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2001. - vol. 328, Issue 4, - pp. 1064-1080

90. Cersosimo J.C., Mader S.L., Azcarate D.E., Santiago Figueroa N. A New Search for Warped Ionized Gas at the Southern Milky Way // American Astronomical Society, 207th AAS Meeting, id. 133.09; Bulletin of the American Astronomical Society. – Washington. 2005. - vol. 37, - p.1384

91. Cersosimo J.C., Mader S., Figueroa N.S., Vélez S.F., Soto C.L., Azcárate D. Warped Ionized Hydrogen in the Galaxy //The Astrophysical Journal, - Chicago. 2009. - vol. 699, - pp. 469-477

92. Dedes L., Kalberla P.W.M. Properties of extra-planar H I clouds in the outer part of the Milky Way // Astronomy and Astrophysics, -Les Ulis. 2010. –vol. 509, id.A60, 9 pp.

93. Dinescu D.I., Girard T.M., van Altena W.F., Lopez C.E. Absolute Proper Motion of the Sagittarius Dwarf Galaxy and of the Outer Regions of the Milky Way Bulge // The Astrophysical Journal. –Bristol. 2004. –vol. 618, Issue 1, pp. L25-L28

94. Ehlerova S., Palous J. H I shells in the outer Milky Way // Astronomy and Astrophysics. –Les Ulis. 2005. –vol. 437, Issue 1, pp.101-112

95. Rocha-Pinto H.J., Majewski S.R., Skrutskie M.F., Crane J.D., Patterson R.J. Exploring Halo Substructure with Giant Stars: A Diffuse Star Cloud or Tidal Debris around the Milky Way in Triangulum-Andromeda // The Astrophysical Journal. –Chicago. 2004. –vol. 615, Issue 2, pp. 732-737

96. May, J., Murphy, D. C., & Thaddeus, P. A wide latitude CO survey of the third galactic quadrant //Astronomy and Astrophysics Supplement Series. - Lausanne, 1988. - vol. 73, - pp. 51-83,

97. Sodroski T.J., Dwek E., Hauser M.G., Kerr F.J. Large-scale dust morphology and physical conditions from IRAS observations // Astrophysical Journal, - Chicago. 1987. - vol. 322, - pp. 101-112,

98. Orsatti A.M. The Puppis region and the last crusade for faint OB stars //Astronomical Journal, - Chicago. 1992. - vol. 104, - pp. 590-612,

99. Miyamoto M., Yoshizawa M., Suzuki S. An optical warp of the Galaxy //Astronomy and Astrophysics, - France, 1988. - vol. 194, - pp. 107-115,

100. Gum C.S., Kerr F.J., Westerhout G. A 21-cm determination of the principal plane of the Galaxy // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 1960, - vol. 121, - pp. 132-138.

101. Georgelin Y.M., Georgelin Y.P. The spiral structure of our Galaxy determined from HII regions // Astronomy and Astrophysics. – France. 1976, - vol. 49, - pp. 57-62.

102. Tremblin P., Anderson L. D., Didelon P., Raga A. C., Minier V., Ntormousi E., Pettitt A., Pinto C., Samal M. R., Schneider N., Zavagno A. Age, size, and position of H ii regions in the Galaxy. Expansion of ionized gas in turbulent molecular clouds // Astronomy and Astrophysics. – Les Ulis. 2014, – vol. 568, -id.A4, - 7 pp.

103. Barhatova K.A., Pilskaya O.P. // Publication of Astronomical Institute of Czech. Academy of Sciences., 1983, - № 56, - pp. 14-18

104. Lynga G. Open star clusters and the evoluion of the galactic disk // Publication of Astronomical Institute of Czech. Academy of Sciences., 1983, № 56, pp. 292-297

105. Clemens D. P., Simon R., Jackson J.M., Bania T.M. Galactic Molecular Gas: Large-Scale Distribution, Kinematics, and Structure // ASP Conference Series, 2001. Vol. 231. Edited by Woodward C.E., Bicay M.D., Shull J.M. -San Francisco: Astronomical Society of the Pacific. ISBN: 1-58381-064-1, p.186

106. Efremov Yu.N., Ivanov G.R., Nikolov N.S. Cepheid space distribution and the structure of the Galaxy // Astrophysics and Space Science. - Heidelberg 1981, - V. 75, - pp. 407-411

107. Бердников Л.Н. Распределение цефеид в Галактике // Письма в Астрономический журнал. - Москва, 1987, - том 13, - сс. 110-113

