АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
ТАШКЕНТСКИЙ ПЕДИАТРИЧЕСКИЙ МЕДИЦИНСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи
УДК 539.1, 539.14, 539.143

НУРМУХАМЕДОВ АБДУФАТТАХ МАХКАМОВИЧ

ВИГНЕРОВСКАЯ СПИН-ИЗОСПИНОВАЯ *SU*(4)-СИММЕТРИЯ, НАРУШАЮЩИЕ ФАКТОРЫ, СТЕПЕНЬ РЕАЛИЗАЦИИ СИММЕТРИИ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ В ОБЛАСТИ ТЯЖЕЛЫХ АТОМНЫХ ЯДЕР

01.04.08 – Физика атомного ядра и элементарных частиц. Ускорительная техника

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени доктора физико-математических наук (DSc)

Научный консультант: Муминов Т.М.,
д.ф.-м.н., профессор, академик АН РУз

Ташкент – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и востребованность темы диссертации. В настоящее время в мире развитие экспериментальной базы ядерной физики направлено на получение нуклидов с необычными свойствами, которые называются экзотическими. Различные созданные экспериментальные комплексы нацелены на изучение нуклидов с аномальным составом протонов и нейтронов. Помимо решения ядерных проблем такие комплексы представляют большой интерес для объяснения астрофизических процессов. В области сверхтяжелых атомных ядер они предназначены для наблюдения релятивистических эффектов и их влияния на описание атомных свойств новых элементов Периодической таблицы Д.И. Менделеева. Для успешного решения поставленных перед этими комплексами задач необходимо получение экспериментальной информации о массиве экзотических ядер на нуклидной карте. Получение этой экспериментальной информации требует адекватных предсказаний свойств ядер методами теоретической физики.

Для решения этой важной задачи наилучшим подходом является использование теории, основанной на суперсимметрии в описании сложных квантовых систем. Такой подход значительно упрощает моделирование свойств ядер и позволяет описать большие массивы данных. Отсюда следует актуальность диссертации, поскольку в диссертационной работе рассматриваются вопросы, связанные с реализацией такой суперсимметрии, как вигнеровская спин-изоспиновая $SU(4)$-симметрия в атомных ядрах. Востребованными являются возможные следствия установления спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в ядрах, т.к. существующая симметрия позволит более успешно теоретически описать такую сложную систему как атомное ядро.

В нашей республике удаляется большое внимание экспериментальным и теоретическим аспектам исследования атомных ядер. Направление этих фундаментальных исследований, имеющих большое значение для развития

науки нашей страны, связаны со Стратегией[1] действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017-2021 гг.

Данная диссертационная работа служит реализации задач, утвержденных в государственных нормативных документах, в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-4947 «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» от 07 февраля 2017 года, а также в «Дорожной карте основных направлений структурных реформ в Узбекистане на 2019-2021 годы», опубликованной правительством Республики Узбекистан 29 ноября 2018 года.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан II. “Энергетика, энергосбережение и альтернативные источники энергии».

Обзор международных научных исследований по теме диссертации. Исследования вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии проводятся ведущими мировыми научными центрами и высшими образовательными учреждениями, такими, как University of Wisconsin-Madison (США), Scuola Normale Superiove-Pisa (Италия), INFN Sezione de Pisa (Италия), The Niels Bohr Institute (Копенгаген, Дания), Cyclotron Laboratory and Physics Depertment, Michigan State University (США), Indiana University (Bloomington, США), Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт” (Россия), Московский физико-технический институт (Россия) и др.

По исследованиям вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии на мировом уровне были получены научные результаты, в том числе: группой Галонского на циклотроне Университета Индианы (США) в реакции перезарядки pn- типа экспериментально обнаружено вырождение

[1] Указ Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 07 февраля2017 г. «О Стратегии действий по дальнейшему развитию РеспубликиУзбекистан на 2017–2021 годы».

аналогового резонанса (АР) и Гамов-Теллеровского резонанса (ГТР) в области тяжелых ядер. Вырождение АР и ГТР было теоретически предсказано Гапоновым и др. в случае восстановления вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии. Но реакция перезарядки является достаточно грубым методом, связанным с высокими фоновыми условиями эксперимента. Для точного определения области восстановления вигнеровской симметрии необходимо произвести анализ масс ядер. Были предприняты интенсивные попытки экспериментального обнаружения восстановления спин-изоспиновой симметрии в области тяжелых ядер на основе анализа масс ядер. Несмотря на большой объем выполненных исследовательских работ, они не увенчались успехом в результате допущенных авторами методических ошибок.

В настоящее время в мире исследования вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии проводятся по ряду приоритетных направлений, в том числе: получение экспериментальной информации о массиве экзотических ядер, экспериментальное обнаружение восстановления спин-изоспиновой симметрии в области тяжелых ядер в лабораториях Национального исследовательского центра “Курчатовский институт» и Московского физико-технического института (Россия).

Степень изученности проблемы. Исследованиями вигнеровской симметрии занимаются многие ученые ведущих научных центров мира, например, американские (Э. Вигнер, А. Галонский и др., Д. Баитум и др.), итальянские (П. Францини и А. Радикати), российские (Ю.В. Гапонов, Ю.И. Григорьян, Ю.С. Лютостанский, Б. Шульгина, Д.М. Владимиров и др.).

По анализу экспериментальной реализации массовой формулы Э. Вигнера, пользуясь данными по массам ядер в области $A \leq 110$, определена степень универсальности эмпирических функций Э. Вигнера и экспериментальные значения фактора-критерия, которые по Э. Вигнеру зависят только от изоспина T_z. (П. Францини и А. Радикати). Однако они пользовались ограниченным числом экспериментальных значений масс ядер,

и ими была допущена методическая ошибка – при вычислении фактора-критерия, они вместо массы ядра использовали табличные значения масс нейтральных атомов. Проведен анализ экспериментальных данных масс ядер на предмет обнаружения восстановления вигнеровской симметрии в области тяжелых ядер (Ю.В. Гапонов, Ю.И. Григорьян, Ю.С. Лютостанский, Б. Шульгина, Д.М. Владимиров). Авторы исправили фактор-критерий с учетом кулоновских поправок и эффект спаривания учитывался ими искусственно. Использование неверных исходных данных не позволило аналитически описать эмпирические функции Вигнера, оценить степень реализации вигнеровской симметрии в атомных ядрах и определить область восстановления спин-изоспиновой симметрии.

Существуют факторы, приводящие к нарушению вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах. Роль и доля нарушающих факторов в спин-изоспиновой симметрии не установлены и степень нарушения симметрии в каждом нуклиде не изучена. Кроме этого, остается открытой гипотеза об экспериментальном обнаружении восстановления вигнеровской спин-изоспиновой симметрии в атомных ядрах. Главным препятствием для решения этой проблемы является неопределенность функциональной зависимости универсальных эмпирических функций массовой формулы Вигнера от параметров ядра. Для оценки степени нарушения вигнеровской симметрии необходимо знать точное математическое выражение критерия-фактора, при помощи которого возможен статистический анализ данных на предмет восстановления спин-изоспиновой симметрии в атомных ядрах.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высших образовательных и научно-исследовательских учреждений, где выполнена диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с планами научно-исследовательских работ Института ядерной физики и Ташкентского педиатрического медицинского института по темам: ОТ-Ф2-011 «Исследования эффекта полного внешнего отражения в

γ – диапазоне электромагнитного излучения» (2007 – 2011); Ф2-ФА-Ф114 «Исследование формирования легких элементов и свойств экзотических ядер, образующихся в реакциях при низких энергиях» (2012 – 2016).

Целью исследования является выяснение роли нарушающих спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию факторов, определение степени нарушений вигнеровской симметрии в ядрах и доказательство восстановления спин-изоспиновой симметрии в области тяжелых атомных ядер.

З**адачи исследования**:

на основе экспериментальных (литературных) данных по массам атомных ядер получить эмпирические аналитические выражения функций для вигнеровской массовой формулы в широком диапазоне изменения массового числа;

произвести физическую интерпретацию универсальных эмпирических функций Вигнера путем сопоставления массовой формулы Вигнера с формулой Вайцзеккера;

оценить степень реализации вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах путем расчета фактора-критерия для атомных ядер в широком диапазоне изменения массового числа;

получить точную теоретическую формулу фактора-критерия для случая полной реализации вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии, зависящую от изоспина и учитывающую вигнеровский тип ядер;

произвести анализ расчетных значений фактора-критерия методом t-критерия Стьюдента на предмет реализации вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии для атомных ядер в широком диапазоне изменения массового числа, определить область восстановления симметрии и установить наивысшую достоверность статистических выводов t-критерия Стьюдента;

для области ядер с восстановленной вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрией рассчитать абсолютные значения масс атомных ядер и сопоставить с экспериментальными данными.

Объектом исследования является спин-изоспиновая $SU(4)$-симметрия, характерная для сильного взаимодействия.

Предметом исследования являются экспериментальные данные по массам атомных ядер в широком диапазоне изменения массового числа, накопленные за все время развития ядерной физики, и опубликованные в открытой научной литературе.

Методы исследования: анализ экспериментальных (литературных) данных по массам атомных ядер в широком диапазоне изменения массового числа в рамках вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии с применением методов математической статистики и последующего синтеза для прогнозирования масс атомных ядер.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

аналитически описаны эмпирические функции $a(A)$, $b(A)$ Вигнера по экспериментальным (литературным) значениям масс и вычислены экспериментальные значения вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра для более, чем 1800 нуклидов;

доказано, что в вигнеровской массовой формуле член $0.5b(A)\delta$ определяет парную энергию;

корректно вычислены экспериментальные значения и получена точная формула для фактора Франчини и Радикатти $R_{\text{теор}}$ в широком диапазоне изменения массового числа A, которая зависит от проекции изоспина T_z основного состояния атомного ядра и от вигнеровского типа ядер;

произведена оценка степени нарушения вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах во всей наблюдаемой области изменения массового числа;

на основе полученных экспериментальных данных $R_{\text{эксп}}$ и значений $R_{\text{теор}}$ с применением статистических методов доказано восстановление вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии для нуклидов с нечетным

массовым числом A, начиная с изоспина $T_z \geq 53/2$ с достоверностью больше 99%.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

произведена физическая интерпретация эмпирических функций Вигнера;

получена формула, описывающая линию бета-стабильности, которая удовлетворительно согласуется с экспериментом;

рассчитаны границы протонной и нейтронной устойчивости атомных ядер во всем диапазоне изменения массового числа;

на основе массовой формулы Вигнера рассчитаны энергии и времена жизни $\alpha-$ распада ряда новых сверхтяжелых ядер с точностью, превышающей точность современных подходов к проблеме массы ядра;

предсказана энергия $\alpha-$распада и время жизни сверхтяжелых нуклидов с порядковым номером $Z=120$, поиск которых ведется в настоящее время в ведущих научных центрах мира;

с рекордной точностью (140 кэВ) рассчитаны массы группы атомных ядер с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28$ и 57/2, для которых вигнеровская спин-изоспиновая $SU(4)$-симметрия восстановлена.

Достоверность полученных результатов обосновывается высоким уровнем точности использованных экспериментальных (литературных) данных, технологичностью обновления базы в случае появления новых данных в литературе, современным уровнем программирования, использованием современных математических методов для обработки данных и применением статистических методов с высоким уровнем значимости.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость представленных в диссертационной работе результатов заключается в возможности их использования для развития теории тяжелых и сверхтяжелых ядер, т.к. факт восстановления спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в этой области нуклидов создает новую основу теоретическим разработкам.

Разработанные в диссертационной работе методика расчета абсолютных значений масс атомных ядер с восстановленной спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрией и метод расчета энергии альфа-распада позволяют прогнозировать массу и энергию альфа-распада сверхтяжелых экзотических ядер с изоспинами $T_z \geq 51/2$, что имеет практическую ценность при планировании экспериментов по поиску “острова стабильности” и открытия нового элемента таблицы Менделеева с порядковым номером 120, поиск которого в настоящее время ведется в крупных мировых научных центрах.

Внедрение результатов исследований. На основе исследования физики явления вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах и применения полученных результатов по восстановлению симметрии к нуклидам из области тяжелых ядер:

результаты, полученные в ходе исследования аналитического описания эмпирических функций Вигнера по экспериментальным значениям масс, вывод о наличии парной энергии в массовой формуле Вигнера, корректно вычисленные экспериментальные значения фактора Франчини – Радикатти $R_{\text{эксп}}$ и полученная точная теоретическая формула для этого фактора $R_{\text{теор}}$ использованы в проекте ПИТРАП (письмо федерального бюджетного учреждения «Петербургский институт ядерной физики Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»» от 15.10.2019 г.). Использование научных результатов позволило им с большой точностью воссоздать ландшафт массовой поверхности, необходимой для астрофизических оценок пути процесса быстрого нейтронного захвата (r-процесса) при взрывах звёзд;

вывод о восстановлении вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области тяжелых атомных ядер, полученный путем статистического анализа вычисленных экспериментальных значений фактора Франчини–Радикатти t-критерием Стюдента, использованы при теоретическом рассмотрении проблемы восстановления вигнеровской

симметрии в атомных ядрах (ссылки в зарубежных научных журналах: Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 2015; Physics of Atomic Nuclei, 2015; EPJ Web of Conferences,107, 06004, 2016; Physics of Atomic Nuclei, 2020). Использование научных результатов позволило авторам создать теорию обменных резонансов, теоретически обосновать восстановление вигнеровской спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии в области тяжелых нуклидов и произвести самосогласованные расчеты энергий альфа-распада для новых сверхтяжелых ядер.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 20 Международных и республиканских конференциях.

Опубликованность результатов. По теме диссертации опубликованы 26 научных работ, 12 научных статей в изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертации, из них 8 в зарубежных научных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, списка условных обозначений. Объем диссертации составляет 170 страницы.

Список опубликованных работ:

1. Нурмухамедов А.М. Универсальные функции массовой формулы Вигнера // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. – Ташкент: АН РУз, 2008. - № 3. - сс 30-33 (01.00.00. №7).

2. Нурмухамедов А.М. Особенности массовой формулы Вигнера для атомных ядер // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. - Ташкент: АН РУз, 2009. - № 1. - С. 38-41 (01.00.00. №7).

3. Nurmukhamedov A.M. Analysis of Experimental Data on Nuclear Masses within Wigner Spin–Isospin *SU*(4) Symmetry // Physics of Atomic Nuclei. – Moscow (Russia), 2009. - Vol. 72, N 3. - pp. 401–409 (№2. Journal Impact Factor; IF=0.50).

4. Nurmukhamedov A.M. Properties of Universal Functions in the Wigner Mass Formula for Nuclei // Physics of Atomic Nuclei. - Moscow (Russia), 2009. - Vol. 72, N 6. -.pp. 1435–1443 (№2. Journal Impact Factor; IF=0.544).

5. Nurmukhamedov A.M. Evaluation of restoration of violated wigner's spin-isospin *SU*(4)-symmetry in atomic nuclei //Physics of Atomic Nuclei. - Moscow (Russia), 2012. - Vol. 75, N 1. - pp. 27–32 (№2. Journal Impact Factor; IF=0.544).

6. Нурмухамедов А.М. Об обоснованности применения t – критерия Стьюдента для экспериментального доказательства восстановления вигнеровской *SU*(4)-симметрии в атомных ядрах // Узбекский Физический журнал. – Ташкент: АН РУз, 2013.- № 3. - С. 156-160 (01.00.00. №5).

7. Nurmukhamedov A.M. Some Special Features of Wigner's Mass Formula for Nuclei // Physics of Atomic Nuclei. - Moscow (Russia), 2014. - Vol. 77, N 12.- pp. 1435-1441 (№2. Journal Impact Factor; IF=0.544).

8. Нурмухамедов А.М. Об обоснованности гипотезы "остров стабильности" // Узбекский Физический журнал. - Ташкент: АН РУз, 2014. - № 6. - С. 409-417 (01.00.00. №5).

9. Nurmukhamedov A.M. The Alternative Method of Evaluation of Pair Energy of Nucleons in Atomic Nuclei // Physics of Atomic Nuclei. - Moscow (Russia), 2015. - Vol. 78, N10. - pp. 1435-1441 (№2. Journal Impact Factor; IF=0.544).

10. Nurmukhamedov A.M. The restoration of Wigner's *SU*(4)-symmetry in the superheavy nucleus and its correlation with the problem "island of stability", or does the "island of stability" exist? // Modern Physics Letters A. – Singapore, 2016. -Vol. 31, N 27. – id.1650145-15 (10 p.) (№2. Journal Impact Factor; IF=1,367).

11. Nurmukhamedov A.M. Alpha-Decay Energy and Lifetime of New Superheavy Nuclei with Restored. Wigner's *SU*(4)-Symmetry // Physics of Atomic Nuclei. - Moscow (Russia), 2018. - Vol. 81, No. 2. - pp. 162–167. (№2. Journal Impact Factor; IF=0.544).

12. Nurmukhamedov A.M. Presize calculation of the mass of atomic nuclei with restored spin-isospin *SU*(4)-symmetry and with nuclei isospins $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2$ // Physics of Atomic Nuclei. - Moscow (Russia), 2019. - Vol. 82, N 2. - pp.108-116 (№2. Journal Impact Factor; IF=0.544).

13. Нурмухамедов А.М. Эмпирические универсальные функции массовой формулы Вигнера в рамках спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии. // Журнал “Естественные и технические науки”. – М.: Спутник, 2007. - № 5. - С. 116-119.

14. Нурмухамедов А.М. Спин-орбитальное взаимодействие, как основной фактор нарушающий вигнеровскую спин-изоспиновую *SU*(4)-симметрию // Журнал “Естественные и технические науки”. – М.: Спутник, 2007. - № 5. - С. 112-115.

15. Nurmukhamedov A.M. Empiric universal function of *b(A)* for Wigner mass formula // The fifth Eurasian conference «Nuclear Science and ITS Application». – Ankara (Turkey), 2008.- pp. 43-44.

16. Nurmukhamedov A.M. Empiric universal function of *a(A)* for Wigner mass formula // The fifth Eurasian conference «Nuclear Science and ITS Application». – Ankara (Turkey), 2008.- pp. 44-45.

17. Нурмухамедов А.М. Парная энергия в атомных ядрах // «Наука и производство»: Республиканская научно-практическая конференция, 10-11 июня, 2009, Сборник трудов в 2 т. - Жетысай: Университет «Сырдария» МОН РК, 2009. - С. 299-310.

18.Нурмухамедов А.М. Вигнеровская массовая формула для атомного ядра в рамках спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии // Вестник каракалпакского отделения АН РУз. – Нукус, 2009. - № 1 (214). - С. 11-13.

19. Nurmukhamedov A.M. Empirical Unit Of Nuclear Mass // International Conference on Nuclear Physics “Nucleus 2010” (LX Meeting on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure). - St.Petersburg, 2010. - pp. 258.

20. Nurmukhamedov A.M. Pair Energy In Atomic Nuclei // International Conference on Nuclear Physics “Nucleus 2010” (LX Meeting on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure). - St.Petersburg, 2010. - pp. 259.

21. Nurmukhamedov A.M. About validity of use of Student’s t −criterion for experimental proof of restoration of Wigner’s $SU(4)$ spin–isospin symmetry in atomic nuclei // Fundamental problems of nuclear physics, atomic power engineering and nuclear technologies: LXII international conference «NUCLEUS 2012», June 25 – 30, 2012. - Voronezh, 2012. -C. 173.

22. Nurmukhamedov A.M. Abnormal values of empiric function $b(a)$ of the mass formula of wigner in the field of light nuclei // Fundamental problems of nuclear physics, atomic power engineering and nuclear technologies: LXII international conference «NUCLEUS 2012», June 25 – 30, 2012. - Voronezh, 2012. -C. 174.

23. Nurmukhamedov A.M. Mass of nucleon in nuclear matter // International Conference «Nuclear Sciences and its Application», Samarkand, September 25-28, 2012. – Tashkent, 2012. - p. 103-105.

24. Nurmukhamedov A.M. Pair energy of proton and neutron in atomic nuclei // International Conference «Nuclear Sciences and its Application», Samarkand, September 25-28, 2012. – Tashkent, 2012. -p. 105-107.

25. Нурмухамедов А.М. Существует ли “остров стабильности”? // ICNRP’ 2013 Conference “Nuclear and Radiation Physics”, dedicated to the 20th anniversary of independence of the Republic of Kazakhstan, September 24-27, 2013. – Almaty (Kazakhstan), 2013. -p. 156-157.

26. Нурмухамедов А.М. Об обоснованности гипотезы “остров стабильности”// Научно-практическая конференция ИАК-VII: сборник тезисов. – Ташкент: Национальный Университет РУз, 2015. - С. 22.

ГЛАВА I. И ВИГНЕРОВСКАЯ СПИН-ИЗОСПИНОВАЯ *SU*(4)-СИММЕТРИЯ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

§ 1.1. Вигнеровская спин-изоспиновая *SU*(4)-симметрия в атомных ядрах

В 1937г. Е. Вигнер выдвинул гипотезу о реализации спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии в атомных ядрах. Развитие ядерной физики после второй мировой войны привело к отказу от гипотезы Вигнера. Предложенная в 50-х годах XX столетия одночастичная оболочечная модель [1; с. 3-6, 2; с.12-15, 3;с. 4-7, 4; с. 45-54] привела к отказу от вигнеровской симметрии. Этому способствовало открытие ещё двух новых физических фактов.

Во-первых, выяснилось, что в ядерных оболочках преобладающую роль играет $jj-$ связь, а спин-орбитальные силы не малы. Как известно, расщепление компонентов $j = l \pm 1/2$ спин-орбитального дублета для одночастичных состояний нуклонов составляет [4; с. 45-54]

$$\Delta\varepsilon_{\mathrm{ls}} = \varepsilon_{\mathrm{l}+1/2} - \varepsilon_{\mathrm{l}-1/2} \approx -20(\vec{l} * \vec{s})A^{-2/3} \text{ (МэВ)}. \qquad (1.1)$$

Для средних и тяжелых ядер эта величина порядка 4 – 7 МэВ. Исключение составляет область легких ядер с $A < 40$, где реализуется промежуточная связь.

Во-вторых, была подчеркнута особая роль кулоновского поля ядра, которое принципиально должно разрушать изотопическую симметрию, а с ней и вигнеровскую спин-изоспиновую симметрию. Кулоновская энергия на один протон

$$\Delta E_{\mathrm{Coul}} \approx 1.44\, ZA^{-1/3}T_z \text{ (МэВ)} \qquad (1.2)$$

резко растет с ростом заряда ядра.

В–третьих, были открыты спаривательные эффекты со средней энергией

$$E_{\text{pair}} \approx 12A^{-1/2} \text{ (МэВ)}. \qquad (1.3)$$

В средних и тяжелых ядрах спаривание проявляется как спаривание двух протонов или нейтронов. Однако, спаривание протонов с нейтронами отсутствует, что также, казалось бы, свидетельствовало о нарушении изотопической и вигнеровской симметрий.

Все эти факты в совокупности разрушали представление о возможной реализации какой-либо точной симметрии в ядерных явлениях, в частности вигнеровской.

Возрождение интереса к проблемам симметрии возникло в начале 60-х годов XX-столетия в тесной связи с развитием токовых схем с приближенной динамической симметрией в теории элементарных частиц [5; с. 18-51]. Согласно этим представлениям в физических явлениях основная роль принадлежит токам с определенными изотопическими свойствами.

Открытие изобарических аналоговых состояний в средних и тяжелых ядрах [1; 253-258, 4; с. 38-61] подтвердило правомерность таких представлений для случая изотопической $SU(2)$-симметрии. Оказалось, что кулоновское смешивание состояний разного изоспина нечувствительно к постоянной части кулоновского потенциала (имеется ввиду потенциал пропорциональный произведению зарядов и обратно пропорциональный расстоянию между ними) и для ядер выше ^{40}Ca, лежащих вблизи линии стабильности (имеющих избыток нейтронов) содержит дополнительный фактор малости $(N-Z)^{-1/2}$. Таким образом, с ростом массового числа A и $N-Z$ классификация основных, аналоговых и ряда низколежащих состояний ядер по изоспину, естественно существующая для легких ядер, сохраняется и даже улучшается для ядер выше ^{40}Ca, лежащих вблизи линии стабильности.

Все эти факты свидетельствовали о возможном восстановлении нарушенной вигнеровской спин-изоспиновой симметрии в области средних и тяжелых ядер. Дополнительным аргументом в пользу восстановления

вигнеровской спин-изоспиновой симметрии в области средних и тяжелых ядер послужило экспериментальное открытие гигантского Гамов-Теллеровского (ГТР) резонанса в реакции перезарядки нуклона $p\,n-$типа. Гамов-Теллеровский изобарический резонанс является коллективным изобарическим 1^+ - состоянием $p, n-$типа, отвечающий спин-изоспиновым возбуждениям ядра [6; с. 43-62]. Оценка Гапоновым [6; с. 43-62] констант взаимодействия спинового $g_0^{'}$, изоспинового $f_0^{'}$ и спин-изоспинового g_0 типов в области тяжелых ядер привело к выводу (с точностью 10 %), что

$$g_0^{'} \approx f_0^{'} \approx g_0. \tag{1.4}$$

Такая ситуация возможна только при восстановленной вигнеровской спин-изоспиновой симметрии в атомных ядрах.

В такой ситуации представляется естественным, вновь обратиться к анализу массовой $SU(4)$ формулы Вигнера и исследовать степень ее применимости. В Главе II нами будут показаны отличительные особенности нашего подхода к вопросу об обработке экспериментального материала по массам нуклидов по сравнению с работами [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304].

Основываясь на открытии инвариантности нуклон-нуклонного сильного взаимодействия в 1937 г. Вигнером [10; с. 106-119, 11; с. 274-317, 12; с. 947-958] была выдвинута гипотеза о возможной реализации спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в ядерных явлениях. Вигнеровская $SU(4)$-симметрия по существу является расширением изотопической симметрии за счет присоединения к ней спиновых характеристик. В такой схеме существуют четыре фундаментальных состояния нуклона: $n\uparrow n\downarrow p\uparrow p\downarrow$. Согласно гипотезе Вигнера:

а) структура нуклонных оболочек ядра аналогична со структурой электронных оболочек атома;

б) в ядре реализуется LS-связь;

в) спин-орбитальное взаимодействие нуклонов меньше, чем спин-спиновое взаимодействие.

Как видим, Вигнер полагал, что структура атомного ядра аналогична структуре атома.

Вигнером также предположено, что основное состояние произвольного нуклида с массовым числом $A = Z + N$ принадлежит к $SU(4)$-мультиплету (P, P', P''). Квантовые числа P, P' и P'' принимают следующие значения:

$$(P, P', P'') = \begin{cases} T_z, 0, 0; \text{ если } N \text{ и } Z - \text{чётные} \\ T_z, 1, 0; \text{ если } N \text{ и } Z - \text{нечётные} \\ T_z, 1/2, \pm 1/2; \text{ если } A - \text{ нечётное и } Z - \text{чётное (нечётное).} \end{cases} \quad (1.5)$$

Исходя из спин-изоспиновой инвариантности сильного взаимодействия, Вигнер построил массовую формулу, для основных состояний ядер с заданным числом нуклонов или с массовым числом $A = Z + N$:

$$M(A, T_Z) = a(A) + b(A) C_2(P, P', P'') \quad (1.6)$$

где $a(A)$ и $b(A)$ – так называемые универсальные функции, зависящие только от массового числа A, не зависящие явно от Z и N. Формула (1.6) является феноменологической, поскольку определение функций $a(A)$ и $b(A)$ на основе фундаментальной теории в настоящее время не представляется возможной.

В случае точной реализации вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии универсальные функции $a(A)$ и $b(A)$ едины для всех ядер, принадлежащих к одной изобарной серии. О физической природе универсальной функции $a(A)$ мы подробно остановимся в Главе III § 3.2, где

сопоставляя формулу Вигнера (1.6) с формулой для масс ядер Вайцзекера, дадим их физическую интерпретацию. По определению, универсальная функция $b(A)$ описывает вклад эффективного двухчастичного спин-изоспинового взаимодействия. Здесь также следует отметить, что универсальность функций $a(A)$ и $b(A)$ не только едина для данной изобарной серии нуклидов, но также $a(A)$ и $b(A)$ должны быть “гладкими” функциями массового числа А.

В выражении (1.6) $C_2(P, P', P'')$ является билинейным оператором Казимира $SU(4)$ алгебры и имеет следующий вид:

$$C_2(P, P', P'') = \frac{1}{2}(P^2 + 4P + P'^2 + 2P' + P''^2), \qquad (1.7)$$

здесь квантовые числа (P, P', P'') определены выражением (1.5).

Вигнеровскую формулу (1.6) необходимо уточнить хорошо известной в настоящее время из данных по аналоговым состояниям кулоновской энергией, как это было впервые сделано в работе Гапонова и др. [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304]. Этот член зависит от Z для выбранной изобарной серии ядер и формально нарушает изотопическую, а с ней и вигнеровскую симметрию. Как было отмечено выше, кулоновское взаимодействие приводит лишь к постоянным относительным сдвигам компонент изотопического и вигнеровского мультиплетов, но не смешивает состояния различного изоспина. С учетом энергии кулоновского взаимодействия выражение (1.6) можно написать в виде:

$$M(A, T_Z) = a(A) + b(A)C_2(P, P', P'') + E_{\text{Coul}}(A, Z), \qquad (1.8)$$

где $E_{\text{Coul}}(A, Z)$ – энергии кулоновского взаимодействия.

Кроме этого в реальных ядрах имеется спин-орбитальное взаимодействие, а также спаривание однотипных нуклонов. Если учесть в выражение (1.19) вклад этих взаимодействий, имеем:

$$M(A,T_Z)=a(A)+b(A)C_2(P,P^{'},P^{''})+E_{\text{Coul}}(A,Z)+ \qquad (1.9)$$
$$+E_{\text{sl}}(Z,N)+E_{\text{pair}}(Z,N),$$

где $E_{\text{sl}}(Z,N)-$ энергия спин-орбитального взаимодействия и $E_{\text{pair}}(Z,N)-$парная энергия в ядрах с четным массовым числом.

Последнее выражение обычно записывают в несколько ином виде, а именно:

$$M(A,T_Z)=a(A)+b(A)(t^2+s^2+y^2-5)+E_{\text{Coul}}(A,Z)+ \qquad (1.10)$$
$$+E_{\text{sl}}(Z,N)+E_{\text{pair}}(Z,N),$$

где $t=P+2,\ s=P^{'}+1,\ y=P^{''}$.

В (1.9) $C_2(P,P^{'},P^{''})$ является оператором Казимира группы *SU*. В работах [7; с. 93-117, 8; с. 65-78] при анализе массовой формулы Вигнера наряду с $C_2(P,P^{'},P^{''})$ сделана попытка использования также двух других операторов Казимира *SU* группы: $C_3(P,P^{'},P^{''})$ и $C_4(P,P^{'},P^{''})$. С учетом двух последних операторов Казимира массовую формулу Вигнера (1.9) можно представить в виде:

$$M(A,T)=a(A)+b(A)C_2(P,P',P'')+ \qquad (1.11)$$
$$+c(A)C_3(P,P^{'},P^{''})+d(A)C_4(P,P^{'},P^{''})+E_{\text{Coul}}(A,Z+E_{\text{sl}}(Z,N)+E_{\text{pair}}(Z,N),$$

где три оператора Казимира и переменные t, s и y связаны следующими выражениями:

$$C_2(P,P^{'},P^{''})=\frac{1}{2}(t^2+s^2+y^2-5) \qquad (1.12)$$

$$C_3(P,P^{'},P^{''})=3tsy+2(t^2+s^2+y^2)-10 \qquad (1.13)$$

$$C_4(P,P^{'},P^{''})=\frac{1}{4}(t^4+s^4+y^4)+\frac{3}{2}(t^2s^2+t^2y^2+s^2y^2)+$$

$$+\frac{1}{2}(t^2+s^2+y^2)+12tsy-\frac{51}{4} \qquad (1.14)$$

Тогда после некоторых группировок и упрощений, выражение (1.11) с учетом (1.12-1.14) можно привести к виду:

$$M(A,t,s,y)=a(A)+\frac{1}{2}b(A)(t^2+s^2+y^2)+\frac{2}{3}c(A)tsy+$$
$$+\frac{1}{3}d(A)(t^2s^2+t^2y^2+s^2y^2-\frac{5}{2}(t^2+s^2+y^2))+$$
$$+\frac{1}{4}e(A)(t^4+s^4+y^4)+$$
$$+E_{\text{Coul}}(A,Z+E_{\text{sl}}(Z,N)+E_{\text{pair}}(Z,N) \qquad (1.15)$$

В последнем выражении $c(A)$ является универсальной функцией, описывающей вклад в нечетные ядра эффективного трехчастичного спин-изоспинового взаимодействия, функция $d(A)$ – описывает средний по изобаре совместный вклад спаривания и эффективных четырехчастичных спин-изоспиновох сил в четных ядрах и $e(A)$ – описывает вклад эффективного четырехчастичного спин-изоспинового взаимодействия.

Как известно, формула Вайцзекера для энергии связи ядра $B(A,Z)$ обладает физической наглядностью и имеет следующий вид [2; с. 119-123, 4; с. 142-147]:

$$B(A,Z)=a_{\text{V}}A-a_{\text{S}}A^{2/3}-a_{\text{sim}}\frac{(N-Z)^2}{A}-a_{\text{Coul}}\frac{Z^2}{A^{1/3}}, \qquad (1.16)$$

где $a_{\text{V}},a_{\text{S}},a_{\text{sim}},a_{\text{Coul}}$ – постоянные параметры. Первые два слагаемые в (1.16) являются объемным и поверхностным членами. Следующий член является энергией симметрии и не имеет макроскопического аналога. Последним членом (1.16) является энергия кулоновского взаимодействия.

Следует отметить, что массовая формула Вигнера (1.10) или (1.15) являются модификацией формулы Вайцзекера [6; с. 43-62] в $SU(4)$-схеме на базе дополнительных операторов Казимира $SU(4)$-группы.

Формула Вигнера и формула Вайцзекера были созданы примерно одновременно, хотя в их основе лежать различные физические представления. Численные значения параметров формулы Вайцзекера были определены и многократно уточнялись [4; с. 142-147]. Современные значения параметров следующие [4]: $a_{\mathrm{V}} = 15.56$ МэВ, $a_{\mathrm{S}} = 17.23$ МэВ, $a_{\mathrm{sim}} = 46.57$ МэВ и $a_{\mathrm{Coul}} = 0.710$ МэВ.

Аналитический вид эмпирических универсальных функций Вигнера до наших работ не были установлены. Исключение составляют работы [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304], где эмпирические универсальные функции частично определяются для области нуклидов $A \geq 216$. По этой причине, выявление аналитического вида эмпирических универсальных функций массовой формулы Вигнера, в широком диапазоне изменения массового числа, представляет определенный интерес для оценки вклада и степени нарушений $SU(4)$-симметрии за счет факторов, перечисленных выше.

§ 1.2. Обзор работ посвященных экспериментальному доказательству реализации вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах

Следует сразу же отметить, что работы посвященные доказательству реализации $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах традиционно велись в двух направлениях:

а) поиск коллективных состояний спин-изоспинового типа: ГТР и АР;

б) исследование массового соотношения Вигнера.

В экспериментах по обнаружению ГТР и АР главным фактом свидетельствующий о реализации в атомном ядре $SU(4)$-симметрии является экспериментально наблюдаемое вырождение ГТР и АР. Такие эксперименты

проводились с 1975 года группой Галонского [13; с. 748-752] на циклотроне Мичиганского университета. Они систематически проводили исследования $(p,n)-$реакции при энергии протонов $E_p = 25 \div 45$ МэВ. Эти эксперименты показали существовании ГТР в $^{90}\mathrm{Zr}$, $^{120}\mathrm{Sn}$, но в $^{208}\mathrm{Pb}$ резонансного пика, отличного от АР, не обнаружили [6; с. 43-62] – авторы не заметили вырождения ГТР и АР.

В 1979 году в Индианском университете при энергии $E_p = 50 \div 200$ МэВ при разрешении нейтронного спектра в 0.2÷0.3 МэВ был проведен большой цикл работ по поиску ГТР в широком диапазоне ядер [14; с. 27-35, 15; с. 27-30, 16; с. 383-386, 17; с. 1751-1754, 18; с. 258-280], увенчавшихся успехом. Выяснилось, что с увеличением массового числа A и $2T_Z = N - Z$, ГТР и АР приближаются друг к другу и в области Pb они почти вырождаются. На сегодняшний день (исключая результаты наших исследований) этот факт является главным аргументом в пользу восстановления вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области тяжелых нуклидов. Согласно $SU(4)$-схеме, в случае реализации вигнеровской симметрии, должна наблюдаться тонкая структура ГТР в ядрах с нечетным массовым числом A и нечетно-нечетных ядрах. В настоящее время, к сожалению, эксперимент не дает сведений о такой структуре т.к. требуется высокое разрешение при измерении нейтронного спектра в условиях высокого фона.

Еще в 1972-м году Гапонов и Лютостанский [19; с. 173-175, 20; с. 62-73] теоретически предсказали восстановление вигнеровской $SU(4)$-симметрии в тяжелых ядрах. В поиске возможного существования спин-изоспиновых резонансов характеристики 1^+, близких по своей структуре к аналоговому резонансу (АР), решая уравнения в рамках теории конечных ферми систем (ТКФС) в некотором приближении для эффективного поля гамов-теллеровского типа, они нашли решения с параметрами изобарических

1^+ -состояний. Найденные решения удобно представить относительно аналогового резонанса в следующем виде:

$$E_+ - E_{\text{AP}} \cong (g_0^{'} - f_0^{'})\Delta E + \frac{1+bg_0^{'}}{g_0^{'}} b \frac{\Delta E_{ls}^2}{\Delta E}, \qquad (1.17)$$

где $E_+ -$ энергия коллективного состояния, соответствующая гамов-теллеровскому ГТР-состоянию из спин-флип переходов $j_n = l + 1/2 \to j_p = l - 1/2$, $E_{\text{AP}} -$энергия аналогового резонанса. В выражении (4.18) $b = 2/3$, $\Delta E -$ энергетическая ширина слоя избыточных нейтронов, $\Delta E_{ls} -$ средняя энергия спин-орбитального расщепления, $f_0^{'}, g_0^{'} -$ константы изоспинового и спин-изоспинового взаимодействия соответственно.

Как видно из (1.17), в случае близости констант $f_0^{'} \approx g_0^{'}$ с ростом $\Delta E = 4/3 E_{\text{F}}(N-Z)/A$ ($E_{\text{F}} \approx 37$ МэВ – энергия Ферми) ГТР и АР асимптотически сближаются, или экспериментально они должны наблюдаться как вырождение в области тяжелых ядер. Это физически отвечает эффективному подавлению спин-орбитального расщепления ΔE_{ls} в заряженном $p\bar{n}-$ канале возбуждений ядра $A(N,Z)$ с ростом избытка нейтронов. Таким образом, предсказанный Гапоновым и Лютостанским гамов-теллеровский резонанс характеристикой 1^+ - состояния получил экспериментальное подтверждение.

В целом эксперименты по перезарядке $(p,n) -$ реакции подтвердили качественные выводы микроскопической теории ГТР, но однозначно не доказывают восстановление вигнеровской симметрии в области тяжелых ядер. В силу ряда обстоятельств (экспериментальная ширина ГТР и АР, разрешающая способность нейтронных детекторов, высокий экспериментальный фон и т.д.) указать точное массовое число или изоспин, с которого можно считать вигнеровскую симметрию восстановленной, не удалось. Теория Гапонова и Лютостанского предсказывает восстановление

вигнеровской симметрии в области тяжелых ядер только в заряженном (p,n) – канале. В рамках теории конечных ферми–систем восстановление вигнеровской симметрии означает равенство констант $g_0^{'} \approx f_0^{'} \approx g_0$ спин-изоспинового, изоспинового и спинового взаимодействий соответственно [6; с. 43-62, 7; с. 93-117].

Анализ универсальных (эмпирических) функций массового соотношения Вигнера были произведены в нескольких работах.

После открытия аналоговых состояний Францини и Радикати [20; с. 322-324] выполнили работу по анализу массового соотношения Вигнера с использованием экспериментальных данных по массам ядер. Используя современные данные по массам ядер того времени для области $A \leq 110$, авторы определили степень универсальности величины $b(A)$ и рассчитали экспериментальные значения фактора:

$$R_0 = \frac{M(A,T_z) - M(A,T_z - 2)}{M(A,T_z - 1) - M(A,T_z - 2)} \tag{1.18}$$

В случае точного выполнения спин-изоспиновой симметрии в атомных ядрах фактор R_0 не зависит от массового числа, и является только функцией T_z. Францини и Радикати обнаружили, что экспериментальные значения $(R_0)_{\text{эксп}}$ приближаются к вигнеровскому значению R_0 с ростом массового числа A и $2T_Z = N - Z$. Этот факт они интерпретировали как восстановление нарушенной $SU(4)$ – симметрии при подходе к району $A \approx 110$.

После публикации индианской группой результатов своих исследований по экспериментальному обнаружению ГТР и АР [14; с. 27-35, 15; с. 27-30, 16; с. 383-386, 17; с. 1751-1754, 18; с. 258-280], Гапонов и др. в серии работ [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304] провели доскональные исследования по проверке массовой формулы Вигнера, на предмет анализа универсальности функции $b(A)$. Они также рассчитали экспериментальные значении фактора R_0 Францини-Радикати и сопоставили

их с теоретическими значениями фактора R_0 в области нуклидов с массовым числом $A \geq 60$.

В своей ранней работе [8; с. 65-78] Гапонов и др. при анализе экспериментальных данных по массам ядер для расчета экспериментальных значений универсальной функции $b(A)$ воспользовались выражением (1.9) без энергии спин-орбитального взаимодействия. Для этого, в предположении, что $a(A)$ универсальна для выбранной изобары, как это должно быть при реализации точной спин-изоспиновой симметрии, они вычислили разности масс соседних нуклидов из изобарной серии:

$$\Delta M(A,T_z) = M(A,T_z) - M(A,T_z - 1) =$$
$$= b(A)\{C_2(P,P',P'')_{T_z} - C_2(P,P',P'')_{T_z - 1}\} - -\Delta E_{\text{Coul}}(A,Z) \qquad (1.19)$$

Вычисляя, операторы Казимира C_2 для нуклидов с T_z и $T_z - 1$, подставляя их значения в (1.19), авторы получили следующую формулу для вычисления численных значений функции $b(A)$:

$$b(A) = \frac{M(A,T_z) - M(A,T_z - 1) + \Delta E_{\text{Coul}}(A,Z)}{T_z + \eta}, \qquad (1.19)$$

где $\eta = 0$ если N и Z – четные, $\eta = 3$ если N и Z – нечетные и $\eta = 3/2$ если A – нечетное.

В качестве количественной меры для определения степени восстановления спин-изоспиновой симметрии авторы использовали среднеквадратическое отклонение экспериментальных значений $b(A)$ от среднего арифметического.

В этой работе авторы также попытались учесть спаривательный эффект однотипных нуклонов традиционным способом, как это излагается в работах [4; с. 142-147, 22; с. 134-167].

Основным выводом работы [8; с. 65-78], выполненным Гапоновым и др., является – современные экспериментальные данные по массам ядер свидетельствуют о восстановлении вигнеровской $SU(4)$ – симметрии в тяжелых ядрах. Основываясь на результатах работы [13; с. 748-752, 14; с. 27-35, 15; с. 27-30, 16; с. 383-386, 17; с. 1751-1754, 18; с. 258-280] авторы были твердо убеждены, что спин-изоспиновая симметрия восстанавливается в области тяжелых ядер, но выявить универсальность функции $b(A)$ им не удалось. Этому им помешала допущенная при обработке данных методическая ошибка – были использованы в качестве массы ядра табличные значения масс, в которых традиционно приводятся массы нейтральных атомов.

По этой причине Гапонов и др. в своих последующих двух исследованиях при анализе и установлении универсальности функций решили учесть более высокие операторы Казимира [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304]. Авторы взяли за основу формулы (1.11)-(1.14) для анализа универсальности функций $b(A)$, $c(A)$, $d(A)$ и $e(A)$. Тогда разность масс двух соседних ядер изобар, с изоспинами основного состояния T_z и $T_z - 1$ можно выразить следующим образом:

$$M(A,T_z) - M(A,T_z - 1) = \tag{1.20}$$

$$= (T_z + \frac{3}{2})\{b(A) + (-1)^z c(A) + (T_z^2 + 3T_z + \frac{5}{2})e(A)\} \qquad \text{если } A - \text{нечётное}$$

$$= T_z\{b(A) - (T_z + 3)d(A) + (T_z^2 + \frac{9}{2}T_z + 7)e(A)\} \qquad \text{если } N, Z - \text{чётные}$$

$$= (T_z + 3)\{b(A) + T_z d(A) + (T_z^2 + \frac{3}{2}T_z + \frac{5}{2})e(A)\} \qquad \text{если } N, Z - \text{нечётные.}$$

Для учета кулоновской энергии взаимодействия, было получено авторами эмпирическое выражение из анализа аналого-изобарных состояний для $A \geq 60$ и имеющий вид:

$$\Delta E_{\text{Coul}}(A,Z) = 703.2(2Z+1)A^{-1/2}(1 - 1.28A^{-2/3}) \pm 4.5 \text{ кэВ.} \tag{1.21}$$

Далее, Гапонов и др. учли влияние парной энергии, которую определяют традиционно [4; с. 142-147] в следующем виде: $E_{\text{pair}}(A) = \Delta(A)$ если N и Z – четные, $-\Delta(A)$ если N и Z – нечетные и 0, если A – нечетное.

Гапонов и др. ввели функцию аналогичную $b(A)$, но имеющий зависимость от T_z вида:

$$b(A,T_z) = \frac{M(A,T_z) - M(A,T_z - 1) + \Delta E_{\text{Coul}}(A,Z)}{T_z + \eta} \tag{1.22}$$

Тогда, используя (1.22) и (1.20), и учитывая парную энергию взаимодействия однотипных нуклонов можно получить выражение:

$$b(A,T_z) = \frac{M(A,T_z) - M(A,T_z) + \Delta E_{\text{Coul}}(A,Z)}{T_z + \eta} = \tag{1.23}$$

$$= b(A) + (-1)^z c(A) + (T_z^2 + 3T_z + \frac{5}{2})e(A) \qquad \text{если } A - \text{нечетное}$$

$$= b(A) - (T_z + 3)\{d(A) + 2\Delta(A)/T_z(T_z + 3)\} + (T_z^2 + \frac{9}{2}T_z + 7)e(A) \quad \text{если } N, Z - \text{четные}$$

$$= b(A) + T_z\{d(A) + 2\Delta(A)/T_z(T_z + 3)\} + (T_z^2 + \frac{3}{2}T_z + \frac{5}{2})e(A)$$

$$\text{если } N, Z - \text{нечетные}$$

Авторы ввели параметр d_{eff}, который описывает средний по изобаре совместный вклад спаривания $\Delta(A)$ и четырехчастичных эффективных спин-изоспиновых сил $d(A)$ в четные ядра как комбинацию:

$$d_{\text{eff}}(A,T_z) = d(A) + \frac{2\Delta(A)}{T_z(T_z + 3)} \tag{1.24}$$

После всей проведенной подготовительной работы и произведя несложные преобразования можно приступить к вычислению численных значений универсальных функций из (1.23) по формулам:

$$b(A)=\frac{1}{2}\{b(A,T_z-1)+b(A,T_z-2)\}-(T_z^2+1/2)e(A), \qquad (1.25)$$

$$c(A)=(-1)^Z\{T_z[b(A,T_z)-2b(A,T_z-1)+b(A,T_z-2)]-$$

$$-[b(A,T_z-1)-b(A,T_z-2)]\}/2(2T_z+1),$$

$$e(A)=\{b(A,T_z)-b(A,T_z-2)\}/2(2T_z+1)$$

для ядер с нечетным массовым числом A из супермультиплета $\{T_z,\frac{1}{2},(-1)^z\frac{1}{2}\}$;

$$b(A)=\frac{1}{2}\{b(A,T_z-1)+b(A,T_z-2)\}+d_{\text{eff}}(A,T_Z)-(T_z^2+2)e(A) \qquad (1.26)$$

$$d_{\text{eff}}(A,T_z)=\frac{1}{8}\{\frac{b(A,T_z)-b(A,T_z-1)}{T_z+1}+\frac{5[b(A,T_z-1)-b(A,T_z-2)]}{T_z}\} \quad ,$$

$$e(A)=\frac{1}{4}\{\frac{b(A,T_z)-b(A,T_z-1)}{T_z+1}+\frac{b(A,T_z-1)-b(A,T_z-2)}{T_Z}\}$$

для ядер с четным массовым числом A из супермультиплета $(\mathrm{T_z},0,0)$;

$$b(A)=\frac{1}{2}\{b(A,T_z-1)+b(A,T_z-2)\}+2d_{\text{eff}}(A,T_Z)-(T_z^2+\frac{7}{2})e(A) \qquad (1.27)$$

$$d_{\text{eff}}(A,T_Z)=\frac{1}{8}\{\frac{5[b(A,T_z)-b(A,T_z-1)]}{T_z+1}+\frac{b(A,T_z-1)-b(A,T_z-2)}{T_z}\}$$

$$e(A)=\frac{1}{4}\{\frac{b(A,T_z)-b(A,T_z-1)}{T_z+1}+\frac{b(A,T_z-1)-b(A,T_z-2)}{T_z}\}$$

для ядер с четным массовым числом A из супермультиплета $(\mathrm{T_z},1,0)$.

На основе произведенных расчетов и анализа данных, Гапонов и др. получили нижеприведенные эмпирические формулы, описывающие универсальные функции для области ядер с $A \geq 216$:

$$b(A,T_0)=-3(A-230)+738\pm10 \text{ кэВ} \qquad (1.28).$$

$$c(A)=-6.0\pm2 \text{ кэВ}$$

$$d_{\text{eff}}(A)=-0.5(A-230)+0.81\pm0.15 \text{ кэВ}$$

$$e(A) = 0.15 \pm 0.08 \text{ кэВ}$$

Проведя критический анализ результатов предыдущих работ, направленных на поиск области восстановления вигнеровской спин-изоспиновой симметрии в атомных ядрах, автор настоящего исследования пришёл к следующим выводам:

1. В ряде работах [23; с. 792-795, 24; с. 43 – 46], были оценены вклады в массу ядра членов с оператором Казимира третьего порядка, которые указывали на их несущественность. Поэтому, учет Гапоновым и др. [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304] высших операторов Казимира C_3 и C_4 в массовой формуле Вигнера не является оправданной, поскольку не приводить к лучшему описанию эксперимента путем введения дополнительных параметров, в тоже время избыточность информации затрудняет анализ большого количество данных;

2. Учет Гапоновым и др. парной энергии в виде (1.24) не оправдан, так как парная энергия Δ является функцией Z и N [4; с. 142-147, 25; с. 105-120, 26; с. 1-35, 27; с. 834 – 843];

3. Основным недостатком предыдущих авторов, как нам видится, является тот факт, что исследователи упорно искали область нуклидов, где вигнеровская спин-изоспиновая $SU(4)$-симметрия выполнялся бы точно без каких либо нарушений, хотя такой нарушающий симметрию фактор как спин-орбитальное взаимодействие в расчетах не учитывался;

4. Периодически публикуемых в научной литературе таблицах приводятся экспериментальные значения масс нейтральных атомов (точнее, избытка масс), которые при анализе массовой формулы Вигнера должны быть пересчитаны на избыток ядра, поскольку в формуле Вигнера фигурирует масса ядра. Авторы работ [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304, 20; с. 322-324] таких преобразований не совершали, что является главным недостатки их работ.

§ 1.3. Краткий обзор теоретических методов расчета массы ядра

Масса ядра является фундаментальной характеристикой, которая несет в себе информацию об ядерном гамильтониане. Поэтому, в условиях отсутствия последовательной теории ядра, изучение массы нуклидов имеет фундаментальное значение. С этой точки зрения особый интерес представляют формулы, позволяющие описывать массу ядра в функции его степеней свободы. Подобные массовые формулы широко используется в мире для получения масс неизвестных ядер в практических расчётах возможных способов их распада, энергии связи частиц, порогов ядерных реакций и т.п. По этой причине мы вкратце остановимся на этом вопросе.

На этом параграфе приведён краткий обзор различных, наиболее популярных теоретических подходов в описании ядерных масс.

Существующие в настоящее время формулы для масс ядер обычно называют полуэмпирическими, чем подчёркивается следующие два обстоятельства. Во-первых, эти формулы базируются на некоторых упрощённых моделях, применимость которых к реальным ядрам определяется тем, насколько их следствия подтверждаются на эксперименте. Во-вторых, модельная зависимость массы от ядерных параметров содержит набор неизвестных параметров, которые определяются для того, чтобы наилучшим образом описать всю совокупность ядер, масса которых измерены экспериментально.

В настоящее время существуют три подхода, которые изложены в удобной форме в работе [28; с. 411-608, 29; с. 1-200]. Мы ограничим себя здесь сравнением пяти различных формул.

Формула W.D. Myers для массы ядра базируется на идее жидкой капли. В формуле используется 16 подгоночных параметров, которые выбираются для лучшего согласия с данными по известным массам, барьерам деления, ядерным радиусам и величинам деформации ядра. Часть, которая описывает энергию связи жидкой капли, содержит 4 параметра; поверхностная энергия вычисляется с учетом деформации. Поправка на оболочечную структуру дана в виде гауссовых функций, изображающих “ямки” на энергетической

поверхности, и содержит еще 3 параметра. Используется вигнеровский член, и вводится диффузная граница ядра. Формула громоздка, но дает удовлетворительное согласие с экспериментом. Среднее отклонение составляет примерно I МэВ [28; с. 411-608].

Формула Groote – Hilf – Takahashi использует 50 подгоночных параметров и состоит из двух частей

$$M = M_1 + M_2, \tag{1.29}$$

где M_1 – капельная масса с учетом глобальных свойств масс и радиусов, M_2 – микроскопически рассчитанная масса (модель оболочек), которой уделяется особое внимание в этом подходе. Среднеквадратичное отклонение 0.67 МэВ [28; с. 411-608].

Формула Seeger – Howard для массы ядра состоит также из двух частей–макроскопического члена (модель жидкой капли) и микроскопического члена, который рассчитывается в модели Нильссона. Эта формула содержит 9 параметров, которые подгоняются с использованием данных по энергиям связи основных состояний и по данным о высоте барьера деления. Среднеквадратичное отклонение от экспериментальных значений масс – в пределах 0.704 МэВ [28; с. 411-608].

Ко второму подходу относится формула для масс ядер Liran– Zeldes, в которой выражение для ядерной массы получено только на основе теории ядерных оболочек с учетом сильного спаривания. Формула использует для всей области ядер 178 параметров, однако для каждой отдельной группы ядер число параметров несколько меньше, так как все ядра разбиты на участки между магическими и полу–магическими оболочками и имеют место флуктуации, которые не присутствуют в экспериментальных данных. Среднеквадратичное отклонение – 276 кэВ [28; с. 411-608].

Третий подход для массовых предсказаний базируется на массовых соотношениях Garvey–Kelson [28; с. 411-608], которые были получены в рамках одночастичной модели для нуклидов, незначительно отличающихся

числом протонов и нейтронов. Существенным моментом в этом подходе является предположение о независимости взаимодействия данных нуклонов от конфигурации остальных частиц. Метод базируется на уравнении, связывающем шесть соседних ядер. Массовая формула имеет вид:

$$F(M) \cong M(Z,N-1)+M(Z-1,N)+M(Z+1,N-1)- \\ -M(Z,N+1)-M(Z+1,N)-M(Z-1,N+1)=0 \quad (1.30)$$

Основное предположение, которое делается в этой формуле, заключается в том, что существует гипотетическая функция F(M). Эта функция удовлетворяет этому уравнению точно, вокруг которой случайным разбросом распределены экспериментальные значения (известные и неизвестные). Этот метод претендует на свободу от параметров и не имеет процедуры подгонки, но все достаточно хорошо известные массы использованы как входной материал для предсказаний. Среднее отклонение масс, вычисленных этим методом от экспериментальных–200 кэВ. Зная, пять значений масс, можно, пользуясь соотношением (1.30), предсказать значение шестой, неизвестной массы.

Для относительно легких элементов существуют массовые соотношения, основанные на использовании свойств изотопической инвариантности ядерных сил. Обзор этих подходов приведен в книге, Базя и др. [30; 1-171]. Наиболее популярной из них является формула Вигнера, связывающая массы членов изотопического мультиплета:

$$M(A,T)=a(A,T)+b(A,T)T_z+c(A,T)T_z^2, \quad (1.31)$$

где $a(A,T)$, $b(A,T)$ и $c(A,T)-$ постоянные, T_z- проекция изотопического спина ядра на ось z . Выражение связывает массы $2T_z+1-$ членов изотопического мультиплета с изоспином T . Соотношение (1.31) получена в первом порядке теории возмущений и учитывает эффекты зарядово–зависимых сил. Это соотношение выполняется хорошо в области А от 6 до 30

с отклонением 50-100 кэВ. Массовая формула Вигнера (1.31) и массовая формула Вигнера (1.9) отличаются друг от друга.

Приведённые выше формулы используются для табулирования масс нуклидов. Широко известны таблицы масс G. Audi, A.H. Wapstra и C. Thibault [31; с. 337-676], которые дают значения всех экспериментально известных масс ядер, энергий распада, энергий связи, энергий реакции и где сделаны экстраполяции на основе имеющихся компиляций по ядерным массам. В настоящее время таблицы табулированных масс можно найти в [32; с. 030003-73].

Общей для всех массовых формул (кроме подхода Garvey – Kelson) является проблема экстраполяции, которая может привести к погрешностям, связанным с эмпирическим подходом в определении неизвестных коэффициентов. Все массовые формулы хорошо описывают массу ядра в области изученных ядер. Различия в деталях расчета приводят к существенным расхождениям только по мере удаления от линии стабильности. Причиной появления всех полуэмпирические массовые формулы является отсутствие теории атомного ядра.

§ 1.4. Язык программирования и организация баз данных

Все действия, связанные с обработкой и графическим представлением данных, выполнялись путём программирования в среде MS Visual Basic 6.0 [33; с. 1-608, 34; с. 1-720, 35; с. 1-624]. Для выполнения всего объёма работы было создано более десяти проектов, каждый из которых имеет свою базу данных.

Хранение первичных данных, результатов промежуточной обработки и другой вспомогательной информации организовано в базах, реализованных в MS Office Access. Обращение к базе производится непосредственно из программной продукции, без применения собственных средств MS Access. В случае появления новых или уточненных данных программная продукция позволяет оперативно их учитывать.

§ 1.6. Выводы

Подводя итог к Главе I настоящей диссертационной работы можно сделать вывод, что имеющиеся в большом количестве экспериментальные данные (особенно по ГТР и АР) свидетельствуют о восстановлении спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области тяжелых нуклидов. Восстановление вигнеровской симметрии в области тяжелых нуклидов должно привести к эффективному подавлению спин-орбитального взаимодействия. Для обнаружения этого явления необходимо установить аналитический вид эмпирических универсальных функций Вигнера в широком диапазоне изменения массового числа, с целью оценки степени и вклада факторов, нарушающих вигнеровскую спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию.

ГЛАВА II. РАСЧЕТ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ $a(A)$, $b(A)$ и ЭНЕРГИИ СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

Результаты наших исследований, изложенные в Главе II, опубликованы в оригинальных работах [36; с. 434-443, 37; с. 30-33, 38; с. 43-44, 39; с. 44-45, 40; с. 11-13, 41; с. 116-119, 42; с. 112-115].

§ 2.1. Основные предположения, лежащие на основе расчета эмпирических функций Вигнера $a(A)$, $b(A)$ и энергии спин-орбитального взаимодействия

Прежде чем перейти к изложению наших предположений, на основе которых производились все расчеты численных значений универсальных функций $a(A)$, $b(A)$, энергии спин-орбитального и спаривательного взаимодействий, а также их анализ, перечислим все экспериментальные факторы, нарушающие вигнеровскую спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию. Эти факторы следующие:

1. Нарушение изотопической симметрии за счет кулоновского взаимодействия;
2. Нарушение, связанное с большой величиной спин-орбитального взаимодействия в атомных ядрах;
3. Спаривательный эффект между однотипными нуклонами и отсутствие спаривания между разнотипными.

Существование изобарических аналоговых состояний в средних и тяжелых ядрах свидетельствует о том, что постоянная часть кулоновского взаимодействия не перемешивает состояния с разными изотопическими спинами и изоспин является хорошим квантовым числом в атомных ядрах. Можно утверждать, что изотопическая симметрия не разрушается за счет кулоновского взаимодействия: влияние кулоновских сил приводить лишь к смещению основных состояний атомных ядер на величину кулоновской энергии [2; с. 106-115].

Влияние остальных двух факторов, как нарушающих спин-изоспиновую симметрию, не однозначны.

Сравнение существующего в атомном ядре энергии спин-орбитального взаимодействия с вкладом вигнеровской части в массу ядра, или с объемным членом в массовой формуле Вайцзекера, что одно и тоже, не производились. Наше сравнение этих величин показывает, что объемный член в массовой формуле Вайцзекера или универсальная функция $a(A)$ на 10^{3-5} больше энергии спин-орбитального взаимодействия. Согласно (1.12) в средних и тяжелых ядрах энергия спин-орбитального взаимодействия $4-7$ МэВ. Поэтому, большая с точки зрения ядерной спектроскопии энергия спин-орбитального взаимодействия, не служит аргументом в пользу отказа от спин-изоспиновой симметрии.

Твердо установленный экспериментальный факт сохранения изотопического спина во всех ядерных явлениях, возможно, свидетельствует об аналогичном, как в случае с кулоновским взаимодействием, влиянии последних двух факторов на вигнеровскую спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию. Если это предположение имеет место в реальных атомных ядрах, то мы должны наблюдать некоторые закономерности в поведении основных состояний ядер-изобар относительно друг друга, в зависимости от интенсивности спин-орбитального и спаривательного взаимодействий.

Учитывая вышеприведенные доводы, выдвигаем в качестве рабочей гипотезы следующее положение: влияние факторов, нарушающих вигнеровскую спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию, таких как кулоновское поле ядра, спин-орбитальное взаимодействие и спаривательный эффект, сводятся к сдвигу основных состояний атомных ядер относительно друг другу по определенным закономерностям. Основным, нарушающим спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию Вигнера фактором является спин-орбитальное взаимодействие.

Выдвигаемая нами рабочая гипотеза фактически предполагает, что ядерный гамильтониан, описывающий ядро и ответственный за особенности каждого конкретного ядра, состоит из независимых четырех членов:

1. Член, ответственный за вигнеровскую спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию;
2. Член, ответственный за кулоновское взаимодействие;
3. Член, ответственный за спин-орбитальное взаимодействие;
4. Член, ответственный за спаривание однотипных нуклонов.

Фактически, изложенная выше гипотеза впервые были выдвинуты в работах Гапонова и др. [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304], хотя она изложено в перечисленных работах не явно. Отличительной чертой нашего подхода к решению проблемы вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии от подхода Гапонова и др., является поочередное выделение из экспериментальных значений масс атомных ядер, вначале, универсальных функций $b(A)$ и $a(A)$, затем энергии спин-орбитального и спаривательного эффекта. Гапонова и др. пытались влияние кулоновского взаимодействия и спаривательного эффекта учесть сразу в процессе обработки первичных экспериментальных данных, хотя учет парной энергии в виде (1.35) не оправдан. Учет Гапоновым и др. влияния высших операторов Казимира [7; с. 93-117] при анализе экспериментальных данных привело только к усложнению решения поставленной задачи.

В целях упрощения задачи и выделения универсальных функций $b(A)$, и $a(A)$, также энергии спин-орбитального взаимодействия и парной энергии и их последующего анализа, нами на первом этапе рассматриваются только атомные ядра с нечетным массовым числом в диапазоне $1 \le A \le 257$, и только после этого для выделения парной энергии мы рассмотрим атомные ядра с четным массовым числом. Выбор такой методики обработки данных определяется тем фактом, что для ядер с нечётным массовым числом, по определению, не существует парного взаимодействия. Таким образом, для

$A-$ нечётных нуклидов масса состоит из двух универсальных функций Вигнера, энергии спин-орбитального взаимодействия и кулоновской энергии.

Кроме этого следует обратить внимание к следующему факту. Во всех существующих таблицах экспериментальных значений масс приводятся избыток массы для нейтрального атома. Массовая формула Вигнера сформулировано для массы нуклида. По этой причине в проводимых вычислениях необходимо произвести пересчёт избытка массы для нейтрального атома в избыток массы нуклида. Это необходимо для избавления от систематических погрешностей, которая была допущена в работах [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304, 21; с. 258-280]. Например, при вычислении значения универсальной функции $b(A)$, необходимо вычислить разность двух нуклидов, принадлежащих к одной изобаре, но отличающиеся порядковым номером Z на единицу. Без пересчёта избытка массы нейтрального атома в массу ядра систематическая погрешность будет превышать массу покоя электрона. Авторы предыдущих работ эту особенность расчета не учли или ошиблись.

§ 2.2. Основные формулы для расчета экспериментальных значений универсальной функции $b(A)$

В качестве основной формулы для расчета и анализа универсальных функций $a(A)$ и $b(A)$ выберем выражение (1.20), т.е. в массовой формуле Вигнера ограничимся только оператором Казимира второй степени C_2 без высших операторов C_3 и C_4:

$$M(A,T_z) = a(A) + \frac{1}{2}b(A)C_2(P,P',P'') + E_{\text{Coul}}(A,Z) + E_{\text{sl}}(A,Z) + E_{\text{pair}}(A,Z), \tag{2.1}$$

где

$$C_2 = \frac{1}{2}\left(t^2 + s^2 + y^2 - 5\right). \qquad (2.2)$$

Упростим выражение (2.1). Для этого необходимо рассматривать только ядра-изобары с нечетным массовым числом A. Тогда, согласно определению, парная энергия $E_{\text{pair}}(A, Z) = 0$. Кроме этого, мы вынуждены не рассматривать энергию спин-орбитального взаимодействия. Это согласуется с рабочей гипотезой и обусловлено его невозможностью аналитического учёта. Эта мера вынужденная и как будет показано дальше, имеется достаточно возможностей для выделения универсальных функций $a(A)$ и $b(A)$ из данных масс ядер.

Далее, если в атомных ядрах реализуется вигнеровская спин-изоспиновая симметрия, универсальные функции $a(A)$ и $b(A)$ являются функцией только массового числа A и едины для выбранной изобарной серии. Вычислим разность масс двух соседних изобар с проекцией изоспина T_z и $T_z - 1$:

$$M(A, T_z) - M(A, T_z - 1) = b(A)[C_2(P, P', P'')|_{T_z} - C_2(P, P', P'')|_{T_z - 1}] +$$
$$+ \Delta E_{\text{Coul}}(A, Z) + \Delta E_{\text{sl}}(A, Z - 1). \qquad (2.3)$$

Решая (2.3) относительно функции $b(A)$ имеем:

$$b(A) = \frac{M(A, T_z) - M(A, T_z - 1) + \Delta E_{\text{Coul}}(A, Z) + \Delta E_{\text{sl}}(A, Z + 1)}{C_2(P, P', P'')|_{T_z} - C_2(P, P', P'')|_{T_z - 1}}, \qquad (2.4)$$

где $\Delta E_{\text{Coul}}(A, Z)$ – разность кулоновских энергий соседних ядер изобар, которую можно вычислить по выражению (1.32), как это установлено Гапоновым и др. [7; с. 93-117, 8; с. 65-78], $\Delta E_{\text{sl}}(A, Z, Z + 1)$ – разность энергии спин-орбитального взаимодействия в соседних изобарах с порядковыми номерами Z и $Z + 1$.

Не трудно видеть, что для ядер с нечётным массовым числом явный вид разности операторов Казимира

$$C_2(P,P',P'')|_{T_z} - C_2(P,P',P'')|_{T_z-1} = T_z + 3/2. \qquad (2.5)$$

Выражение (2.4) можно переписать относительно избытка массы ядра в следующем виде:

$$b(A) = \frac{\Delta_{\text{ядро}}(A,T_z) - \Delta_{\text{ядро}}(A,T_z-1) + \Delta E_{\text{Coul}}(A,Z) + \Delta E_{\text{sl}}(A,Z+1)}{T_z + 3/2}, \qquad (2.6)$$

где $\Delta_{\text{ядро}}(A,T_z) = M(A,T_z) - Au -$ избыток массы атомного ядра.

Как мы выше отмечали, величина $\Delta E_{\text{sl}}(A,Z+1)$ не имеет аналитического вида, что делает выражение (2.6) не вычисляемым. Но анализ проведенных в § 2.3 экспериментальных данных универсальной функции $b(A)$ показал, что имеются такие случаи для соседних изобар, когда $\Delta E_{\text{sl}}(A,Z+1) = 0$. На этом вопросе мы остановимся подробно в § 2.3. Для таких ядер формула (2.6) имеет вид

$$b(A) = \frac{\Delta_{\text{ядро}}(A,T_z) - \Delta_{\text{ядро}}(A,T_z-1) + \Delta E_{\text{Coul}}(A,Z)}{T_z + 3/2}. \qquad (2.7)$$

Здесь нам необходимо внести некоторое уточнение. По умолчанию в формуле (2.4) масса $M(A,T_Z)$ является массой атомного ядра, следовательно, избыток массы в (2.7) является избытком массы атомного ядра. Во всех существующих таблицах для масс ядер, приводятся не сами значения избытка массы ядра, а избыток массы нейтрального атома $\Delta_{\text{атом}}(A,T_Z)$, который с массой атома связан следующей формулой:

$$\Delta_{\text{атом}}(A,T_z) = M_{\text{атом}}(A,T_z) - Au, \qquad (2.8)$$

где $u = 931494.009 \pm 0.007$ кэВ – относительная изотопная единица массы [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73]. По этой причине, перед тем как приступить к вычислениям численных значений функции $b(A)$, необходимо пересчитать табличные данные избытка масс нейтральных атомов в таблицу избытка масс атомных ядер. Эти величины можно связать на основе известного выражения [31; с. 337-676]:

$$\Delta_{\text{ядро}}(A,T_z) = \Delta_{\text{атом}}(A,T_z) - Zmc^2 + B_e(Z), \qquad (2.9)$$

где $\Delta_{\text{атом}}(A,T_z)$ – избыток массы нейтрального атома, $m_e c^2$ – масса покоя электрона, $B_e(Z)$ – суммарная энергия связи всех Z электронов нейтрального атома.

Численные значения величины $B_e(Z)$ можно найти двумя способами. Во-первых, из литературы известны табличные значения энергии связи атомных электронов для различных оболочек атомов в зависимости от Z, просуммировав которых можно найти значения $B_e(Z)$ с точностью долей кэВ [43; с. 1-187, 44; с. 1-567]. Во-вторых, существует эмпирическая формула следующего вида [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73, 45; с. 1021-1032]

$$B_e(Z) = 14.4381 Z^{2.39} + 1.55468 * 10^{-6} Z^{5.35} \text{ эВ}. \qquad (2.10)$$

Точность эмпирической формулы (2.10) не высока. В расчетах избытка массы ядра по выражению (2.9) нами использован первый способ определения $B_e(Z)$.

Как это будет нами показано в § 2.3, после вычислений численных значений $b(A)$ и его анализа, будет получено аналитическое выражение для универсальной функции $b(A)$.

§ 2.3. Экспериментальные значения универсальной функции $b(A)$ и ее аналитическое описание

Из изложенного в § 2.1 материала следует, что экспериментальные значения универсальной функции $b(A)$ можно вычислить по формуле (2.7). Нами, на основе выражения (2.7) вычислены экспериментальные значения универсальной функция $b(A)$, в диапазоне нечетных массовых чисел $1 \le A \le 257$. Эти данные в графическом виде представлены на рис. 2.1 и 2.2, как зависимость $b(A)$ от массового числа A для различных изотопов в различных масштабах. Для визуального удобства, экспериментальные точки, принадлежащие к одинаковым изотопам, соединены линиями. На рис. 2.1 и 2.2 экспериментальные погрешности функции $\Delta b(A)$ не приведены.

Как видно из рис. 2.1 и 2.2, экспериментальные значения универсальной функции $b(A)$ имеют убывающий характер по мере роста массового числа A. В то же время наблюдается некоторый разброс $b(A)$, что связано, по видимому, с неучтенной в расчетах энергией спин-орбитального взаимодействия.

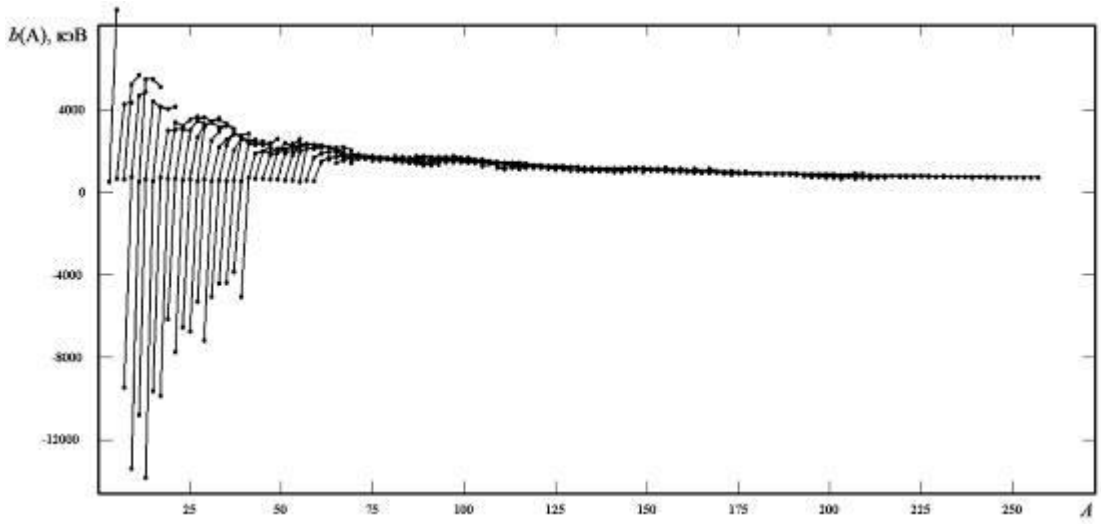


Рис. 2.1. Зависимость экспериментальных значений функции $b(A)$ для различных изотопов от массового числа A. Экспериментальные точки, принадлежащие к одинаковым изотопам, соединены линиями. Экспериментальные погрешности не приведены

Сопоставляя результаты наших расчетов с данными Гапонова и др. можно сделать вывод, что допущенная авторами [8; с. 65-78] ошибка, имеющий методический характер, существенно исказила общую зависимость универсальной функции $b(A)$ от массового числа A.

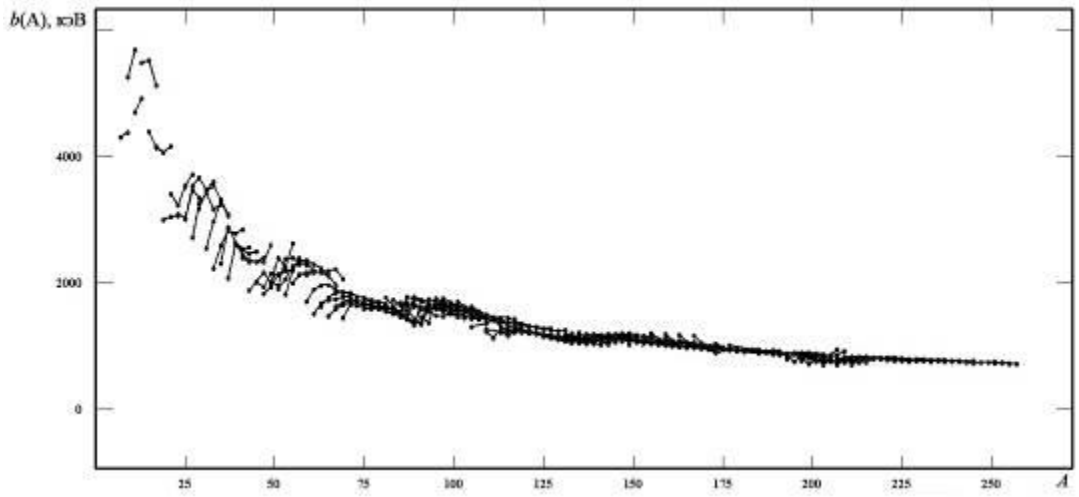


Рис. 2.2. Зависимость экспериментальных значений функции $b(A)$ для различных изотопов от массового числа A с изоспином $T_z \geq 1/2$. Экспериментальные точки, принадлежащие к одинаковым изотопам, соединены линиями. Экспериментальные погрешности не приведены

Наш анализ зависимости экспериментальных значений $b(A)$ от числа нейтронов в изобарах из области $A \leq 65$ выявил следующие закономерности: для фиксированного массового числа A значения $b(A)$ при $T_z \geq 5/2$ имеют приближенно постоянные значения, хотя существует некоторый разброс относительно среднего значения; для $T_z < 5/2$ значения $b(A)$ достаточно быстро убывают с уменьшением T_z, и при переходе с $T_z = 1/2$ на $T_z = -1/2$ значение $b(A)$ меняет знак с положительного на отрицательный. Это явление имеет массовый характер, и нет ни единого отклонения, противоречащего этому факту. В качестве иллюстрации отмеченных выше закономерностей на рис. 2.3 приведена зависимость $b(A)$ от числа нейтронов N для ядер с массовыми числами $A = 31$ и $A = 37$ (точки), что является типичным для области нуклидов $A \leq 65$.

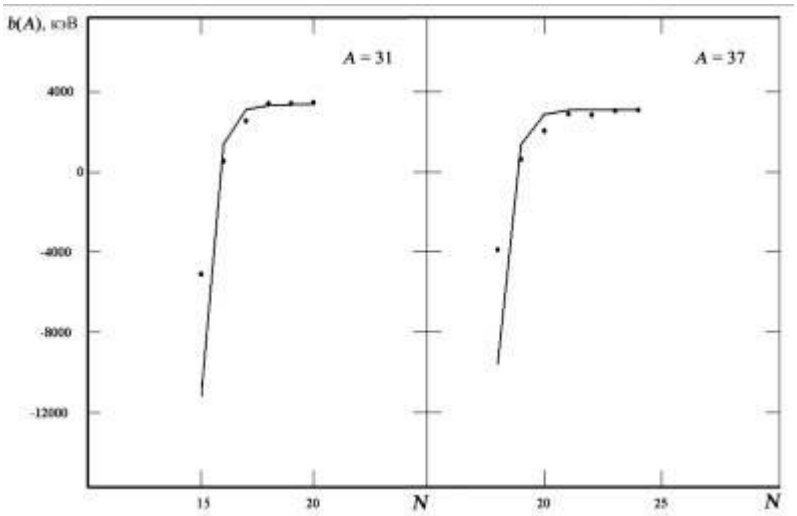


Рис. 2.3. Зависимость $b(A)$ от числа нейтронов N для ядер с массовыми числами $A = 31$ и $A = 37$ (погрешности в точках)

В области ядер $65 \le A \le 215$ выявление какой-либо закономерности не представляется возможным.

В области нуклидов $A > 215$ экспериментальные значения $b(A)$ близки друг к другу, хотя наблюдается относительно слабый их разброс.

Для определения общей эмпирической зависимости $b(A)$ от массового числа нами отобраны нуклиды, приведенные в табл. 2.1, 2.2, где приводится список “выбранных” нуклидов и соответствующие им численные значения универсальной функции $b(A)$. Здесь и далее, в скобках приведены экспериментальные погрешности.

Главным критерием отбора “выбранных” нуклидов явилось относительное постоянство значений $b(A)$ для рассматриваемого массового числа. Постоянство значений $b(A)$ возможно, если энергии спин-орбитального взаимодействия в соседних ядрах, с изоспинами T_z и $T_z - 1$, численно равны или близки. Тогда, согласно выражению (2.7) не учтенная при вычислениях $b(A)$ разность энергий спин-орбитального взаимодействия равна нулю. Следовательно, смыслом выявления “выбранных” нуклидов является поиск таких достаточно уникальных случаев, когда разность

энергии спин-орбитального взаимодействия двух соседних изобар взаимно сокращаются или близка к нулю.

Таблица 2.1

Экспериментальные значения $b(A)$ “выбранных” ядер с массовыми числами $A \le 65$

Нуклид	$b(A)$, кэВ	Нуклид	$b(A)$, кэВ
^{19}C	4059(22)	^{39}Ar	2631(2)
^{21}N	4172(18)	^{57}Ti	2393(121)
^{25}F	3544(18)	^{57}V	2339(38)
^{27}F	3715(71)	^{57}Cr	2297(15)
^{27}Ne	3481(20)	^{57}Mn	2343(1)
^{29}Ne	3345(52)	^{59}V	2278(51)
^{29}Na	3668(19)	^{59}Cr	2319(36)
^{31}Na	3478(30)	^{59}Mn	2355(5)
^{31}Mg	3424(16)	^{61}Cr	2189(48)
^{33}Na	3604(214)	^{61}Mn	2293(37)
^{35}Mg	3241(230)	^{61}Fe	2195(4)
^{35}Al	3320(24)	^{63}Mn	2228(42)
^{35}Si	3299(8)	^{63}Fe	2168(27)
^{37}Al	3097(79)	^{63}Co	2186(4)
^{37}Si	3066(22)	^{65}Mn	2124(69)
^{39}P	2789(26)	^{65}Fe	2115(35)
^{39}S	2646(10)	^{65}Co	2189(2)
^{39}Cl	2600(2)		

Рисунок 2.4 иллюстрирует поведение и зависимость экспериментальных значений $b(A)$ для “выбранных” нуклидов от массового числа ядра A. Как видно из рис. 2.4 экспериментальные значения универсальной функции $b(A)$ в области $A \ge 215$ можно аппроксимировать или линейной или экспоненциальной функциями следующего вида:

$$b(A) = b_1 + b_2 \cdot A \text{ или } b(A) = b_1 \exp(b_2 A). \qquad (2.11)$$

Поскольку экспериментальные значения функции $b(A)$ с ростом массового числа A убывают, это означает, что для функций (2.11) параметр $b_2 < 0$. Тогда экспериментальные значения $b(A)$ аппроксимировать линейной функцией нельзя, так как в области массовых чисел $A > -b_1 / b_2$ функция $b(A) < 0$, что не приемлема. Поэтому, необходимо выбрать экспоненциальную функцию.

Таблица 2.2.

Экспериментальные значения универсальной функции $b(A)$ “выбранных” ядер с массовыми числами $A > 215$

Нуклид	$b(A)$, кэВ	Нуклид	$b(A)$, кэВ
^{215}Bi	832.9(3.7)	^{227}Ra	797.3(0.2)
^{215}Po	814.0(0.3)	^{227}Ac	787.1(0.2)
^{215}At	823.9(0.5)	^{227}Th	785.0(0.3)
^{215}Rn	808.4(0.5)	^{227}Pa	778.4(0.8)
^{217}At	821.6(0.4)	^{227}U	762.3(3.2)
^{217}Rn	807.1(0.4)	^{229}Ra	782.4(2.8)
^{217}Fr	812.0(0.5)	^{229}Ac	794.9(1.8)
^{217}Ra	802.6(0.7)	^{229}Th	780.0(0.4)
^{217}Ac	820.1(1.6)	^{229}Pa	780.0(0.5)
^{217}Th	803.1(4.2)	^{229}U	769.6(3.6)
^{219}At	824.7(3.1)	^{229}Np	766.5(4.9)
^{219}Rn	807.5(0.3)	^{231}Ac	800.5(3.6)
^{219}Fr	809.3(0.5)	^{231}Th	775.0(0.1)
^{219}Ra	793.2(2.2)	^{231}Pa	783.7(0.2)
^{219}Ac	806.4(3.3)	^{231}U	766.7(2.0)
^{219}Th	800.4(4.3)	^{233}Th	776.0(0.1)
^{219}Pa	820.2(5.5)	^{233}Pa	787.9(0.2)
^{221}Fr	818.2(0.4)	^{233}U	765.2(2.0)
^{221}Ra	783.8(2.1)	^{233}Np	761.7(2.9)
^{221}Ac	789.9(2.2)	^{227}Ra	797.3(0.2)
^{221}Th	789.7(2.4)	^{227}Ac	787.1(0.2)
^{223}Fr	816.7(0.2)	^{227}Th	785.0(0.3)
^{223}Ra	788.9(0.3)	^{235}Th	770.9(2.4)
^{223}Ac	790.7(0.5)	^{235}Pa	787.8(1.8)
^{223}Th	774.1(3.1)	^{235}U	768.4(0.1)
^{223}Pa	794.9(4.6)	^{235}Np	767.2(0.8)
^{223}Fr	811.0(0.4)	^{237}Pu	761.4(2.0)
^{225}Ra	792.7(0.3)	^{239}U	759.5(0.1)
^{225}Ac	792.2(0.4)	^{239}Np	775.1(0.1)
^{225}Th	778.1(3.0)	^{239}Pu	755.5(0.1)
^{225}Pa	777.3(3.8)	^{241}Np	766.7(2.4)
^{225}U	770.0(4.0)	^{241}Pu	756.0(0.1)
^{227}Fr	802.0(3.4)	^{241}Am	763.6(0.1)

Для вычисления по методу наименьших квадратов (МНК) значений параметров b_1 и b_2 функции $b(A) = b_1 \exp(b_2 A)$, вычислим натуральный логарифм экспериментальных значений $b(A)_{\text{эксп}}$, т.е. $\ln[b(A)_{\text{эксп}}]$. После выполнения обычной процедуры МНК нами определены следующие численные значения параметров (погрешности приведены в круглых скобках):

$$b_1 = 1522(47) \text{ кэВ}, \; b_2 = -0.0029(1). \qquad (2.12)$$

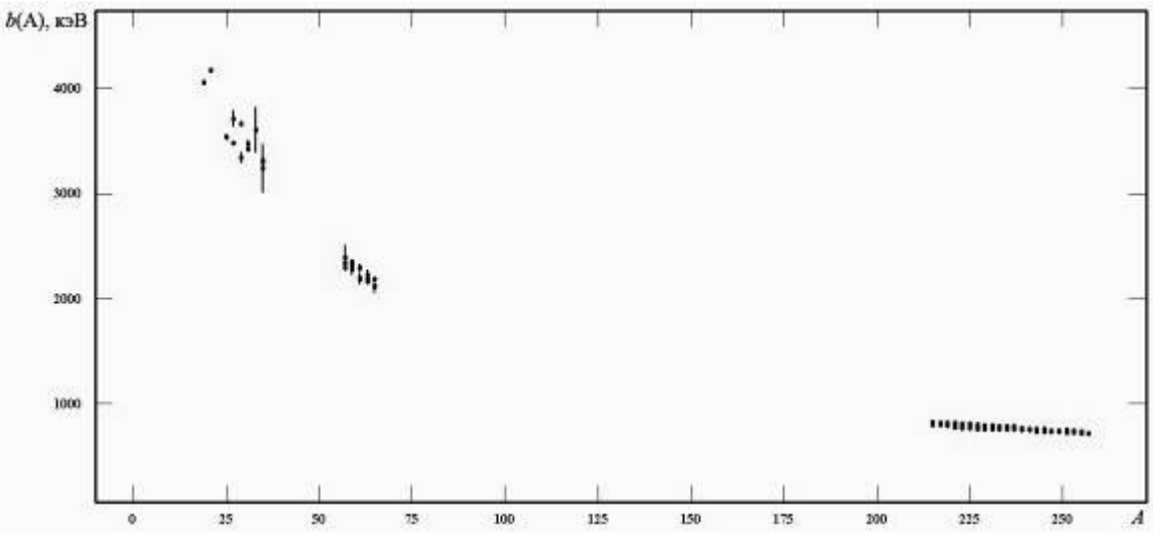


Рис. 2.4. Зависимость универсальной функции $b(A)$ от массового числа A для “выбранных” ядер

На рис. 2.5 графически представлены экспериментальные значения (точки с погрешностями) вигнеровской функции $b(A)_{\text{эксп}}$ в зависимости от массового числа A и расчет (сплошная линия) по формуле $b(A) = b_1 \exp(b_2 A)$.

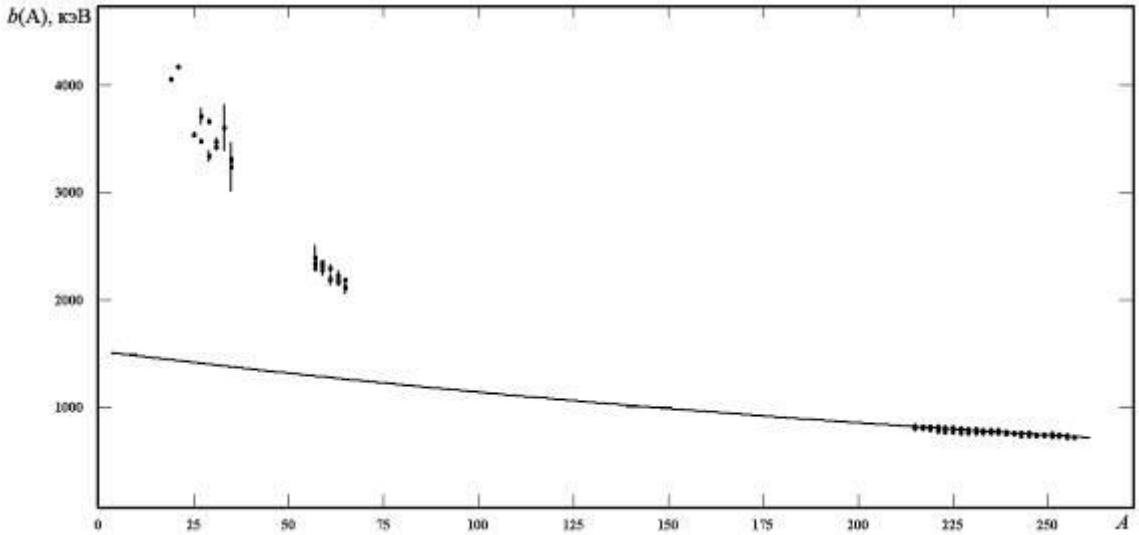


Рис. 2.5. Зависимость универсальной функции $b(A)$ от массового числа A для “выбранных” ядер и аппроксимация экспериментальных данных $b(A)$ функцией вида $b(A) = b_1 \exp(b_2 A)$: $b_1 = 1522(47)$ кэВ, $b_2 = -0.0029(1)$

Для выявления аналитической зависимости экспериментальных значений $b(A)_{\text{эксп}}$ “выбранных” ядер от массового числа A в области $A \le 215$

нами были вычислены разности $\Delta b(A) = b(A)_{\text{эксп}} - b_1 \exp(b_2 A)$ для каждого “выбранного” ядра.

На рис. 2.6 приведена графическая зависимость разности $\Delta b(A) = b(A)_{\text{эксп}} - b_1 \exp(b_2 A)$ от массового числа для “выбранных” ядер.

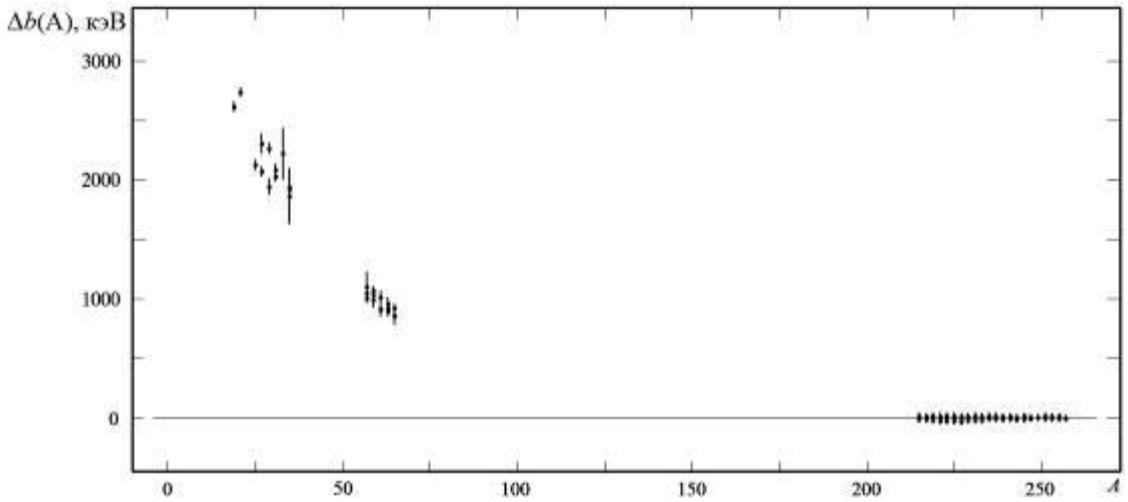


Рис. 2.6. Зависимость разности $\Delta b(A) = b(A)_{\text{эксп}} - b_1 \exp(b_2 A)$ от массового числа A для “выбранных” ядер

Анализ показал, что данные, получаемые после вычисления натурального логарифма $\ln[\Delta b(A)] = \ln[b(A)_{\text{эксп}} - b_1 \exp(b_2 A)]$, можно описать аппроксимирующей функцией следующего вида:

$$\ln[\Delta b(A)] = b_3^{'} + b_4 A. \qquad (2.13)$$

Рисунок 2.7 иллюстрирует зависимость натурального логарифма разности (экспериментальные точки) $\ln[\Delta b(A)] = \ln[b(A)_{\text{эксп}} - b_1 \exp(b_2 A)]$ от массового числа A для “выбранных” ядер.

В наших обозначениях коэффициенты $b_3^{'}$ и b_3 связаны соотношением $b_3^{'} = \ln b_3$. Численные значения параметров b_3 и b_4, определенных МНК, следующие:

$$b_3 = 4123(200) \text{ кэВ} \qquad \text{и} \qquad b_4 = -0.0238(8). \qquad (2.15)$$

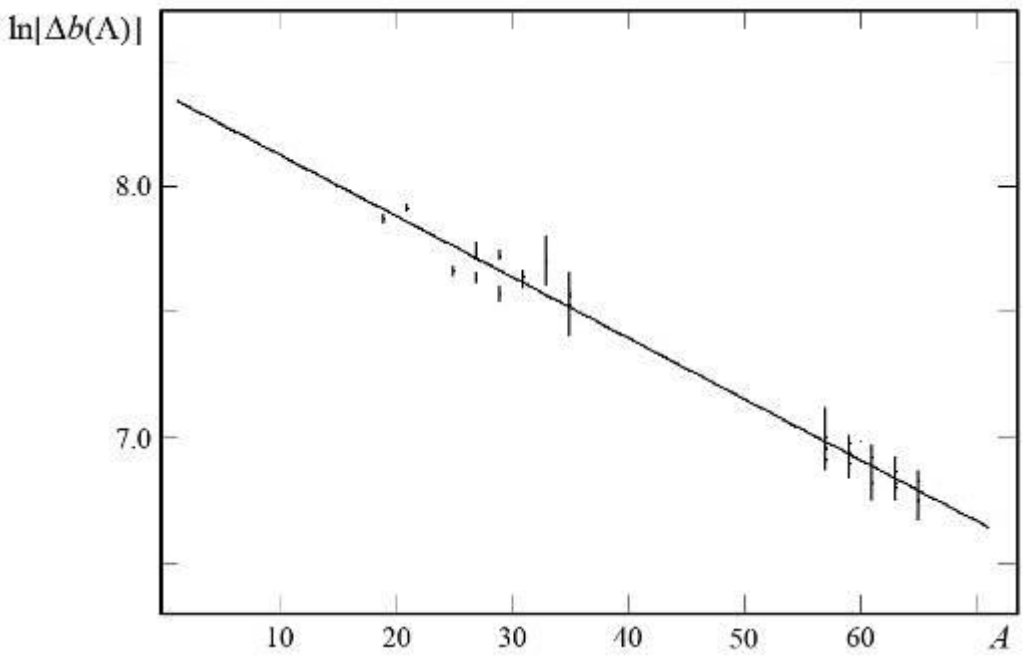


Рис. 2.7. Зависимость натурального логарифма разности $\ln[\Delta b(A)] = \ln[b(A)_{\text{эксп}} - b_1 \exp(b_2 A)]$ от массового числа A и аппроксимация функцией вида $\ln[\Delta b(A)] = b_3^{'} + b_4 A$ (линия) для “выбранных” ядер

Рисунок 2.8 иллюстрирует разделение экспериментальных значений универсальной функции $b(A)$ на две составляющие для “выбранных” ядер от массового числа A в полулогарифмической шкале.В наших обозначениях коэффициенты $b_3^{'}$ и b_3 связаны соотношением $b_3^{'} = \ln b_3$. Численные значения параметров b_3 и b_4, определенных МНК, следующие:

$$b_3 = 4123(200) \text{ кэВ} \qquad \text{и} \qquad b_4 = -0.0238(8). \qquad (2.15)$$

Рисунок 2.8 иллюстрирует разделение экспериментальных значений универсальной функции $b(A)$ на две составляющие для “выбранных” ядер от массового числа A в полулогарифмической шкале.