108. Миртаджиева К.Т. К вопросу об искривлении диска Галактики // Узбекский физический журнал. – Ташкент. 2000. 2, - № 5-6, - сс. 353-361,

109. Mirtadjiytva K.T. Structure of the Milky Way in Selected Directions //Astronomical Society of the Pacific Series. – USA. 2001. -vol. 228, - pp. 532-534,

110. Parker R.J., Dale J.E. On the spatial distributions of stars and gas in numerical simulations of molecular clouds // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2015, - vol. 451, - pp. 3664-3670

111. Younger J.D., Besla G., Cox T.J., Hernquist L. Robertson B., Willman B. On the Origin of Dynamically Cold Rings around the Milky Way //The Astrophysical Journal. - Chicago. 2008. - vol. 676, - pp. L21-L24,

112. Засов А.В., Сильченко О.К. Диски галактик и их эволюция //Конференции и симпозиумы, УФН, 2000. - сс. 434-439

113. White S.D.M. Formation and evolution of galaxies // Max – Planck - Institute, Germany, 1996, - course 8, - pp. 353-430

114. Angulo R.E., White S.D.M., Springel V., Henriques B. Galaxy formation on the largest scales: the impact of astrophysics on the baryonic acoustic oscillation peak // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2014, - vol. 442, Issue 3, - pp. 2131-2144

115. Layzer D. Is the origin of the solar system connected with the overall structure of the universe? //Astronomical Journal, - Chicago, 1954, - vol. 59, - pp. 170-172

116. Peebles P.J.E., Dicke R.H. Origin of the globular star clusters // The Astrophysical Journal. - Chicago, 1968, -V. 154, №3, Part 1, -pp. 891-908

117. Зельдович Л.В., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной // Наука, - Москва. 1975, - с.382

118. Сучков А.А. Галактики знакомые и загадочные // Наука, - Москва.1988, с.192

119. Hoyle F. On the Fragmentation of Gas Clouds Into Galaxies and Stars // Astrophysical Journal, - Chicago, 1953. - vol. 118, - pp. 513-528,

120. Barkana R., Loeb A. In the beginning: the first sources of light and the reionization of the universe // Physics Reports. - Amsterdam. 2001, - vol. 349, - pp. 125-238,

121. Springel V., White S.D.M. et al. Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars // Nature. – London. 2005. - vol. 435, -pp. 629-636,

122. Aumer M., White S.D.M., Naab T. The diverse formation histories of simulated disc galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 2014, - vol. 441, Issue 4, - pp. 3679–3695

123. van den Bosch F.C. Semianalytical Models for the Formation of Disk Galaxies. I. Constraints from the Tully-Fisher Relation // The Astrophysical Journal. –Chicago. 2000. –vol. 530, Issue 1, pp. 177-192

124. White S.D.M. Simulations of Disk Galaxy Formation in their Cosmological Context // The Galaxy Disk in Cosmological Context, 2009. Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, 2009, -vol. 254. Edited by J.Andersen, J.Bland-Hawthorn, and B. Nordström, p. 19-20

125. Поляченко В.Л., Фридман А.М. Равновесие и устойчивость гравитирующих систем// Наука, - Москва. 1976, 447 с. (Fridman A.M., Polyachenko V.L., Physics of gravitating systems, Springer-Verlag, New-York, 1984, vol.1,2)

126. Под ред. Лонгейера М. Крупномасштабная структура Вселенной // Наука, - Москва. 1981. -сс.140

127. Горбацкий В.Г. Введение в физику галактик и скоплений галактик // Наука, - Москва. 1986, -сс.256,

128. Идлис Г.М. Общее выражение для фазовой плотности конечных стационарных осесимметричных самогравитирующих звездных систем и их дифференциальное осевое вращение // Доклады АН СССР, 1958, - том 123, № 6, - сс. 994-997

129. Идлис Г.М. Связь общих свойств гравитационного потенциала звездных систем с общим видом интегралов движения отдельной звезды // Известия Астрофизического Института АН Казахской ССР, 1961, - том 8, сс. 24-52

130. Морозов А.Г., Поляченко В.А., Шухман И.Г. Устойчивость гравитационных систем с квадратичным потенциалом // Препринт Сиб ИЗМИР СО АН СССР, Иркутск, 1973, -№ 1, сс. 73-79