Прямая линия построена на основе расчета по формуле $\ln[\Delta b(A)] = b_3^{'} + b_4 A$. Как видно из рис. 2.7 выбранная функция удовлетворительно описывает экспериментальные данные. По этой причине

разность, имеющий вид $\Delta b(A) = b(A)_{\text{эксп}} - b_1 \exp(b_2 A)$ должна описываться следующей функцией:

$$\Delta b(A) = b(A)_{\text{эксп}} - b_1 \exp(b_2 A) = b_3 \exp(b_4 A). \qquad (2.14)$$

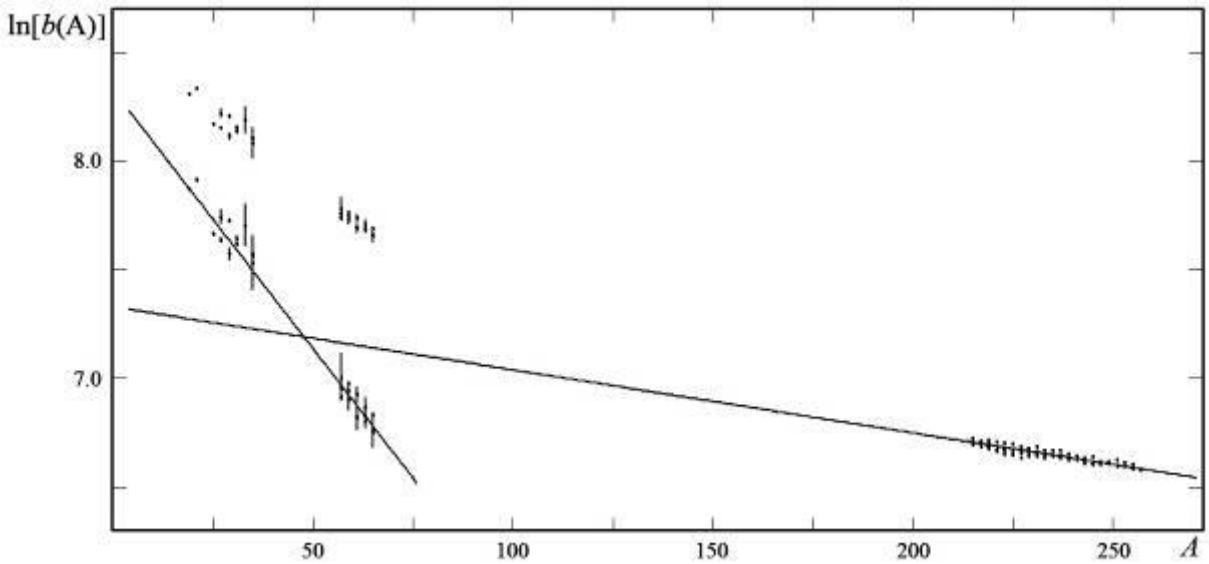


Рис. 2.8. Разделение экспериментальных значений универсальной функции $b(A)$ на две составляющие для “выбранных” ядер в полулогарифмической шкале

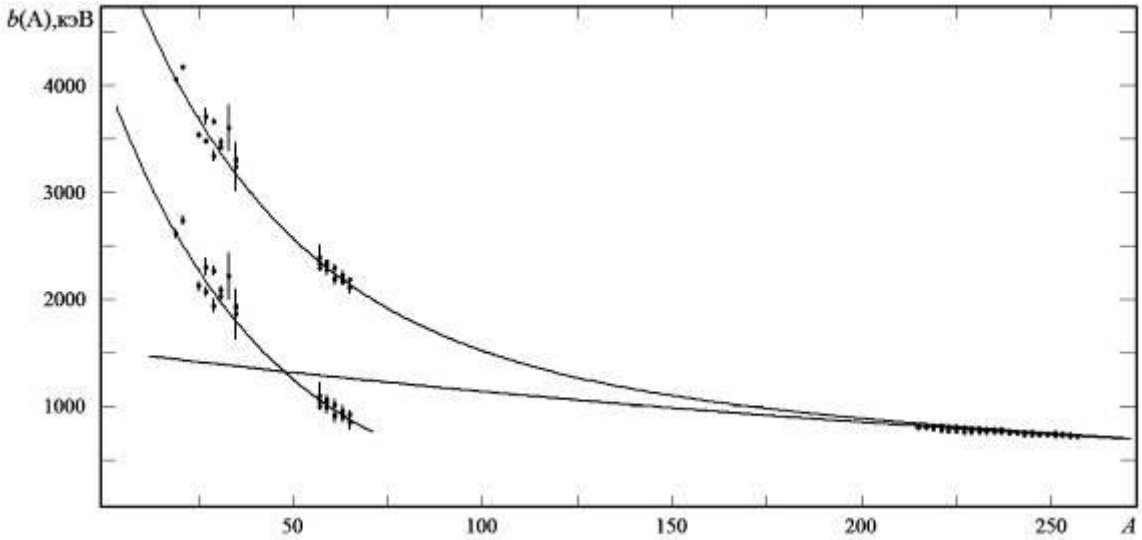


Рис. 2.9. Разделение экспериментальных значений универсальной функции $b(A)$ на две составляющие для “выбранных” ядер в линейной шкале

Рисунок 2.9 также иллюстрирует разделение экспериментальных значений универсальной функции $b(A)$ от массового числа A на две составляющие для “выбранных” ядер в линейной шкале.

На рис. 2.10 приведена зависимость от массового числа A экспериментальных значений универсальной функции Вигнера $b(A)$ для “выбранных” ядер и зависимость определенной выше эмпирической формулы с двумя составляющими, имеющий следующий вид:

$$b(A) = b_1 \exp(b_2 A) + b_3 \exp(b_4 A)\,. \qquad (2.16)$$

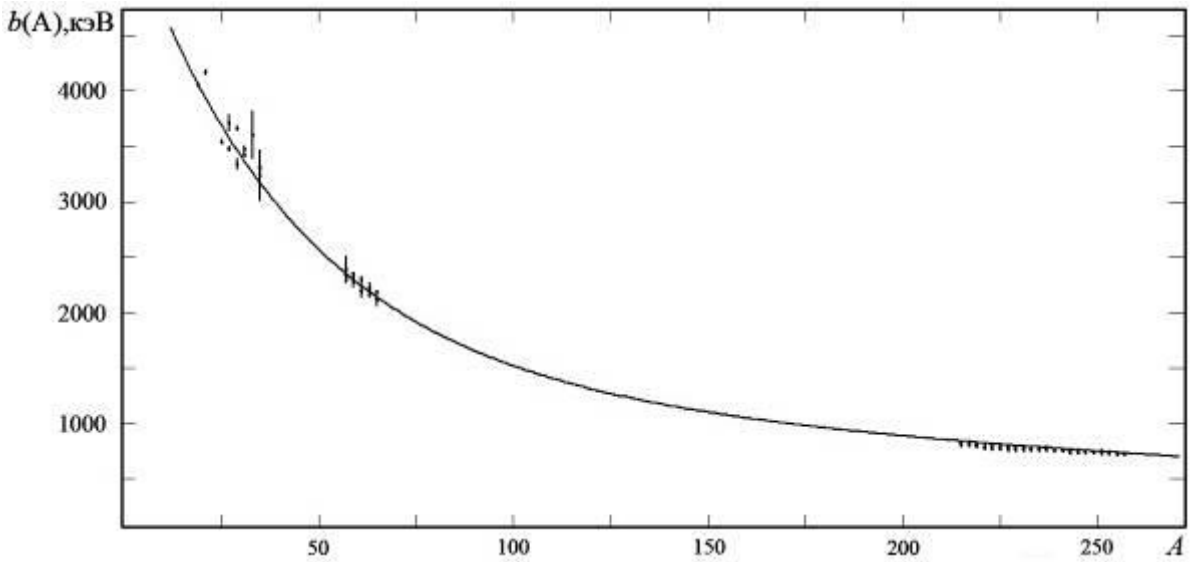


Рис. 2.10. Экспериментальные значения универсальной функции $b(A)$ для “выбранных” ядер и кривая, рассчитанная эмпирической формулой (2.17)

Как видно из рис. 2.10 экспериментальные данные универсальной функции $b(A)$ для “выбранных” ядер описываются удовлетворительно эмпирической формулой (2.16).

Рисунок 2.11 иллюстрирует зависимость разности $\Delta b(A) = b(A)_{\text{расч}} - b(A)_{\text{эксп}}$ от массового числа A.

Как было отмечено выше, для всех изобарных серий с массовыми числами ядра $A \le 65$ экспериментальные значения универсальной функции $b(A)$ для нуклидов с изоспином $T_z \le 5/2$ имеют тенденцию к убыванию. Это

можно учесть введением множителя вида $1-\exp[-(T_z-0.5)/0.5]$. Анализ экспериментальных данных показывает, что общая зависимость универсальной функции $b(A)$ от A и T_z описывается наилучшим образом функцией

$$b(A)=b_1\exp(b_2A)+b_3\exp(b_4A)\times\{1-\exp[-(T_z-0.5)/0.5]\} \qquad (2.17)$$

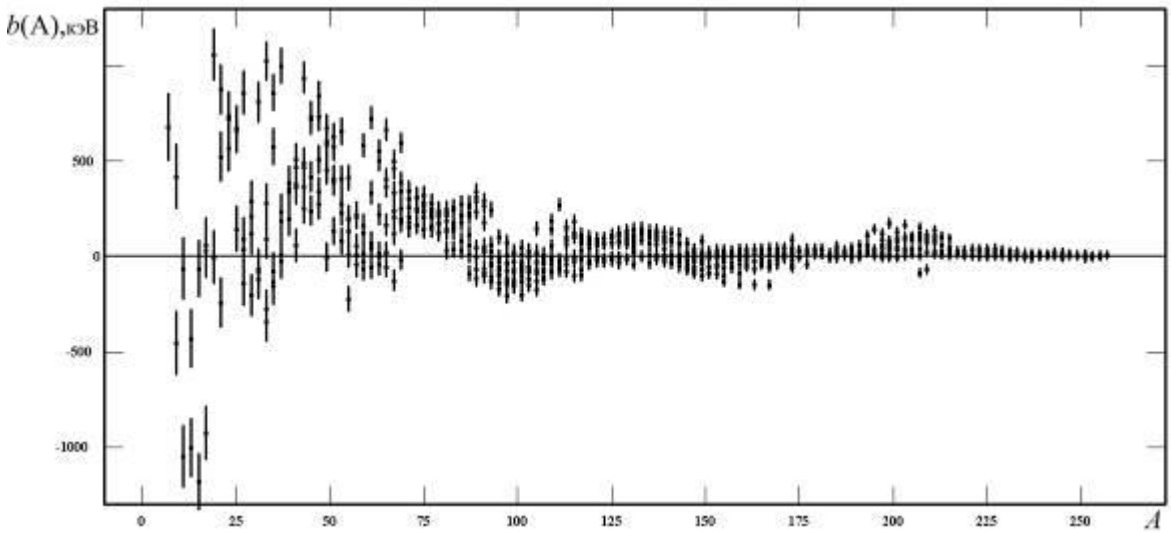


Рис. 2.11. Зависимость разности $\Delta b(A)=b_{\text{расч}}(A)-b_{\text{эксп}}(A)$ от массового числа A

На рис. 2.3 проводится сравнение экспериментальных значений $b(A)$ с рассчитанными по формуле (2.17) (кривые) для ядер с массовыми числами $A=31$ и 37. Как видно, экспериментальные значения универсальной функции $b(A)$ и результаты расчета согласуются.

Проведенные исследования показывают, что эмпирическую универсальную функцию $b(A)$, которая характеризует двухчастичные спин-изоспиновые взаимодействия, можно аналитически представить формулой (2.17).

§ 2.4. Основные формулы для расчета экспериментальных значений универсальной функции $a(A)$

Экспериментальные значения величины универсальной функции $a(A)$, в предположении известности функции $b(A)$, можно вычислить следующей формулой:

$$a(A) = M_{\text{ядро}}(A, T_z) - b(A) \times C_2 - E_{\text{Coul}}(A, Z), \qquad (2.18)$$

или

$$a(A) = \Delta_{\text{ядро}}(A, T_z) + Au - b(A) \times C_2 - E_{\text{Coul}}(A, Z). \qquad (2.19)$$

Как это будет нами показано в § 2.5, после вычислений численных значений $a(A)$ и его анализа, будет получено аналитическое выражение для универсальной функции $a(A)$.

§ 2.5. Экспериментальные значения универсальной функции $a(A)$ и ее аналитическое описание

Как было показано в § 2.4, экспериментальные значения универсальной функции $a(A)$ можно вычислить согласно выражению (2.19), если известно аналитическое выражение для функции $b(A)$. Таким образом, расчет экспериментальных значений $a(A)$ можно произвести по следующей формуле:

$$a(A) = \Delta_{\text{ядро}}(A, T_z) + Au - b(A) \times C_2 - E_{\text{Coul}}(A, Z), \qquad (2.20)$$

где $\Delta_{\text{ядро}}(A, T_z)$ – избыток массы ядра, $b(A)$ – эмпирическая функция Вигнера, аналитический вид которого определяется выражением (2.17), C_2 – оператор Казимира второй степени и $E_{\text{Coul}}(A, Z)$ – энергия кулоновского взаимодействия. Последняя величина вычисляется следующей формулой:

$$E_{\text{Coul}}(A, Z) = 703.2 \cdot Z^2 A^{-1/3}(1 - 1.28 A^{-2/3}). \qquad (2.21)$$

Из выражения (2.2) не трудно получить явный вид оператор Казимира C_2 для ядер с нечетным массовым числом A, который имеет следующий вид:

$$C_2 = 0.5(T_z^2 + 4T_z + 1.5). \qquad (2.22)$$

Воспользовавшись выражением (2.19) для универсальной функции $a(A)$ мы вычислили его экспериментальные значения для нечетных массовых чисел в диапазоне $1 \le A \le 257$.

Для выявления функциональной зависимости универсальной функции $a(A)$ удобно рассматривать не ее значения, поскольку они велики, а отношение его значений к массовому числу– $a(A)/A$. В дальнейшем величину $a(A)/A$. будем называть удельной универсальной функцией.

Рисунок 2.12 иллюстрирует зависимость всех экспериментальных значений универсальной функции $a(A)/A$ от массового числа A.

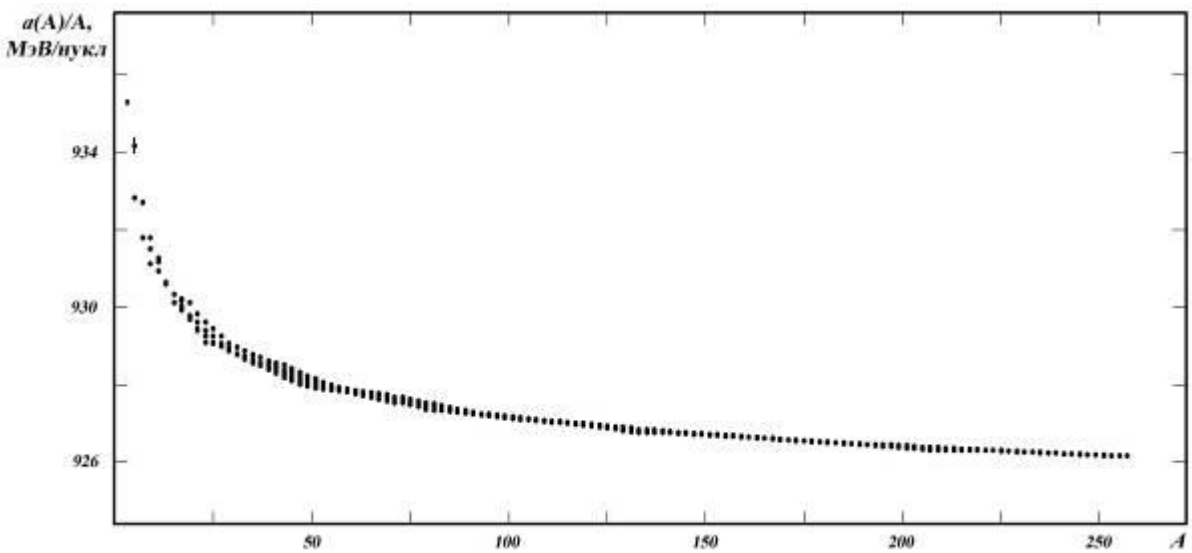


Рис. 2.12. Зависимость удельной универсальной функции $a(A)/A$ от массового числа A

На рис. 2.13 приведена зависимость удельной универсальной функции $a(A)/A$ для “выбранных” ядер. Анализ этих данных показывает, что так же, как в случае с универсальной функцией $b(A)$, экспериментальные значения функции $a(A)/A$ в области массовых чисел $A \ge 215$ могут быть описаны экспоненциальной функцией следующего вида:

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A). \qquad (2.23)$$

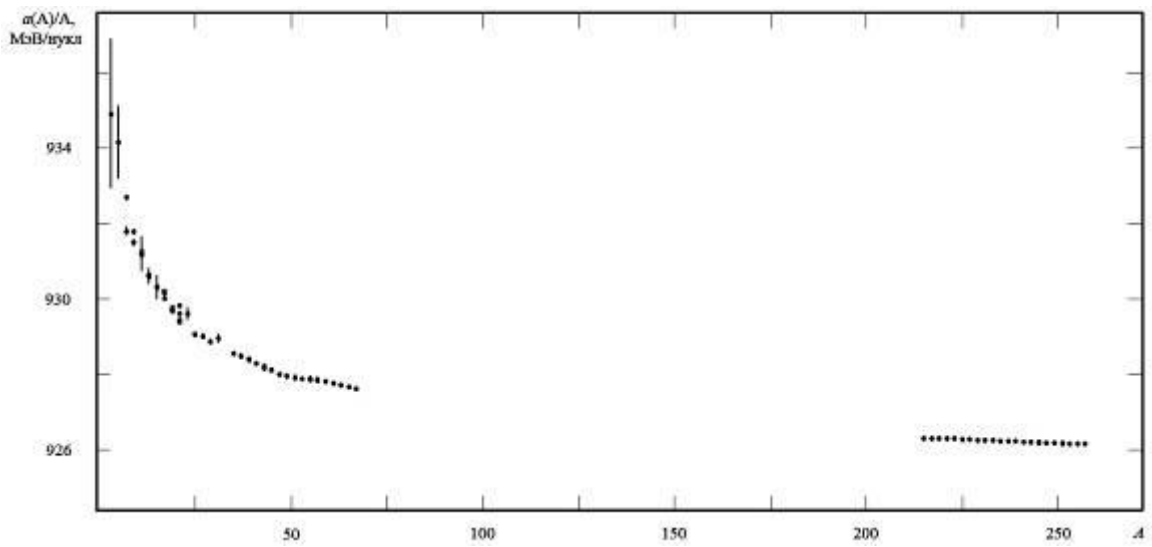


Рис. 2.13. Зависимость удельной универсальной функции $a(A)/A$ от массового числа A для “выбранных” ядер

Как видно из рис. 2.12, экспериментальные значения удельной универсальной функции $a(A)/A$ достаточно “плотно” расположены друг к другу. Это позволяет список “выбранных” ядер несколько расширит, с целью более полного аналитического описания удельной универсальной функции $a(A)/A$. На рис. 2.14 приведена зависимость удельной универсальной функции $a(A)/A$ для расширенного списка “выбранных” ядер.

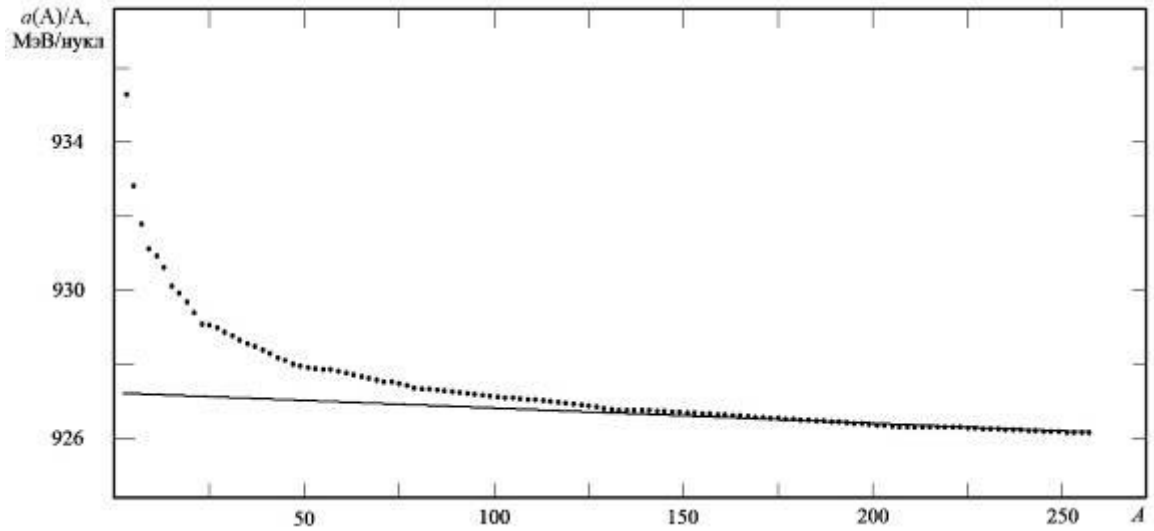


Рис. 2.14. Зависимость удельной универсальной функции $a(A)/A$ от массового числа A для расширенного списка “выбранных” ядер

На основе экспериментальных данных $a(A)/A$ для расширенного списка “выбранных” ядер с массовым числом в диапазоне $175 \le A \le 195$ и $A \ge 215$ вычислены значения коэффициентов a_1, a_2 и их погрешности МНК

для функции (2.24). При этом, численные значения коэффициентов a_1 и a_2 оказались равными:

$$a_1 = 927368(11) \text{ кэВ/нуклон}, \tag{2.24}$$

$$a_2 = -5.11(5) \times 10^6. \tag{2.25}$$

На рис. 2.14 сплошная кривая линия является расчетной и построена согласно выражению (2.23) с коэффициентами (2.24) и (2.25).

Для выявления эмпирической зависимости экспериментальных значений $a(A)/A$ от массового числа A для области $A < 175$ нами были вычислены разности вида

$$\Delta a_1 / A = [a(A)/A]_{\text{эксп}} - a_1 \exp(a_2 A), \tag{2.26}$$

которые изображены на рис. 2.15.

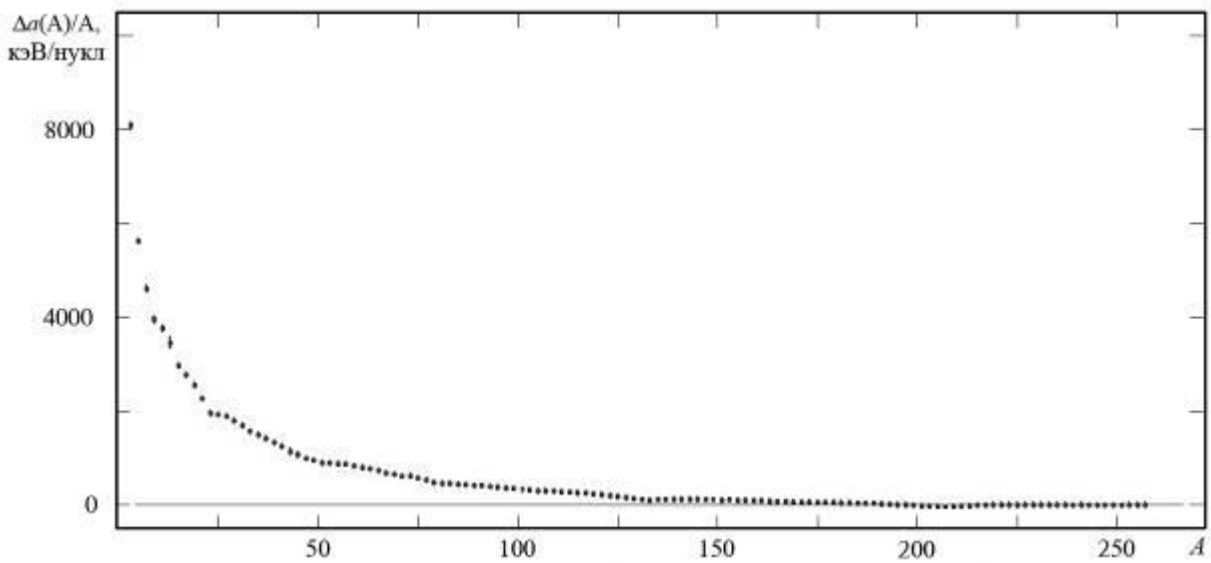


Рис. 2.15. Разность экспериментальных значений $a(A)/A$ и функции (2.26)

Эти же данные, только в полулогарифмическом масштабе изображены на рисунке 2.16. Как видно из рис. 2.16, в диапазоне массовых чисел $79 \le A \le 121$, величину $\ln[\Delta a_1 / A]$ можно описать линейной функцией следующего вида:

$$\ln[\Delta a_1 / A] = \ln\{[a(A)/A]_{\text{эксп}} - a_1 \exp(a_2 A)\} = a_3^{'} + a_4 A, \qquad (2.27)$$

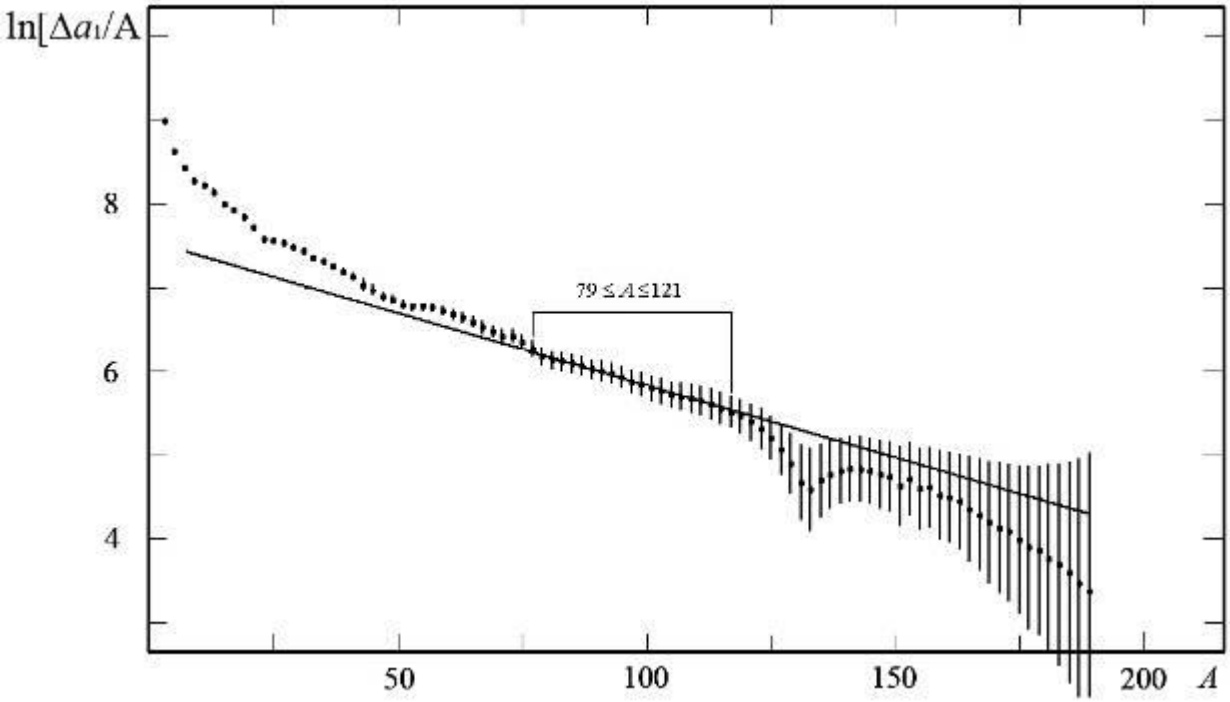


Рис. 2.16. Зависимость величины $\ln[\Delta a_1 / A]$ **от массового числа *A***

Применяя МНК для величины $\ln[\Delta a_1 / A]$ в диапазоне массовых чисел $79 \le A \le 121$, находим значения коэффициентов $a_3^{'}, a_4$ и их экспериментальные погрешности. Учитывая, что коэффициенты a_3 и $a_3^{'}$ связаны соотношением $a_3 = \exp(a_3^{'})$, окончательно находим:

$$a_3 = 2147(92) \text{ кэВ/нуклон}, \qquad (2.28)$$

$$a_4 = -0.0214(5). \qquad (2.29)$$

Применяя МНК для величины $\ln[\Delta a_1 / A]$ в диапазоне массовых чисел $79 \le A \le 121$, находим значения коэффициентов $a_3^{'}, a_4$ и их экспериментальные погрешности. Учитывая, что коэффициенты a_3 и $a_3^{'}$ связаны соотношением $a_3 = \exp(a_3^{'})$, окончательно находим:

$$a_3 = 2147(92) \text{ кэВ/нуклон}, \tag{2.28}$$

$$a_4 = -0.0214(5)\,. \tag{2.29}$$

На рис. 2.16 сплошная прямая линия является аппроксимацией экспериментальных значений величины $\ln[\Delta a_1 / A]$ функцией вида (2.27) с коэффициентами $a_3^{'} = \ln a_3$ и a_4.

Таким образом, величина $\Delta a_1 / A$ в диапазоне массовых чисел $79 \le A \le 121$ описывается следующей формулой:

$$\Delta a_1 / A = a_3 \exp(a_4 A). \tag{2.30}$$

Поступая аналогичным образом для области массовых чисел $A < 25$ можно построит зависимость $\ln[\Delta a_2 / A]$, которую определим следующим выражением:

$$\ln[\Delta a_2 / A] = \ln\{[a(A)/A]_{\text{эксп}} - a_1 \exp(a_2 A) - a_3 \exp(a_4 A)\} =$$
$$= a_5^{'} + a_6 A. \tag{2.31}$$

На рис. 2.17 в полулогарифмическом масштабе представлена зависимость экспериментальных значений величины $\ln[\Delta a_2 / A]$ от массового числа A. Как видно из рис. 2.17 в диапазонах массовых чисел $25 \le A \le 39$ и $57 \le A \le 65$ можно провести прямую следующего вида:

$$\ln[\Delta a_2 / A] = a_5^{'} + a_6 A. \tag{2.32}$$

Применяя МНК к экспериментальным значениям величины $\ln[\Delta a_2 / A]$ в диапазоне массовых чисел $25 \le A \le 39$ и $57 \le A \le 65$ находим значения коэффициентов $a_5^{'}, a_6$ и их погрешностей. Поскольку, коэффициенты a_5 и $a_5^{'}$ связаны соотношением $a_5 = \exp(a_5^{'})$, находим окончательно:

$$a_5 = 1995(78) \text{ кэВ/нукл}, \tag{2.33}$$

$$a_6 = -0.048(1). \tag{2.34}$$

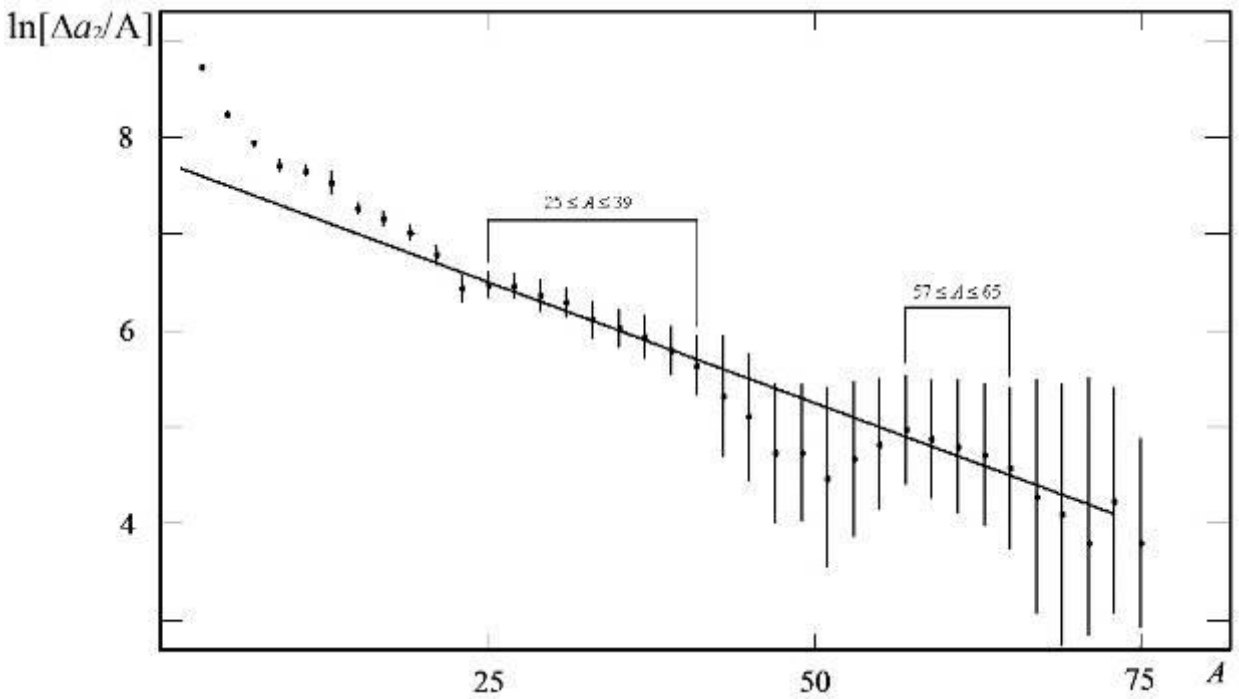


Рис. 2.17. Зависимость экспериментальных значений величины $\ln[\Delta a_2 / A]$ от массового числа *A*

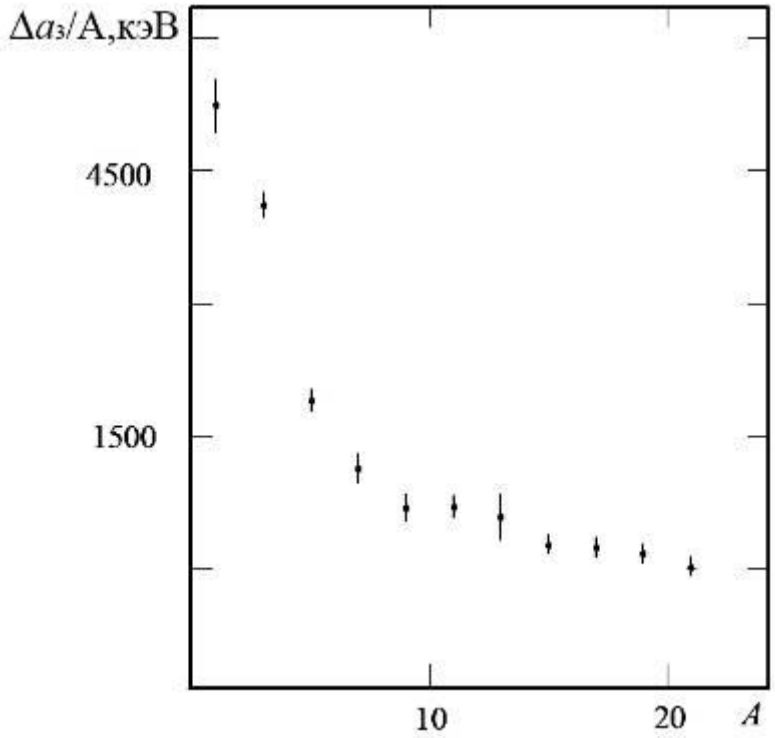


Рис. 2.18. Зависимость экспериментальных значений величины $\Delta a_3 / A$ от массового числа A в диапазоне $A \le 25$

Для ядер из области $A < 25$ аналогичным образом можно вычислит $\Delta a_3 / A$, которую определим следующим выражением:

$$\Delta a_3 / A = [a(A)/A]_{\text{эксп}} - a_1 \exp(a_2 A) - a_3 \exp(a_4 A)\} -$$
$$- a_5 \exp(a_6 A) = a_7^{'} + a_8 A. \qquad (2.35)$$

Вычисленные согласно выражению (2.35) значения $\Delta a_3 / A$ изображены на рис. 2.18 в диапазоне $A \le 25$.

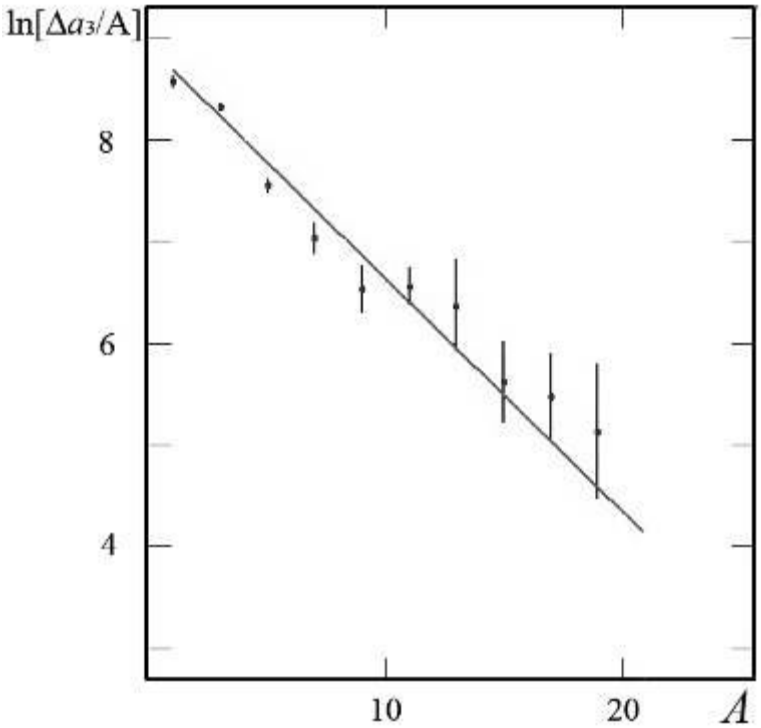


Рис. 2.19. Зависимость экспериментальных значений величины $\ln[\Delta a_3 / A]$ от массового числа A в диапазоне $A \le 25$

Эти же данные в полулогарифмическом масштабе представлены на рис. 2.19. Как видно из рис. 2.19 экспериментальные значения величины $\ln[\Delta a_3 / A]$ можно описать линейной функцией имеющий вид (2.35). Применяя к экспериментальным данным $\ln[\Delta a_3 / A]$ МНК и учитывая, что $a_7 = \ln(a_7^{'})$, находим значения a_7, a_8 и их погрешности:

$$a_7 = 7713(708) \text{ кэВ/нуклон}, \qquad (2.36)$$

$$a_8 = -0.22(2). \qquad (2.37)$$

Таким образом, зависимость отношения универсальной функции Вигнера $a(A)$ к массовому числу ядра A как функции A можно описать следующим выражением вида:

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A) + a_3 \exp(a_4 A) + a_5 \exp(a_6 A) + a_7 \exp(a_8 A). \qquad (2.38)$$

В таблице 2.3 приведены численные значения коэффициентов этих функций и диапазон массовых чисел, где определены коэффициенты.

Таблица 2.3

Численные значения коэффициентов $a_1 \div a_8$

Диапазон вычислений	Функции	Коэффициенты
$175 \le A \le 195$ и $A \ge 215$	$a_1 \exp(a_2 A)$	$a_1 = 927368(11)$ кэВ/нукл $a_2 = -5.11(5) \times 10^{-6}$
$79 \le A \le 121$	$a_3 \exp(a_4 A)$	$a_3 = 2147(92)$ кэВ/нукл $a_4 = -0.0214(5)$
$25 \le A \le 39$ и $57 \le A \le 65$	$a_5 \exp(a_6 A)$	$a_5 = 1995(78)$ кэВ/нукл $a_6 = -0.048(1)$
$A \le 25$	$a_7 \exp(a_8 A)$	$a_7 = 7713(708)$ кэВ/нукл $a_8 = -0.22(2)$

Для учета убывания универсальной функции $a(A)/A$ для ядер с $T_z \le 1/2$ необходимо ввести в формулу (2.39) множитель вида $1 - \exp[-(T_z - 0.5)/0.5]$.

Подбор наилучшего согласования расчета с экспериментом позволяет привести (2.38) к следующему виду:

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A) + a_3 \exp(a_4 A) + a_5 \exp(a_6 A) + \\ + a_7 \exp(a_8 A) \times 1 - \exp[-(T_z - 0.5)/0.5]. \qquad (2.39)$$

На рис. 2.20 представлены результаты расчета (кривая), выполненного по формуле (2.39). Как видно, расчет достаточно хорошо согласуется с экспериментом (точки). На рис 2.21 представлены отношение $a(A)_{\text{эксп}} / a(A)_{\text{расч}}$ для данных из рис. 2.20, а на рис. 2.22 приведена зависимость разности между всеми экспериментальными и расчетными значениями величины $a(A)$ от массового числа ядра A для всех рассмотренных в настоящей работе ядер. Существующие отклонения мы объясняем неучтенным спин-орбитальным взаимодействием.

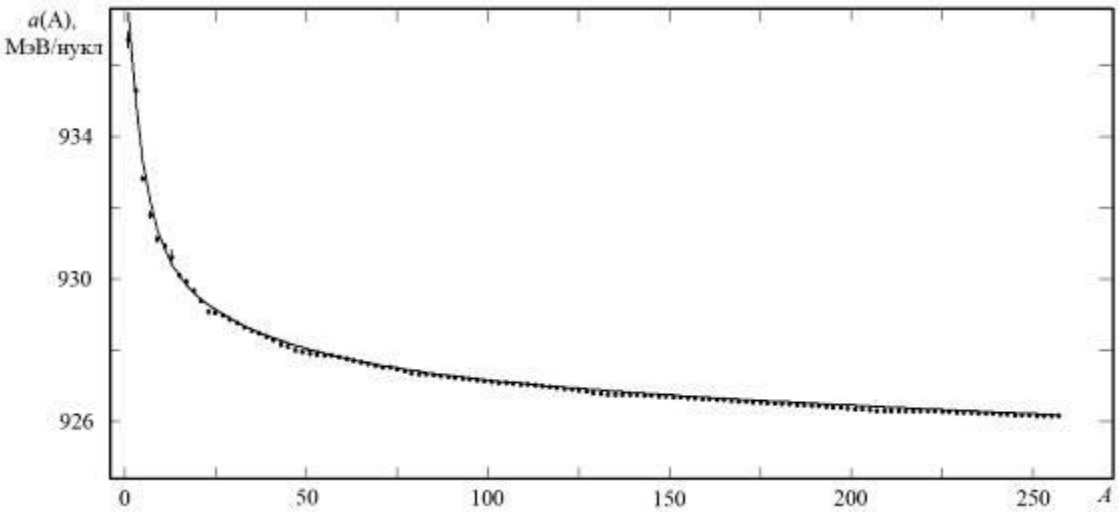


Рис. 2.20. Результаты расчета (кривая), проведенного по формуле (2.39)

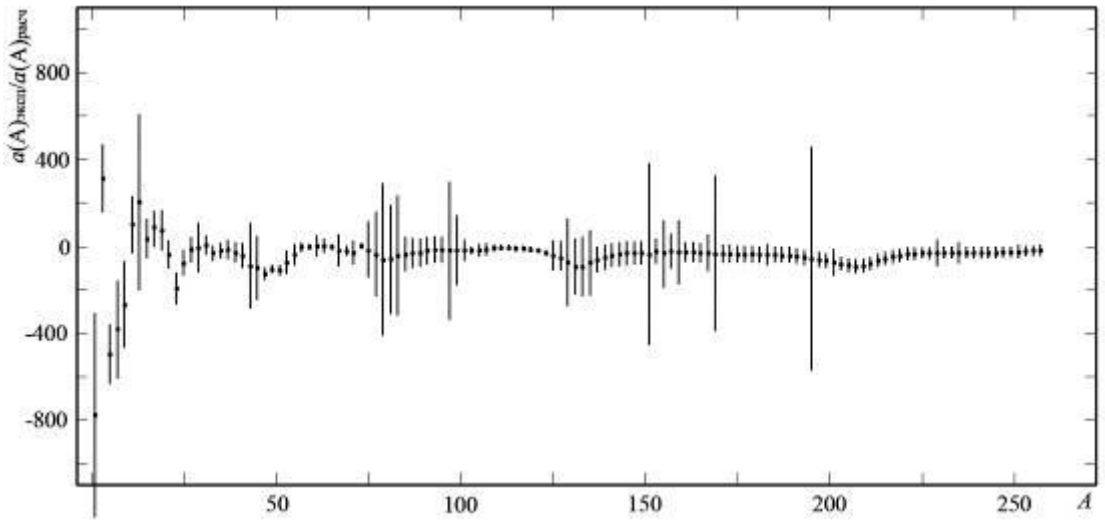


Рис 2.21. Зависимость отношения $a(A)_{\text{эксп}} / a(A)_{\text{расч}}$ от массового числа

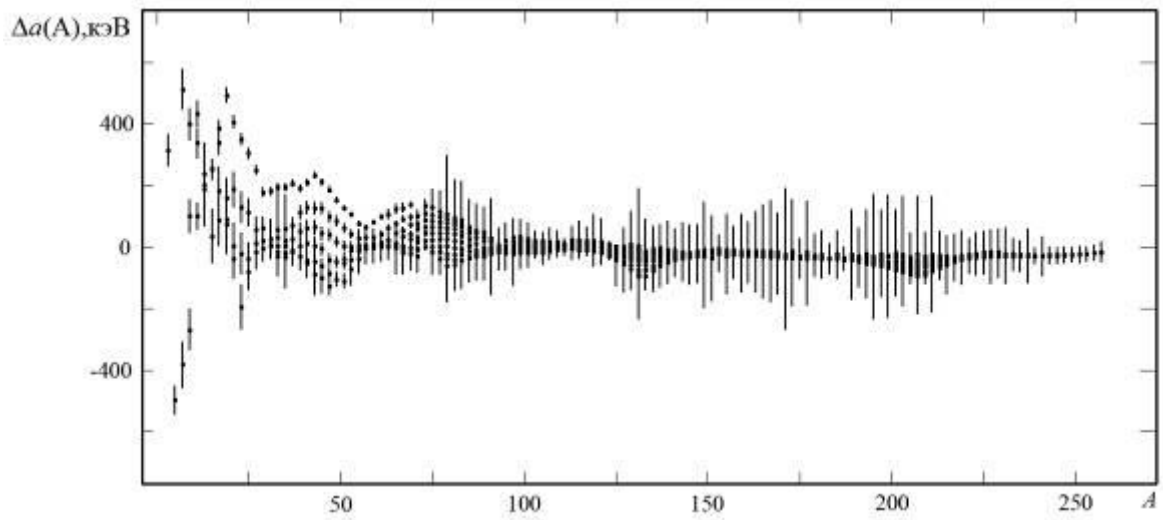


Рис. 2.22. Зависимость разности между экспериментальными и расчетными значениями величины $\Delta a(A)$ от массового числа ядра A для всех рассмотренных в настоящей работе ядер

Анализ экспериментальных значений масс ядер с нечетным массовым числом показывает, что эмпирические универсальные функции Вигнера $a(A)$ и $b(A)$ можно описывать при помощи гладких и непрерывных функций (2.39) и (2.17) соответственно. Все отклонения экспериментальных значений $a(A)$ и $b(A)$ от расчетных мы относим неучтенным в расчетах спин-орбитальному взаимодействию.

§ 2.6. Основные формулы для расчета экспериментальных значений вклада в массу атомного ядра энергии спин-орбитального взаимодействия $E_{sl}(Z, N)$

Согласно рабочей гипотезе все отклонения от формулы (2.1) для изобар с нечётным массовым числом мы отводим к энергии спин-орбитального взаимодействия. Вычисление энергии спин-орбитального взаимодействия $E_{sl}(Z, N)$ для ядер с нечетным массовым числом A можно производить по формуле:

$$E_{sl}(Z, N) = \Delta_{\text{ядро}}(A, T_z) + Au - a(A) - b(A)C_2 - E_{\text{Coul}}(A, Z), \qquad (2.40)$$

где $E_{sl}(Z,N)$ – энергия спин-орбитального взаимодействия, $\Delta_{ядро}(A,T_z)$ – избыток массы атомного ядра, $a(A), b(A)$ – универсальные эмпирические функции Вигнера, C_2 – оператор Казимира второй степени, $E_{Coul}(A,Z)$ – энергия кулоновского взаимодействия.

Здесь необходимо отметить, что величину $E_{sl}(Z,N)$ гораздо правильно называть вкладом спин-орбитального взаимодействия в массу атомного ядра. Это вытекает из анализа формулы 2.1, в котором каждый его член имеет свой вклад. В дальнейшем величину $E_{sl}(Z,N)$ будем именовать вкладом спин-орбитального взаимодействия в массу атомного ядра.

§ 2.7. Экспериментальные значения вклада спин-орбитального взаимодействия в массу атомного ядра

Пользуясь выражением (2.40), данными по избытку массы атомного ядра $\Delta_{ядро}(A,T_z)$, аналитическим видом эмпирические функции Вигнера $a(A)$ (2.39) и $b(A)$ (2.17) соответственно и вычисляя кулоновскую энергию по выражению (2.21) нами вычислены численные значения вклада спин-орбитального взаимодействия в массы атомных ядер.

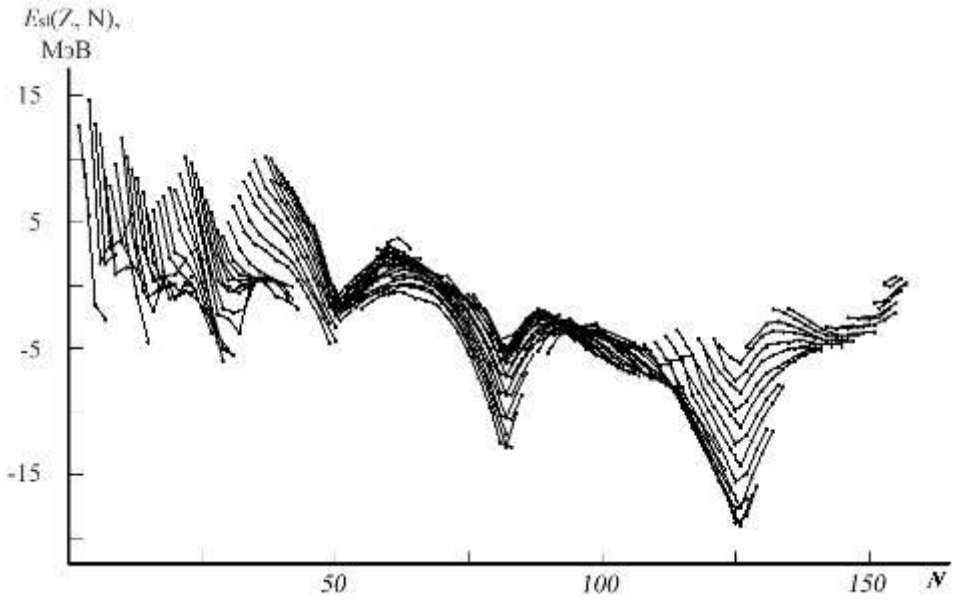


Рис 2.23. Зависимость вклада в массу атомного ядра спин-орбитального взаимодействия $E_{sl}(Z,N)$ от числа нейтронов для изотопов

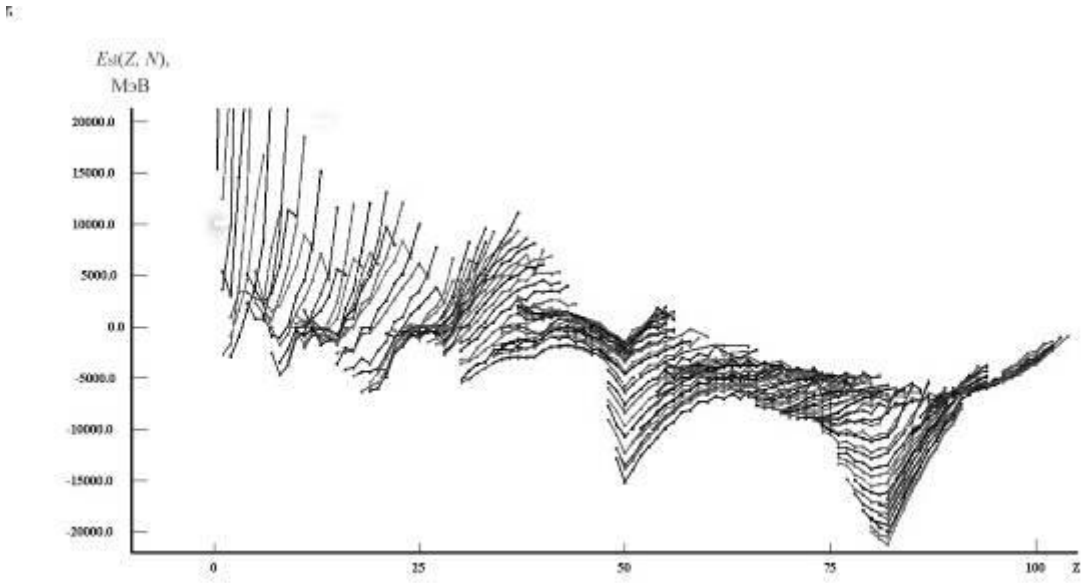


Рис 2.24. Зависимость вклада в массу атомного ядра спин-орбитального взаимодействия $E_{\mathrm{sl}}(Z, N)$ от числа протонов для изотонов

На рисунках 2.23 и 2.24 вклад спин-орбитального взаимодействия в массу атомного ядра представлены в зависимости от N и Z соответственно. На этих графиках одинаковые изотопы (изотоны) объединены линиями для визуального удобства. Погрешности не приведены. Как видно из этих рисунков все “магические” числа проявляются явно. С продвижением в область тяжелых ядер вклад спин-орбитального взаимодействия в массу атомного ядра $E_{\mathrm{sl}}(Z, N)$ увеличивается и достигает 18 МэВ для ^{208}Pb.

§ 2.8. Выводы

Подводя итог к Главе II можно констатировать, что на основе принятых нами предположений, допущений и основываясь на экспериментальных данных по массам атомных ядер удалось выделить универсальные эмпирические функции Вигнера $a(A)$, $b(A)$ и аналитически описать их элементарными математическими функциями. Также удалось выделить вклад в массу атомного ядра энергию спин-орбитального взаимодействия $E_{\mathrm{sl}}(Z, N)$.

ГЛАВА III. НАРУШАЮЩИЕ ВИГНЕРОВСКУЮ СПИН-ИЗОСПИНОВУЮ $SU(4)$-СИММЕТРИЮ ФАКТОРЫ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИММЕТРИИ В ОБЛАСТИ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

Результаты наших исследований, изложенные в Главе III, опубликованы в оригинальных работах [46; с. 1435-1443, 47; с. 27–32, 48; с. 500-510, 49; с. 1435-1441, 50; с. 38-41, 51; с. 409-417, 52; с. 1435-1441, 53; с. 1650145-15, 54; 299-310, 55; с. 259-259, 56; с. 256-256, 57; с. 189-190, 58; с. 173-173, 59; с. 174-174, 60; с. 138-139, 61; с. 156-157, 62; с. 156-157, 63; с. -158-158, 64; с. 22-22, 65; с. 105-107].

§ 3.1. Свойства универсальных функций $a(A)$ и $b(A)$ массовой формулы Вигнера для атомных ядер

Массовая формула Вигнера [10; с. 106-119, 11; с. 274-317, 12; с. 947-958] основана на спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии и является модификацией формулы Вайцзеккера [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304] в $SU(4)$-схеме на базе операторов Казимира $SU(4)$-алгебры. Формула Вайцзеккера для энергии связи ядра отличается своей наглядностью и простотой. В то же время свойства и возможности эмпирических универсальных функций массовой формулы Вигнера в литературе не освещены в связи с тем, что универсальные функции Вигнера являются эмпирическими, и до наших работ их аналитический вид не был определен.

В Главе II [36; с. 434-443] массовая формула Вигнера была проанализирована на основе экспериментальных данных масс нуклидов в диапазоне нечетных массовых чисел $1 \leq A \leq 257$, в результате чего были получены формулы для эмпирических универсальных функций Вигнера (смотрите формулы 2.39 и 2.17). В связи с этим появилась возможность наглядной физической интерпретации универсальных функций Вигнера путем сопоставления их с формулой Вайцзеккера.

Кроме этого, в нашей работе [36; с. 434-443, 46; с. 1489-1497] нами было предложено объяснение нечетно-четного эффекта в атомных ядрах за счет явного аналитического вида оператора Казимира второй степени C_2 для четно-четных, нечетно-нечетных нуклидов и ядер с нечетным массовым числом. Доказательство этого предположения имеет принципиальное значение для вигнеровской симметрии, так как считается, что вигнеровская спин-изоспиновая $SU(4)$-симметрия нарушается за счет известных взаимодействий в атомном ядре, таких, как кулоновское и спин-орбитальное взаимодействия, а также за счет нечетно-четного эффекта. Сущность последнего явления сводится к спариванию двух нейтронов и протонов в отдельности и к отсутствию спаривания протона с нейтроном, что также, якобы свидетельствует о нарушении изотопической и вигнеровской симметрии. В том случае, если нечетно-четный эффект вытекает из свойства массовой формулы Вигнера, нарушающими вигнеровскую спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию факторами остаются только кулоновское и спин-орбитальное взаимодействия.

Целью настоящего параграфа является путем сопоставления массовых формул Вайцзеккера и Вигнера дать физическую интерпретацию универсальным функциям Вигнера.

Как известно [2; с.12-15, 4; с. 45-54], массу ядра с энергией связи Вайцзеккера можно выразить следующей формулой:

$$M(A,Z) = m_{\mathrm{n}}N + m_{\mathrm{p}}Z + E_{\mathrm{W}}(N,Z) = m_{\mathrm{n}}N + m_{\mathrm{p}}Z - \alpha A + \beta A^{2/3} +$$
$$+ \gamma (N-Z)^2 A^{-1} + E_{\mathrm{Coul}}(Z,N) + E_{\mathrm{pair}}(Z,N), \qquad (3.1)$$

где $E_{\mathrm{W}}(N,Z)$ – энергия связи по Вайцзеккеру, m_{n}, m_{p} – массы свободного нейтрона и протона соответственно в единицах энергии; α, β и γ – коэффициенты при объемном, поверхностном членах, а также при энергии симметрии; $E_{\mathrm{Coul}}(Z,N)$ – энергия кулоновского взаимодействия и

$E_{\text{pair}}(Z, N)$ – парная энергия для ядер с четным массовым числом. Учитывая, что массы протона и нейтрона приблизительно равны: $m_{\text{p}} \approx m_{\text{n}} \approx m_{\text{nucl}}$, выражение (3.1) можно преобразовать к следующиму виду:

$$M(A,Z) = (m_{\text{nucl}} - \alpha + \beta A^{-1/3})A + \gamma (N-Z)^2 A^{-1} + \\ + E_{\text{Coul}}(Z, N) + E_{\text{pair}}(Z, N), \qquad (3.2)$$

где $m_{\text{nucl}} = (m_{\text{p}} + m_{\text{n}})/2$ в единицах энергии.

Сопоставляя формулу (3.2) с массовой формулой Вигнера для атомных ядер [36; с. 434-443]:

$$M(A,T_z) = a(A) + b(A) \times C_2 + E_{\text{Coul}}(A, Z) + E_{\text{sl}}(Z, N) + E_{\text{pair}}(Z, N), \qquad (3.3)$$

получим следующие символические равенства:

$$a(A)/A = (m_{\text{nucl}} - \alpha + \beta A^{-1/3}), \qquad (3.4)$$

$$b(A)C_2 = \gamma (N-Z)^2 A^{-1}. \qquad (3.5)$$

В формуле (3.3) слагаемое $E_{\text{sl}}(A, Z)$ учитывает энергию спин-орбитального взаимодействия. На основе полученных выражений (3.4) и (3.5) рассмотрим свойства эмпирических универсальных функций $a(A)$ и $b(A)$.

Свойство эмпирической универсальной функции $a(A)$. В формуле (3.4) основным, определяющим значение выражения $m_{\text{nucl}} - \alpha + \beta A^{-1/3}$ слагаемым является усредненная масса протона и нейтрона m_{nucl}, поскольку $m_{\text{nucl}} \approx 1$ ГэВ, $\alpha \approx 16$ МэВ и $\beta \approx 17$ МэВ [4; с. 45-54]. Поэтому правую часть выражения (3.4) можно рассматривать как некоторую эффективную массу связанного нуклона $m_{\text{эф}}$ в атомном ядре. Тогда левую часть формулы (3.4),

т.е. величину $a(A)/A$ (удельная универсальная функция), также можно рассматривать как эффективную массу нуклона в ядре. Причем $a(A)/A$ эффективно учитывает как насыщение ядерных сил системы частиц, так и поверхностную энергию, которая характерна для всех конечных систем.

Эмпирическая формула для универсальной функции $a(A)/A$, полученная в работе [36; с. 434-443], имеет следующий вид:

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A) + a_3 \exp(a_4 A) + a_5 \exp(a_6 A) + \\ + a_7 \exp(a_8 A)\{1 - \exp[-(T_z - 0.5)/0.5]\}, \qquad (3.6)$$

где T_z – проекция изоспина на ось z основного состояния ядра. Коэффициенты в выражении (3.6) представлены в Таблице 2.3.

На рис. 3.1 представлена графическая зависимость эффективной массы связанного нуклона в ядре $m_{эф}$ от массового числа A. Кривая 1 рассчитана согласно формуле $m_{эф} = m_{nucl} - \alpha + \beta A^{-1/3}$, а кривая 2–согласно $m_{эф} = a(A)/A$. Как видно из рис. 3.1, в области легких ядер обе кривые почти совпадают, но с ростом массового числа A, начиная с $A \approx 100$, различия между ними становятся все более заметными.

Свойства эмпирической универсальной функции $b(A)$ **и слагаемого** $b(A)C_2$**.** Равенство (3.5) прямо указывает на то, что $b(A)C_2$ является энергией симметрии. Но слагаемое $b(A)C_2$ в массовой формуле (3.3) имеет более сложную структуру, чем энергия симметрии в массовой формуле Вайцзеккера (3.2). Сложность структуры $b(A)C_2$ связана с оператором Казимира второй степени C_2, аналитический вид которого различен для нечетно-нечетных, четно-четных нуклидов и для ядер с нечетным массовым числом (см. [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 34; с. 434-443]). В таблице 3.1 приводится явный аналитический вид оператора

Казимира C_2, и слагаемого $b(A)C_2$, а также координаты вершины параболы C_2, для трех групп ядер.

Оператор Казимира C_2, является полиномом второй степени, зависящим от проекции изоспина T_z на ось z, и геометрически представляет собой параболу. Как видно из Таблицы 3.1, часть $b(A)C_2$ равная $0.5b(A)(T_z^2+4T_z)$, одинакова для всех групп ядер, хотя имеет более сложную структуру, чем традиционная энергия симметрии. Член, пропорциональный T_z^2, является традиционной энергией симметрии и отражает тенденцию к стабильности ядер с $N=Z$, а член, пропорциональный T_z, связан с нейтрон-протонным обменным взаимодействием [66; с. 135-146]. Имеются экспериментальные данные для ядер с относительно малыми T_z, которые свидетельствуют о существовании линейного члена. Поэтому интерпретация слагаемого $0.5b(A)(T_z^2+4T_z)$, как энергии симметрии является обоснованной.

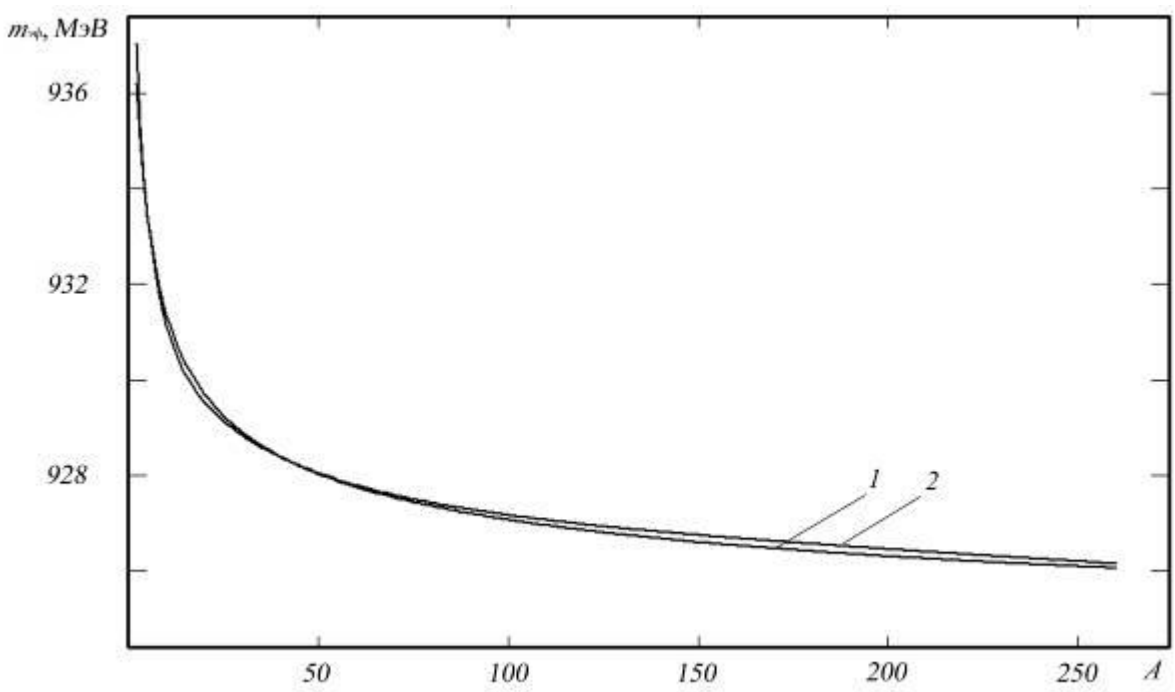


Рис. 3.1. Зависимость $m_{эф}=m_{nucl}-\alpha+\beta A^{-1/3}$ (кривая 1) и $m_{эф}=a(A)/A$ (кривая 2) от массового числа A

Таким образом, в массовой формуле Вигнера величина $0.5b(A)(T_z^2+4T_z)$, является энергией симметрии, а также учитывает нейтрон-протонные обменные взаимодействия. Член $0.5b(A)(T_z^2+4T_z)$, в конкуренции с энергией кулоновского взаимодействия определяет наиболее стабильный нуклид среди ядер изобары, совокупность которых составляет “линию бета-стабильности”, так как возрастанию кулоновской энергии соответствует убывание $0.5b(A)(T_z^2+4T_z)$, и наоборот.

Из таблицы 3.1 также видно, что оператор Казимира C_2 имеет свободный член, принимающий различные значения в зависимости от принадлежности ядра к той или иной вигнеровской группе ядер. Рассмотрим более подробно свободный член C_2 в сочетании с эмпирической универсальной функцией $b(A)$.

Таблица 3.1

Аналитический вид оператора Казимира C_2, и слагаемого $b(A)C_2$, координаты вершины параболы для трех групп ядер

Группа ядер	Аналитический вид C_2,	$b(A)C_2$	Координаты вершины параболы C_2,
$Z, N-$нечет.	$0.5(T_z^2+4T_z+3)$	$0.5b(A)(T_z^2+4T_z)+1.5b(A)$	(–2, –0.5)
$A-$нечет.	$0.5(T_z^2+4T_z+1.5)$	$0.5b(A)(T_z^2+4T_z)+0.75b(A)$	(–2, –1.25)
$Z, N-$чет.	$0.5(T_z^2+4T_z)$	$0.5b(A)(T_z^2+4T_z)$	(–2, –2.0)

Рассмотрим оператор Казимира [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 44; с. 1489-1497] в массовой формуле Вигнера (3.3) в явном виде. Слагаемое $b(A)C_2$ в (3.3) приведем к следующему виду:

$$b(A)C_2 = 0.5b(A)(T_z^2+4T_z)+0.5b(A)\delta, \qquad (3.7)$$

где $\delta = 3.0$, 1.5 и 0.0 для нечетных Z, N, нечетного A и четных Z, N соответственно (см. Таблицу 3.1). Член $0.5b(A)\delta$ по своей структуре напоминает парную энергию. Рассмотрим его более подробно.

Исходя из массовой формулы Вигнера (3.3) для любой изобары с массовым числом A можно рассматривать функцию

$$F(A,Z) = 0.5b(A)(T_z^2 + 4T_z) + 0.5b(A)\delta + E_{\text{Coul}}(Z, N). \quad (3.8)$$

В выражении (3.8) для простоты предположим, что $E_{\text{pair}}(Z, N) = 0$.

Функция $F(A,Z)$ представляет собой параболу, являющуюся суммой двух парабол, одна из которых определяется энергией кулоновского взаимодействия $E_{\text{Coul}}(Z, N)$, а другая–энергией симметрии $0.5b(A)(T_z^2 + 4T_z)$. Поэтому функция $F(A,Z)$ есть массовая поверхность для изобары A Для изобары с нечетным массовым числом A функция $F(A,Z)$ представляет собой одну параболу, так как для всех членов изобары $\delta = 1.5$. Для изобары с четным массовым числом функция $F(A,Z)$ разделяется на две параболы: одна–для четно-четных ядер с $\delta = 0.0$, другая–для нечетно-нечетных ядер с $\delta = 3.0$. Причем на нижней параболе находятся четно-четные, а на верхней – нечетно-нечетные ядра. Таким образом, последовательность расположения массовых поверхностей за счет члена $0.5b(A)\delta$ повторяет экспериментально наблюдающуюся картину расположения массовых поверхностей: четно-четные ядра находятся на нижней параболе, ядра с нечетным массовым числом A располагаются на средней параболе, а нечетно-нечетные ядра группируются на верхней параболе.

Последовательность расположения массовых поверхностей видна также из значений координат вершины параболы C_2, которые для трех групп ядер приведены в таблице 3.1. Как видно из таблицы, для всех трех групп ядер абсциссы вершин имеют одинаковые значения. Ординаты вершин имеют следующие значения: -2.0 для четно-четных ядер, -0.5 для нечетно-

нечетных ядер и -1.25 для ядер с нечетным массовым числом. Итак, для трех групп ядер оператор Казимира C_2 геометрически представляет собой параболы, имеющие вершины с одинаковыми значениями абсцисс, но различными значениями ординат, что в конечном итоге приводит к смещенным относительно друг друга массовым поверхностям.

Таким образом, член $b(A)C_2$ в массовой формуле (3.3) выполняет двойную функцию: во-первых, $b(A)C_2$ является энергией симметрии, как в формуле Вайцзеккера, но с более сложной структурой; во-вторых, за счет смещения ординат вершин парабол C_2 происходит смещение массовых поверхностей $F(A,Z)$ для указанных трех групп ядер.

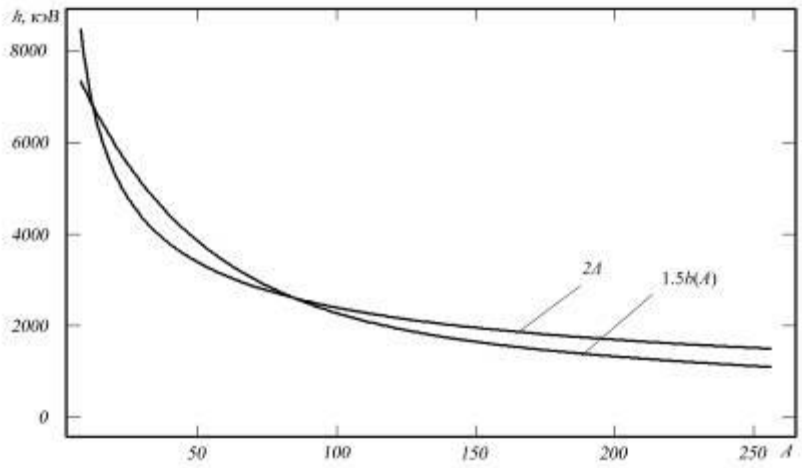


Рис. 3.2. Сравнение зависимостей величин $h = 2\Delta(A) = 24A^{-1/2}$ и $h = 1.5b(A)$ от массового числа *A*

Как видно из таблицы 3.1, минимальное расстояние h между параболами для четно-четных и нечетно-нечетных ядер зависит только от массового числа A и равно $1.5b(A)$. Сопоставим величину $1.5b(A)$. с традиционно определяемым нечетно-четным параметром $\Delta(A) = 12A^{-1/2}$. На рис. 3.2 приведены зависимости величин $h = 2\Delta(A) = 24A^{-1/2}$ и $h = 1.5b(A)$ от массового числа A. Как видно, численные значения функций $2\Delta(A)$ и $1.5b(A)$ достаточно близки.

§ 3.2. Аномальные значения эмпирической функции $b(A)$ массовой формулы Вигнера в области легких ядер

В нашей работе [36; с. 434-443] был проведен анализ экспериментальных данных по массам атомных ядер в рамках вигнеровской $SU(4)$-симметрии на предмет реализации симметрии в ядрах и были определены аналитические виды эмпирических функций $a(A)$ и $b(A)$ массовой формулы Вигнера. Было отмечено, что значения эмпирической функции $b(A)$ в области $T_z < 5/2$ достаточно быстро убывают с уменьшением T_z и при переходе с $T_z = 1/2$ на $T_z = -1/2$ $b(A)$ меняет знак с положительного на отрицательный. Это явление имеет массовый характер и нет ни единого отклонения, противоречащего этому факту.

В работе [36; с. 434-443] были вычислены значения эмпирической функции Вигнера $b(A)$ на основе экспериментальных данных по массам ядер [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73] согласно выражению:

$$b(A) = \frac{\Delta_{\text{ядро}}(A,T_z) - \Delta_{\text{ядро}}(A,T_z - 1) + \Delta E_{\text{Coul}}(A,Z)}{T_z + \eta} \quad . \qquad (3.9)$$

В выражении (3.9) $\Delta_{\text{ядро}}(A,T_z) = M(A,T_Z)_{\text{ядро}} - Au$ – избыток массы атомного ядра, $T_z = 0.5(N - Z)$ – значение проекции изоспина основного состояния, $M(A,T_z)_{\text{ядро}}$ – масса ядра (не нейтрального атома), u – универсальная единица массы, ΔE_{Coul} – разность кулоновской энергии ядер с порядковыми номерами $Z+1$ и Z.

В выражении (3.9) $\eta = 3/2$, если ядро с изоспином T_z имеет нечетное массовое число, $\eta = 0$, если ядро является четно-четным, и $\eta = 3$, если ядро является нечетно-нечетным.

В работе [36; с. 434-443] при вычислении $b(A)$ были использованы только экспериментальные значения избытка масс ядер, которые определялись из табличных значений избытка масс нейтрального атома

вычитанием суммарной массы электронов Zm_ec^2 с учетом их энергии связи ($m_ec^2 = 510.998$ КэВ - масса покоя электрона [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73]). При этом особо следует отметить, что в работе [36; с. 434-443] избытки масс ядер из систематики [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73] не были использованы.

В настоящем параграфе с целью расширения круга рассматриваемых ядер для расчета отдельных значений эмпирической функции $b(A)$ при $T_z < -1/2$, кроме экспериментальных значений избытка масс ядер, также использованы избытки масс, которые были получены авторами [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73] исследованием массовой поверхности и выявлением систематических тенденций, т.е. использованы данные, не являющиеся экспериментальными. К этим данным необходимо относиться с определенной осторожностью, хотя они во многих случаях реалистичны. Этими данными мы воспользовались при расчетах $b(A)$, так как они позволяют несколько продвинуться в область ядер с количеством протонов, превышающим число нейтронов.

На рис. 3.3 представлены экспериментальные значения эмпирической функции $b(A)$ в зависимости от T_z, вычисленные по выражению (3.9), для ядер с массовыми числами $A = 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 53, 59$ и 69. Здесь и далее для лучшей видимости экспериментальные точки соединены между собой линиями, и если погрешности для экспериментальных точек не указаны, то они находятся в точках. Как видно из рисунка, для ядер с проекцией изоспина основного состояния $T_z \geq 1/2$ эмпирическая функция $b(A) \geq 0$. Это имеет также место в области средних и тяжелых ядер [34]. В области ядер с изоспином $T_z < 1/2$ эмпирическая функция $b(A)$ стремительно убывает и становится отрицательной.

Рисунок 3.4 иллюстрирует зависимость эмпирической функции $b(A)$ от T_z для ядер с четными массовыми числами $A = 16$, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58 и 62. Как видно из рис. 3.4, для ядер с изоспином основного

состояния $T_z < 0$ значения $b(A) < 0$ и прослеживается некоторый минимум $b(A)$ при $T_z = -1$. Для ядер с изоспином $T_z \geq 0$ эмпирическая функция $b(A)$ положительная.

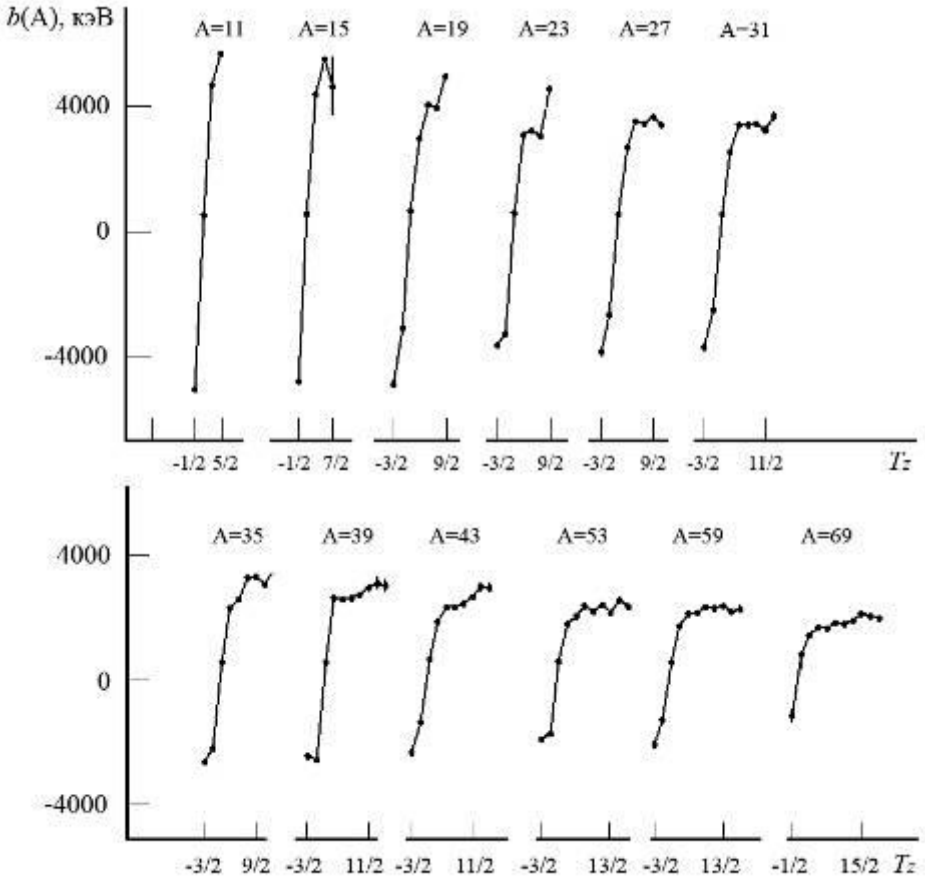


Рис. 3.3. Зависимость эмпирической функции $b(A)$ в зависимости от T_z для ядер с массовыми числами $A = 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 53, 59$ и 69. Для лучшей видимости экспериментальные точки соединены между собой линиями, и если погрешности для экспериментальных точек не указаны, то они находятся в точках

Для ядер с нечетным массовым числом A минимум $b(A) < 0$ не наблюдается. Возможно, минимум в значениях $b(A)$ достигается при $T_z = -3/2$. Это предположение может быть принято или опровергнуто, когда появится возможность вычисления значений $b(A)$ для ядер с $T_z = -5/2$. В настоящее время это предположение невозможно проверить недостаточности данных.

На рис. 3.3 и 3.4 приведена лишь часть имеющегося экспериментального материала. Наблюдаемая закономерность прослеживается для всех возможных случаев до массового числа $A \approx 60-70$.

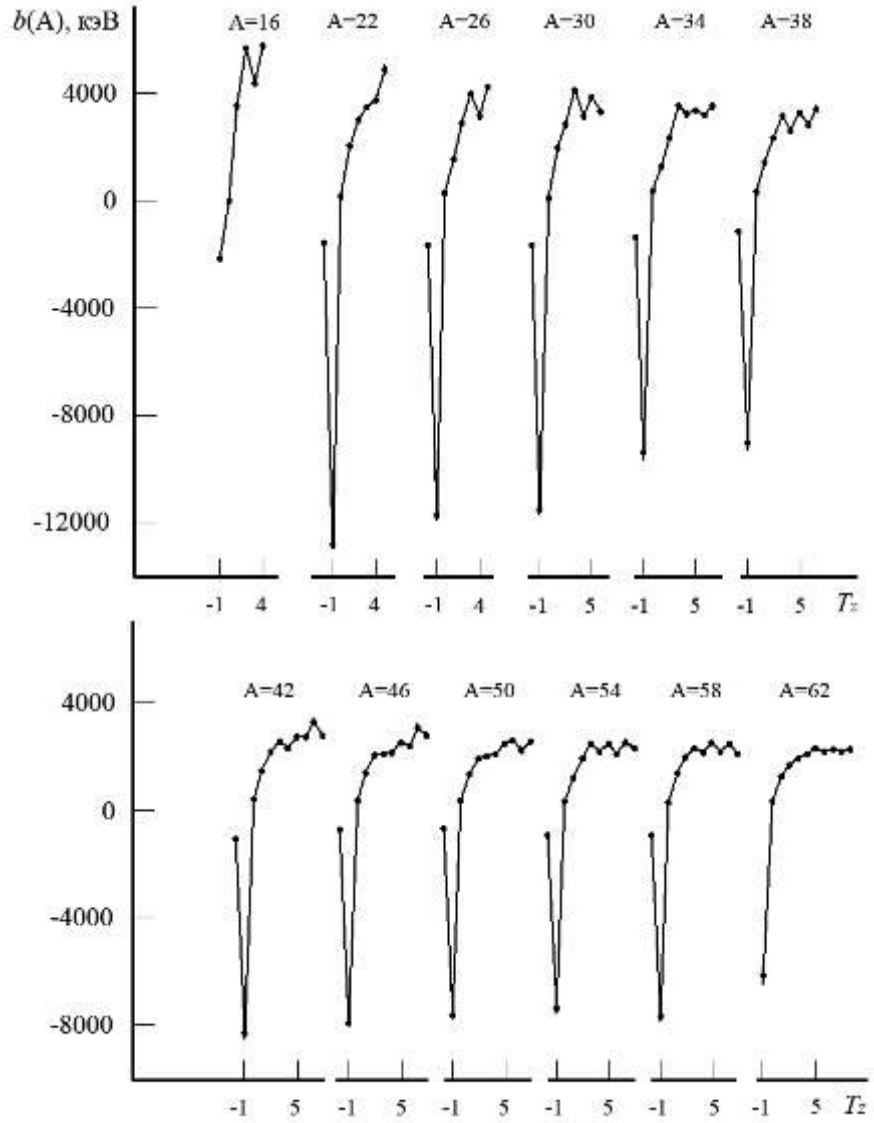


Рис. 3.4. Зависимость эмпирической функции $b(A)$ от T_z для ядер с четными массовыми числами $A = 16, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58$ и 62. Для лучшей видимости экспериментальные точки соединены между собой линиями, и если погрешности для экспериментальных точек не указаны, то они находятся в точках

При вычислении значений эмпирической функции $b(A)$ по выражению (3.9) не учитывается вклад в массу ядра энергии спин-орбитального взаимодействия. Несмотря на это, поведение эмпирической функции $b(A)$

вблизи $T_z < 0$ невозможно объяснить за счет спин-орбитального взаимодействия. Как видно из рис. 3.3 и 3.4, разность функции $b(A)$ при переходе от ядра с изоспином $T_z = 1/2$ к ядру с $T_z = -1/2$ (если $A-$нечетные) или от ядра с изоспином $T_z = 0$ к ядру $T_z = -1$ (если $A-$четные) существенно больше, чем спин-орбитальное расщепление ядерных состояний, в особенности для области легких нуклидов.

Наблюдаемое явление также нельзя объяснить ошибочностью использованных нами данных, представленных Ауди и др. [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73], которые получены ими систематизацией тенденций массовой поверхности. Во всяком случае, оцененные в работе [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73] погрешности данных могут быть лишь несколько заниженными, но не настолько, чтобы объяснить существующее знакопеременное поведение эмпирической функции $b(A)$.

Определяемые нами значения эмпирической функции $b(A)$ являются результатом косвенных измерений, так как вычисляются по выражению (3.9) с участием двух соответствующих значений избытка масс атомных ядер. Для ядер с нечетными массовыми числами A при значении $T_z = -3/2$ (для некоторых случаев) только одно значение избытка массы взято из систематики [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73], а другое значение является экспериментальным. Для ядер с нечетными A и $T_z = -1/2$ оба значения избытка массы являются экспериментальными.

Для ядер с четными массовыми числами A при значениях $T_z = -2$, в некоторых случаях, одно из значений избытка массы–экспериментальное, а другое заимствовано из систематики [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73]. В то же время при значениях $T_z = -1$ почти все значения избытка массы экспериментальные.

Изменение знака эмпирической функции $b(A)$ с положительного на отрицательный представляет интерес как с точки зрения теории, так и эксперимента. Это связано с тем, что в массовой формуле Вигнера

эмпирическая функция $b(A)$ описывает вклад в массу ядра эффективного двухчастичного спин-изоспинового взаимодействия. С этим видом взаимодействия связаны как энергия симметрии $E_{\text{симм}}$, так и парная энергия $E_{\text{пар}}$, входящие в массовую формулу Вигнера и имеющие следующие виды соответственно (подробно см. в [7; с. 93-117, 46; с. 1489-1497]):

$$E_{\text{симм}} = 0.5b(A)(T_z{}^2 + 4T_z), \tag{3.10}$$

$$E_{\text{пар}} = 0.5b(A)\eta. \tag{3.11}$$

Как видно из (3.10) и (3.11), при $b(A) < 0$ как энергия симметрии $E_{\text{симм}}$, так и парная энергия $E_{\text{пар}}$ являются отрицательными и их вклад в массу ядра также отрицателен, что приводит к увеличению энергии связи атомного ядра. В обычных ядрах, для которых $b(A) > 0$, энергия симметрии $E_{\text{симм}}$ и парная энергия $E_{\text{пар}}$ являются положительными.

Вопрос о знакопеременном характере изменений эмпирической функции $b(A)$ вблизи ядер с изоспином $T_z \approx -(1, 2)$ пока не имеет приемлемого объяснения.

Здесь можно сделать практический вывод: при отрицательном значении эмпирической функции $b(A)$ в спектре возбужденных уровней четно-четных ядер не должна наблюдаться “энергетическая щель”, которая характерна для обычных четно-четных ядер с $b(A) > 0$ так как парная энергия $E_{\text{пар}} < 0$. К сожалению, проверить этот вывод на существующих в настоящее время данных об уровнях возбужденных состояний четно-четных ядер не представляется возможным, так как рассматриваемые ядра с $b(A) < 0$ достаточно сильно удалены от “линии бета-стабильности” и их возбужденные состояния не изучены или изучены слабо.

§ 3.3. Современные представления о парной энергии протонов и нейтронов в ядерной физике

Нечетно-четный эффект в ядрах с четным массовым числом, объясняется спариванием двух нейтронов или протонов в четно-четном ядре и отсутствием такового в нечетно-нечетном ядре. Спаренной паре соответствует парная энергия. Существованием парной энергии объясняются следующие экспериментальные факты: 1) расположение четно-четных и нечетно-нечетных ядер одной изобары на различных параболических массовых поверхностях; 2) энергетическая “щель” в спектре возбужденных состояний четно-четных ядер; 3) плотность состояний при малых энергиях возбуждения; 4) спаривание нейтронов или протонов обеспечивает спин J и четность π основного состояния четно-четного ядра, равный $J^{\pi} = 0^{+}$.

Роль экспериментальных значений парной энергии протонов и нейтронов в современной теории ядра нельзя недооценивать. В микроскопических расчетах с парными корреляциями методом Хартри-Фока [4; с. 142-144] для вычисления константы парного взаимодействия используется экспериментальные значения парной энергии протонов Δ_{p} и нейтронов Δ_{n}. Вычисления производятся на основе комбинации экспериментальных значений нескольких масс ядер. В подобных расчетах точность экспериментальных значений парной энергии имеет определяющее значение. Кроме этого, любая современная массовая формула для атомного ядра содержит парную энергию, которая определяется феноменологически. Даже в такой признанном методе систематизации масс [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73] используется устаревший способ вычисления парной энергии протонов и нейтронов.

С точки зрения ранних представлений, существование спаривания в четно-четных ядрах между протонами и нейтронами в отдельности, и отсутствие токового между нечетным протоном и нечетным нейтроном в нечетно-нечетных ядрах рассматривается как доказательство разрушения вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах.

Среди остаточных взаимодействий в атомных ядрах наиболее всего изученным считается спаривание протонов и нейтронов в отдельности [4; с. 142-144, 52; с. 1083-1088]. Этому взаимодействию соответствует парная энергия. Традиционна, парная энергия $E_{\text{pair}}(Z,N)$ определяется соотношением

$$E_{\text{pair}}(Z,N) = \begin{cases} \Delta, \text{если } N,Z - \text{четные}, \\ -\Delta, \text{если } N,Z - \text{нечетные}, \\ 0, \text{если } A - \text{нечетное}, \end{cases} \qquad (3.12)$$

За счет определения (3.12) поверхность изобары с четным массовым числом A искусственно разделяются на две параболы: на нижней параболе располагаются четно-четные ядра, а на верхней–нечетно-нечетные нуклиды. Определенный эмпирически нечетно-четный параметр $\Delta = 12A^{-1/2}$ МэВ является некоторой усредненной величиной. Таким образом, добавочная энергия нечетно-нечетного ядра по сравнению с четно-четным определяется следующим соотношением [4; с. 142-144]:

$$M_{\text{чет-чет}} - M_{\text{нечет-нечет}} \approx \Delta_{\text{p}} + \Delta_{\text{n}} \approx 2\Delta, \qquad (3.13)$$

где $M_{\text{чет-чет}}, M_{\text{нечет-нечет}}$ – масса соседних четно-четных и нечетно-нечетных ядер. В (3.13) $\Delta_{\text{p}}, \Delta_{\text{n}}$ – соответственно протонная и нейтронная парные энергии.

Вычисленные на основе экспериментальных значений масс ядер величины Δ_{p} и Δ_{n} также широко используется в различных вычислениях в рамках микроскопической теории ядра. В этих расчетах интенсивность спаривающего взаимодействия учитывается константой парного взаимодействия для протонов или нейтронов.

В конкретных вычислениях значения констант парного взаимодействия для протонов и нейтронов неизвестны и их находят из экспериментальных данных по массам [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73]. Для этого на основе

экспериментальных данных по массам ядер вычисляют парную энергию протона (нейтрона) по формулам, рассмотренных ниже. Варьируя значением константы парного взаимодействия вычисляются энергии системы в основном состоянии для необходимого количество ядер. Эти расчеты продолжаются до совпадения значений экспериментальной и теоретической парной энергии протонов (нейтронов). Определенная таким образом константа парного взаимодействия используется в дальнейших расчетах. Таким образом, точность определения константы парного взаимодействия зависит также от точности вычисленных экспериментальных значений парной энергии протонов (нейтронов). Именно по этой причине выдвигаются особые требования к точности экспериментальных значений парной энергии.

Экспериментальные значения парной энергии протонов и нейтронов определяются по экспериментальным значениям масс последовательности изотонов и изотопов соответственно. Существует три разновидности формул для вычисления парной энергии для протонов (нейтронов) [67; с. 20-36, 68; с. 1-38]. Эти формулы отличаются друг от друга количеством привлекаемых при расчетах масс ядер, которые приведены ниже.

Формула для вычисления Δ_{p} и Δ_{n} из комбинации масс четырех ядер имеет следующий вид:

$$\Delta_{\mathrm{p}} = \frac{1}{4}\left| M(Z-2,N) - 3M(Z-1,N) + 3M(Z,N) - M(Z+1,N) \right|, \qquad (3.14)$$

$$\Delta_{\mathrm{n}} = \frac{1}{4}\left| M(Z,N-2) - 3M(Z,N-1) + 3M(Z,N) - M(Z,N+1) \right|, \qquad (3.15)$$

или из комбинации масс трех ядер имеет следующий вид:

$$\Delta_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}\left| M(Z-1,N) - 2M(Z,N) + M(Z+1,N) \right| \qquad (3.16)$$

$$\Delta_{\mathrm{n}} = \frac{1}{2}\left| M(Z,N-1) - 2M(Z,N) + M(Z,N+1) \right| \qquad (3.17)$$

или из комбинации масс пяти ядер имеет следующий вид [68; с.1-38]:

$$\Delta_{\mathrm{p}} = \frac{1}{8} | M(Z+2, N) - 4M(Z+1, N) + 6M(Z, N) - 4M(Z-1, N) + M(Z-1, N) | \tag{3.18}$$

$$\Delta_{\mathrm{n}} = \frac{1}{8} | M(Z, N+2) - 4M(Z, N+1) + 6M(Z, N) - 4M(Z, N-1) + M(Z, N-2) | \tag{3.19}$$

Выражениями (3.14, 3.16, 3.18) определяется среднее значение парной энергии протонов, выражениями (3.15, 3.17, 3.19) − среднее значение парной энергии нейтронов. Все эти формулы получены в предположении, что масса ядра меняется плавно как функция Z и N если не считать парного эффекта. Главным недостатком формул (3.14-3.19) является пренебрежение оболочечной структурой атомного ядра. Это приводить к большому разбросу экспериментальных значений парной энергии вокруг простого выражения $\Delta = 12A^{-1/2}$ МэВ. На рис. 3.5 приведена в качестве иллюстрации зависимость парной энергии протонов Δ_{p} от порядкового номера Z для четных изотонов.