131. Бисноватый – Коган Г.С., Зельдович Я.Б. О моделях скоплений масс с квадратичным гравитационным потенциалом // Астрофизика, 1970, -том 6, сс. 387-393

132. Бисноватый-Коган Г.С. Модели диковых систем гравитирующих точечных масс со степенным распределением поверхностной плотности // Письма в Астрономический журнал, - Москва. 1975, - том 1, № 9, сс. 3-6
133. Lin C.C. On the mathematical theory of a galaxy of stars // SIAM J. Appl. Math., 1966, - vol. 14, № 4, -pp. 876-882
134. Lin C.C., Shu Frank H. On the spiral structure of disk galaxies // Proceedings of the National Academy of Sciences. - USA, 1966,- vol. 55, № 2, - pp. 229-238
135. Davis B.L., Kennefick D., Kennefick J., Westfall K.B., Shields D.W., Flatman R., Hartley M.T.. Berrier J.C.. Martinsson T.P.K.. Swaters R.A. A Fundamental Plane of Spiral Structure in Disk Galaxies // The Astrophysical Journal Letters. –Bristol. 2015. –vol. 802, Issue 1, article id. L13, 5 pp.
136. Hameed S., Young L.M. The Role of Interactions in the Evolution of Highly Star-forming Early-Type (Sa-Sab) Spiral Galaxies // The Astronomical Journal. – Chicago. 2003. –vol. 125, Issue 6, pp. 3005-3024
137. Jeans J. Astronomy and Cosmology // - Cambridge, 1929, - P. 287
138. Toomre A. On the gravitational stability of a disk of stars // Astrophysical Journal, - Chicago, 1964, - vol. 139, № 4, - pp. 1217-1231
139. Goldreich P., Lynden-Bell D. Gravitational stability of uniformly rotating disks // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford., 1965, - vol. 130, № 2-3, - pp. 97-110
140. Goldreich P., Lynden-Bell D. Spiral arms as sheared gravitational instabilities // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford. 1965, - vol. 130, № 2-3, -pp. 125-132
141. Innanen K.A. A note on the dynamics of the bending of the Galaxy // Royal Astronomical Society. Canada, 1969, -vol. 63, № 5, -pp. 260-274
142. Поляченко В.Л., Шухман И.Г. Устойчивость гравитирующих систем с квадратичным потенциалом // Астрономический журнал. – Москва. 1973, - том 50, - сс. 97-109

143. Freeman K.C. Structure and evolution of barred spiral galaxies III // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – Oxford.1966, -vol. 134, № 1, - pp.15-22

144. Kalnajs A.J. The equilibria and oscillations of a family of uniformly rotating stellar disks // Astrophysical Journal. - Chicago, 1972, - vol. 175, № 1, Part 1, - pp. 63-78

145. Нуритдинов С.Н. Нестационарные фазовые модели дискообразных бесстолкновительных гравитирующих систем и их устойчивость // Динамика гравитирующих систем и методы аналитической небесной механики, Наука. - Алма–Ата. 1987, - сс. 65 - 67

146. Нуритдинов С.Н. Нелинейные модели и физика неустойчивости неравновесных бесстолкновительных самогравитирующих систем // автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук, - Санкт-Петербург, 1993

147. Антонов В.А., Нуритдинов С.Н. Неустойчивости нелинейно пульсирующей модели звездной системы // Астрономический журнал, – Москва, 1981, -том. 58, -сс. 1158-1166

148. Нуритдинов С. Н. Неустойчивость нелинейно пульсирующей модели звездной системы. Объемные возмущения: модель Камма // Астрономический журнал, – Москва, 1991, -том. 68, -с. 763-781

149. Малкин И. Г., Теория устойчивости движения // Наука. – Москва. 1967, -С. 458

150. Джонс Б., Рис М. Эпоха образования галактик // “Крупномасштабная структура Вселенной”, Симпозиум МАС №79, Мир, – Москва. 1981, - сс. 416-428

151. Амбарцумян В.А. Нестационарные явления в мире звезд и галактик // Научные труды, Ереван, 1988. - том 3, - сс. 325 - 338

152. Нуритдинов С.Н. Астрономический Циркуляр, Ленинград, 1992. – том 1553, - сс. 9-10

153. Абрамян М.Г. Динамика вложенных гравитирующих систем // Автореферат на соиск. уч.ст. док.н., Ереван, 1986

154. Binney J., Tremaine S. Galactic dynamics // Princeton University Press, - Princeton. 1987, - pp. 733-747

155. Миртаджиева К.Т. Ранняя эволюция дискообразных самогравитирующих систем: новые анизотропные модели // Узбекский Физический Журнал, -Ташкент. 2003, - том 5, N 4, - сс. 223-228.

156. Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N. Instabilities in a nonstationary model of self-gravitating disk. IV. Generalization of models and comparision of results //Astrophysics, - Berlin 2012, -Vol. 55, Issue 4, - pp. 551-564

157. Olsen K.A.G., Salyk C. A Warp in the Large Magellanic Cloud Disk? // The Astronomical Journal. –Chicago. 2002. –vol. 124, Issue 4, pp. 2045-2053

158. Нуритдинов С.Н. О нелинейной неустойчивости звездного диска Маклорена при наличии обширного гало // Астрономический журнал, – Москва. 1981, - том 58, - сс. 524-528

159. Кирбижекова И.И., Нуритдинов С.Н. Нелинейные нерадиальные колебания двумерных моделей. I // Сборник Астрофизика и физика атмосферы, - Ташкент, 1989, - сс. 33-37

160. Mirtadjieva K.T. On the non-linear non-radial Oscillations of a Disc-like Model with Passive Halo // Astronomische Gesellschaft A.S., 2000, vol. 16, pp. 41-68.

161. Mirtadjieva K.T. Nonlinear evolution of disk-like subsystems of galaxies at presence of halo // Astrophysics and Applied Mathematics, - Karachi, 2009. - vol. 1, - pp. 47-52.

162. Bournaud F., Combes F. Formation of polar ring galaxies // Astronomy and Astrophysics. - France, 2003, - vol. 401, pp. 817-833

163. Вокулер Ж.//Строение звездных систем, - Москва. 1962, сс. 351-375

164. Воронцов-Вельяминов Б.А.//Астрономический журнал, - Москва. 1960, -том 37, №3, -сс. 381-394

165. Костюк И.П.//Собщ.САО-АН, 1975, №13, с. 45-62; 1979, №26, с. 33-50

166. Нуритдинов С.Н., Усарова М. //Проблемы физики и динамика звездных систем, Ташкент. 1989, -с. 49

167. Buta R. The Catalog of Southern Ringed Galaxies // Astrophysical Journal Supplement Series.- Chicago 1995, - vol. 96, - pp. 39-116

168. Антонов В. А. Учен. записки ЛГУ. - Санкт-Петербург, 1976. – том. 32, с. 79-84

169. Нуритдинов С. Н. Неустойчивость нелинейно пульструюўей модели звездной системы. Объемные возмущения на фоне неравновесного шара Эйнштейна // Астрономический журнал, - Москва, 1985. -том .62, - сс. 506-517

170. Bournaud F., Jog C.J. & Combes F. Galaxy mergers with various mass ratios: Properties of remnants // Astronomy and Astrophysics. - France, 2005, -V. 437, -pp. 69-85

171. Миртаджиева К.Т., Нуритдинов С.Н., Мирзаев А.Т. Зависит ли эффект кривобокости от геометрии моделей самогравитирующих систем // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2011. – №6. – С.38-41

172. Бисноватый – Коган Г. С. Устойчивость эллиптических звездных дисков. II. // Астрофизика. – Ереван, 1991. –том 35, -сс.271-286

173. Mirtadjieva K.T., Nuritdinov S.N., Ruzibaev J.K., Muhammad Khalid Instabilities in a nonstationary model of self-gravitating disks. III. The phenomenon of lopsidedness and a comparison of perturbation modes // Astrophysics. – Berlin. 2011. - vol. 54, - Issue 2, -pp.184-202

174. Идлис Г.М. Теория о изгибах // Астрономический журнал. - Москва, 1952, том 29, сс. 694-698

175. Kahn F.D., Woltier L. Intergalactic matter and the Galaxy // Astrophysical Journal, - Chicago. 1959, - vol. 130, - pp. 705-711.

176. Lynden–Bell D. Free precession for the Galaxy // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, - Oxford. 1965, - vol. 129, - pp. 301-307

177. Ann H.B., Park J.-C. Warped disks in spiral galaxies // 2006, New Astronomy, - vol. 11, -pp. 293-305.

178. Поляченко В.Л., Шухман И.Г. Нелинейные волны в бесстолкновительных системах // Астрономический Журнал, - Москва. 1979, -том 56, №5, -сс.957-964