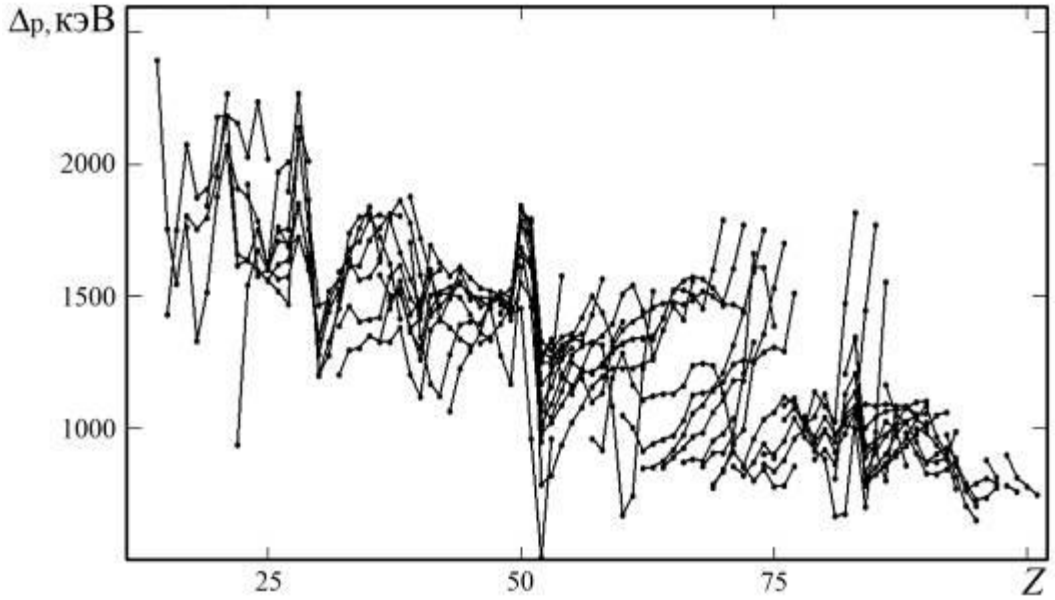


Рис. 3.5. Зависимость парной энергии протонов Δ_{p} от порядкового номера Z для четных изотонов

Пренебрежение оболочечными эффектами при вычислении Δ_{p} и Δ_{n} может привести к неверной интерпретации полученных результатов. В

работах [69; с. 245-246, 70; с. 042501-4] сообщалось об увеличении Δ_p и Δ_n с удалением от “долины бета-стабильности” в сторону большого нейтронного избытка. Этот факт интерпретировалось авторами как зависимость Δ_p и Δ_n от изоспина.

Таким образом, результаты расчетов для вычисления парной энергии протонов и нейтронов достаточно сильно подвержены влиянию оболочечной структуры атомного ядра. Этот факт описан в литературе достаточно давно. Поэтому при пользовании расчетными значениями парной энергии необходимо соблюдать определенную осторожность.

Учитывая вышеприведенные, можно прийти к следующему выводу: в ядерной физике не существует достаточно точного способа определения парная энергия протонов и нейтронов. Это в свою очередь также накладывает свой отпечаток на достоверность теоретических вычислений в рамках микроскопического подхода к проблеме ядра.

В следующем § 3.4 настоящей работы предлагается способ для вычисления величины нечетно-четного параметра в атомных ядрах не подверженный влиянию возмущений за счет спин-орбитального взаимодействия и приводятся аргументы в пользу вигнеровского определения парной энергии нуклонов.

§ 3.4. Экспериментальные аргументы в пользу вигнеровского определения парной энергии

Мы располагаем четырьмя аргументами в пользу вигнеровского определения парной энергии нуклонов, два из которых имеют экспериментальный и последние два теоретический характер. В этом параграфе изложим первые три аргумента, а четвертый будет изложен в § 3.5.

Первый аргумент в пользу вигнеровского определения парной энергии. Массовая формула (3.3) содержит традиционно определяемую

парную энергию $E_{\text{pair}}(Z,N)$. С учетом явного вида оператора Казимира [6; с. 43-62, 7; с. 93-117] формулу (3.3) можно представить в следующем виде:

$$M(A,Z) = a(A) + 0.5b(A)(T_z^2 + 4T_z) + E_{\text{Coul}}(A,Z) + E_{\text{sl}}(Z,N) + \varepsilon(A,Z), \qquad (3.20)$$

где $\varepsilon(A,Z) = 0.5b(A)\delta + E_{\text{pair}}(Z,N)$. Попытаемся выяснить роль традиционной парной энергии $E_{\text{pair}}(Z,N)$ в массовой формуле Вигнера. Это можно сделать путем анализа зависимости энергии спин-орбитального взаимодействия от Z и N, вычисленной для ядер с четным массовым числом. Для этого воспользуемся массовой формулой Вигнера (3.20), которую можно переписать относительно энергии спин-орбитального взаимодействия $E_{\text{sl}}(Z,N)$ в следующем виде [36; с. 434-443]:

$$E_{\text{sl}}(Z,N) = M(A,Z) - a(A) - 0.5b(A)(T_z^2 + 4T_z) - E_{\text{Coul}}(A,Z) - \varepsilon(A,Z), \quad (3.21)$$

или

$$E_{\text{sl}}(Z,N) = \Delta_{\text{nucl}}(A,Z) - [a(A) - Au] - 0.5b(A)(T_z^2 + 4T_z) - E_{\text{Coul}}(A,Z) - \varepsilon(A,Z), \quad (3.22)$$

где $\Delta_{\text{nucl}}(A,Z)$ – избыток массы ядра (не атома), а u – универсальная относительная атомная единица массы. Аналитический вид эмпирических функций Вигнера $a(A), b(A)$ определен в Главе II.

Величина $E_{\text{sl}}(Z,N)$ для ядер с нечетными массовыми числами A является достаточно гладкой функцией Z и N [36; с. 434-443]. Поэтому зависимость $E_{\text{sl}}(Z,N)$ для четных массовых чисел также должна обладать гладкостью и особенно экспериментальные данные не должны группироваться в отдельные кривые зависимости $E_{\text{sl}}(Z,N)$ для четно-четных и нечетно-нечетных ядер. На рис. 3.6 и 3.7 приведены зависимости $E_{\text{sl}}(Z,N)$ от числа нейтронов N для ядер с массовыми числами $A = 100$ и 184 соответственно, рассчитанные по формуле (3.22). Для каждого массового числа расчет энергии спин-орбитального взаимодействия производился для

$E_{\text{pair}}(Z,N)=0$ и для $E_{\text{pair}}(Z,N)=\pm\Delta$ ($E_{\text{pair}}(Z,N)=+\Delta$ для нечетно-нечетного нуклида, и $E_{\text{pair}}(Z,N)=-\Delta$ для четно-четного нуклида). Как видно из рис. 3.6 и 3.7, регулярные относительные смещения $E_{\text{sl}}(Z,N)$ для нечетно-нечетных и четно-четных ядер не наблюдаются только при $E_{\text{pair}}(Z,N)=0$. Отсутствие таких смещений при $E_{\text{pair}}(Z,N)=0$ свидетельствует в пользу того, что в массовой формуле Вигнера (3.3) нет необходимости в учете члена $E_{\text{pair}}(Z,N)$. Здесь необходимо отметить, что в формуле (3.22) нечетно-четный эффект учитывается слагаемым $\varepsilon(A,Z)=0.5b(A)\delta$.

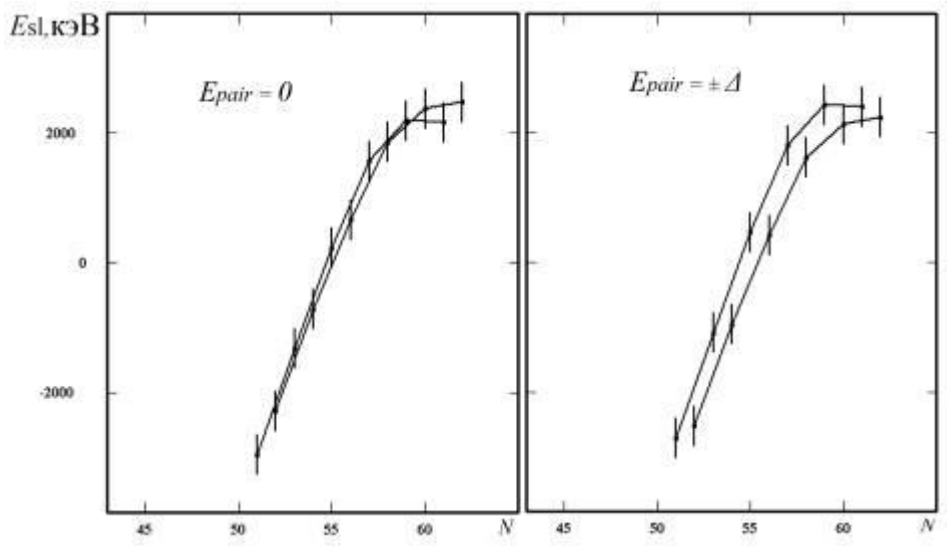


Рис. 3.6. Зависимость $E_{\text{sl}}(Z,N)$ от числа нейтронов для $A=100$.

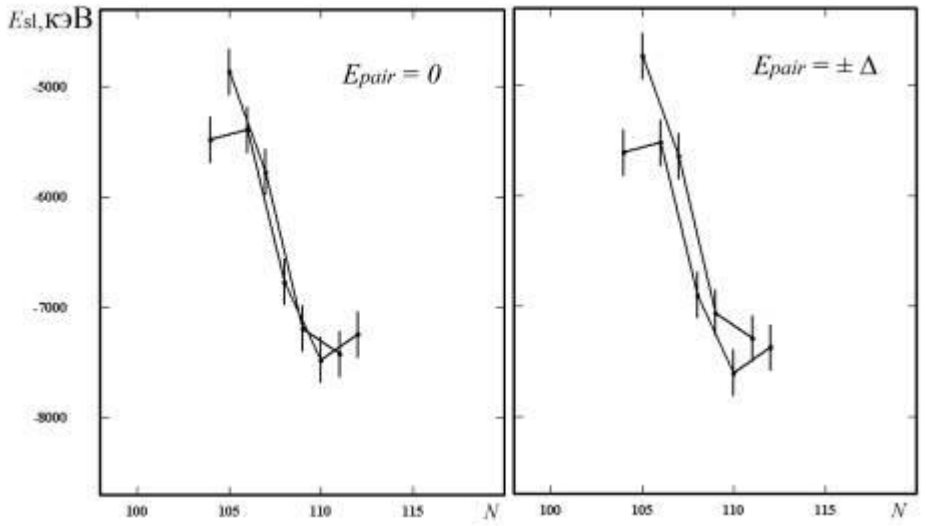


Рис. 3.7. Зависимость $E_{\text{sl}}(Z,N)$ от числа нейтронов для $A=184$.

Вышеописанное поведение энергии спин-орбитального взаимодействия $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ не является локальным эффектом и имеет место во всем диапазоне изменения массового числа A.

Второй аргумент в пользу вигнеровского определения парной энергии. Идея нуклон-нуклонного спаривания была введена в ядерную физику для объяснения важной особенности энергетического спектра возбужденных состояний четно-четных ядер [4; с. 142-144, 25; с. с.1-37, 67; с. 1-344]. Как известно, плотность низколежащих возбужденных состояний четно-четных ядер меньше плотности низколежащих возбужденных состояний нечетно-нечетных ядер.

Начиная с некоторой энергии возбуждения плотность состояний четно-четных ядер резко возрастает и сравнивается с плотностью состояний соседнего нечетно-нечетного ядра. Резкое увеличение плотности состояний четно-четного ядра объясняется разрывом спаренной пары нуклонов, а энергия разрыва называется энергетической “щелью”.

Энергетическая “щель” и нечетно-четный параметр взаимно связаны. Согласно [22; с. 1-272] минимальное расстояние между двумя параболами $2\Delta_{\text{эксп}}$ (одна из которых проходит через основные состояния четно-четных ядер, а другая – через нечетное ядро, обладающее минимальной массой среди нечетно-нечетных нуклидов, и возбужденные состояния четно-четных ядер на уровне энергии разрыва пары) равно нечетно-четному параметру. Для определения экспериментального значения нечетно-четного параметра $2\Delta_{\text{эксп}}$ для четного массового числа A необходимы данные по массам рассматриваемой изобары и данные по энергиям возбужденных состояний четно-четных ядер. Эти данные позволят смоделировать параболы, расстояние между вершинами которых равно нечетно-четному параметру $2\Delta_{\text{эксп}}$. Нами был проведен анализ экспериментальных данных возбужденных состояний [71; с.1-700, 72; с. 1-350, 73; с. 1-300] и отобрали все случаи, для которых имеется возможность вычисления $2\Delta_{\text{эксп}}$

Экспериментальные значения избытка масс взяты из работы [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73].

На рис. 3.8 приведены экспериментальные значения энергетической щели $2\Delta_{\text{эксп}}$ в зависимости от массового числа ядер A в диапазоне $80 < A < 210$ для всех возможных случаев. Кривая на рис. 3.8 является зависимостью от массового числа A минимального расстояния между параболами для четно-четных и нечетно-нечетных ядер по Вигнеру, которое равно $1.5b(A)$. Как видно из рисунка, взаимное согласие $2\Delta_{\text{эксп}}$ и $1.5b(A)$ выполняется качественно в общей тенденции изменения расчетных данных. Плохое количественное согласие объясняем тем, что на расчетные значения $2\Delta_{\text{эксп}}$ сильно влияют оболочечные эффекты, а также неопределенности структуры возбужденных состояний. Тем не менее, полученные данные подтверждают вывод (хотя и качественно, но не противоречат), что свободным членом явного аналитического вида оператора Казимира C_2 определяется существующий в атомных ядрах нечетно-четный эффект.

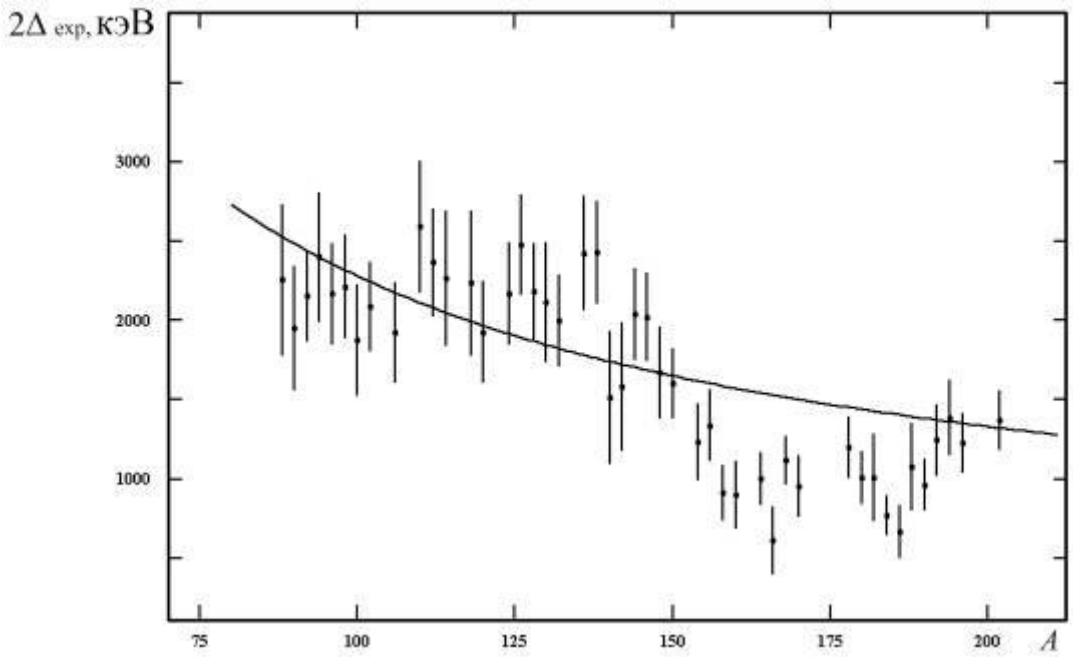


Рис. 3.8. Зависимость $2\Delta_{\text{эксп}}$ от массового числа A.

Третий аргумент в пользу вигнеровского определения парной энергии. Массовая формула Вигнера основана на спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии, суть которой сводится к расширению изоспиновой симметрии за счет присоединения спиновых переменных [6; с. 43-62]. В этой схеме существуют четыре фундаментальных состояния нуклонов: $n\uparrow\ n\downarrow\ p\uparrow\ p\downarrow$. Произвольный $SU(4)$-мультиплет задается тремя квантовыми числами: $(P, P^{'}, P^{''})$, где $P = \max(T_z)$, $P^{'} = \max(S_z)$ при $\max(T_z)$ и $P^{''}$ – проекция изоспина на выделенную ось. Здесь S_z является проекцией спина нуклона на ось z. В массовой формуле Вигнера (2.1) C_2 является билинейным оператором Казимира $SU(4)$-алгебры [6; с. 43-62] и определяется выражением

$$C_2 = 0.5(t^2 + s^2 + y^2 - 5), \tag{3.23}$$

где $t = P + 2$, $s = P^{'} + 1$ и $y = P^{''}$. Квантовые числа $P, P^{'}$ и $P^{''}$ принимают следующие значения:

$$(P, P^{'}, P^{''}) = \begin{cases} T_z,\ 0,\ 0, \text{ если } N \text{ и } Z \text{ – четные;} \\ T_z,\ 1,\ 0, \text{ если } N \text{ и } Z \text{ – нечетные;} \\ T_z,\ 1/2,\ \pm\ 1/2, \text{ если } A \text{ – нечетное, } Z \text{ – четные} \\ \text{(нечетные).} \end{cases} \tag{3.24}$$

В рамках вигнеровского подхода к проблеме спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии предполагалось, что структура нуклонных оболочек ядра аналогична структуре электронных оболочек атома, в ядре реализуется LS-связь и спин-орбитальное взаимодействие нуклонов меньше, чем спин-спиновое взаимодействие.

Анализируя формулы (3.23) и (3.24), нетрудно убедиться, что появление свободного слагаемого в явном аналитическом виде оператора

Казимира C_2 для трех групп ядер (см. таблицу) связано с квантовым числом P'.

Как видно из формулы (3.24) для четно-четных ядер $P' = 0$ - спиновые переменные нуклонов направлены в противоположные стороны. Поскольку сила взаимодействия между нуклонами является силой притяжения и однотипные нуклоны имеют одинаковые орбитальные моменты (в рамках оболочечной модели), взаимодействующие нуклоны образуют пары.

Для нечетно-нечетных ядер значение квантового числа P' равняется единице. Это конечно имеет место при реализации *LS*-связи. Даже в случае превосходства спин-орбитальных сил над спин-спиновыми силами образование нуклонной пары в принципе возможно. Известно, что в средних и тяжелых ядрах преобладающим взаимодействием между нуклонами является *jj*-связь. В основном состоянии нечетно-нечетного ядра нечетные протон и нейтрон не могут составить пару, поскольку они имеют различные орбитальные моменты и поэтому их волновые функции не перекрываются. Иначе, среди природных и искусственно получаемых нечетно-нечетных нуклидов из области средних и тяжелых ядер нет таких, в которых протон и нейтрон имеют одинаковые орбитальные моменты.

Для основного состояния ядер с нечетным массовым числом A все нуклоны, кроме последнего нечетного нуклона, образуют пары, что приводить $P' = 1/2$.

Предложенный выше механизм объясняющий нечетно-четный эффект на базе массовой формулы Вигнера в принципе не противоречит современной микроскопической теории ядра, в которой спаривание играет базовую роль. Это связано с тем, что функция $b(A)$ учитывает вклад в массу ядра эффективного двухчастичного спин-изоспинового взаимодействия нуклонов.

Таким образом, можно утверждать, что нечетно-четный эффект учитывается вигнеровской массовой формулой. Этот факт предполагает, что

существование парного взаимодействия нельзя рассматривать в дальнейшем как свидетельство разрушения вигнеровской $SU(4)$-симметрии, вернее, отсутствие спаривания между протонами и нейтронами в нечетно-нечетных ядрах, которых мы не можем наблюдать экспериментально, нельзя рассматривать как нарушение вигнеровской $SU(4)$-симметрии. В рамках изложенного величина нечетно-четного параметра задается простым соотношением $-1.5b(A)$.

Таким образом, согласно приведенным фактам массовая формула Вигнера можно представить следующим выражением, считая что $E_{\text{pair}}(Z,N)=0$:

$$M(A,T_z)=a(A)+b(A)\times C_2+E_{\text{Coul}}(A,Z)+E_{\text{sl}}(Z,N), \qquad (3.25)$$

§ 3.5. О степени нарушения вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах

Целью настоящего параграфа является оценка степени восстановления спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии для атомных ядер и представление дополнительного аргумента в пользу вигнеровского определения параметра нечетно-четного эффекта, связанного с особенностями оператора Казимира массовой формулы Вигнера. Для этого рассматриваются экспериментальные значения фактора R, введенный в работе [21; с. 322-324] Францини и Радикати и производиться их сравнение с теорией.

Открытие в начале 60-годов прошлого века изобарических аналоговых состояний средних и тяжелых ядер подтвердило правомерность изотопической $SU(2)$-симметрии. Как оказалось, кулоновское смешивание состояний разного изоспина нечувствительно к постоянной части кулоновского потенциала, что обеспечивает выполнение изотопической $SU(2)$-симметрии. Поэтому, после открытия аналоговых состояний атомных ядер, внимание исследователей было обращено к забытой проблеме вигнеровской симметрии. Начало новым исследованиям положили Францини

и Радикати [21; с. 322-324] по анализу экспериментальной реализации массовой формулы Вигнера, которая в то время состояла только из первых двух первых членов выражения (4.3). Пользуясь данными по массам ядер в области $A \leq 110$, авторами [21; с. 322-324] была определена степень универсальности величины $b(A)$ и экспериментальные значения фактора

$$R_0 = \frac{M(A,T_z) - M(A,T_z - 2)}{M(A,T_z - 1) - M(A,T_z - 2)}, \tag{3.26}$$

который по Вигнеру зависит только от изоспина T_z . Было отмечено, что значения $R_{\text{эксп}}$ приближаются к вигнеровским значениям с ростом A и $N - Z$. Этот факт был интерпретирован как восстановление нарушенной $SU(4)$-симметрии при подходе к району $A \approx 100$.

Следующий этап исследований проблемы вигнеровской симметрии был стимулирован открытием гамов-теллеровского резонанса. В серии работ [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 36; с. 434-443] Гапонов и др. провели анализ экспериментальных данных масс ядер на предмет обнаружения восстановления вигнеровской симметрии в области тяжелых ядер. Авторы исправили фактор R с учетом кулоновских поправок и определили его выражением:

$$R_0 = \frac{M(A,T_z) - M(A,T_z - 2) - \Delta E_{\text{Coul}}(Z, Z+2)}{M(A,T_z - 1) - M(A,T_z - 2) - \Delta E_{\text{Coul}}(Z+1, Z+2)}, \tag{3.27}$$

где $\Delta E_{\text{Coul}}(Z, Z+2) -$ разность кулоновских энергий для ядер с изоспинами T_z и $T_z - 2$, $\Delta E_{\text{Coul}}(Z+1, Z+2) -$ разность кулоновских энергий для ядер с изоспинами $T_z - 1$и $T_z - 2$.

Величина (3.27) при отсутствии спаривания не зависит от эмпирических функций $a(A), b(A)$ и определяется только изоспином T_z и

типом вигнеровской классификации ядер. С учетом спаривания авторами [8; с. 65-78] получено выражение

$$R = \frac{R_0}{1+\tau}, \qquad \tau = \frac{2\Delta}{\Delta E} = \pm\frac{2\Delta}{b(T_z+2)}, \tag{3.28}$$

где $\Delta = 12A^{-1/2}$ МэВ.

Не трудно видеть, что в выражении (3.28) эффект спаривания учитывается искусственно, путем введения τ ”от руки”.

Чакраборти и др. в работе [74; с. 1073-1076] произвели повторное исследование фактора Франчини и Радикатти R с целью выяснения информативности этого теста. Они заметили, что авторы работы [21; с. 322-324] обнаружили для ядер с массовым числом $A \leq 110$ удивительное согласие между величиной $R_{\text{Вигнер}}$, основанной на соотношение Вигнера и величиной $R_{\text{эксп}}$, вычисленной на основе экспериментальных значений массы основных состояний ядер согласно выражению (3.26), и решили это проверить. Произведенный Чакраборти и др. анализ привел их к выводу о нечувствительности фактора Франчини и Радикатти к факторам, нарушающим вигнеровскую симметрию.

С выводом Чакраборти и др. можно согласиться в том случае, если определяемый согласно выражению (3.26) фактор R как тест, оценивающий степень нарушения вигнеровской симметрии, является информативным. Приведенное в работе [21; с. 322-324] хорошее согласие между величинами $R_{\text{Вигнер}}$ и $R_{\text{эксп}}$ при существующих очевидных фактах нарушения вигнеровской симметрии свидетельствует о не информативности теста (3.26).

На наш взгляд, не информативность теста R, вычисляемого согласно выражению (3.26), определяется с двумя неточностями.

Во-первых, в формуле (3.26) не учитываются кулоновские поправки, как в выражении (3.27). Предложенное впервые Гапоновым и др. [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 36; с. 434-443] выражение (3.27) учитывает

кулоновские поправки в отличие от выражения (3.26). Учет разности кулоновской энергии $\Delta E_{\mathrm{Coul}}(Z, Z+2)$ и $\Delta E_{\mathrm{Coul}}(Z+1, Z+2)$ в выражении (3.27) Гапоновым и др. является отражением того факта, что кулоновское взаимодействие не нарушает изотопическую симметрию. По этой причине фактор Франчини и Радикатти R правомерно вычисляется по формуле (3.27). Игнорирование (или непонимание) кулоновских поправок в выражении (3.26) приводит к нечувствительности теста R.

Во-вторых, следует отметить, что авторами работ [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304, 21; с. 322-324] при расчете значений фактора R была допущена ошибка методического характера: в расчетах экспериментальных значений фактора R были использованы табличные значения массы нейтральных атомов вместо значения массы ядра, которое можно получить, учитывая суммарную массу связанных электронов и энергию их связи [21; с. 337-676, 32; с. 030003-73]. Это связано с тем, что массовая формула Вигнера справедлива для атомного ядра. Во всех таблицах для масс традиционно приводится избыток массы для нейтрального атома. Допущенная методическая ошибка приводит к появлению в числителе выражений (3.26) и (3.27) постоянного члена порядка 1 МэВ и появлению в их знаменателях члена порядка 0.5 МэВ. Это также приводит к снижению чувствительности фактора R относительно нарушающих вигнеровскую симметрию физических явлений.

Таким образом, 1) при расчете фактора Франчини и Радикатти следует пользоваться выражением (3.27), предложенным Гапоновым и др. [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304]; 2) при расчете экспериментальных значений фактора R следует пользоваться предварительно вычисленными на основе табличных значений избытка массы нейтральных атомов значениями избытка массы ядра.

Для вычисления фактора R воспользуемся выражением (3.27) и массовой формулой Вигнера (3.25) без энергии спин-орбитального

взаимодействия, которая является главным, нарушающим вигнеровскую симметрию фактором:

$$M(A,T_z) = a(A) + b(A) \times C_2 + E_{\text{Coul}}(A,Z), \tag{3.29}$$

где $E_{\text{Coul}}(A,Z) = 703.2Z^2A^{-1/3}(1-1.28A^{-2/3})$ кэВ [7; с. 93-117, 9; с. 300-304]. Из выражения (3.29) получим соответствующие разности вида

$$M(A,Z) - E_{\text{Coul}}(A,Z) = a(A) + b(A)(T_z^2 + 4T_z + \delta_{T_z}) \tag{3.30}$$

и, подставляя их в (3.27) получим для фактора R следующее выражение:

$$R = \frac{(T_z^2 + 4T_z + \delta_{T_z}) - [(T_z-2)^2 + 4(T_z-2) + \delta_{T_z-2}]}{[(T_z-1)^2 + 4(T_z-1) + \delta_{T_z-1}] - [(T_z-2)^2 + 4(T_z-2) + \delta_{T_z-2}]}. \tag{3.31}$$

Учитывая, что $\delta = 3.0, 1.5$ и 0.0 для $N,Z-$ нечетные, $A-$ нечетное и $N,Z-$ четные соответственно, после упрощения выражения (3.31) получим простую теоретическую формулу для фактора R:

$$R_{\text{теор}} = \frac{4(T_z+1)}{2T_z+1+\eta}. \tag{3.32}$$

Эта формула впервые получена нами, является точной и имеет важное значение при статистическом анализе данных. В выражении (3.32) $\eta = +3$ если ядро с изоспином T_Z является четно-четным, $\eta = 0$ если ядро имеет нечетное массовое число и $\eta = -3$ если ядро является нечетно-нечетным. Как видно из (3.32), при выполнении вигнеровской симметрии, фактор R зависит только от изоспина, T_z и η. Величина η приводит к разделению кривой $R_{\text{теор}}$ на три семейства в соответствии с вигнеровским типом ядер и ее происхождение связана свободным членом в операторе Казимира,

учитывающий спаривательный эффект. Влияние величины η увидим при рассмотрении экспериментальных значений фактора $R_{\text{эксп}}$.

Необходимо отметить, что выражение (3.32), учитывающее разделение кривой $R_{\text{теор}}$ на три семейства в соответствии с вигнеровским типом ядер, получено нами с использованием только массовой формулой Вигнера и на основе свойств оператора Казимира второй степени C_2 и является точной теоретической формулой для случая реализации вигнеровской спин-изоспиновой симметрии.

Экспериментальные значения $R_{\text{эксп}}$ вычислены на основе выражения (3.27) с использованием экспериментальных значений масс атомов из [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73] и опубликованы в [47; с . 29-34]. При этом из избытка массы для каждого нуклида был вычислен избыток массы ядра согласно следующему выражению:

$$M_{\text{ядро}}(Z,N) = M_{\text{атом}}(Z,N) - Zm_e c^2 + B(Z), \qquad (3.33)$$

или

$$\Delta_{\text{ядро}}(Z,N) = \Delta_{\text{атом}}(Z,N) - Zm_e c^2 + B(Z), \qquad (3.34)$$

где $M_{\text{ядро}}(Z,N)-$ масса ядра, $M_{\text{атом}}(Z,N)-$ масса атома, $Zm_e c^2$ и $B(Z)-$ суммарная масса и суммарная энергия связи связанных в атоме электронов соответственно. Учитывая выражением (3.34) формулу (3.27) можно записать в следующем виде:

$$R_0 = \frac{\Delta_{\text{ядро}}(A,T_z) - \Delta_{\text{ядро}}(A,T_z-2) - \Delta E_{\text{Coul}}(Z,Z+2)}{\Delta_{\text{ядро}}(A,T_z-1) - \Delta_{\text{ядро}}(A,T_z-2) - \Delta E_{\text{Coul}}(Z+1,Z+2)}, \qquad (4.35)$$

Погрешности экспериментальных значений величины $R_{\text{эксп}}$ вычислялись как погрешность косвенных измерений. Среднее значения фактора $\overline{R}_{\text{эксп}}$ вычислялись как среднее взвешенное значение фактора R для

ядер с изоспином T_z т.е. как $\overline{R}_{\text{эксп}} = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i / \sum_{i=1}^{n} w_i$, где $w_i = 1/\Delta R_i^2$ – вес измерения. Погрешность $\overline{R}_{\text{эксп}}$ рассчитана как среднеквадратичная.

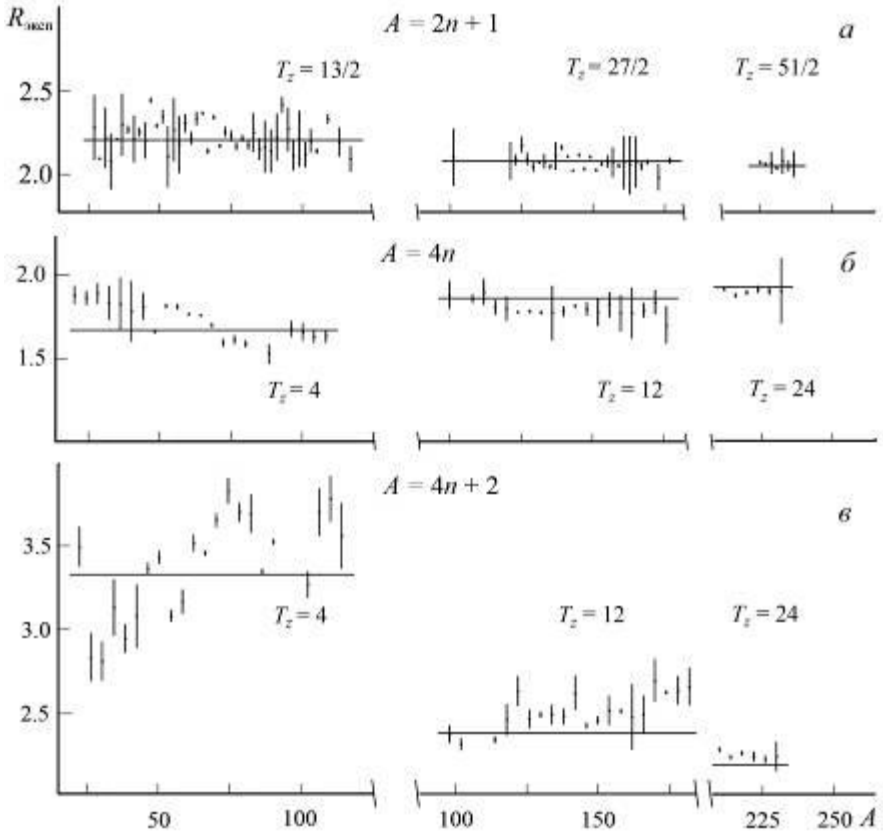


Рис. 3.9. Зависимость экспериментальных значений фактора Франчини и Радикатти $R_{\text{эксп}}$ от массового числа A для ядер с изоспинами $T_z = 13/2, 27/2$ и $51/2$ ($A = 2n+1$-ядра с нечетными массовыми числами) (*а*), $T_z = 4, 12$ и 24 ($A = 4n$-четно-четные ядра) (*б*), $T_z = 4, 12$ и 24 ($A = 4n+2$-нечетно-нечетные ядра) (*в*)

Расчет $R_{\text{эксп}}$ выполнен для всех возможных случаев в диапазоне изменения массового числа $5 \le A \le 257$. На рис. 3.9*а*, 3.9*б* и 3.9*в* приводятся зависимости экспериментальных значений фактора Франчини и Радикатти $R_{\text{эксп}}$ от массового числа A для трех групп ядер с изоспинами $T_z = 13/2, 27/2$ и $51/2$ ($A = 2n+1$ -ядра с нечетными массовыми числами), $T_z = 4, 12$ и 24 ($A = 4n$ -четно-четные ядра) и $T_z = 4, 12$ и 24 ($A = 4n+2$ -нечетно-нечетные ядра) соответственно. Прямые линии на рис. .3.9*а*, 3.9*б* и 3.9*в* построены согласно выражению (3.32). Как видно из рис. .3.9*а*, 3.9*б* и

3.9*в*, расчетные значения фактора Франчини и Радикатти подвержены вариациям, т.е. чувствительны к влиянию нарушающего спин-орбитального взаимодействия. Этот результат качественно и количественно отличается от результатов, изложенных в работах [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304, 21; с. 322-324].

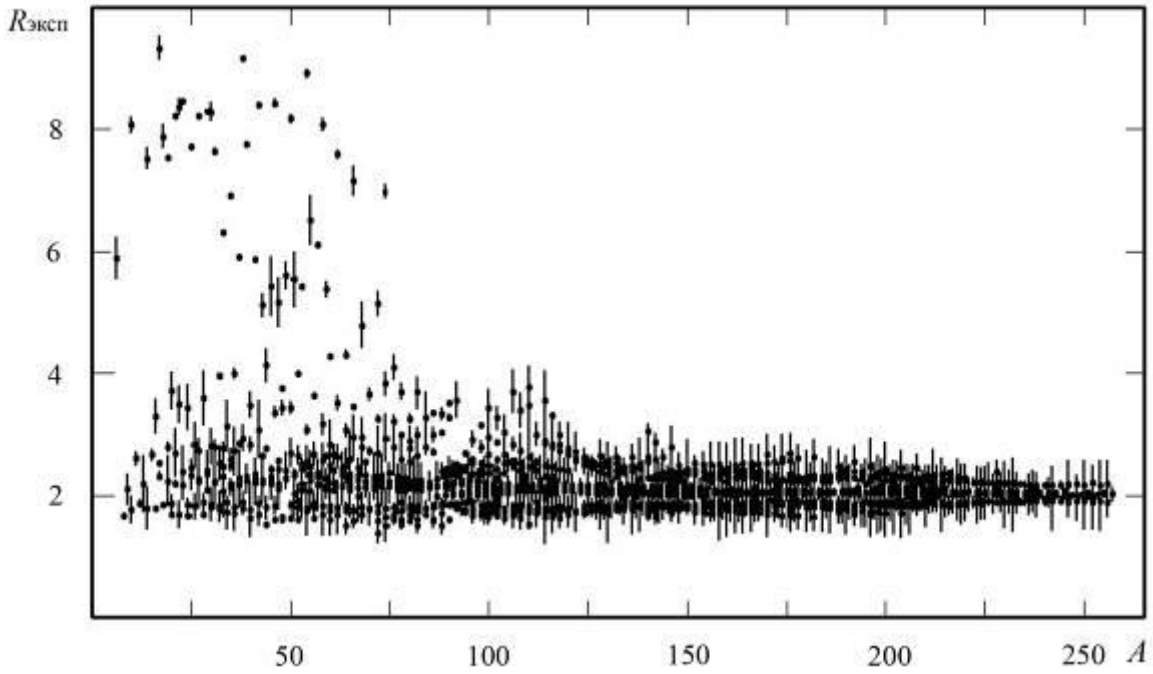


Рис. 3.10. Зависимость экспериментальных значений фактора $R_{\text{эксп}}$ от массового числа A

На рис 3.10 приведены экспериментальные значения фактора $R_{\text{эксп}}$ от массового числа A для интервала $5 < A < 257$. Из рис. 3.10 видно, что экспериментальные значения фактора $R_{\text{эксп}}$ разбросаны в близи $R_{\text{теор}} = 2$, которая является предельным значением выражения (3.32) при $T_z >> \eta$. По всей вероятности вариации экспериментальных значений $R_{\text{эксп}}$ связаны с нарушением вигнеровской симметрии за счет спин-орбитального взаимодействия. По мере продвижения в область тяжелых ядер вариация значений $R_{\text{эксп}}$ уменьшается, что можно интерпретировать как постепенное восстановление вигнеровской симметрии за счет убывания нарушающего влияния спин-орбитального взаимодействия.

На рис.3.11 приведена зависимость от массового числа A отношения экспериментальных значений фактора $R_{\text{эксп}}$ к теоретическим значениям $R_{\text{теор}}$, вычисленных по выражению (3.32). Как видно из рис. 3.9 отношения $R_{\text{эксп}}/R_{\text{теор}}$ группируются вокруг $R_{\text{эксп}}/R_{\text{теор}}=1$, хотя наблюдается их значительный разброс.

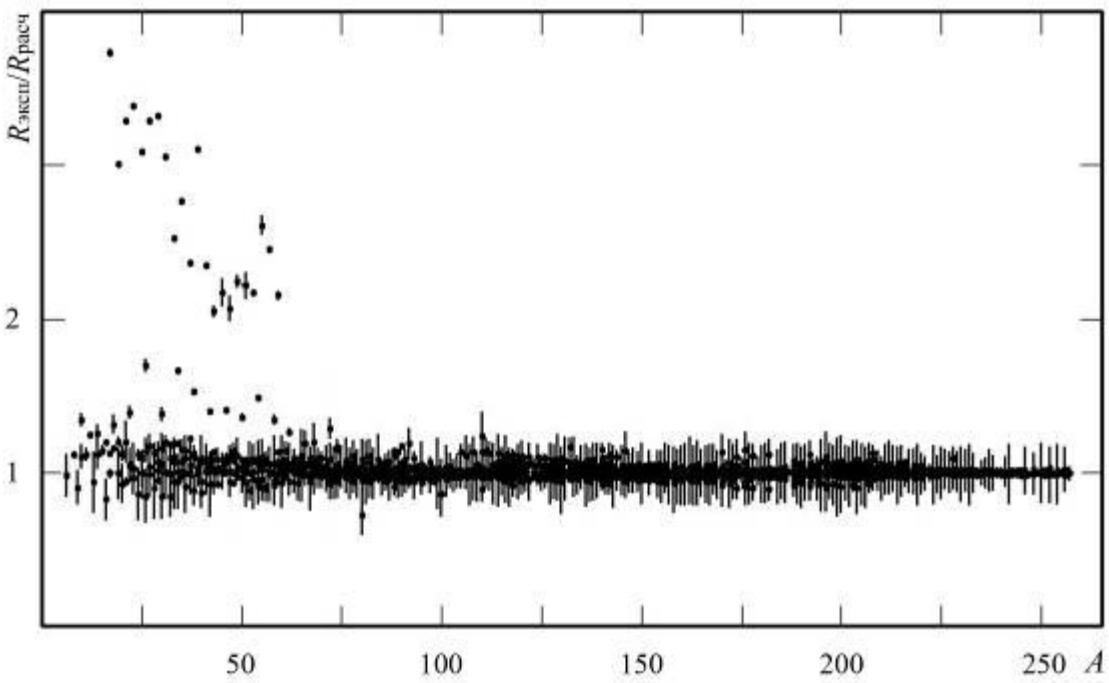


Рис. 3.11. Зависимость экспериментальных значений $R_{\text{эксп}}/R_{\text{теор}}$ от массового числа A

Рисунок 3.12 отражает зависимость $R_{\text{эксп}}$ от изотопического спина T_z для нечетно-нечетных ядер, обозначенные через $A=4n+2$. Ядра с нечетным массовым числом A обозначены через $A=2n+1$ и зависимость для этих ядер $R_{\text{эксп}}$ от изотопического спина T_z приведена на рис. 3.13. Зависимость $R_{\text{эксп}}$ от изотопического спина T_z для четно-четных ядер, которых обозначали через $A=4n$, приведена на рис. 3.14,. Сплошные кривые на рисунках 3.12–3.14 являются результатом расчета по формуле (3.32). Как видно из этих рисунков, выражение (3.32) правильно описывает разделение экспериментальных данных фактора $R_{\text{эксп}}$ на три группы ядер вигнеровского типа. Разделение экспериментальных данных на три группы ядер происходит

за счет η, которая обязана своим происхождением свободному члену в операторе Казимира: $C_2 = 0.5(T_z^2 + 4T_z + \delta)$. Этот факт является аргументом в пользу утверждения, что вигнеровская симметрия не нарушается за счет спаривательного эффекта и величина нечетно-четного параметр можно определить простым соотношением$-1.5b(A)$.

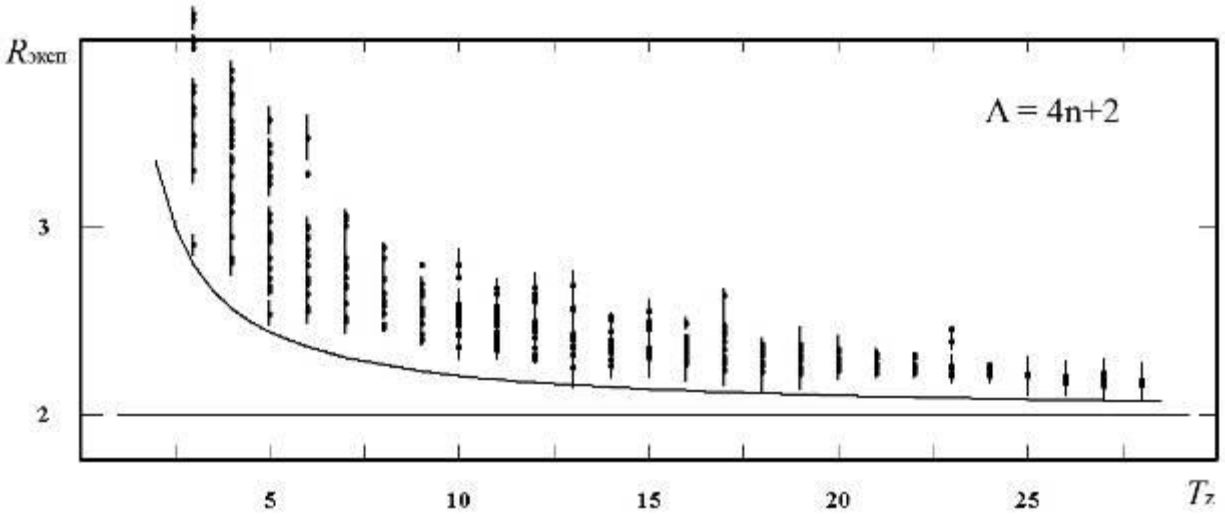


Рис. 3.12. Зависимость экспериментальных значений фактора $R_{\text{эксп}}$ от изотопического спина T_z для нечетно-нечетных ядер. Сплошная кривая результат расчета согласно выражению (4.28) значением $\eta = -3$

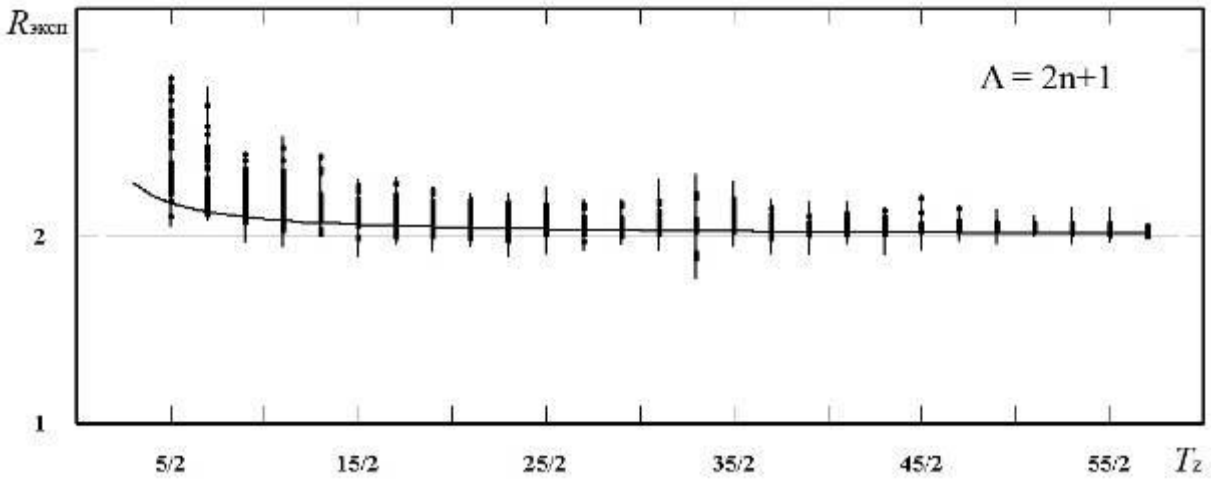


Рис. 3.13. Зависимость экспериментальных значений фактора $R_{\text{эксп}}$ от изотопического спина T_z для ядер с нечетным массовым числом A. Сплошная кривая результат расчета согласно выражению (4.28) значением $\eta = 0$

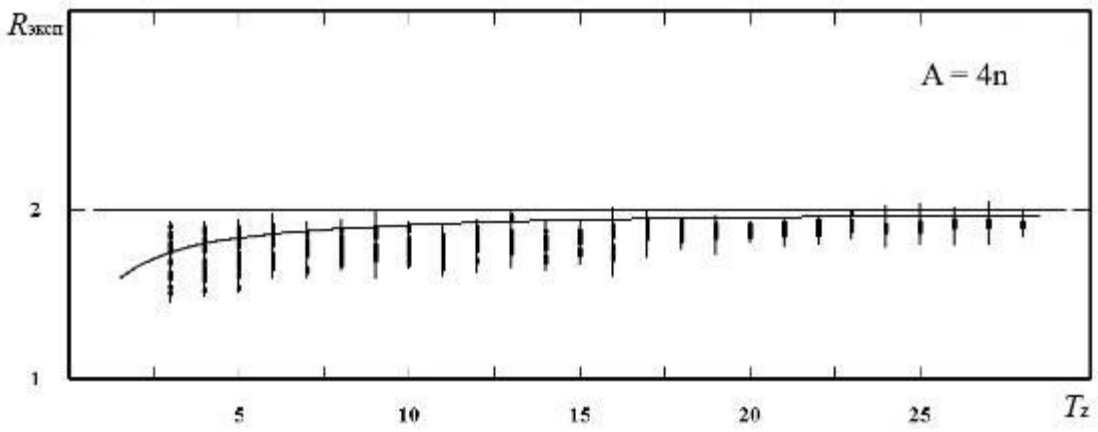


Рис. 3.14. Зависимость экспериментальных значений фактора $R_{\text{эксп}}$ от изотопического спина T_z для четно-четных ядер. Сплошная кривая является расчетом согласно выражению (4.28) с $\eta = +3$

Из полученных выше теоретических и экспериментальных данных фактора R можно оценить степень нарушения вигнеровской симметрии в атомных ядрах. Определим степень нарушения спин-изоспиновой симметрии ΔR как отношение:

$$\Delta R = \frac{\overline{R}_{\text{эксп}} - R_{\text{теор}}}{R_{\text{теор}}}, \qquad (3.36)$$

где $\overline{R}_{\text{эксп}}$ – взвешенное среднее значение фактора R для ядер с изоспином T_z.

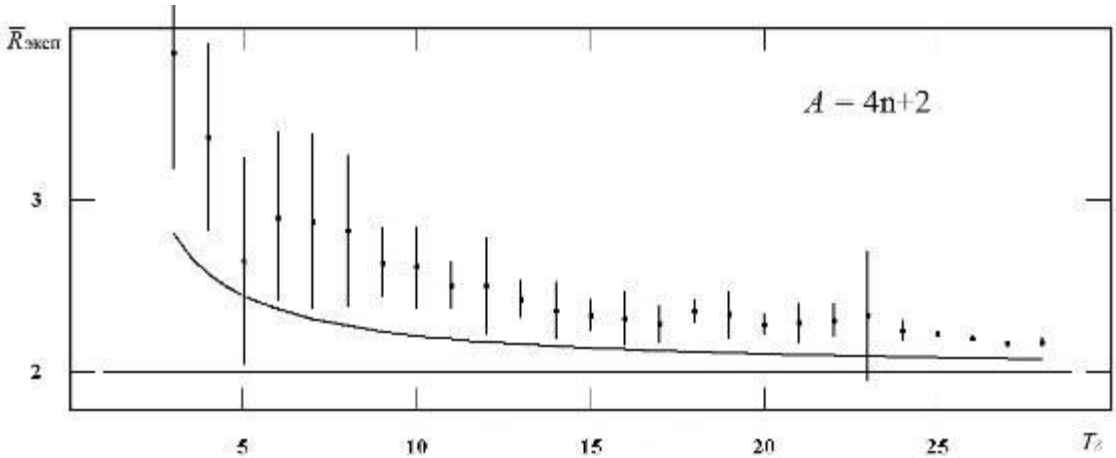


Рис. 3.15. Зависимость среднего значения экспериментальных значений фактора $\overline{R}_{\text{эксп}}$ от изоспина T_z для нечетно-нечетных ядер. Сплошная кривая является расчетом согласно выражению (3.28) с $\eta = -3$

На рис. 3.15–3.17 приведена зависимость экспериментальных значений фактора $\overline{R}_{\text{эксп}}$ от изоспина T_z для трех групп ядер. Как и выше через $A = 4n + 2$, $A = 4n + 1$ и $A = 4n$ обозначены ядра нечетно-нечетные, ядра с нечетным массовым числом A и ядра четно-четные соответственно. Кривые построены согласно (3.32). Рисунки 3.18–3.20 иллюстрируют зависимость от изоспина степени нарушения спин-изоспиновой симметрии ΔR в процентах.

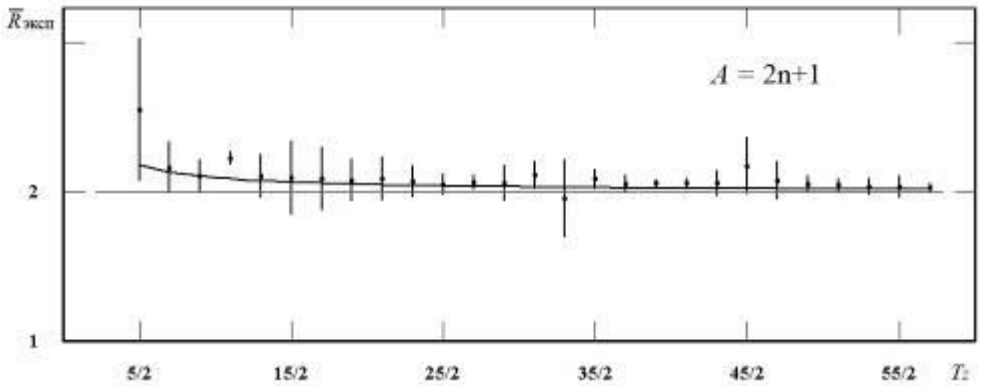


Рис. 3.16. Зависимость $\overline{R}_{\text{эксп}}$ от изоспина T_z для ядер с нечетным массовым числом. Сплошная кривая результат расчета согласно выражению (3.28) значением $\eta = 0$

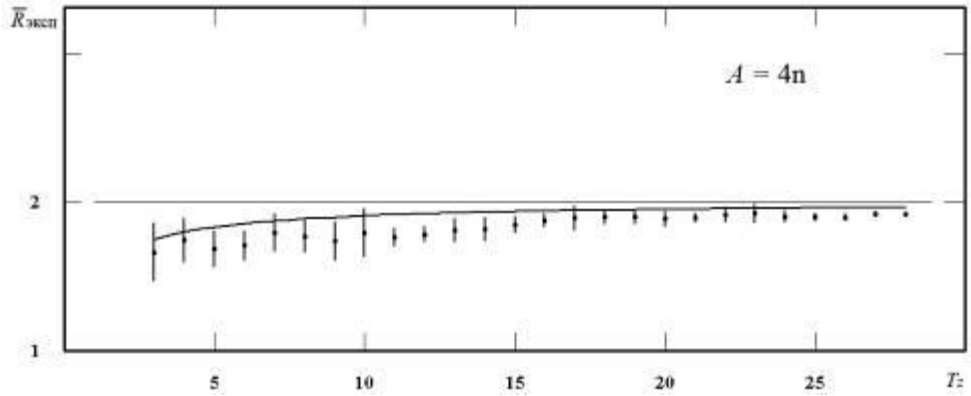


Рис. 3.17. Зависимость $\overline{R}_{\text{эксп}}$ от изоспина T_z для четно-четных ядер. Сплошная кривая результат расчета согласно выражению (3.28) значением $\eta = +3$

Данные представленные на рис. 3.15–3.20 свидетельствуют об общей тенденции уменьшения влияния спин-орбитального взаимодействия, которое нарушает спин-изоспиновую симметрию. Необходимо также отметить, что нарушение вигнеровской симметрии для нечетно-нечетных ядер, ядер с

нечетным массовым числом и четно-четных ядер проявляется в различно. Так, спин-изоспиновая симметрия в нечетно-нечетных ядрах нарушена наиболее существенно и составляет в среднем~15÷20 %, в четно-четных ядрах~5 % и в ядрах с нечетным массовым числом нарушение порядка 1 %. Здесь следует подчеркнуть, что речь идет о степени нарушения вигнеровской симметрии в среднем. В конкретных ядрах нарушение спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии могут быть несколько больше.

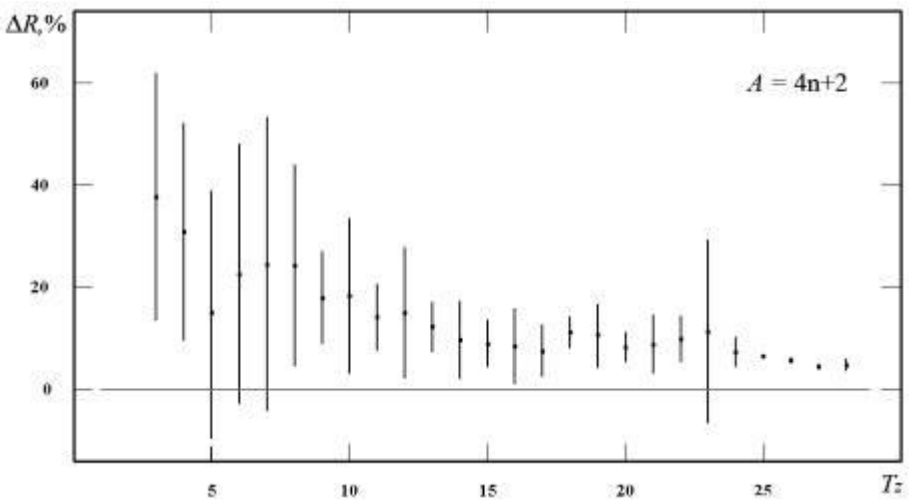


Рис. 3.18. Зависимость $\overline{R}_{\text{эксп}}$ (в процентах) от изоспина T_z для нечетно-нечетных ядер

Анализируя полученные данные можно прийти к выводу о восстановлении вигнеровской спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии в ядрах с нечетным массовым числом *A* начиная с нуклидов, изотопический спин которых $T_z \geq 49/2$ в среднем.

Ситуация для четно-четных и особенно для нечетно-нечетных ядер иная. Полученные данные позволяют утверждать, что среди реально существующих природных или искусственных четно-четных и особенно нечетно-нечетных ядер вигнеровская симметрия восстанавливается медленнее, чем для ядер с нечетным массовым числом, хотя общая тенденция к восстановлению также наблюдается.

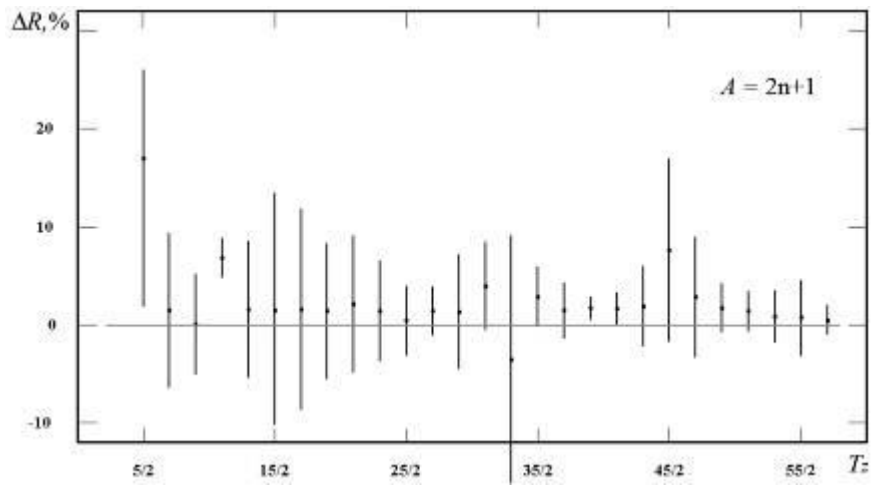


Рис. 3.19. Зависимость среднего значения экспериментальных значений фактора $\overline{R}_{\text{эксп}}$ (в процентах) от изоспина T_z для ядер с нечетным массовым числом

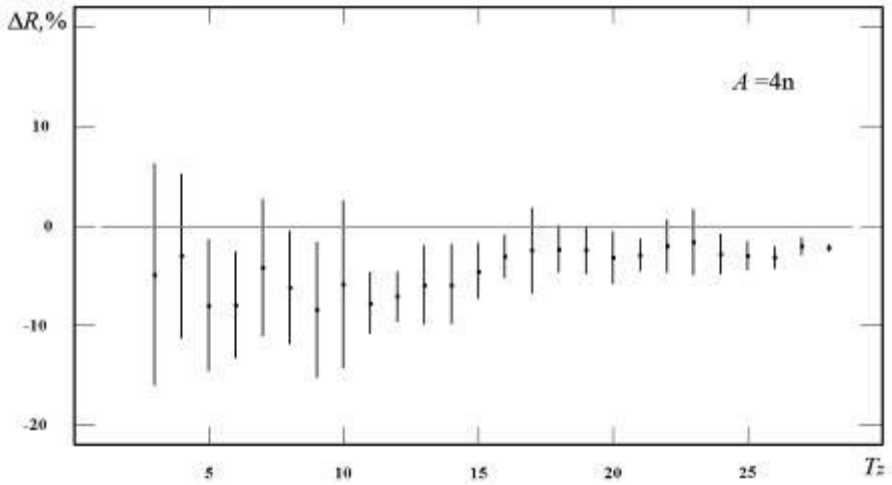


Рис. 3.20. Зависимость среднего значения экспериментальных значений фактора $\overline{R}_{\text{эксп}}$ (в процентах) от изоспина T_z для четно-четных ядер

§ 3.6. Восстановление нарушенной вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области сверхтяжелых ядер

На основе полученных результатов попытаемся оценить степень реализации вигнеровской $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах более точно. Для этого рассмотрим вопрос о степени согласия между теоретической формулой (3.32) и экспериментальными средними значениями фактора Франчини и Радикатти $\overline{R}_{\text{эксп}}$ для изобары T_z . Для решения вопроса о случайном или неслучайном расхождении $\overline{R}_{\text{эксп}}$ и $R_{\text{теор}}$ воспользуемся t -

критерием Стьюдента (В. Госсет) [75; с. 1-192, 76; с. 242–355], имеющего для нашего случая следующий вид:

$$t = \frac{|\,\overline{R}_{\text{эксп}} - R_{\text{теор}}\,|}{\sigma_{\text{эксп}}}\sqrt{n}\,, \qquad (3.37)$$

где $\sigma_{\text{эксп}}$ – стандартное отклонение, n – количество экспериментальных данных R для изоспина T_z.

Выдвинем нулевую гипотезу, которая имеет вид - $H_0 : \overline{R}_{\text{эксп}} = R_{\text{теор}}$, т.е. между экспериментальным средним значениями $\overline{R}_{\text{эксп}}$ и теоретическим значением $R_{\text{теор}}$ наблюдается согласие. В этом случае альтернативная гипотеза: $H_1 : \overline{R}_{\text{эксп}} \neq R_{\text{теор}}$. Согласно методике применения t -критерия Стьюдента [75; с. 1-192, 76; с. 242–355] нулевая гипотеза на уровне значимости α имеет место, если $t < t_{\text{табл}}$, где $t_{\text{табл}}$ -табличное значение t -критерия (см. [75; с. 1-192]). Выполнение нулевой гипотезы на уровне значимости α статистически означает, что для изоспина T_z экспериментальное значение $\overline{R}_{\text{эксп}}$ не значимо отличается от теоретического $R_{\text{теор}}$ или между $\overline{R}_{\text{эксп}}$ и $R_{\text{теор}}$ имеет место согласие. Уровень значимости α выберем как $\alpha = 0.01$.

Выбранный уровень значимости является высоким и применяется относительно редко при статистическом анализе t -критерием Стьюдента. Выбранный нами высокий уровень значимости $\alpha = 0.01$ определяется важностью вопроса, рассматриваемого в настоящей работе.

Как видно из таблицы 3.2 сопоставление расчетных и табличных значений t -критерия Стьюдента [73; с. 1-192, 74; с. 242–355] для четных массовых чисел A во всем диапазоне изменения изоспина $2 \le T_z \le 28$ показывает, что $t > t_{\text{табл}}$, т.е. выполняется альтернативная гипотеза. Это

означает, что на уровне значимости $\alpha = 0.01$ статистически вигнеровская симметрия нарушена для всех ядер с четными массовыми числами.

Вычисленные нами расчетные значения t -критерия Стьюдента для нечетных массовых чисел A в диапазоне изменения изоспина $3/2 \le T_z \le 51/2$ на уровне значимости $\alpha = 0.01$ оказались систематически больше в несколько раз, чем табличные, т.е. на уровне значимости $\alpha = 0.01$ теоретические значения $R_{\text{теор}}$ и экспериментальные значения $\overline{R}_{\text{эксп}}$ в указанном диапазоне T_z не согласуются.

Для ядер с нечетными массовыми числами и изоспинами $T_z = 53/2, 55/2$ и $57/2$ расчетные значения $t = 0.545, 0.876$ и 0.660 и табличные $t_{\text{табл}} = 3.355, 3.355$ и 4.032 соответственно. Как видно, для нечетных атомных ядер с изоспинами $T_z = 53/2, 55/2$ и $57/2$ расчетные значения t -критерия меньше, чем табличные. Этот факт статистически интерпретируется как восстановление вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии для тяжелых ядер с изоспинами $T_z \ge 53/2$ на уровне значимости $\alpha = 0.01$ т.е с достоверностью больше 99%.

Для применения t-критерия Стьюдента, как это сделано в нашей работе [47; с. 29-34], необходимо выполнение двух условий, которые вытекают из оптимальности критерия [76; с. 242–355]: 1) выражение $R_{\text{теор}}$ должно быть точным; 2) генеральная совокупность, из которой производится выборка R, должна иметь нормальное распределение.

Первое условие выполняется, так как выражение $R_{\text{теор}}$ в нашей работе [47; с. 29-34] получено путем преобразований с использованием массовой формулы Вигнера с осознанием того, что массовая формула Вигнера содержит член, учитывающий спаривание нуклонов в ядре.

t-критерий Стьюдента является оптимальным, т.е. обеспечивает наивысшую достоверность статистических выводов только в тех случаях, когда выборки получены из нормально распределенной генеральной совокупности [76; с. 242–355]. При больших отклонениях от нормального

распределения точность t-критерия существенно падает. Поэтому, чтобы уверенно применять оптимальный t-критерий Стьюдента, необходимо проверить предположение о нормальности распределения выборки $R_{\text{эксп}}$. Для этого используются критерии согласия.

Таблица 3.2

Соотношение между расчетными $t_{\text{расч}}$ и табличными $t_{\text{табл}}$ [75] значениями t – критерия Стьюдента для трех видов ядер вигнеровского типа в зависимости от проекции изоспина ядра T_z (уровень значимости $\alpha = 0.01$)

Ядра с нечетным A			Нечетно-нечетные ядра			Четно-четные ядра		
T_z	n	$t_{\text{расч}} <> t_{\text{табл}}$	T_z	n	$t_{\text{расч}} <> t_{\text{табл}}$	T_z	n	$t_{\text{расч}} <> t_{\text{табл}}$
3/2	28	58.268 > 2.771	2	17	74.976 > 2.947	2	16	41.912 > 2.947
5/2	37	50.271 > 2.725	3	18	11.241 > 2.947	3	19	18.441 > 2.880
7/2	41	61.677 > 2.704	4	23	4.030 > 2.819	4	21	32.728 > 2.830
9/2	43	111.319 > 2.694	5	22	73.089 > 2.831	5	22	14.793 > 2.831
11/2	43	192.25 > 2.694	6	18	8.618 > 2.947	6	18	21.537 > 2.947
13/2	34	25.696 > 2.723	7	17	15.559 > 2.947	7	16	6.692 > 2.947
15/2	29	10.168 > 2.763	8	13	20.827 > 3.055	8	15	11.371 > 2.977
17/2	34	10.261 > 2.723	9	14	27.521 > 3.012	9	22	39.151 > 2.831
19/2	42	17.841 > 2.698	10	21	31.565 > 2.830	10	23	15.411 > 2.831
21/2	40	0.652 > 2.702	11	22	46.285 > 2.831	11	22	84.883 > 2.831
23/2	37	12.964 > 2.725	12	20	28.961 > 2.880	12	19	80.383 > 2.880
25/2	31	37.655 > 2.750	13	16	40.116 > 2.947	13	20	40.145 > 2.880
27/2	28	10.152 > 2.771	14	17	15.212 > 2.921	14	19	40.046 > 2.880
29/2	25	3.747 > 2.797	15	18	24.906 > 2.950	15	19	34.634 > 2.880
31/2	30	49.115 > 2.756	16	19	15.598 > 2.880	16	20	9.670 > 2.880
33/2	35	40.562 > 2.730	17	17	14.919 > 2.921	17	19	5.266 > 2.880
35/2	25	37.201 > 2.797	18	13	66.612 > 3.055	18	11	13.700 > 3.169
37/2	24	4.373 > 2.807	19	12	28.526 > 3.106	19	10	4.765 > 2.880
39/2	19	22.445 > 2.880	20	9	28.591 > 3.355	20	9	9.359 > 3.355
41/2	16	15.082 > 2.947	21	7	13.844 > 3.707	21	8	11.608 > 3.499
43/2	16	8.940 > 2.947	22	5	15.990 > 4.604	22	8	10.015 > 3.499
45/2	16	32.554 > 2.947	23	6	6.421 > 4.032	23	7	5.919 > 3.707
47/2	12	10.159 > 3.106	24	6	18.115 > 4.032	24	6	7.814 > 4.032
49/2	8	6.681 > 3.499	25	3	134.024 > 9.925	25	9	19.531 > 3.355
51/2	7	4.233 > 3.707	26	6	56.939 > 4.032	26	8	30.055 > 3.499
53/2	9	**0.545 < 3.355**	27	8	41.699 > 3.499	27	7	8.316 > 3.707
55/2	9	**0.876 <3 .355**	28	4	10.536 > 5.841	28	5	21.309 > 4.604
57/2	6	**0.660 < 4.032**						

Существует несколько разновидностей критериев согласия.

Критерий согласия χ^2 или критерий согласия λ Колмогорова–Смирнова применяются при относительно больших выборках ($n \geq 40$). Если объем выборки $n < 40$, как в нашем случае, то более точные выводы дает

критерий Шапиро–Уилка [75; с. 242–355], позволяющий обнаружить отклонения от нормальности распределения уже при объеме выборки $n \approx 10$. Поэтому для проверки нормальности распределения величины $R_{\text{эксп}}$ мы использовали критерий W Шапиро–Уилка.

Критерий W Шапиро–Уилка вычисляется по формуле [75; с. 242–355, 76; с. 591-611]:

$$W = \frac{s^2}{(n-1)D^2}, \tag{3.38}$$

где n – объем выборки, $D^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \overline{R})^2$ – дисперсия выборки.

Сформулируем нулевую гипотезу H_0: экспериментальные значения фактора Франчини–Радикатти $R_{\text{эксп}}$ имеют нормальное распределение. Назначим уровень значимости $\alpha = 0.01$. Таблица 3.2 иллюстрирует пример расчета критерия $W_{\text{расч}}$ Шапиро–Уилка на основе экспериментальных значений величины $R_{\text{эксп}}$ для нечетных ядер с изоспином $T_z = 49/2$. Для приведенной выборки из табл. 3.2 дисперсия $D^2 = 0.000191$. Пользуясь выражением (3.38), вычислим расчетное значение критерия $W_{\text{расч}}$ Шапиро–Уилка: $W_{\text{расч}} = 0.868$. Для выборки $n = 8$ и уровня значимости $\alpha = 0.01$ критическое значение критерия $W_{\text{крит}}$ Шапиро–Уилка $W_{\text{крит}} = 0.749$ [75; с. 242–355, 76; с. 591-611]. Поскольку $W_{\text{расч}} > W_{\text{крит}}$, можно говорить о соответствии экспериментальных данных нормальному распределению на уровне значимости $\alpha = 0.01$, т.е. нулевая гипотеза имеет место и применение t-критерия Стьюдента для доказательства восстановления $SU(4)$-симметрии в ядрах с изоспином $T_z = 49/2$ является обоснованной.

В табл. 3.4 приведены рассчитанные нами значения критерия Шапиро–Уилка $W_{\text{расч}}$ для трех групп ядер вигнеровского типа. Там же для удобства сравнения приведены критические значения критерия $W_{\text{крит}}$ для уровня

значимости $\alpha = 0.01$. Как видно из табл. 3.4, для преобладающего количества значений критерия Шапиро–Уилка имеет место неравенство $W_{\text{расч}} > W_{\text{крит}}$, что свидетельствует о нормальности распределения выборки $R_{\text{эксп}}$ для этих случаев на уровне значимости $\alpha = 0.01$.

Таблица 3.3

Вычисление критерия W Шапиро–Уилка из экспериментальных значений $R_{\text{эксп}}$ для ядер с проекцией изоспина $T_z = 49/2$ (пример)

n	$R_{\text{эксп}}$	$R_{\text{эксп}}$, ранжированные	k	Δ_k	a_{nk}, [12]	$a_{nk}\Delta_k$
1	2	3	4	5	6	7
1	2.064	2.04	1	0.037	0.6052	0.02239
2	2.062	2.041	2	0.23	0.3164	0.00728
3	2.077	2.043	3	0.02	0.1743	0.00349
4	2.041	2.045	4	0.017	0.0561	0.00095
5	2.043	2.062	$s = \sum a_{nk}\Delta_k = 0.034106$			
6	2.04	2.063	$W = \dfrac{s^2}{(n-1)D^2} = 0.868$			
7	2.063	2.064				
8	2.045	2.077				

Имеется незначительное количество случаев, когда $W_{\text{расч}} < W_{\text{крит}}$. Из них для ядер с нечетным массовым числом 9 случаев из 28 (32%), для четно-четных ядер 3 из 28 (11%) и для нечетно-нечетных ядер 4 из 28 (14%). Для большинства этих случаев расчетные значения критерия Шапиро–Уилка незначительно отличаются от табличного критического, т.е. $W_{\text{расч}} \approx W_{\text{крит}}$. Следовательно, имеют место небольшие отклонения распределения от нормальности, для которых t-критерий Стьюдента имеет еще достаточную мощность и может обеспечить удовлетворительную точность.

Проведенный выше анализ данных показывает, что примененный в работе [47; с. 29-34] метод t-критерия Стьюдента, посредством которого доказывается восстановление вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области тяжелых ядер, является обоснованным.

Восстановление вигнеровской симметрии означает преобладание среднего расстояния между супермультиплетами $(T, 0, 0)$ и $(T-1, 1, 0)$ по

отношению к расщеплению уровней самого мультиплета вследствие влияния спин-орбитального взаимодействия (подробно см. [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304, 21; с. 322-324]). Как показано выше восстановление происходит быстрее в ядрах с нечетным массовым числом A, чем в ядрах с четным массовым числом A.

Накопленный обширный экспериментальный материал свидетельствует о том, что кулоновское взаимодействие не разрушает изотопическую симметрию. Открытие аналоговых состояний, а также существующий обширный экспериментальный материал показывает, что изоспин остается в средних и даже в тяжелых ядрах “хорошим” квантовым числом, т.е. сохраняющейся величиной. Таким образом, кулоновский фактор, как оказалось, не приводит к разрушению изотопической, следовательно, и вигнеровской спин-изоспиновой симметрии.

Существование спаривания между нейтронами и протонами, и экспериментальное отсутствие такового между нейтронами и протонами рассматривалось как свидетельство разрушение вигнеровской симметрии. Но более тщательный анализ показывает, что экспериментальное отсутствие спаривания между протоном и нейтроном не может оцениваться как свидетельство разрушения спин-изоспиновой симметрии. Так, в средних и тяжелых ядрах преобладающим взаимодействием между нуклонами является $jj-$связь. Как было показано в работах [46; с. 1489-1497, 47; с. 29-34], в основном состоянии нечетно-нечетного ядра нечетные протон и нейтрон не могут составить пару, поскольку они имеют различные орбитальные моменты (в рамках модели оболочек) и их волновые функции не могут перекрываться. Иными словами, среди природных и даже среди искусственно получаемых нечетно-нечетных ядер нет таковых, в которых выполнялись бы условия для образования пары из протона и нейтрона, имеющие одинаковые орбитальные моменты. Например, в рамках изложенного материала можно утверждать, что наблюдать спаривание нейтрона и протона в изотопах урана возможно, если его массовое число

приблизительно $A \approx 184$. Существующие в настоящее время многочисленные экспериментальные факты [36; с. 434-443, 47; с. 29-34, 52; с. 1083-1088] свидетельствуют в пользу нарушения вигнеровской симметрии только за счет спин-орбитального взаимодействия.

Таблица 3.4

Расчетные $W_{расч}$ и критические $W_{крит}$ значения критерия Шапиро–Уилка для трех групп ядер вигнеровского типа

T_z	n	$W_{расч}$ и $W_{крит}$	T_z	n	$W_{расч}$ и $W_{крит}$	T_z	n	$W_{расч}$ и $W_{крит}$
Ядра с нечетным A			Четно-четные ядра			Нечетно-нечетные ядра		
3/2	28	0.795<0.896	1	14	0.863>0.825	1	10	0.921>0.781
5/2	37	0.929>0.914	2	16	0.970>0.844	2	17	0.964>0.851
7/2	41	0.917<0.920	3	19	0.955>0.863	3	18	0.966>0.858
9/2	43	0.969>0.923	4	21	0.944>0.873	4	23	0.955>0.881
11/2	43	0.954>0.923	5	22	0.959>0.878	5	22	0.375<0.878
13/2	34	0.844<0.908	6	18	0.897>0.858	6	18	0.928>0.858
15/2	29	0.975>0.898	7	16	0.917>0.844	7	17	0.931>0.851
17/2	34	0.962>0.908	8	15	0.992>0.835	8	13	0.937>0.814
19/2	42	0.206<0.922	9	22	0.892>0.878	9	14	0.971>0.825
21/2	40	0.966>0.919	10	23	0.956>0.881	10	21	0.899>0.873
23/2	37	0.981>0.914	11	22	0.950>0.878	11	22	0.955>0.878
25/2	31	0.929>0.902	12	19	0.917>0.863	12	20	0.942>0.868
27/2	28	0.962>0.896	13	20	0.889>0.868	13	16	0.876>0.844
29/2	25	0.868<0.888	14	19	0.852<0.863	14	17	0.932>0.851
31/2	30	0.882<0.900	15	19	0.857<0.863	15	18	0.788<0.858
33/2	35	0.831<0.910	16	20	0.821<0.868	16	19	0.896>0.863
35/2	25	0.917>0.888	17	19	0.940>0.863	17	17	0.842<0.851
37/2	24	0.941>0.884	18	11	0.923>0.792	18	13	0.914>0.814
39/2	19	0.967>0.863	19	10	0.862>0.781	19	12	0.961>0.805
41/2	16	0.863>0.844	20	9	0.960>0.764	20	9	0.959>0.764
43/2	16	0.915>0.844	21	8	0.980>0.749	21	7	0.940>0.730
45/2	16	0.679<0.844	22	8	0.982>0.749	22	5	0.915>0.686
47/2	12	0.785<0.805	23	7	0.871>0.730	23	6	0.851>0.713
49/2	8	0.868>0.749	24	6	0.923>0.713	24	6	0.931>0.713
51/2	7	0.960>0.730	25	9	0.960>0.764	25	3	0.750<0.753
53/2	9	0.826>0.764	26	8	0.952>0.749	26	6	0.935>0.713
55/2	9	0.891>0.764	27	7	0.950>0.730	27	8	0.979>0.749
57/2	6	0.944>0.713	28	5	0.916>0.686	28	4	0.753>0.687

Как известно, не имеется достаточно убедительного теоретического обоснования для введения в средний ядерный потенциал спин-орбитального потенциала. Однако предположение о существовании сравнительно большой спин-орбитальной части в потенциале среднего поля подтверждено многочисленными экспериментальными фактами, прежде всего с

расщеплением уровней $j = l \pm 1/2$. Другим указанием на важную роль спин-орбитального взаимодействия является экспериментально наблюдаемые поляризационные эффекты при рассеянии нуклонов на ядрах подтверждающих принятую величину потенциала спин-орбитального взаимодействия и его знак.

В то же время спин-орбитальный член ядерного потенциала должен быть поверхностным, поскольку в области ядра с постоянной плотностью единственным выделенным направлением является направление импульса нуклона. Поэтому невозможно образовать псевдовектор, который, будучи связан со спином, образовал бы скаляр. В поверхностной области ядра градиентом плотности определяется радиальное направление и можно образовать локальный потенциал вида:

$$V_{\mathrm{sl}}(r) \approx \nabla\rho(r) \times \vec{\rho} \cdot \vec{s} = \hbar^{-1}(\vec{l} \cdot \vec{s}) \frac{1}{r} \frac{\partial \rho(r)}{\partial r}, \qquad (3.39)$$

где $V_{\mathrm{sl}}(r)$ – потенциал спин-орбитального взаимодействия, r – радиальная переменная, ρ – плотность ядра, $\vec{l}$ – оператор орбитального момента, s – оператор спина.

Во всех теоретических подходах к строению ядра среднее поле описывают конечным потенциалом с размытым краем, который должен воспроизводит зависимость плотности ядерного вещества от радиуса. Обычно в качестве среднего ядерного потенциала с размытым краем берется потенциал Саксона-Вудса и ядро рассматривается как состоящей из центральной части с постоянной плотностью и поверхностной части, где плотность ядерной материи плавно убывает до нуля.

Из выражения (3.39) имеем, что в центральной части ядра с постоянной плотностью ядерного вещества потенциал спин-орбитального взаимодействия равно нулю. Поскольку единственным фактором, нарушающим вигнеровскую спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию, является спин-орбитальное взаимодействие, которая имеет нулевое значение, в

центральной части ядра должно реализовываться вигнеровская спин-изоспиновая симметрия. Вигнеровская симметрия нарушается только на поверхности ядра, где $\partial\rho(r)/\partial r \neq 0$. С увеличением массового числа A, кроме механизмов описанных в работах, доля поверхностной части относительно общего объема ядра уменьшается, что равнозначно к уменьшению доли влияния спин-орбитального взаимодействия, нарушающего вигнеровскую симметрию.

§ 3.8. Выводы

Подводя итог к Главе III можно утверждать, что путем сопоставления массовых соотношений Вигнера и Вайцзеккера произведена интерпритация универсальных эмпирических функций Вигнера, установлен факт наличия в массовой формуле Вигнера члена ответственного за парное взаимодействие, вычислены экспериментальные значения фактора Францини-Радикати в широком диапазоне изменения массового числа, получена точная теоретическая формула фактора Францини-Радикати, определена степень реализации вигнеровской симметрии для большого количества ядер, установлена наивысшая достоверность статистических выводов и методами математической статистики установлены границы восстановления вигнеровской симметрии в атомных ядрах.

ГЛАВА IV. ПРИМЕНЕНИЕ МАССОВОЙ ФОРМУЛЫ ВИГНЕРА К РЕШЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Результаты наших исследований, изложенные в Главе IV, опубликованы в оригинальных работах [78; с. 258-258, 79; с. 257-257, 80; с. 103-105, 81; с. 24-24, 82; с. 160-165, 83; с. 47-52, 84; с. 120-128].

§ 4.1. Описание линии и долины $\beta-$стабильности в рамках вигнеровской массовой формулы

Линией $\beta-$ стабильности называется совокупность стабильных к различным видам распада нуклидов, которые на $N-Z$ диаграмме (нуклидной карте) атомных ядер расположены в виде цепочки, вдоль диагонали в линию. Энергия связи нуклидов из линии $\beta-$ стабильности имеют максимальное значение среди ядер-изобар. С помощью формулы Вайцзеккера (3.1) можно найти зависимость массового числа A от порядкового номера элемента Z для всех $\beta-$стабильных ядер [2; с. 12-24, 4; с. 200-206]. Для этого необходимо минимизировать выражение (3.1) при постоянном A и после не сложных преобразований имеем

$$Z = A/(1.98 + 0.015A^{2/3}) \tag{4.1}$$

Похожую формулу, описывающую линию $\beta-$ стабильности можно получить из анализа функции (3.8) массовой поверхности $F(A,Z)$, которая основано на массовом соотношении Вигнера. Как было показано в Главе III (см. § 3.1 формула 3.8) функция $F(A,Z)$ является массовой поверхностью и минимум функции $F(A,Z)$ определяет наиболее стабильное ядро среди изобар с массовым числом A.

Рассмотрим ядра с нечётным массовым числом. Тогда формулу (3.8) можно представить в виде:

$$F(A,Z) = 0.5[b_1 \exp(b_2 A) + b_3 \exp(b_4 A)] \cdot (T_z^2 + 4T_z + 1.5) +$$

$$+K_1 Z^2 A^{-1/3}(1-K_2 A^{-2/3}), \qquad (4.2)$$

где $K_1 = 703.2$ и $K_2 = 1.28$. Далее, вычисляя $\partial F(A,Z)/\partial T_z |_{A=\text{const}}$ и приравнивая к нулю, можно получить формулу относительно проекции изоспина T_z, как функцию массового числа A:

$$T_z |_{\beta-\text{стаб}} = \frac{K_1(A^{2/3}-K_2)-2B}{B+2K_1(1-K_2 A^{-2/3})}, \qquad (4.3)$$

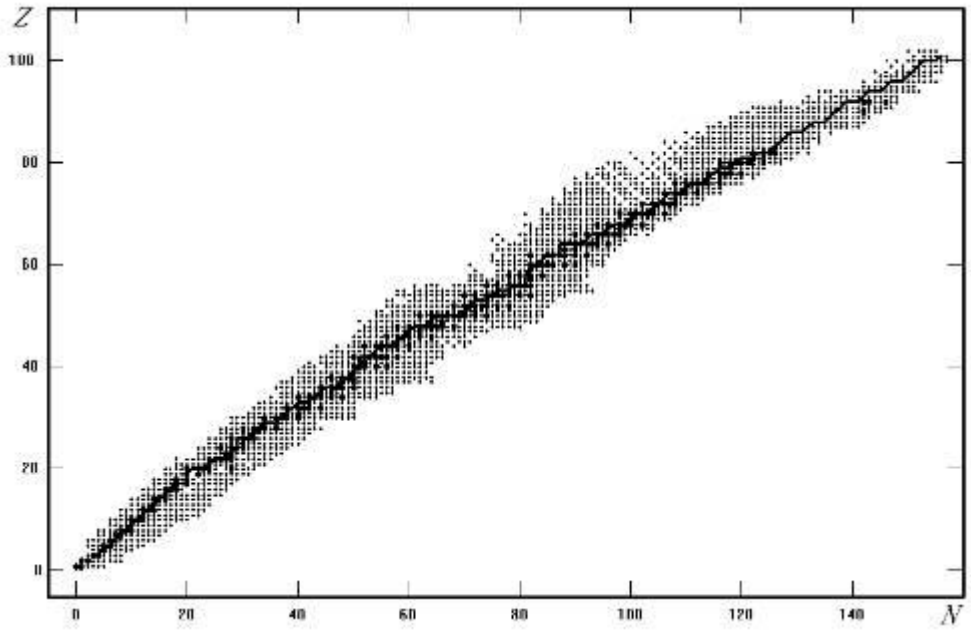


Рис. 4.1. Нуклидная карта (Z, N). Сплошная линия–линия “ бета-стабильности” (расчет по (4.3)), стабильные нуклиды обозначены ”жирными” черными точками

где $B = 0.5[b_1 \exp(b_2 A) + b_3 \exp(b_4 A)]$. Выражение (4.3) описывает линию “бета-стабильности”. Для точного определения T_z нуклида, находящегося на линии “бета-стабильности”, необходимо вычислить значение функции (4.3) с учетом энергии спин-орбитального взаимодействия. На рис. 4.1 приведена нуклидная карта (Z, N), где бета-стабильные ядра обозначены “жирными” черными точками, а сплошная линия соответствует расчету согласно выражению (4.3). Как видно из рис. 4.1, расчет и эксперимент согласуются.

§ 4.2. Линия протонной и нейтронной стабильности нуклидов

Важным приделом области стабильности, существенный, как для ядерной физики, так и для астрофизики, является величина протонного избытка (нейтронного дефицита), при котором энергия отделения протона (нейтрона) становится равной нулю. Этот предел можно вычислит [2; с. 12-24, 4; с. 200-206] для протонов следующей формулой:

$$\varepsilon_{\text{p}} = \{m_{\text{p}} + M(A-1, N) - M(A, N)\}, \tag{4.4}$$

где ε_{p} –энергия связи протона в ядре с массой $M(A, N)$, m_{p} – масса протона. Как видно из (4.4) расчет необходимо проводит для изотонов. Аналогичной формулой вычисляется энергия связи нейтронов ε_{n} в ядре с массой $M(A, Z)$:

$$\varepsilon_{\text{n}} = \{m_{\text{n}} + M(A-1, Z) - M(A, Z)\}, \tag{4.5}$$

Основываясь на массовом соотношении (3.25), при известных эмпирических функциях Вигнера, без учета энергии спин-орбитальной энергии, нами рассчитаны значения ε_{p} и ε_{n} по формулам (4.4) и (4.5) соответственно. Рисунок 4.2 иллюстрирует поведение линии протонной и нейтронной стабильности ядер, т.е. такой кривой на плоскости (Z, N) для которой выполняется условие $\varepsilon_{\text{p}} = 0$ и $\varepsilon_{\text{n}} = 0$. На рис. 4.3 производится сравнение расчетов произведенных согласно массовой формуле Вигнера (3.25) и результаты расчета, основанный на формуле Вайцзеккера (3.1) для энергии связи ядра.

Как видно из рис. 4.2 и 4.3 протонная линия стабильности ядер, рассчитанная на основе массовой формулы Вигнера, имеет некоторую структуру, хотя нейтронная линия стабильности не имеет такой структуры.

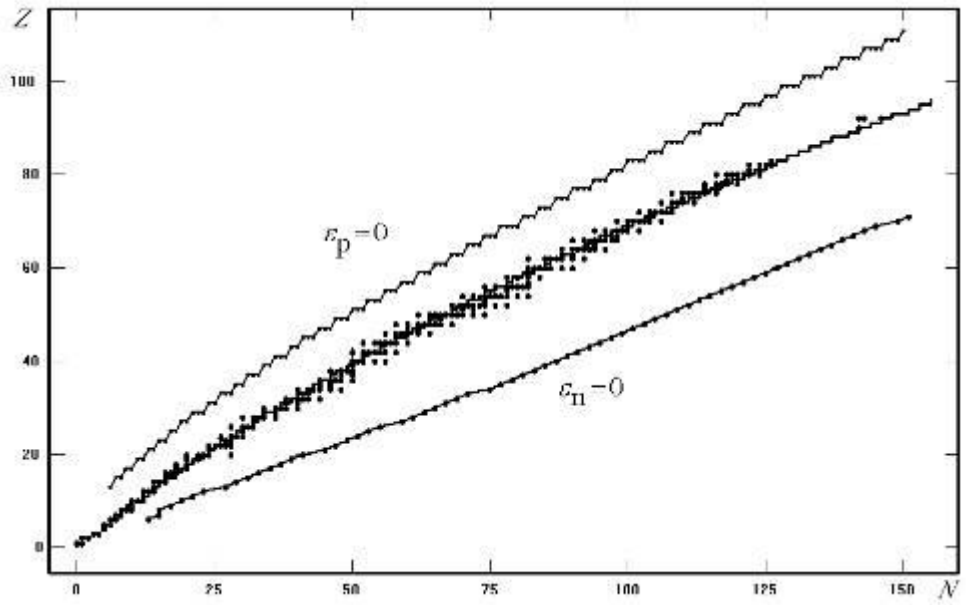


Рис. 4.2. Линии протонной и нейтронной стабильности атомных ядер. Расчеты произведены на основе массовой формулы Вигнера

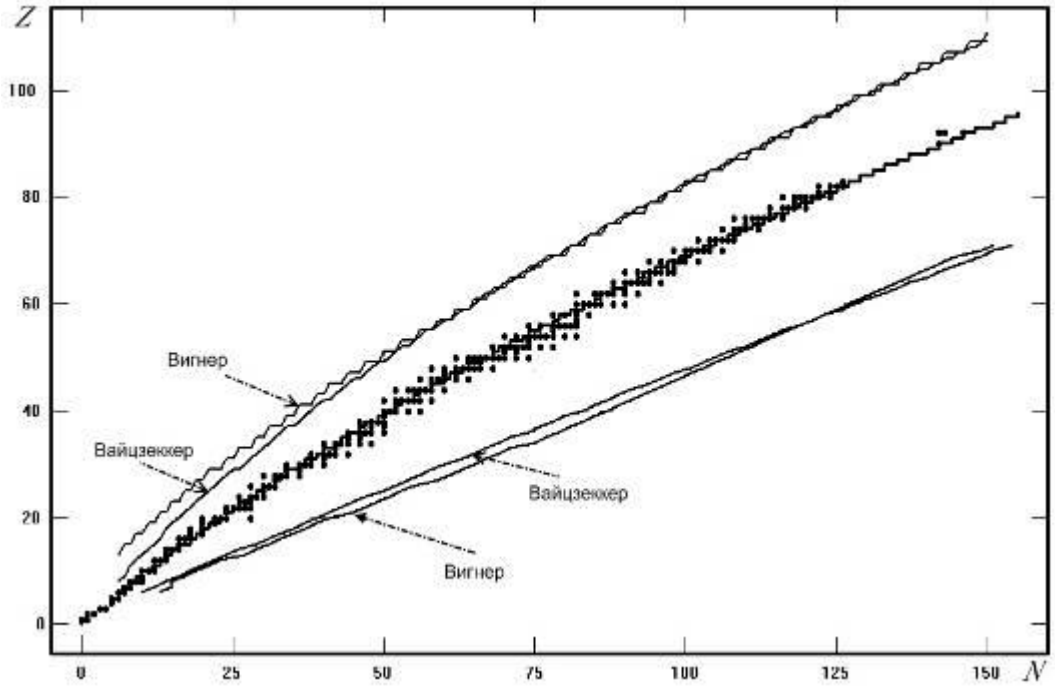


Рис. 4.3. Линии протонной и нейтронной стабильности атомных ядер. Расчеты произведены на основе массовой формулы Вигнера и Вайцзеккера

§ 4.3. Масса нуклона в бесконечной ядерной материи

В общем виде формула Вигнера для массы атомного ядра имеет вид (смотрите [36; с. 434-443, 46; с. 1489-1497, 49; с. 1507-1513]):

$$M(A,Z) = a(A) + b(A)C_2 + E_{\text{Coul}}(A,Z) + E_{\text{sl}}(A,Z), \tag{4.6}$$

где $a(A)$ и $b(A)$ – эмпирические функции Вигнера, C_2 – оператор Казимира, $E_{\text{Coul}}(A,Z)$ и $E_{\text{sl}}(A,Z)$ – вклады в массу ядра кулоновского и спин-орбитального взаимодействий соответственно. В зависимости от вигнеровского типа ядер явный вид оператора Казимира C_2 определяется следующей формулой [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9]:

$$C_2 = \begin{cases} 0.5(T_z^2 + 4T_z + 3), \text{ если } N, Z - \text{нечетные}, \\ 0.5(T_z^2 + 4T_Z + 1.5), \text{ если A} - \text{нечетное}, \\ 0.5(T_z^2 + 4T_Z), \text{ если } N, Z - \text{четные}. \end{cases} \tag{4.7}$$

В выражении (4.7) T_z является проекцией изоспина основного состояния ядра.

Для ядер с изоспином основного состояния $T_z > 1/2$ удельная эмпирическая функция Вигнера $a(A)/A$ имеет вид (смотрите [36; с. 434-443]):

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A) + a_3 \exp(a_4 A) + a_5 \exp(a_6 A) + a_7 \exp(a_8 A). \tag{4.8}$$

Значения коэффициентов $a_1 - a_8$ в формуле (4.8) приведены в таблице 2.3. Каждый член в формуле (4.8) имеет свою область определения. Для ядер с массовым числом $A > 150$ выражение (4.8) упрощается:

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A). \tag{4.9}$$

Уточним экспериментальные значения коэффициентов a_1, a_2 выражения (4.9) путем более тщательной обработки экспериментальных

данных. На рис. 4.4 приведены экспериментальные значения (точки) удельной эмпирической функции Вигнера $a(A)/A$ для ядер с нечетными массовыми числами области $A \geq 150$. Из рис. 4.4 видно влияние дважды “магической” области на зависимость $a(A)/A$. Погрешности экспериментальных значений величины $a(A)/A$ вычислялись как погрешность косвенных измерений. Вычисления экспериментальных значений удельной функции Вигнера $a(A)/A$ описаны в работе [36; с. 434-443].

Для уточнения значений коэффициентов a_1, a_2 нами был применен метод наименьших квадратов (МНК). На первом этапе обработки экспериментальные данные были преобразованы, как $z(A) = [a(A)/A]_{\text{эксп}}$, и в последующем были вычислены МНК коэффициенты a_1^* и a_2^* линейной функции $z(A) = a_1^* + a_2^* A$, где $a_1^* = \ln(a_1)$ и $a_2^* = a_2 A$. На втором этапе, после преобразования $a_1 = \exp(a_1^*)$, были дополнительно уточнены параметры a_1, a_2 методом линеаризации [75; с. 1-173]. Экстраполированные данные $a(A)/A$, использованные для уточнения параметров a_1 и a_2 МНК, на рис. 4.4 выделены кружочками. Данные, относящиеся к группе ядер вблизи ^{208}Pb, в которых влияние спин-орбитального взаимодействия достаточно сильны, в расчет не включены.

Уточненные нами параметры выражения (4.9) имеют следующие значения:

$$a_1 = 927382(8) \text{ кэВ/нукл}, \qquad a_2 = -5.21(4) \times 10^{-6}. \tag{4.10}$$

Результат расчета $a(A)/A$ по выражению (4.9) приведен на рис. 4.4 в виде сплошной линии. На рисунке также выделены использованные диапазоны A для вычислений коэффициентов a_1, a_2 при помощи МНК. Разделение

области определения a_1, a_2 на два диапазона возникает в связи с влиянием на значения $a(A)/A$ дважды магической области $N = 126$ и $Z = 82$.

Из выражения (4.9) видно, что для ядра с бесконечно большим массовым числом ($A \sim \infty$)

$$a(A)/A = a_1. \tag{4.11}$$

Поскольку величина $a(A)/A$ является эффективной массой нуклона в ядре, коэффициент a_1 можно интерпретировать как эффективную массу нуклона в бесконечной ядерной материи.

Параметр a_1 численно очень близок существующей унифицированной атомной единице массы $u = 931494.009(7)$ кэВ [31; с. 337-676]. Как известно, унифицированная атомная единица массы определяется, как $u = M(^{12}\mathrm{C})/12$. Разность между u и a_1 составляет $u - a_1 = 4049(8)$ кэВ. Разность между величинами u и a_1 может быть еще меньше (~1 МэВ), если учесть, что при определении u была использована масса нейтрального атома $^{12}\mathrm{C}$.

Величиной a_1 можно пользоваться как эмпирической единицей массы ядра, имеющей естественное происхождение. Коэффициент перевода между унифицированной единицей массы u и эмпирической ядерной единицей массы a_1 равняется:

$$u/a_1 = 1.004434(9). \tag{4.12}$$

Преимуществом коэффициента a_1 как эмпирической ядерной единицы массы по сравнению с унифицированной единицей массы u является его естественное происхождение. Несмотря на это, величиной a_1 в настоящее время нельзя пользоваться в качестве единицы массы ядра, так как погрешность его определения намного превосходит погрешность единицы u Как известно, единица u уточнялась многократно масс-

спектрометрическими методами. Однако параметр a_1 может быть полезной величиной при решении различных астрофизических задач.

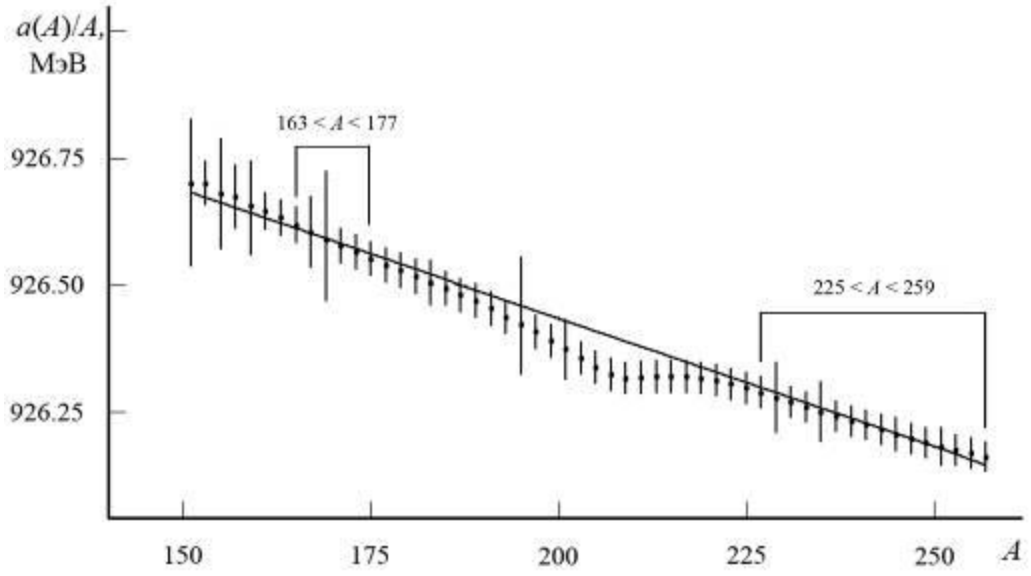


Рис. 4.4. Экспериментальные значения (точки) удельной эмпирической функции Вигнера $a(A)/A$ для ядер с нечетными массовыми числами области $A \geq 150$. Экстраполированные данные выделены кружочками

§ 4.4. Восстановление вигнеровской $SU(4)$–симметрии в области сверхтяжелых ядер и ее связь с проблемой "острова стабильности", или существует ли "остров стабильности"?

Ввиду важности рассматриваемой проблемы для физики сверхтяжелых ядер этот параграф мы начнем с экспериментально установленных фактов, свидетельствующие о восстановление вигнеровской $SU(4)$–симметрии в области сверхтяжелых ядер. Решение этой проблемы на прямую связано с признанием существования так называемого "острова стабильности" т.к. "остров стабильности" и область ядер с восстановленной симметрией совпадают на нуклидной карте по место положению. Драматизм ситуации в том, что эти два явления одновременно в одном регионе ядер существовать не могут.

Оболочечная модель [3; с. 1-320, 4; с. 206-212] не ставит ограничений на возможность существования в природе ядер тяжелее урана. Более того, согласно модели оболочек, по мере заполнения подоболочек и оболочек, спин-орбитальное взаимодействие в целом возрастает, что должно приводить к образованию более устойчивых ядер.

Классическая оболочечная модель предсказывает, что следующим после ${}^{208}_{82}\mathrm{Pb}_{126}$ дважды “магическим” ядром является гипотетический нуклид с массовым числом $A = 310$ [3; с. 1-320, 4; с. 206-212], имеющий в своем составе протонов $Z = 126$ и нейтронов $N = 184$ ($A = Z + N = 310$), которыми должны заполниться оболочки $1i_{13/2}$ и $1j_{15/2}$ соответственно. Получение нуклида ${}^{310}126$ искусственным путем является серьезной научной проблемой даже на сегодняшний день. Видимо, по этой причине, начиная с 60-х гг. XX столетия велись интенсивные теоретические исследования (например, см. [85; с. 1-60, 86; с. 604-615]) по предсказанию области ядер с относительно большим временем жизни, которых в принципе можно искусственно получить доступными техническими средствами. Эти исследования основывались на предположении всевозрастающего сильного спин-орбитального взаимодействия по мере продвижения в область тяжелых ядер. Если спин-орбитальное взаимодействие достаточно сильное на фоне мощной деформации ядра, протонная оболочка $1i_{13/2}$ может опуститься ниже оболочка $1j_{15/2}$ и образовать замкнутую оболочку с числом протонов $Z = 114$. Отличие величины $Z = 114$ от предсказываемого оболочечной моделью “магического” числа 126 связано с конкуренцией между делением (относительно которого ядро с $Z = 114$ наиболее стабильно) и $\alpha -$распадом (относительно которого устойчивы ядра с меньшими *Z*). При выполнении некоторых условий теоретического характера ядро с числом протонов $Z = 114$ и нейтронов $N = 184$ можно рассматривать дважды “магическим” нуклидом [85; с. 1-60; с. , 86; с. 604-615]. Область ядер вокруг нуклида с числом протонов $Z = 114$ и числом нейтронов $N = 184$ был назван “островом

стабильности” [85; с. 1-60]. По различным оценкам, ядра из “острова стабильности” могут иметь время жизни в несколько миллионов и даже миллиардов лет [85; с. 1-60; с. , 86; с. 604-615]. Они должны отличатся от других сверхтяжелых ядер особой устойчивостью по отношению к делению, могут испытывать альфа или бета распад.

Выполненные теоретические оценки сильно зависят от параметров, использованных в расчетах. Поэтому результаты расчетов могут рассматриваться лишь как указания на возможность существования сверхтяжелых ядер, имеющих времена жизни достаточно большие для их экспериментального обнаружения.

Следует особо отметить, что гипотеза существования “острова стабильности” основывается на двух предположениях: 1) о наличии достаточно сильного спин-орбитального взаимодействия в области сверхтяжелых ядер; 2) на допущении существования магических чисел $Z = 114$ и $N = 184$.

В настоящее время, усилиями нескольких лабораторий мира с использованием реакций с тяжелыми ионами, синтезированы элементы до $Z = 118$ [87; с. 044602-12, 88; с. 142502-10, 89; с. 024603-8]. Но открытие “острова стабильности” связано с синтезом не только элемента $Z = 114$, но и получением ядра с числом нейтронов 184. Синтез ядер с таким большим избытком нейтронов является основной трудностью на пути открытия “острова стабильности”.

Целью настоящего параграфа является уточнение некоторых вопросов, связанных с “островом стабильности”. Речь идет о восстановление нарушенной вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области сверхтяжелых ядер. В работе [47; с. 29-34] на основе экспериментальных данных по массам основных состояний атомных ядер доказано восстановление спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области сверхтяжёлых нуклидов. Как показывают полученные данные, в наблюдаемой области ядер восстановление симметрии происходит только для ядер с нечетным

массовым числом A и проекцией изоспина $T_z = 1/2\,(N-Z) \geq 53/2$, и осуществляется за счет подавления вклада спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра. Для ядер с четным массовым числом симметрия не восстанавливается, но наблюдается тенденция к восстановлению. Это позволяет по-новому взглянуть на проблему “острова стабильности”.

Приведенные в настоящей работе данные, касающиеся восстановления вигнеровской спин-изоспиновой симметрии, ранее опубликованы [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304, 47; с. 29-34]. Но, ни в одной из этих работ, где рассматривался вопрос восстановления вигнеровской симметрии, не сделаны выводы относительно “острова стабильности” в связи с восстановлением $SU(4)$-симметрии. В то же время попытки экспериментального обнаружения “острова стабильности” связаны с решением ряда сложнейших проблем.

Приведем накопленные на сегодняшний день экспериментальные факты в пользу восстановления вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области тяжелых и сверхтяжелых атомных ядрах:

1) асимптотическое сближение ГТР и АР в области тяжелых ядер, что физически отвечает эффективному подавлению спин-орбитального расщепления ΔE_{ls} в заряженном $p\bar{n}-$ канале возбуждений ядра $A(N,Z)$ с ростом избытка нейтронов или изоспина, которое свидетельствует о приближенном равенстве $f_0^{'} \approx g_0^{'}$ констант изоспинового и спин-изоспинового взаимодействия ТКФС [7; с. 93-117],

2) убывание экспериментальных значений вклада спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядер $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ по мере продвижения в область сверхтяжелых нуклидов с числом нейтронов $N > 146$ до ~100 кэВ [36; с. 434-443];

3) статистический анализ методом t-критерия Стьюдента фактора Франчини и Радикатти $R_{\text{эксп}}$, полученные на основе экспериментальных

значений масс основных состояний атомных ядер, который с достоверностью 99,9% указывает на восстановление вигнеровской $SU(4)$-симметрии для ядер с нечетным массовым числом A и изоспином $T_z \geq 53/2$ [47; с. 29-34];

4) наблюдающаяся тенденция к восстановлению вигнеровской симметрии для четных A ядер с ростом изоспина T_z [45; с. 29-34];

5) наилучшее согласие расчетных значений энергии $\alpha-$распада Q_α, вычисленных в предположении $E_{s1}(Z,N)=0$ (соответствующий восстановлению вигнеровской $SU(4)$-симметрии), с экспериментальными данными для сверхтяжелых ядер по сравнению с другими современными теоретическими подходами (смотрите § 4.6);

6) рекордная точность результатов расчета избытка масс сверхтяжелых ядер, выполненных для нуклидов с восстановленной спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрией (смотрите § 4.7).

§ 4.5. Подавление вклада спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра в области сверхтяжелых нуклидов

В работе [36; с. 434-443] на основе данных по массам атомных ядер удалось аналитически описать эмпирические функции Вигнера $a(A), b(A)$ массовой формулы (3.25). Анализ явного вида оператора Казимира позволили понять, что массовая формула Вигнера содержит парную энергию [36; с. 434-443, 46; с. 1489-1497, 49; с. 500-510]. Благодаря этому удалось выделить вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра на основе массовой формулы (3.25) в широком диапазоне изменения массового числа A.

На рис. 2,23 приводится экспериментальная зависимость вклада спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра $E_{s1}(Z,N)$ от числа нейтронов N для различных нуклидов. Данные $E_{s1}(Z,N)$ изотопов соединены отрезками для визуального удобства. На рис. 2.23 погрешности не приведены. Несмотря на простоту зависимости $E_{s1}(Z,N)$ от числа протонов и

нейтронов, аналитическое описание $E_{sl}(Z,N)$ требует отдельного исследования.

На рис. 2.23 и 2.24 достаточно выразительно наблюдаются глубокие “ямы”, связанные с “магическими” числами $N = 126, 82, 50, 28$ и $Z = 82, 50, 28$. Роль других “магических” чисел также заметна, но проявляется менее выразительно. Кроме этого, наблюдается проявление под оболочек между $N = 82$ и $N = 126$.

В дальнейшем, с ростом числа нейтронов N, вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра $E_{sl}(Z,N)$ убывает по абсолютной величине, стремясь к нулю. Для больших чисел нейтронов N энергия $E_{sl}(Z,N)$ составляет по модулю величину ~100 КэВ. Кроме этого видно, что распределение $E_{sl}(Z,N)$ для “магических” $N = 82$ и $N = 126$ имеет большую ширину у основания и составляет примерно 50 и более единиц N.

На основе имеющихся у нас экспериментальных данных по $E_{sl}(Z,N)$ можно оценить вклад в массу спин-орбитального взаимодействия гипотетического дважды “магического” ядра $^{310}126$. На рис. 4.5 приведена экспериментальная зависимость вклада в массу основного состояния ядра спин-орбитального взаимодействия $E_{sl}(Z,N)$ от массового числа A для дважды “магических” ядер с массовыми числами $A(Z,N) = 10(2,8)$, $48(20,28)$, $132(50,82)$ и $208(82,126)$. Через экспериментальные точки, выделенные кружками, можно провести прямую линию вида $E_{sl}(Z,N) = \alpha + \beta A$ методом наименьших квадратов. Определенные нами численные значения коэффициентов α и β следующие: $\alpha = -1400(440)$ кэВ и $\beta = -84(5)$ кэВ. Нетрудно вычислить, что для гипотетического дважды “магического” ядра $^{310}126$ вклад в массу основного состояния спин-орбитального взаимодействия составляло бы значение $E_{sl}(126,184) \approx -28$ МэВ. Это может имеет место при условии отсутствия факторов приуменьшающих в ядерных явлениях значения спин-орбитального взаимодействия в области трансурановых и

сверхтяжелых ядер. Величина вклада в массу основного состояния ядра $^{310}126$ спин-орбитального взаимодействия $E_{sl}(126,184) \approx -28$ МэВ. велика. В соседних с $^{310}126$ ядрах вклад в массу спин-орбитального взаимодействия также должно быть более значительным, чем в области ^{208}Pb. По-видимому, аналогично с областью вокруг ^{208}Pb, распределение $E_{sl}(126,184)$ вокруг гипотетического ядра $^{310}126$ должен иметь гауссову форму. Столь мощное распределение $E_{sl}(126,184)$ должен был повлиять на распределении $E_{sl}(Z,N)$ в области наблюдаемых трансурановых нуклидов. Но такого влияния $^{310}126$ на экспериментальную зависимость $E_{sl}(Z,N)$ не наблюдается, как это видно из рисунка 2.23 и 2.24, кроме области вблизи $N = 146$.

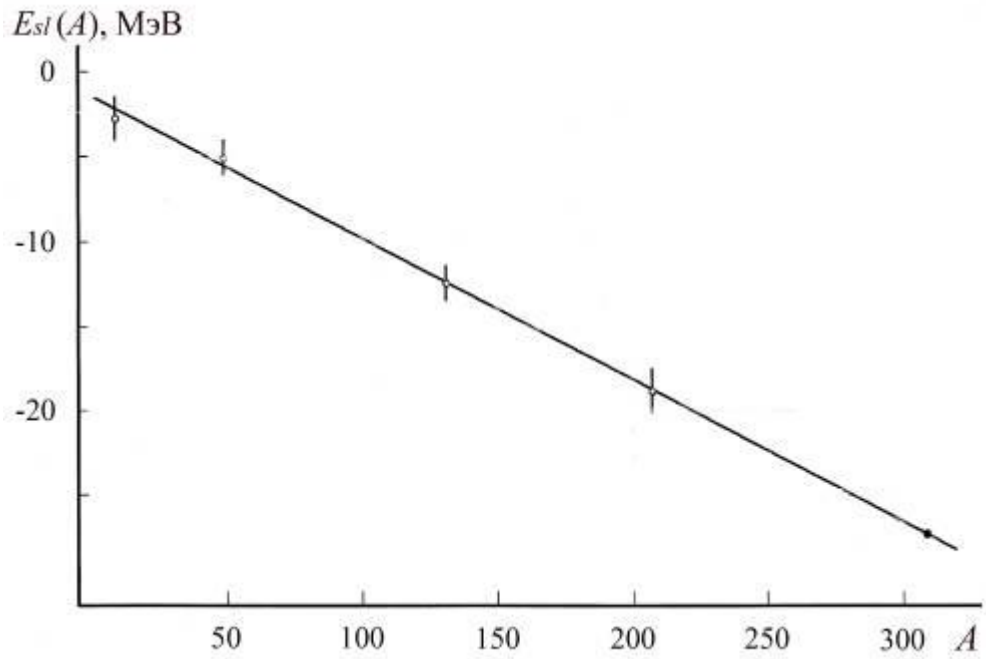


Рис. 4.5. Экспериментальная зависимость вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия $E_{sl}(Z,N)$ от массового числа A для “дважды магических” ядер с массовыми числами $A(Z,N) = 10(2,8), 48(20,28), 132(50,82)$ и $208(82,126)$. Крайне правая точка соответствует нуклиду $^{310}126$

На рис. 2.23 выделяется достаточна глубокая “яма” в области тяжелых ядер имеющий минимум при $N = 146$. Здесь расположен ^{238}U ($T_{1/2} \approx 4.5 \times 10^9$ лет) – наиболее долгоживущий среди изотопов урана. Из рис.2.20 видно, что форма $E_{sl}(Z,N)$ для дважды “магических” $N = 82$ и

$Z=50,\ N=126$ и $Z=82$ и форма “ямы” в области $N=146$ отличаются друг от друга. Различие форм “ям” можно доказать, применяя статистические методы. Поэтому не следует рассматривать характерное распределение вклада спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ вокруг $N=146$ как следствие влияния только ядерных оболочек.

Гораздо более реалистичным является интерпретация возникновения “ямы” в области $N=146$ как результат конкуренции гипотетического мощного распределения $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ вокруг дважды “магического” ядра $N=184,\ Z=126,$ и механизма, ответственного за восстановление вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области сверхтяжелых ядер. Существующая “яма”, в глубине которой находится нуклид ^{238}U, по–видимому, только продукт этой конкуренции. В последующем восстанавливающий механизм вигнеровской спин-изоспиновой симметрии усиливается, что проявляется в уменьшении вклада спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра.

Здесь следует особо отметить различие величин ΔE_{ls} в формуле (4.18) и $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ в (4.6), хотя они по происхождению связаны с существующим в атомных ядрах спин-орбитальным взаимодействием. Величина ΔE_{ls} является средней энергией спин-орбитального расщепления, и поэтому она всегда должна быть положительной в силу определения энергии расщепления оболочек. В отличие от $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра имеет как положительные, так и отрицательные значения (см. рис. 2.23).

В области средних и тяжелых ядер величина $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ всегда отрицательна. Как известно здесь реализуется *jj*-связь. Кроме этого, для всех нуклидов с “магическим” N вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ численно меньше, чем для ядер с не магическим числом нейтронов и/или протонов. Такое поведение $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$

обеспечивает наибольшую стабильность “дважды магических” ядер по сравнению с другими, путем увеличения энергии связи.

Экспериментальные данные вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра (см. рис. 2.23) свидетельствуют о уменьшении абсолютного значения $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ в области трансурановых ядер. Увеличение по абсолютной величине вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия с продвижением в область сверхтяжелых ядер маловероятно. Факт уменьшения вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия можно интерпретировать как усиление спин-спинового взаимодействия относительно спин-орбитального взаимодействия нуклонов в ядре по мере восстановления вигнеровской $SU(4)$-симметрии. Существующий фактический материал не позволяет делать вывод о полном подавлении спин-орбитального взаимодействия в сверхтяжелых ядрах. Имеется надежда на наличие вблизи магического $N=184$ достаточно интенсивного спин-орбитального взаимодействия, благодаря которому “остров стабильности” будет возможно экспериментально обнаружено. В противном случае, если магическое $N=184$ недостаточно проявить себя, гипотезу существования “острова стабильности” следует считать необоснованной.

§ 4.6. Расчет энергии альфа-распада сверхтяжелых ядер массовой формулой Вигнера

В настоящем пункте покажем состоятельность массовой формулы Вигнера (3.25) для расчета энергии $\alpha-$ распада сверхтяжелых ядер. Примененный нами метод отличается от существующих современных методов простатой и наглядностью.

Отличительным свойством сверхтяжелых ядер от ядер трансурановой области из предполагаемого “острова стабильности” является их стабильность к делению и нестабильность по отношению к $\alpha-$распаду. На экспериментах по обнаружению сверхтяжелых ядер на пучке тяжелых ионов

наблюдается $\alpha-$цепочки, состоящие до пяти $\alpha-$распадов. В конечном итоге образуются известные ядра-трансураны, которые преимущественно распадаются делением. Поэтому для идентификации нового сверхтяжелого изотопа необходимо детально проследить всю $\alpha-$ цепочку. Важной характеристикой зарегистрированных детекторами $\alpha-$частиц является их энергия, которая позволяет определить энергию $\alpha-$распада Q_α и вычислит время жизни исследуемого изотопа T_α.

Энергия $\alpha-$распада Q_α определяется с учетом эффекта отдачи через разность масс связанных $\alpha-$распадом ядер выражением [90; с. 1-222]

$$Q_\alpha(Z,N) = M_1({}^{A}_{Z}X) - M_2({}^{A-4}_{Z-2}Y) - M_\alpha + E_1 - E_2, \tag{4.20}$$

где $M_1({}^{A}_{Z}X)$ и $M_2({}^{A-4}_{Z-2}Y)$ масса основного состояния материнского и дочернего ядра, M_α – масса $\alpha-$ частицы, E_1, E_2 – энергия возбужденного состояния материнского и дочернего ядра соответственно. Зная экспериментальные значения энергии $\alpha-$ распада Q_α , можно вычислит время жизни обнаруженного нового изотопа по эмпирической формуле Виолы–Сиборга [91; с. 741-739]

$$\lg T_\alpha(Z,N) = (aZ+b)Q_\alpha^{-1/2} + (cZ+d) + h_i, \tag{4.21}$$

где a, b, c, d, h_i – эмпирические параметры, или по формуле Пархоменко–Собичевского [92; с. 3095-3108]

$$\lg T_\alpha(Z,N) = aZ[Q_\alpha(Z,N) - \overline{E_2}]^{-1/2} + bZ + c. \tag{4.22}$$

В последнем выражении $a = 1.5372$, $b = -0.1607$ и $c = -36.573$. Параметр $\overline{E_2}$ представляет собой среднею энергию возбуждения дочернего ядра. Для четно-четных ядер $\overline{E_2} = 0$, для нечетно-четных ядер $\overline{E_2} = E_{\text{р}} = 0.113$ МэВ, для

четно-нечетных ядер $\overline{E_2} = E_{\text{n}} = 0.171$ МэВ и для нечетно-нечетных ядер $\overline{E_2} = E_{\text{p}} + E_{\text{n}}$ [92; с. 3095-3108].

В работе [93; с. 33-40, 94; с. 758-765] Толоконников и др. выполнили расчет энергий $\alpha-$ распада 25 новых сверхтяжелых ядер в рамках самосогласованной теории конечных ферми-систем (ЭФП). Они произвели детальное сравнение полученных результатов с предсказаниями метода Скирма-Хартри-Фока (СХФ) [95; с. 626-643], микро-макроскопического метода (МММ) [96; с. 185-255] и полуэмпирической модели оболочек для масс (ПЭМОМ) [97; с. 047301-18]. Расчеты этими методами достаточно сложны, не обладают наглядностью и используют большое количество подгоночных параметров.

В настоящем § изложим простой метод вычисления энергии $\alpha-$ распада Q_α сверхтяжелых ядер с использованием массовой формулы Вигнера (3.25) и сравним полученные результаты, с данными, приведенные в работе [94; с. 758-765].

Массовая формула Вигнера содержит эмпирические функции $a(A)$ и $b(A)$, которые имеют следующий явный вид [36; с. 434-443]

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A) + a_3 \exp(a_4 A) + a_5 \exp(a_6 A) + a_7 \exp(a_8 A) \tag{4.23}$$

$$b(A) = b_1 \exp(b_2 A) + b_3 \exp(b_4 A). \tag{4.24}$$

Численные значения параметров $a_1 \div a_8$ и $b_1 \div b_4$ в формулах (4.23) и (4.24) таковы, что в области сверхтяжелых нуклидов члены кроме первых являются незначащими. Поэтому формулы (4.23) и (4.24) для сверхтяжелых ядер упрощаются и имеют вид

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A), \tag{4.25}$$

$$b(A) = b_1 \exp(b_2 A). \tag{4.26}$$

Таблица 4.1.

Энергия $\alpha-$распада Q_α (кэВ) сверхтяжелых ядер. Экспериментальные значения Q_α и предсказания ЭФП, СХФ, МММ и ПЭМОМ подходов заимствованы из работы [93; с. 33-40, 94; с. 758-765].

Материн. ядро	Эксп.	По Вигнеру	ЭФП	СХФ	МММ	ПЭМОМ
^{294}118	11810	11332	11450	11400	12110	11550
^{290}Lv	11000	10923	11810	10700	11080	11420
^{286}Fl	10330	10511	10060	10300	10860	11110
^{294}117	10960	10773	10980	11100	11430	10900
^{290}115	10090	10359	10240	10400	10650	10800
^{286}113	9760	9942	9310	9400	9980	10500
^{282}Rg	9130	9521	9160	9100	9850	10000
^{278}Mt	9690	9096	9760	9450	9550	9490
^{274}Bh	8930	8667	9350	8770	8830	8880
^{293}117	11140	10951	11070	11000	11530	11230
^{289}115	10450	10539	10580	10400	10740	11050
^{285}113	9880	10123	9330	9500	10210	10690
^{291}Lv	10890	10745	10560	10800	10910	11170
^{287}Fl	10160	10332	9810	9800	10560	10890
^{283}Cn	9670	9914	9660	9600	10160	10460
^{279}Ds	9840	9493	10350	10080	10240	9930
^{275}Hs	9440	9067	10110	9600	9110	9330
^{271}Sg	8670	8638	8570	8200	8710	8700
^{289}115	10523	10539	10590	10400	10740	11050
^{285}113	10027	10123	9330	9500	10210	10690
^{288}115	10630	10706	10720	10700	10950	11270
^{284}113	10110	10292	9350	9500	10680	10870
^{280}Rg	9890	9873	10180	10200	10770	10360
^{276}Mt	9810	9451	10190	9850	10090	9770
^{272}Bh	9140	9026	8950	8660	9080	9130
Среднеквадратическое отклонение		270	420	300	420	550

В предыдущей Главе 3 на основе экспериментальных данных было показано убывание вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия.

По нашему мнению, этот факт является следствием восстановления вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в области трансурановых и сверхтяжелых ядер. В области сверхтяжелых ядер вклад в массу ядра спин-орбитального взаимодействия малы (~ 100 кэВ) в результате восстановления

вигнеровской симметрии. Поэтому расчеты энергии $\alpha-$ распада Q_α по формуле (4.20) произведем при $E_{\rm sl}(Z,N)=0,$ что соответствует восстановленной симметрии Вигнера.

Подставляя (4.25) и (4.26) в (3.25), учитывая явный вид оператора Казимира $C_2=0.5(T_z^2+4T_z+\delta)$, и предположив, что $E_{\rm sl}(Z,N)=0,$ имеем

$$M_{\rm nucl}(A,Z)=Aa_1\exp(a_2A)+0.5b_1\exp(b_2A)(T_z^2+4T_z+\delta)+E_{\rm Coul}(A,Z). \qquad (4.27)$$

В (4.27) $\delta=$ 3.0, 1.5 и 0 для нечетных $Z,N,$ нечетного A и четных Z,N соответственно.

Кулоновская энергия в (4.27) нами вычислялось по формуле [7; с. 93-117]

$$E_{\rm Coul}(A,Z)=703.2\,Z^2A^{-1/3}(1-1.28A^{-2/3}),\ \text{кэВ}. \qquad (4.28)$$

Численные значения энергий $\alpha-$распада Q_α вычислены по формуле (4.20) с использованием массовой формулы Вигнера (4.27) с параметрами $a_1=931790(11)$ кэВ, $a_2=-5.11(5)*10^{-6},$ $b_1=1522(47)$ кэВ и $b_2=-0.0029(1).$

Полученные результаты приведены в таблице 4.1 (графа По Вигнеру). Там же приведены экспериментальные значения Q_α и теоретические предсказания упомянутых выше подходов, заимствованные из работы [94; с. 758-765].

Для количественной оценки точности теоретических подходов на последней строке таблицы 4.1 приведены среднеквадратические отклонения от экспериментальных данных для каждого метода, при вычислении которых статистический вес рассматривался равной единице. Среднеквадратическое отклонение расчетов от эксперимента характеризует качество теоретического подхода: чем меньше среднеквадратическое отклонение, тем больше согласие теории с экспериментом. Как видно из таблицы 4.1, наилучшим предсказательным качеством при расчете энергии $\alpha-$ распада Q_α сверхтяжелых ядер обладает наш метод, опирающийся на массовую формулу

Вигнера. Точность этого метода можно повысить за счет точного вычисления убывающего в области сверхтяжелых ядер вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия.

В таблице 4.2 приведены время жизни $\alpha-$рспада T_α сверхтяжелых ядер рассчитанные по формуле (4.22). Величина $T_\alpha^{\text{эксп}}$ вычислена для $Q_\alpha^{\text{эксп}}$.

Таблица 4.2

Время жизни T_α $\alpha-$распада сверхтяжелых ядер. Экспериментальные значения T_α заимствованы из [94; с. 758-765]. $T_\alpha^{\text{эксп}}$ и время жизни для ЭФП, СХФ, МММ и ПЭМОМ методов заимствованы из [94; с. 758-765]. Значения $T_\alpha^{\text{Вигнер}}$ вычислены по формуле (4.22).

Материн. ядро	T_α	$T_\alpha^{\text{эксп}}$	$T_\alpha^{\text{Вигнер}}$	$T_\alpha^{\text{ЭФП}}$	$T_\alpha^{\text{СХФ}}$	$T_\alpha^{\text{МММ}}$	$T_\alpha^{\text{ПЭМОМ}}$
^{294}118	0.89 мс	1.8 mc	19.8 мс	11.7 мс	15.4 мс	0.388 мс	6.88 мс
^{290}Lv	7.1 мс	35 мс	48.4 мс	105 мс	199 мс	22.7 мс	35.6 мс
^{286}Fl	0.13 с	0.43 с	0.13 с	2.28 с	0.513 с	19.0 мс	4.81 мс
^{294}117	78 мс	470 мс	1.27 с	415 мс	205 мс	31.4 мс	668 мс
^{290}115	16 мс	25 мс	3.8 с	9.38 с	3.37 с	0.713 с	0.288 с
^{286}113	20 с	50 с	12.6 с	1220 с	630 с	11.3 с	0.411 с
^{282}Rg	0.51 с	910 с	46.5 с	727 с	1140 с	5.72 с	2.14 с
^{278}Mt	7.7 с	35 с	3.23 м	2.20 с	18.0 с	9.01 с	13.6 с
^{274}Bh	53 с	150 с	15.5 м	7.23 с	495 с	314 с	214 с
^{293}117	14 мс	61 мс	0.16 с	91 мс	136 мс	0.2 с	37 мс
^{289}115	0.22 с	850 мс	0.44 с	387 мс	1160 мс	0.15 с	25 мс
^{285}113	5.5 с	7.1 с	1.3 с	3.04 с	91.8 с	0.8 с	48 мс
^{291}Lv	18 мс	180 мс	0.37 мс	1280 мс	302 мс	71 мс	36 мс
^{287}Fl	0.48 с	3.6 с	1.1 с	35.6 с	38.1 с	0.299 с	0.043 с
^{283}Cn	3.8 с	19 с	2.9 с	20.9 с	31.4 с	0.799 с	0.127 с
^{279}Ds	0.2 с	1.3 с	11.8 с	0.056 с	0.293 с	0.109 с	0.755 с
^{275}Hs	0.19 с	4.0 с	46.5 с	0.5 с	1.37 с	4.90 с	8.48 с
^{271}Sg	1.9 м	3.2 м	3.5 м	6.9 м	130 м	2.3 м	2.5 м
^{289}115	256 мс	550 мс	493 мс	364 мс	116 мс	149 мс	251 мс
^{285}113	1.40 с	12 с	1.5 с	1500 с	442 с	3.80 с	0.201 с
^{288}115	173 мс	810 мс	0.57 с	466 мс	526 мс	119 мс	191 мс
^{284}113	0.94 с	4.8 с	0.15 с	908 с	307 с	0.139 с	0.045 с
^{280}Rg	3.53 с	4.4 с	0.45 с	0.676 с	0.596 с	0.019 с	0.22 с
^{276}Mt	0.68 с	1.6 с	1.44 с	0.140 с	1.22 с	0.262 с	2.05 с
^{272}Bh	3.53 с	32 с	72.8 с	127 с	1160 с	49.1 с	34.2 с

Хорошое согласие расчетных значений энергий $\alpha-$ распада Q_α с экспериментом, выполненных на основе простой массовой формулы Вигнера (4.27), является дополнительным аргументом в пользу того, что в

сверхтяжелых ядрах вигнеровская спин-изоспиновая $SU(4)$-симметрии восстанавливается.

В заключение этого пораграфа в качестве прогноза мы приводим таблицу 4.3 с расчетом энергии $\alpha-$распада Q_α для $\alpha-$цепочки из 5 элементов, начинающийся с элемента порядковым номером $Z=120$ и массовым числом $A=302$, поиск которого в настоящее время ведется [89; с. 024603-8].

Таблица 4.3

Энергия $\alpha-$распада Q_α (МэВ) сверхтяжелых ядер из $\alpha-$цепочки, начинающийся с $Z=120$, рассчитанные с использованием массовой формулы Вигнера (4.22). Под значениями Q_α приводится возможная время жизни T_α соответствующего нуклида.

Нукл	Q_α $T_\alpha^{\text{Вигнер}}$	Нукл	Q_α $T_\alpha^{\text{Вигнер}}$	Нукл	Q_α $T_\alpha^{\text{Вигнер}}$	Нукл	Q_α $T_\alpha^{\text{Вигнер}}$	Нукл	Q_α $T_\alpha^{\text{Вигнер}}$
$^{300}120$	11.42 0.58 с	$^{301}120$	11.24 0.14 с	$^{302}120$	11.07 14.9 с	$^{303}120$	10.89 3.34 с	$^{304}120$	10.73 11 мин
$^{296}118$	11.01 1.58 с	$^{297}118$	19.83 3.5 с	$^{298}118$	10.66 46 с	$^{299}118$	10.48 10.1 с	$^{300}118$	10.31 39.1 мин
^{292}Lv	10.60 0.58 с	^{293}Lv	10.72 66.8 с	^{294}Lv	10.25 14.9 с	^{295}Lv	10.07 55.3 мин	^{296}Lv	9.89 11 мин
^{288}Fl	10.18 16 мин	^{289}Fl	10.00 3.5 мин	^{290}Fl	9.83 45 с	^{291}Fl	9.65 3.36 ч	^{292}Fl	9.47 39.1 мин
^{284}Cn	9.76 5 мин	^{285}Cn	9.58 66.8 с	^{286}Cn	9.41 4.65 ч	^{287}Cn	9.22 1.88 мин	^{288}Cn	9.05 11 мин

Простая и наглядная методика позволяет получить результаты, которые хорошо согласуются с экспериментом и обладают наилучшим качеством среди современных теоретических подходов к решению проблемы расчета энергия $\alpha-$распада ряда $\alpha-$цепочек сверхтяжелых ядер. Причем расчеты произведены в предположении $E_{\text{sl}}(Z,N)=0$, соответствующий

полному подавлению вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия.

В реальных сверхтяжелых ядрах $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ отличается от нуля и по нашим оценкам $E_{\mathrm{sl}}(Z,N) \approx -100$ кэВ. Физически это соответствует полному восстановлению вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в сверхтяжелых ядрах, когда спин-спиновое взаимодействие между нуклонами преобладает над спин-орбитальным взаимодействием. Поэтому в сверхтяжелых ядрах должно реализоваться *LS*–связь, как в области легких ядер, в отличие от средних и тяжелых ядер, для которых имеет место *jj*–связь. Согласие результатов эксперимента и наших расчетов, позволяет, выдвинут предположение о возможности объяснения наблюдаемых времен жизни новых сверхтяжелых ядер восстановлением вигнеровской симметрии.

§ 4.7. Прецизионный расчет масс атомных ядер с восстановленной спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрией и изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28$ и $57/2$

Среди множества характеристик атомного ядра масса является его основной характеристикой. Существующие в настоящее время теоретические разработки для масс ядер обычно называют эмпирическими или полуэмпирическими, чем подчёркивается следующие два обстоятельства. Во-первых, эти формулы базируются на некоторых упрощённых моделях, применимость которых к реальным ядрам определяется тем, насколько их следствия подтверждаются на эксперименте. Во-вторых, модельная зависимость массы от ядерных параметров содержит набор неизвестных параметров, которые определяются для того и так, чтобы наилучшим образом описать всю совокупность ядер, масса которых измерены экспериментально.

Общей для всех массовых формул является проблема экстраполяции полученных результатов в область не изведенных ядер, которая может привести к погрешностям, связанным с эмпирическим подходом в

определении неизвестных параметров (коэффициентов). Все массовые формулы, в той или иной мере, хорошо описывают массу ядра в области изученных ядер. Различия в деталях расчета различных подходов приводят к существенным расхождениям только по мере удаления от линии бета-стабильности. Для удаленных от долины бета-стабильности ядер расхождения между различными подходами и экспериментом существенно. В этом немаловажную роль играет некорректный учет влияние в массу нуклида ядерных оболочек т.к. изменение числа протонов и нейтронов, по мере удаления от линии бета-стабильности, приводит к изменению вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия, учет которого связаны с множеством неопределенностей. Несмотря на эти недостатки, полуэмпирические массовые формулы для масс ядер, занимают важное место в ядерной физике, поскольку являются ориентиром для новых исследований и необходимы при решении различных практических задач.

В настоящем § излагается метод расчета масс атомных ядер с учетом вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия. Наш метод основывается на массовой формуле, опирающий на спин-изоспиновую $SU(4)$-симметрию. В формуле для масс, вклад спин-орбитального взаимодействия в массу нуклида является некой поправкой. Задачей настоящей работы является моделирование этой поправки при помощи существующих математических методов с целью наилучшего согласия расчетов с экспериментом. Работа выполнена для ядер с восстановленной спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрией в диапазоне изоспинов $51/2 \le T_z \le 57/2$, для которых вклад спин-орбитального взаимодействия в массу нуклида определена на основе экспериментальных данных.

Выбранный нами подход к проблеме массы атомного ядра основывается на вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии сильного взаимодействия. В настоящее время массовая формула Вигнера, имеет следующий вид

$$M_{\text{nucl}}(A,Z) = a(A) + b(A)C_2 + E_{\text{Coul}}(A,Z) + E_{\text{sl}}(Z,N), \qquad (4.29)$$

где $M_{\text{nucl}}(A,Z)$ – масса ядра (не атома), $a(A), b(A)$ – эмпирические функции Вигнера, $E_{\text{Coul}}(A,Z)$ – кулоновская энергия ядра, $E_{\text{sl}}(Z,N)$ – вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра, и C_2 – оператор Казимира $SU(4)$-алгебры.

Эмпирические функции в выражении (2.29) $a(A)$ и $b(A)$ определены формулами (4.23) и (4.24). Численные значения параметров $a_1 \div a_8$ и $b_1 \div b_4$ приведены в таблице 2.3.

Вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра $E_{\text{sl}}(Z,N)$ является трехмерной величиной и его график можно построить в зависимость от различных переменных (Z, N, A или T_z).

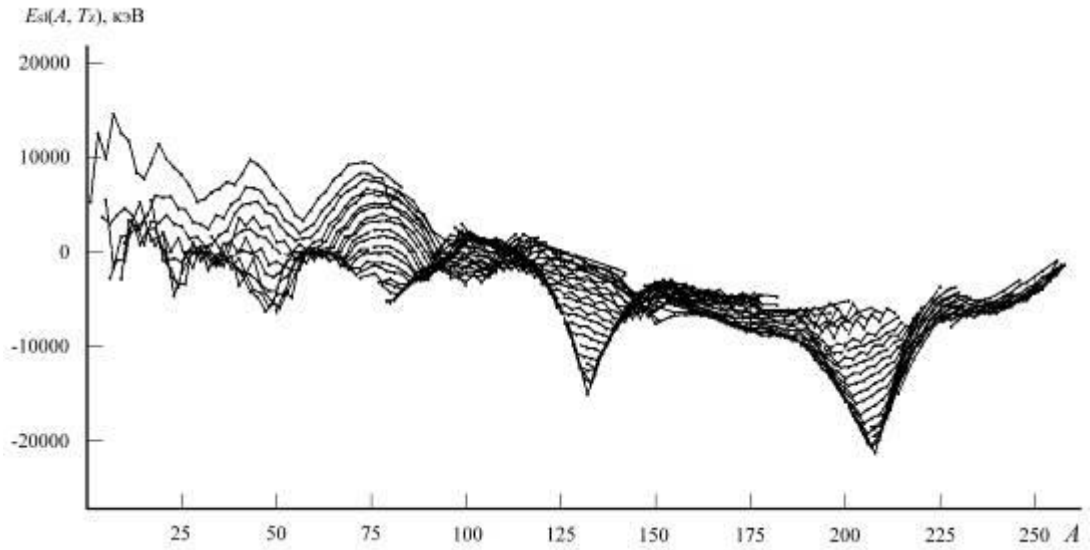


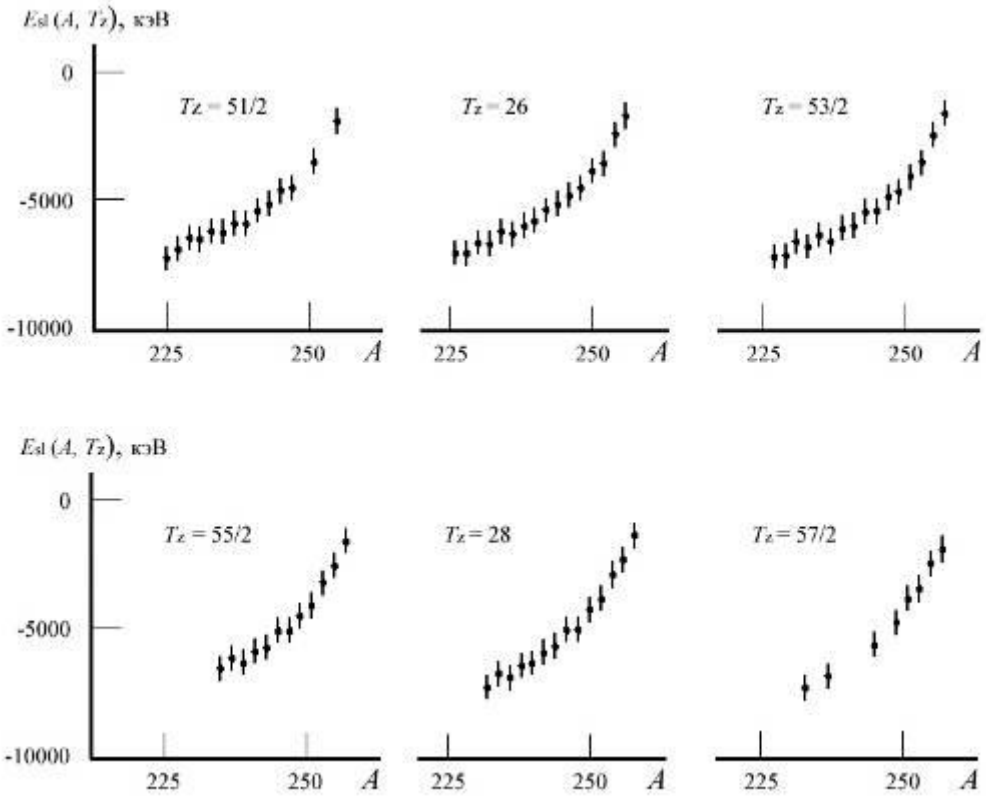
Рис. 4.6. Зависимость $E_{\text{sl}}(Z,N)$ от массового числа A. Ядра с одинаковыми T_z соединены линиями. Погрешности не приведены

На рис. 4.6 приведена зависимость $E_{\text{sl}}(Z,N)$ от массового числа A. Ядра с одинаковыми изоспинами T_z объединены линиями. Погрешности не приведены. Анализ и моделирование этих данных в целом представляется сложной задачей и для достижения поставленной цели необходимо задачу упростит. На рис. 4.7 приведены зависимость $E_{\text{sl}}(Z,N)$ от массового числа A

для ядер из рассматриваемой области с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28$ и 57/2.

Как видно из рис. 4.7 зависимость $E_{sl}(Z,N)$ от массового числа A можно описать многочленом вида

$$E_{sl}(Z,N) = q_0 + q_1 A + q_2 A^2 + \ldots + q_n A^n. \qquad (4.30)$$



На рис. 4.7. Зависимость $E_{sl}(Z,N)$ от массового числа A для ядер из рассматриваемой области с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28$ и 57/2.

Коэффициенты $q_0, q_1, q_2, \ldots q_n$ в выражении (4.30) определяются методом наименьших квадратов (МНК) из системы линейных уравнений, поскольку они входят в (4.30) линейно. Однако при вычислении коэффициентов многочлена высокой степени ($n > 2$) этот метод малопригоден ввиду потери точности [73; с. 1-192]. Кроме этого, при необходимости повысить степень многочлена вес расчет приходиться

повторять. Поэтому, для отыскания параметров многочлена его необходимо записать в виде:

$$E_{\text{sl}}(Z,N)=q_0P_0(A)+q_1P_1(A)+q_2P_2(A)+\ldots+q_nP_n(A)=\sum_{j=0}^{n}q_jP_j(A), \quad (4.31)$$

где $P_0(A), P_1(A), P_2(A), \ldots, P_n(A)$ – ортогональные многочлены Чебышева на множестве точек массового числа $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_N$ со статистическим весом $w(A)\,(w_{\text{k}}=w(A_{\text{k}})=1/dE^2_{\text{sl, k}}>0)$, где $dE_{\text{sl, k}}$ – погрешность $E_{\text{sl, k}}$. Параметры выражения (4.31) вычисляются по формулам

$$q_j=\frac{\sum\limits_{k=1}^{N}E_{\text{sl, k}}P_{\text{j}}(A_{\text{k}})w_{\text{k}}}{\sum\limits_{k=1}^{N}P_{\text{j}}(A_{\text{k}})w_{\text{k}}}\ (j=0,1,2,\ldots,n), \quad (4.32)$$

которые не зависят от степени n многочлена, что позволяет при необходимости повышать степень многочлена без пересчета ранее найденных параметров. Выражение (4.32) получено с учетом ортогональности многочленов Чебышева.

Ортогональные многочлены Чебышева младших степеней со старшим коэффициентом, равным единице, имеют вид

$$\begin{aligned}
&P_0(A)=1,\\
&P_1(A)=A-A_{\text{ср}},\\
&P_2(A)=A^2-\frac{A^3_{\text{ср}}-A^2_{\text{ср}}A_{\text{ср}}}{\text{A}^2_{\text{ср}}-(A_{\text{ср}})^2}A+\frac{A^3_{\text{ср}}A_{\text{ср}}-(A^2_{\text{ср}})^2}{\text{A}^2_{\text{ср}}-(A_{\text{ср}})^2},
\end{aligned} \quad (4.33)$$

где средние значения $A_{\text{ср}}$, $A^2_{\text{ср}}$ и $A^3_{\text{ср}}$ определяются обычным образом

$$A_{\text{ср}}=\frac{\sum\limits_{k=1}^{N}A_kw_k}{\sum\limits_{k=1}^{N}w_k},\ A^2_{\text{ср}}=\frac{\sum\limits_{k=1}^{N}A^2_kw_k}{\sum\limits_{k=1}^{N}w_k}\ \text{и}\ A^3_{\text{ср}}=\frac{\sum\limits_{k=1}^{N}A^3_kw_k}{\sum\limits_{k=1}^{N}w_k} \quad (4.34)$$

Ортогональные многочлены более высоких степеней можно определить по рекуррентным соотношениям

$$P_{j+1}(A) = (A + \beta_{j+1})P_j(A) - \frac{H_j}{H_{j-1}} P_{j-1}(A), \ (j = 1, 2, ...) \qquad (4.35)$$

где

$$H_j = \sum_{k=1}^{N} P_j^2(A_k) w_k, \ \beta_{j+1} = -\frac{1}{H_j} \sum_{k}^{N} A_k P_j^2(A_k) w_k \quad (j = 0, 1, 2, ...). \qquad (4.36)$$

При описании экспериментальных значений $E_{\mathrm{sl}}(Z, N)$ выражением (4.31) необходимо решить вопрос выбора оптимальной степени многочлена. Для этого после каждой очередной оценки параметра q_n подсчитывается сумма квадратов отклонений $E_{\mathrm{sl}}(Z, N)_{\text{расч}}$ от $E_{\mathrm{sl}}(Z, N)_{\text{эесп}}$ до тех пор, пока она не перестанет заметна уменьшатся. Поскольку всегда объем выборки N ограничен, максимальная степень многочлена (4.31) также имеет ограничение: $j = N - 1$.

Экспериментальные значения вклада спин-орбитального взаимодействия $E_{\mathrm{sl}}(Z, N)$ в массу ядра нами было обработана по вышеизложенной методике описания данных многочленами Чебышева. Проведенные исследования показывают на достаточность ограничения многочлена Чебышева членом $j = 3$.

Таблица 4.4

Расчетные и экспериментальные значения параметров $q_0 \div q_3$ (кэВ) выражения (4.31) для моделирование вклада спин-орбитального взаимодействие в массу ядра в зависимости от изоспина T_z

T_z	q_0		q_1		q_2		q_3	
	Эксп.	Расчет	Эксп.	Расчет	Эксп.	Расчет	Эксп.	Расчет
51/2	-5557(56)	-5559(92)	152(6)	153(6)	4.5(0.7)	4.6(0.6)	0.25(0.06)	0.26(0.04)
26	-5352(50)	-5349(58)	164(5)	162(4)	5.4(0.7)	5.1(0.4)	0.23(0.06)	0.23(0.03)
53/2	-5207(61)	-5211(65)	167(7)	171(4)	6.1(0.8)	6.5(0.4)	0.29(0.07)	0.29(0.04)
55/2	-4824(48)	-4824(62)	213(7)	211(4)	9.3(1.1)	9.1(0.5)	0.34(0.17)	0.34(0.07)
28	-4411(46)	-4409(55)	253(7)	255(5)	9.1(1.2)	9.1(0.6)	0.18(0.25)	0.12(0.13)
57/2	-3733(60)	-3734(95)	323(15)	222(10)	6.8(4.0)	7.3(1.4)	-1,21(1.48)	-0.39(0.28)

В таблице 4.4 приведены вычисленные (экспериментальные) значения параметров $q_0 \div q_3$ по изложенной выше методике представления вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2, 29$ и $59/2$ по ортогональным многочленам Чебышева. В круглых кавычках приведены погрешности параметров. Анализ таблицы 4.4 указывает на существующую зависимость параметров $q_0 \div q_3$ от изоспина T_z.

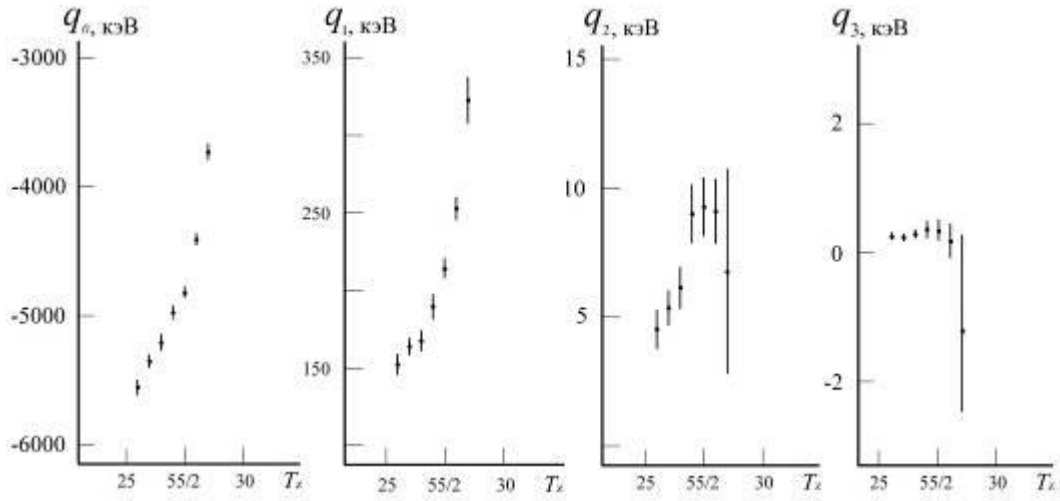


Рис. 4.8. Зависимости параметров $q_0 \div q_3$ от изоспина T_z.

На рис. 4.8 приведены зависимости параметров $q_0 \div q_3$ от изоспина T_z. которые также можно представить с помощи многочлена Чебышева следующего вида

$$q_j(T_z) = g_{0,\ j} P_0(T_z) + g_{1,\ j} P_1(T_z) + g_{2,\ j} P_2(T_z) \qquad (4.37)$$

где $g_{0,\ j} - g_{2,\ j}$ ($j = 0, 1, 2, 3$) константы, $P_0(T_z), P_1(T_z)$ и $P_2(T_z)$ – ортогональные многочлены Чебышева как функция от изоспина T_z. Численные значения констант $g_{0,\ j} - g_{2,\ j}$ приведены в таблице 4.5. Цифры в круглых кавычках являются погрешностями вычисленных параметров. Пользуясь значениями констант $g_{0,\ j} - g_{2,\ j}$ численные значения параметров

q_j можно восстановить. Восстановленные значения q_j приведены в таблице 4.4 в графе “Расчет”.

По вышеизложенному методу нами рассчитаны массы атомных ядер с изоспинами $51/2 \le T_z \le 57/2$, результаты которых приведены в таблице 4.6. На этих атомных ядрах была произведена моделирование зависимость $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ от массового числа A и изоспина T_z. В этой таблице ${}^{A}_{Z}X_{N}$ является обозначением нейтрального атома с массовым числом A и числом нейтронов и протонов N, Z соответственно, $E_{\mathrm{sl,\ эксп}}$ – экспериментальные значения вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра, $E_{\mathrm{sl,\ расч}}$ – рассчитанные нами по изложенной выше методу значения вклада спин-орбитального взаимодействия в массу, $\Delta_{\text{эксп}}$ – экспериментальные значения избытка массы нейтрального атома из работ [31; с. 337-676, 32; с. 030003-73], $\Delta_{\text{расч}}$ – рассчитанные по нашему методу значения избытка массы. На последней графе таблицы приведена разность избытка массы между экспериментом и расчетом $\Delta_{\text{эксп}} - \Delta_{\text{расч}}$. Всего экспериментальных значений для масс 74. Среднеквадратичное отклонение расчета от эксперимента составляет $\sigma = 140$ кэВ.

При расчете $E_{\mathrm{sl,\ эксп}}$ можно использовать 12 констант $g_{m,\ j}$ ($m = 0, 1, 2;\ j = 0, 1, 2, 3$) (см. таб. 4.5), но, 9 из этих констант являются значащими. Для 3 констант $g_{1,\ 3}, g_{2,\ 2}$ и $g_{2,\ 3}$ погрешности параметров превышают их значения т.е. использование в расчетах только 9 параметров достаточно. Параметры $g_{1,\ 3}, g_{2,\ 2}$ и $g_{2,\ 3}$ не влияют на окончательный результат.

Таблица 4.5

Численные значения параметров выражения $g_{0,\,j} - g_{2,\,j}$ для $j = 0 - 3$

j	$g_{0,\,j}$ (кэВ)	$g_{1,\,j}$ (кэВ)	$g_{2,\,j}$ (кэВ)
0	-4843(55)	566(50)	186(54)
1	185(2)	42(3)	22(3)
2	6.0(0.4)	2.0(0.5)	-0.1(0.6)
3	0.27(0.03)	0.03(0.05)	-0.03(0.07)

Необходимо отметит, что экспериментальные $\Delta_{\text{эксп}}({}^{A}_{Z}X_{N})$ и расчетные $\Delta_{\text{расч}}({}^{A}_{Z}X_{N})$ значения избытка масс в таблице 4,6 связаны с массой атомного ядра соотношением

$$\Delta(A, Z) = M_{\text{A}}(A, Z) - Au = M_{\text{N}}(A, Z) + Zm_{\text{e}}c^2 - E_{\text{св}}(Z) - Au, \qquad (4.38)$$

где $\Delta(A, Z)$ – избыток массы нейтрального атома, $M_{\text{A}}(A, Z)$ – масса атома с массовым числом A и порядковым номером Z, $u = 931\,494.0090$ кэВ– унифицированная единица массы, $M_{\text{N}}(A, Z)$ – масса нуклида, $m_{\text{e}}c^2$ – масса электрона и $E_{\text{св}}(Z)$ – суммарная энергия связи электронов атома с зарядом Z.

Необходимо отметить, что в нашем подходе константы $g_{0,\,j} - g_{2,\,j}$ являются своего рода универсальными для ядер с изоспинами $51/2 \le T_{\text{Z}} \le 57/2$ и для любого нуклида с изоспином T_{z}. можно по выражению (4.37) вычислить параметры $q_0(T_z) - q_3(T_z)$ предварительно определив ортогональные многочлены Чебышева $P_0(T_z), P_1(T_z), P_2(T_z)$. При вычислении многочленов Чебышева необходимые значения $T_{z,\,\text{ср}}, T^2_{z,\,\text{ср}}, T^3_{z,\,\text{ср}}$ определяются по обычным формулам для взвешенных средних

$$T_{z,\,\text{ср}} = \frac{\sum_{k=1}^{N} T_{z,\,k} w_k}{\sum_{k=1}^{N} w_k}, \; T^2_{z,\,\text{ср}} = \frac{\sum_{k=1}^{N} T^2_{z,\,k} w_k}{\sum_{k=1}^{N} w_k}, \; T^3_{z,\text{ср}} = \frac{\sum_{k=1}^{N} T^3_{z,\,\text{ср}} w_k}{\sum_{k=1}^{N} w_k}. \qquad (4.39)$$

Таблица 4.6

Результаты моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра $E_{sl}(A,T_z)$ (кэВ), экспериментальные и расчетные значения избытка масс для нуклидов с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2, 29.$

${}^{A}_{Z}X_{N}$	T_z	$E_{sl,\ эксп}$	$E_{sl,\ расч}$	$\Delta_{эксп}$ (кэВ)	$\Delta_{расч}$ (кэВ)	$\Delta_{эксп} - \Delta_{расч}$ (кэВ)
${}^{225}_{87}Fr_{138}$	51/2	-7323(91)	-7244	23821	23932	-111
${}^{227}_{88}Ra_{139}$	51/2	-6946(89)	-6967	27178	27151	27
${}^{229}_{89}Ac_{140}$	51/2	-6519(75)	-6731	30690	30463	227
${}^{231}_{90}Th_{141}$	51/2	-6591(86)	-6526	33816	33875	-59
${}^{233}_{91}Pa_{142}$	51/2	-6257(79)	-6339	37489	37402	87
${}^{235}_{92}U_{143}$	51/2	-6296(82)	-6157	40919	41053	-134
${}^{237}_{93}Np_{144}$	51/2	-5940(67)	-5968	44871	44840	31
${}^{239}_{94}Pu_{145}$	51/2	-5948(73)	-5759	48588	48772	-184
${}^{241}_{95}Am_{146}$	51/2	-5451(74)	-5519	52934	52863	71
${}^{243}_{96}Cm_{147}$	51/2	-5197(62)	-5234	57182	57140	42
${}^{245}_{97}Bk_{148}$	51/2	-4661(68)	-4893	61814	61578	236
${}^{247}_{98}Cf_{149}$	51/2	-4560(74)	-4483	66104	66205	-101
${}^{251}_{100}Fm_{151}$	51/2	-3511(73)	-3407	75954	76083	-129
${}^{255}_{102}No_{153}$	51/2	-1921(69)	-1907	86807	86860	-53
${}^{226}_{87}Fr_{139}$	26	-7158(75)	-7246	27521	27246	275
${}^{228}_{88}Ra_{140}$	26	-7195(63)	-7023	28940	29108	-168
${}^{230}_{89}Ac_{141}$	26	-6759(74)	-6825	33833	33491	342
${}^{232}_{90}Th_{142}$	26	-6794(69)	-6642	35447	35596	-149
${}^{234}_{91}Pa_{143}$	26	-6335(75)	-6464	40339	40206	133
${}^{236}_{92}U_{144}$	26	-6431(77)	-6281	42445	42590	-145
${}^{238}_{93}Np_{145}$	26	-6097(69)	-6082	47455	47467	-12
${}^{240}_{94}Pu_{146}$	26	-5898(72)	-5857	50125	50163	-38
${}^{242}_{95}Am_{147}$	26	-5471(81)	-5595	55468	55340	128
${}^{244}_{96}Cm_{148}$	26	-5243(87)	-5288	58452	58403	49
${}^{246}_{97}Bk_{149}$	26	-4875(85)	-4923	63970	63915	55
${}^{248}_{98}Cf_{150}$	26	-4601(83)	-4492	67238	67343	-105

Таблица 4.6 (Продолжение)

Результаты моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра $E_{sl}(A,T_z)$, экспериментальные и расчетные значения избытка масс для нуклидов с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2, 29$.

${}^{A}_{Z}X_{N}$	T_z	$E_{sl,\ эксп}$	$E_{sl,\ расч}$	$\Delta_{эксп}$ (кэВ)	$\Delta_{расч}$ (кэВ)	$\Delta_{эксп} - \Delta_{расч}$ (кэВ)
${}^{250}_{99}Es_{151}$	26	-3947(81)	-3983	73230	73230	0
${}^{252}_{100}Fm_{152}$	26	-3657(79)	-3387	76816	77081	-265
${}^{254}_{101}Md_{153}$	26	-2492(77)	-2693	83450	83378	72
${}^{256}_{102}No_{154}$	26	-1759(66)	-1891	87822	87686	136
${}^{227}_{87}Fr_{140}$	53/2	-7072(78)	-7186	29682	29538	144
${}^{229}_{88}Ra_{141}$	53/2	-7045(75)	-6915	32562	32565	-3
${}^{231}_{89}Ac_{142}$	53/2	-6460(83)	-6695	35763	35675	88
${}^{233}_{90}Th_{143}$	53/2	-6664(77)	-6511	38731	38881	150
${}^{235}_{91}Pa_{144}$	53/2	-6224(78)	-6347	42289	42201	88
${}^{237}_{92}U_{145}$	53/2	-6448(83)	-6186	45390	45648	-258
${}^{239}_{93}Np_{146}$	53/2	-5944(88)	-6014	49311	49235	76
${}^{241}_{94}Pu_{147}$	53/2	-5944(78)	-6014	49305	49235	70
${}^{243}_{95}Am_{148}$	53/2	-5294(89)	-5570	57175	56892	283
${}^{245}_{96}Cm_{149}$	53/2	-5276(78)	-5267	61004	61008	-4
${}^{247}_{97}Bk_{150}$	53/2	-4711(91)	-4889	65490	65304	186
${}^{249}_{98}Cf_{151}$	53/2	-4514(82)	-4421	69722	69813	-91
${}^{251}_{99}Es_{152}$	53/2	-3894(76)	-3845	74512	74553	-41
${}^{253}_{100}Fm_{153}$	53/2	-3341(70)	-3147	79346	79535	-189
${}^{255}_{101}Md_{154}$	53/2	-2251(73)	-2311	84843	84776	67
${}^{257}_{102}No_{155}$	53/2	-1392(68)	-1321	90247	90289	-42
${}^{235}_{90}Th_{145}$	55/2	-6641(72)	-6629	44018	44262	-244
${}^{237}_{91}Pa_{146}$	55/2	-6224(81)	-6377	47528	47483	45
${}^{239}_{92}U_{147}$	55/2	-6392(75)	-6146	50572	50815	-243
${}^{241}_{93}Np_{148}$	55/2	-5936(64)	-5916	54260	54276	-16

Таблица 4.6 (Продолжение)

Результаты моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра $E_{sl}(A,T_z)$, экспериментальные и расчетные значения избытка масс для нуклидов с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2, 29$.

${}^{A}_{Z}X_{N}$	T_z	$E_{sl,\ эксп}$	$E_{sl,\ расч}$	$\Delta_{эксп}$ (кэВ)	$\Delta_{расч}$ (кэВ)	$\Delta_{эксп} - \Delta_{расч}$ (кэВ)
${}^{243}_{94}Pu_{149}$	55/2	-5801(70)	-5666	57754	57885	-131
${}^{245}_{95}Am_{150}$	55/2	-5145(89)	-5375	61900	61662	238
${}^{247}_{96}Cm_{151}$	55/2	-5142(84)	-5025	65535	65645	-110
${}^{249}_{97}Bk_{152}$	55/2	-4563(79)	-4592	69846	69815	31
${}^{251}_{98}Cf_{153}$	55/2	-4138(86)	-4057	74135	74210	-75
${}^{253}_{99}Es_{154}$	55/2	-3244(82)	-3399	79010	78852	158
${}^{255}_{100}Fm_{155}$	55/2	-2565(89)	-2598	83800	83760	40
${}^{257}_{101}Md_{156}$	55/2	-1595(83)	-1633	88993	88952	41
${}^{238}_{91}Pa_{147}$	28	-6522(78)	-6570	50894	50715	179
${}^{240}_{92}U_{148}$	28	-6420(80)	-6347	52715	52783	-68
${}^{244}_{94}Pu_{150}$	28	-5742(85)	-5739	59806	59802	4
${}^{246}_{95}Am_{151}$	28	-5088(82)	-5346	64994	64731	263
${}^{248}_{96}Cm_{152}$	28	-5097(80)	-4884	67393	67599	-206
${}^{250}_{97}Bk_{153}$	28	-4309(94)	-4351	72950	72904	46
${}^{252}_{98}Cf_{154}$	28	-3877(87)	-3740	76035	76165	-130
${}^{254}_{99}Es_{155}$	28	-2924(78)	-3046	81991	81864	127
${}^{256}_{100}Fm_{156}$	28	-2343(88)	-2265	85487	85558	-71
${}^{258}_{101}Md_{157}$	28	-1374(90)	-1389	91687	91667	20
${}^{245}_{94}Pu_{151}$	57/2	-5698(85)	-5695	63178	63101	77
${}^{249}_{96}Cm_{153}$	57/2	-4800(89)	-4709	70751	70835	-84
${}^{251}_{97}Bk_{154}$	57/2	-3878(92)	-4060	75228	75039	189
${}^{253}_{98}Cf_{155}$	57/2	-3481(87)	-3348	79302	79429	-127
${}^{255}_{99}Es_{156}$	57/2	-2497(85)	-2605	84089	83974	115
${}^{257}_{100}Fm_{157}$	57/2	-1921(93)	-1864	88590	88640	-58

Далее, по аналогичной схеме вычисляются значения $E_{\mathrm{sl}}(Z,N)$ для конкретных ядер.

Полученные расчетные значения масс ядер согласуются с экспериментальными данными высокой точностью ($\sigma = 140$ кэВ), что показывает на состоятельность предложенной нами метода вычисления избытка масс атомных ядер, основанной на спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии сильного взаимодействия. Метод моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра для нуклидов с восстановленной симметрией позволяет вычислят массу атомных ядер с рекордной точностью. Состоятельность предложенного нами метода вычисления масс атомных ядер основывается на фактическом материале, которые были добыты в течение ряда десятилетий поколениями исследователей и изложены нами в компактной форме в работе [53; с. 1650145-15].

В этом же регионе нуклидной карты находиться так называемый “остров стабильности”, ядра из которого живут гораздо меньше теоретически предсказанных времен жизни [83; с. 47-52, 84; с. 120-128]. Наблюдаемые времена жизни различаются от теоретически предсказанных времен в 10^6–10^{12} раз. Некоторые авторы с иронией называют “острова стабильности”–“мелью стабильности” [94; с. 708-715]. Такая оценка связана с экспериментально измеренными значениями времен $\alpha-$ переходов сверхтяжелых ядер.

Идея “остров стабильности” возникла давно, в 60-годах XX века, во времена “романтической” физики как гипотеза. В настоящее время физикой сверхтяжелых ядер, в том числе проблемой “острова стабильности” и поиском новых элементов, занимаются целые коллективы специалистов высокого класса во всем мире. В настоящее время считается, что “остров стабильности” экспериментально обнаруженным фактом, хотя главный критерий “острова”–время жизни составляющих его ядер в 10^6–10^{12} раз меньше предсказанных теорией. Возникшая ситуация является уникальной в истории физики, когда теория не может хотя бы приблизительно описать

признаки объекта, но признается, как не странно, удовлетворительной, за одно и существование “острова стабильности”.

Согласие результатов эксперимента и наших расчетов масс и энергий α – распада, позволяет, выдвинут гипотезу для объяснения наблюдаемых времен жизни новых сверхтяжелых ядер восстановлением вигнеровского спин-изоспинового *SU*(4)-симметрии. Полному восстановлению вигнеровской спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии в ядрах соответствует преобладание спин-спинового взаимодействия над спин-орбитальным взаимодействием (см. подробно [7; с. 93-117, 8; с. 65-78]). Это означает, что в сверхтяжелых ядрах с восстановленной *SU*(4)-симметрией реализуется *LS*–связь, как в области легких ядер, в отличие от средних и тяжелых нуклидов, для которых имеет место *jj*–связь. В этом случае структура сверхтяжелых ядер будет аналогична структуре атома и в ядрах спин-орбитальному взаимодействию отводиться более скромная роль в организаии структуры ядра, чем в средних и тяжелых ядрах, и спин-орбитальное взаимодействие должно приводить только небольшому структированию ядерной материи.

Здесь следует отметить, что одновременно, в одном и в том же регионе нуклидов, реализация (восстановление) вигнеровской спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии и наличие такого явления как “остров стабильности” сосуществовать не могут. Реализация (восстановление) вигнеровской спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии возможно, если нарушающие его факторы отсутствуют или слабы [6; с. 43-62, 7; с. 93-117, 8; с. 65-78, 9; с. 300-304]. В атомах и атомных ядрах это достигается, если заряд спин-спинового взаимодействия преобладает над зарядом спин-орбитального взаимодействия. В атомах это требование выполняется полностью. Поэтому энергетические состояния слабо расщеплены и проявляются как “тонкая структура” атомных состояний. В средних и тяжелых атомных ядрах спин-орбитальное взаимодействие преобладает над спин-спиновым взаимодействием и для этих нуклидов главным и единственным нарушающим вигнеровскую симметрию фактором является спин-

орбитальное взаимодействие. Экспериментальные данные показывают, что в области сверхтяжелых ядер вигнеровская спин-изоспиновая симметрия восстанавливается. Это означает о преобладании спин-спинового взаимодействия над спин-орбитальным взаимодействием, что должно привести к уменьшению (подавлению) энергии спин-орбитального расщепления ядерных оболочек. В тоже время для существования “острова стабильности” требуется преобладание спин-орбитального взаимодействия над спин-спинововым взаимодействием, что опровергается фактом восстановления вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симмертии в области сверхтяжелых ядер.

Рекордная точность наших расчетов масс сверхтяжелых ядер и наилучшее согласие между экспериментом и расчетом энергии $\alpha-$распада Q_α, выполненные без вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра, чем другие современные теоретические подходы, а также экспериментальные факты изложенные в работе [51; с. 1083-1088], указывают на необходимость создания теории сверхтяжелых ядер, на основе восстановленной спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии.

В литературе имеются ряд публикаций, посвященных восстановлению вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах [98; с. 10–14, 99; с. 06004-06009]. Эти работы имеют теоретический характер, в которых атомное ядро рассматривается в рамках самосогласованной теории конечных ферми-систем. Авторы [98; с. 10–14, 99; с. 06004-06009] приходят к выводу о восстановлении симметрии в области тяжелых ядер.

§ 4.8. Выводы

Подводя итог к Главе IV можно констатировать об возможности описать массовой формулой Вигнера линий “бета-стабильности”, протонной и нейтронной устойчивости, значение удельной функции Вигнера $a(A)/A$ для бесконечной ядерной материи, рассчитать энергию и времена жизни $\alpha-$ распада 25 новых сверхтяжелых ядер с точностью превышающий

точность современных теорий, прогнозировать энергию и время жизни $\alpha-$ распада сверхтяжелых нуклидов из $\alpha-$ цепочек, начинающегося с $Z=120$, путем моделирования вклада в массу ядра энергии спин-орбитального взаимодействия рассчитать абсолютные значения масс атомных ядер восстановленной вигнеровской симметрией с рекордной точностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На защиту выносятся следующие результаты, изложенные в настоящей диссертационной работе:

1. Впервые аналитически описаны эмпирических функции $a(A)$, $b(A)$ Вигнера по экспериментальным значениям масс, что позволило вычислить вклады спин-орбитального взаимодействия в массы ядер для более, чем 1800 нуклидов;

2. Впервые доказано, что в вигнеровской массовой формуле член $0.5b(A)\delta$ определяет парную энергию;

3. Впервые корректно вычислены экспериментальные значения фактора Франчини и Радикатти в широком диапазоне изменения массового числа A. Получена точная формула для фактора Франчини и Радикатти $R_{\text{теор}}$, которая зависит от проекции изоспина T_z основного состояния атомного ядра и от вигнеровского типа ядер, что позволила оценить степень нарушения вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии в атомных ядрах;

4. Впервые на основе полученных в настоящей работе экспериментальных данных $R_{\text{эксп}}$ и значений $R_{\text{теор}}$ с применением статистических методов доказано восстановление вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$-симметрии для нуклидов с нечетным массовым числом A начиная с изоспина $T_z \geq 53/2$ с достоверностью больше 99%;

5. На основе массовой формулы Вигнера рассчитаны энергии и времена жизни $\alpha-$распада ряда новых сверхтяжелых ядер, и выполнено предсказание энергии $\alpha-$распада и время жизни сверхтяжелых нуклидов с $Z=120$, поиск которых ведется в настоявшее время, С рекордной точностью рассчитаны массы группы атомных ядер (с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28$ и $57/2$), для которых вигнеровская спин-изоспиновая $SU(4)$-симметрия восстановлена.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрауэнфельдер Г., Хенли Э. *Субатомная физика*. – М.: Мир, 1979. – 736 с.
2. Мухин К.Н., *Экспериментальная ядерная физика,* 1 т., *Физика атомного ядра*, Санкт-Петербург-Москва-Краснодар, 2009. – 584 с.
3. Гепперт-Майер М., Иенсен Г.Д. Элементарная теория ядерных оболочек. – М.: ИИЛ, 1958. - 320 с.
4. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. В 2-х т. – Мир, 1971. – 1120 с.
5. Адлер С.Л., Дашен Р.Ф. Алгебра токов. – М.: Мир, 1971. – 230 с.
6. Гапонов Ю.В. Гамов-теллеровский гигантский резонанс и проблема вигнеровской симметрии в ядерной физике // Физика атомного ядра, материалы XVIII зимней школы ЛИЯФ. – Ленинград, 1983. - С. 43-62.
7. Gaponov Yu.V., Shulgina N.B.,Vladimirov D.M. Wigner *SU*(4)-symmetry restoration in heavy nuclei and the many-body forces problem // Nuclear Phisics, A. - 1982. – vol. **391**. - p.93-117.
8. Гапонов Ю.В., Григорьян Ю.И., Лютостанский Ю.С. Восстановление нарушенной вигнеровской *SU*(4)-симметрии в тяжелых ядрах // Ядерная физика. – Москва, 1980. - т. 31, вып. 1. - С.65-78.
9. Гапонов Ю.В., Шульгина Н.Б., Владимиров Д.М. Массовая формула в схеме восстановления вигнеровской *SU*(4)-симметрии в тяжелых ядрах. Письма в ЖЭТФ. – Москва, 1981. - т. 34, вып. 5, с. 300-304.
10. Wigner E. On the Consequences of Symmetry of the Nuclear Hamiltonian on the Spectroscopy of Nuclear. Phis. Rev., vol. 51, (1937), p. 106-119.
11. Wigner E.P., Feenberg E. Symmetry properties of nuclear levels, Rep. Prog. in Phis.,Phis. Soc. London, **8**, (1941), p. 274-317.
12. Wigner E.P. On the structure of Nuclei Beyond Oxigen, Phis. Rev., **51**, (1937), p. 947-958.
13. Galonski A., Patterson D.M., Berlini H.W. Comparison of measured neutron spectra with prediction, Phis. Rev., vol. 144, 1976, p. 748-752.

14. Bainum D.E., Goodman C.D., Foster C.C., Ward T.E., Goulding, C.A. and Greenfield M.B. The 6,7-Li (p,n) The 6,7-Li (p,n) 6,7-Be Reactions at Ep=80 MeV, Indiana University Cyclotron Facility Scientific and Technical Report 1979, IUCF-1979. Indiana (USA), 1979, p. 27-35.
15. Horen D.J., Goudmen C.D., Foster C.C., Goulding C.A., Greenfield M.B., Rapaport J., Bainum D.E., Sugarbaker E., Masterson T.G., Petrovich F. and Love W.G. Search for isobaric analogues of m1 states and giant spinflip resonances in the $^{208}Pb(p, n)$ reaction, Phis.Lett., B95, 1980, p. 27-30.
16. Horen D.J., Goudmen C.D., Bainum D.E., Foster C.C., Gaarde C., Goulding C.A., Greenfield M.B., Rapaport J., Taddeucci T.N., Sugarbaker E., Masterson T.G., Austin S.M. Galonsky A. and Sterrenburg W. Phis.Lett., B99, 1981, p. 383-386.
17. Bainum D.E., Rapaport J., Goudmen C.D., Horen D.J., Foster C.C., Greenfield M.B. and Goulding C.A. Observation of grant particle-hole resonanced in $^{90}Zr(n,p)^{90}Nb$, Phis.Rev.Lett., 44, 1980, p. 1751-1754.
18. Gaarde G., Rapaport J., Taddeucci T.N., Goudmen C.D., Foster C.C., Bainum D.E., Goulding C.A., Greenfield M.B., Horen D.J. and Sugarbaker E. Excitation of giant spin-isospiin multipole vibrations, Nucl.Phis., A369, 1981, p. 258-280.
19. Гапонов Ю.В., Лютостанский Ю.С. О возможном существовании 1+ резонанса в реакциях перезарядки. Письма в ЖЭТФ. 1972. Т. 15. Вып.3. с. 173-175.
20. Гапонов Ю.В., Лютостанский Ю.С., Гамов-Теллеровский изобарический 1+ резонанс, Ядерная Физика, 19 (1974), с. 62-73.
21. Franzini P., Radicati L.A. On the validity of the supermultiplet model, Rhis. Rev. Lett. vol. 6, 1963, p. 322-324.
22. Валантэн Л. *Субатомная физика*. – М.: Мир, 1986, т. 1, 2. 272+330 с.

23. Hagberg E., Hansen P.G., Hardy J.C., Huck A., Jonson B., Mattsson S., Ravn H.L., Tidemand-Petersson P. and Walter G. Decay of a $T_z = -2$ Nucleus: Argon-32, Phis.Rev.Lett., **39**, (1977), p. 792-795.
24. Moltz D.M., Aysto J., Cable M.D., von Dincklage R.D., Parry R.F., Wouters J.M. and Joseph Cerny. Completion of the mass-20 isospin quintet by employing a Helium-Jet-Fed on-line mass separator. Phis. Rev. Lett., **42**, (1979), p. 43 – 46.
25. Соловьев В.С. *Теория сложных ядер*, Наука, М. (1972), – 559 с.
26. Алхазов Г.Д., Ганбаатар Н., Громов К.Я., Калинников В.Г., Мезилев К.А., Новиков Ю.Н., Нурмухамедов А.М., Потемпа А., Таркани Ф. Идентификация границы протонной устойчивости. Препринт Ленинградского института ядерной физики, Ленинград, 1982, № 820. с.37.
27. Алхазов Г.Д., Ганбаатар Н., Громов К.Я., Калинников В.Г., Мезилев К.А., Новиков Ю.Н., Нурмухамедов А.М., Потемпа А., Таркани Ф. Идентификация границы протонной устойчивости // Известия академии наук СССР. – 1984. – № 5 (т.48) – с. 834 – 843.
28. Maripuu S. (edit). 1975 Mass Predictions // – Atomic Data and Nuclea Data Tebles. – 1976. – v. 17, N 5, 6. – p. 411 – 608.
29. Карнаухов В.А., Петров Л.А. *Ядра, удалённые от линии бета–стабильности*. – М.: Энергоиздат, 1981. – 200 с.
30. Баз А.И., Гольданский В.И., Гольдберг В.З., Зельдович Я.Б. *Лёгкие и промежуточные ядра вблизи границы нуклонной стабильности*. – М.: Наука, 1972. – 171 с.
31. Audi G., Wapstra A.H. and Thibault C. The AME2003 atomic mass evaluation: (II). Tables, graphs and references. Nuclear Physics, **A 729**, (2003), p. 337-676.
32. Meng Wang, Audi G., Kondev F.G., Huang W.J., Naimi S. and Xing Xu. The AME2016 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references, Chinese Physics C 41, (2017), 030003-73.

33. Корнелл Г. *Программирование в среде Visual Basic 5*. – Мн.: ООО «Попурри», 1998. – 608 с.
34. Коннэлл Дж. Visual Basic 6. *Введение в программирование баз данных*. – М.: ДМК, 2000, – 720 с.
35. Ананьев А., Фёдоров А. *Visual Basic 6.0.* – СПб.: – БХВ-Петербург, 2002. – 624 с.
36. Нурмухамедов А.М. Анализ экспериментальных данных по массам атомных ядер в рамках вигнеровской спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии, Ядерная Физика, **72**, (2009), с. 434-443, [Phys. Atom. Nucl. **72**, (2009), p. 401-409].
37. Нурмухамедов А.М. Универсальные функции массовой формулы Вигнера. Доклады Академии Наук Республики Узбекистан, № 3, 2008, с. .30-33.
38. Nurmukhamedov A.M. Empirrc universal function of *b(A)* for Wigner mass formula. The fifth Eurasian conference Nuclear Science and ITS Application, 2008, Ankara, Turkey, p. 43-44.
39. Nurmukhamedov A.M. Empirrc universal function of *a(A)* for Wigner mass formula. The fifth Eurasian conference Nuclear Science and ITS Application, 2008, Ankara, Turkey, p. 44-45.
40. Нурмухамедов А.М. Вигнеровская массовая формула для атомного ядра в рамках спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии. Вестник каракалпакского отд. АН РУз, № 1 (214), 2009, с. 11-13.
41. Нурмухамедов А.М. Эмпирические универсальные функции массовой формулы Вигнера в рамках спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии. Журнал “Естественные и технические науки”, № 5, 2007, 116-119.
42. Нурмухамедов А.М. Спин-орбитальное взаимодействте как основной фактор нарушающий вигнеровскую спин-изоспиновую *SU*(4)-симметрию. Журнал “Естественные и технические науки”, № 5, 2007, с. 112-115.

43. Абдуразаков А.А., Громов К.Я., Умаров Г.Я. *Бета-спектрографы с постоянными магнитами.* Ташкент, изд. Фан, 1970. – 187 с.
44. Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия: Пер. с англ. [В 4 вып.] / Под ред. К. Зигбана. - Москва : Атомиздат, Вып. 1 / [Авт.: К. Зигбан, Г. Кноп, В. Пауль]. - 1969. - 567 с.
45. Lunney D., Pearson J.M. and Thibault C. Recent trends in the determination of nuclear masses., Rev. Mod. Phys. 75 (2003) с. 1021-1032.
46. Нурмухамедов А.М. Свойства универсальных функций массовой формулы Вигнера для атомных ядер. Ядерная Физика **72**, (2009), с. 1489-1497 [Properties of Universal Functions in the Wigner Mass Formula for Nuclei. Phys.Atom. Nucl. **72**, (2009), p. 1435-1443].
47. Нурмухамедов А.М. Оценка степени восстановления нарушенной вигнеровской спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрии в атомных ядрах. Журн. Ядерная Физика РАН, т. 75, 2012, с. 29-34. [Evaluation of restoration of violated wigner's spin-isospin *SU*(4)-symmetry in atomic nuclei. Physics of Atomic Nuclei, 2012, Vol. 75, No. 1, p. 27–32].
48. Нурмухамедов А.М. Об обоснованности применения t – критерия Стьюдента для экспериментального доказательства восстановления вигнеровской *SU*(4)-симметрии в атомных ядрах. Узбекский Физический журнал, 2013, № 3, с. 500-510.
49. Нурмухамедов А.М. Некоторые особенности массовой формулы Вигнера для атомных ядер. Журн. Ядерная Физика РАН, т. 77, № 12, 2014, с. 1507-1513. [Some Special Features of Wigner’s Mass Formula for Nuclei. Physics of Atomic Nuclei, 2014, Vol. 77, № 12, p. 1435-1441].
50. Нурмухамедов А.М. Особенности массовой формулы Вигнера для атомных ядер. Доклады Академии Наук Республики Узбекистан, 2009, № 1, с. 38-41.
51. Нурмухамедов А.М. Об обоснованности гипотезы “остров стабильности**”.** Узбекский Физический журнал, 2014, № 6, с. 409-417.

52. Нурмухамедов А.М. Альтернативный способ оценки парной энергии нуклонов в атомных ядрах. Журн. Ядерная Физика РАН, т. 78, № 10, 2015, с. 1083-1088. [The Alternative Method Of Evaluation Of Pair Energy Of Nucleons In Atomic Nuclei. Physics of Atomic Nuclei, 2015, Vol. 78, № 10, p. 1435-1441].
53. Nurmukhamedov A.M. The restoration of Wigner's *SU*(4)-symmetry in the superheavy nucleus and its correlation with the problem "island of stability", or does the "island of stability" exist? Modern Physics Letters A, Vol. 31, No. 27, 2016, 1650145-15, DOI: 10.1142/S0217732316501455.
54. Нурмухамедов А.М. Парная энергия в атомных ядрах. Республиканская научно-практическая конференция «Наука и производство» (10-11 июня, 2009 г): Сборник трудов. Жетысай: Университет «Сырдария» МОН РК, 2009 г., в 2 томах, -970 с. ISBN 9965-856-56-7, с. 299-310.
55. Nurmukhamedov A.M. Pair Energy In Atomic Nuclei. International Conference on Nuclear Physics "Nucleus 2010" (LX Meeting on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure), St.Petersburg, 2010, p. 259.
56. Nurmukhamedov A.M. Dependency Of The Energy Of Spin-Orbit Interaction From The Pair Energy. International Conference on Nuclear Physics "Nucleus 2010" (LX Meeting on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure), St.Petersburg, 2010, p. 256.
57. Нурмухамедов А.М., Салихбаев У.С. Тест реализации вигнеровской *SU*(4)-симметрии. 61-ая международная конференция «ЯДРО-2011» (Международная конференция по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра), г. Саров, 2011, с. 189-190.
58. Nurmukhamedov A.M. About Validity Of Use Of Student's *T*–Criterion For Experimental Proof Of Restoration Of Wigner's *Su*(4) Spin–Isospin Symmetry In Atomic Nuclei. LXII international conference «NUCLEUS 2012». Fundamental problems of nuclear physics, atomic power engineering and nuclear technologies. June 25 – 30, 2012, Voronezh, c. 173.

59. Nurmukhamedov A.M. Abnormal Values Of Empiric Function *B*(*A*) Of The Mass Formula Of Wigner In The Field Of Light Nuclei. LXII international conference «NUCLEUS 2012». Fundamental problems of nuclear physics, atomic power engineering and nuclear technologies. June 25 – 30, 2012, Voronezh, c. 174.
60. Нурмухамедов А.М., Салихбаев У.С. Восстановление вигнеровской *SU*(4)-симметрии в области ядер с нечетным массовым числом A и изоспном $T_z \geq 53/2$. ICNRP' 2011 8th International Conference "Nuclear and Radiation Physics", dedicated to the 20th anniversary of independence of the Republic of Kazakhstan, Septenber 20-23, 2011, Almaty, Kazakhstan, p. 138-139.
61. Нурмухамедов А.М., Салихбаев У.С. О чувствительности соотношения Франчини–Радикатти к нарушающим вигнеровскую *SU*(4)-симметрию факторам. ICNRP' 2011 8th International Conference "Nuclear and Radiation Physics", dedicated to the 20th anniversary of independence of the Republic of Kazakhstan, Septenber 20-23, 2011, Almaty, Kazakhstan, p. 156-157.
62. Нурмухамедов А.М. Существует ли "остров стабильности"? ICNRP' 2013 Conference "Nuclear and Radiation Physics", dedicated to the 20th anniversary of independence of the Republic of Kazakhstan, Septenber 24-27, 2013, Almaty, Kazakhstan, p. 156-157.
63. Nurmukhamedov A.M. Does the "island of stability" exists? lxiv international conference "nucleus 2014" fundamental problems of nuclear physics, atomic power engineering and nuclear technologies, minsk, 1-4 july, 2014 y. p. 158.
64. Нурмухамедов А.М. Об обоснованности гипотезы "остров стабильности". Научно-практическая конференция ИАК-VII, 2015, Ташкент, Национальный Университет Республики Узбекистан, сборник тезисов, с. 22.

65. Nurmukhamedov A.M. Pair energy of proton and neutron in atomic nuclei. International Conference «Nuclear Sciences and its Application» Samarkand, Uzbekistan, September 25-28, 2012, p. 105-107.
66. Блатт Дж.М., Вайскопф В.Ф. *Теоретическая ядерная физика* (ИЛ, Москва, 1954), – 659 с.
67. Кравцов В.А. *Масса атомов и энергия связи ядер* (Атомиздат, Москва, 1965), – 344 с.
68. Madland D.G. and Nix J.R., New model of the average neutron and proton pairing gaps. Nucl. Phys. A **476**, (1988), p. 1-38.
69. Alkhazov G.D., Mezilev K.A., Novikov Yu.N., Nurmukhamedov A.M., Ganbaata N., Gromov K.Ya., Kalinnikov V.G., Potempa A., and Tarkanyi F. Identification of the proton drip line. Z. Phys. A 311, (1983), p. 245-246.
70. Litvinov Yu.A., Bürvenich T.J., Geissel H., Novikov Yu.N., Patyk Z., Scheidenberger C., Attallah F., Audi G., Beckert K., Bosch F., Falch M., Franzke B., Hausmann M., Kerscher Th., Klepper O., Kluge H.-J., Kozhuharov C., Löbner K.E. Madland D.G., Maruhn J.A., Münzenberg G., Nolden F., Radon T., Steck M., Typel S., and Wollnik H. Isospin Dependence in the Odd-Even Staggering of Nuclear Binding Energies. Phys. Rev. Lett. 95, (2005). p. 042501-4.
71. *Table of Isotopes*, Ed. by C. M. Lederer and, V. S. Shirley (J. Wiley and Sons, New York, 1978).
72. https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html.
73. https://www.wiley.com/legacy/products/subject/physics/toi/.
74. Chakraborty M., Brahman Kota V.K., and Parikh J.C. What does the Franzini-Radicati mass relationship imply about the Wigner supermultiplet symmetry? Phys. Rev. Lett. **45**, (1980), p. 1073-1076.
75. Румшиский Л.З. *Математическая обработка результатов эксперимента* (Наука, Москва, 1971), – 192 с.
76. Калашникова В.И., Козодаев М.С. *Детекторы элементарных частиц.* – М.: Наука, 1966. т. 1. с. 242–355.

77. Shapiro S.S. and Wilk M.B. An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). Biometrika **52**, (1965), p. 591-611.
78. Nurmukhamedov A.M. Empirical Unit Of Nuclear Mass. International Conference on Nuclear Physics “Nucleus 2010” (LX Meeting on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure), St.Petersburg, 2010, p. 258.
79. Nurmukhamedov A.M., Tangabaev A.A. Drip Line Of Proton And Neutron In The Framework Of Wigner Mass Formula. International Conference on Nuclear Physics “Nucleus 2010” (LX Meeting on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure), St.Petersburg, 2010, p. 257.
80. Nurmukhamedov A.M. Mass of nucleon in nuclear matter. International Conference «Nuclear Sciences and its Application», Samarkand, Uzbekistan, September 25-28, 2012, p. 103-105.
81. Нурмухамедов А.М., Каршиев Д.А., Линии протонной и нейтронной устойчивости в рамках вигнеровской массовой формулы. Научно-практическая конференция ИАК-VII, 2015, Ташкент, Национальный Университет РУз, сборник тезисов, с. 24.
82. Нурмухамедов А.М. Энергия и время жизни альфа-распада новых сверхтяжелых ядер с восстановленной вигнеровской *SU*(4)-симметрией. Журн. Ядерная Физика РАН, 2018, Т. 81, № 2, с. 160-165 [Alpha-Decay Energy and Lifetime of New Superheavy Nuclei with Restored. Wigner’s *SU*(4)-Symmetry. Physics of Atomic Nuclei, 2018, Vol. 81, No. 2, p. 162–167].
83. Нурмухамедов А.М., Ханова И. Энергия и время жизни альфа-распада новых сверхтяжелых ядер с восстановленной вигнеровской *SU*(4)-симметрией. Фундаментальные и прикладные вопросы физики, Труды международной конференции, Ташкент, 13 - 14 июня 2017, с. 47-52.
84. Нурмухамедов А.М. Прецизионный расчет масс атомных ядер с восстановленной спин-изоспиновой *SU*(4)-симметрией и изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2$. Журн. Ядерная Физика РАН, 2019, т. 82, № 2, с. 120-128 [Presize calculation of the mass of atomic nuclei with

restored spin-isospin $SU(4)$-symmetry and with nuclei isospins $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2$. Physics of Atomic Nuclei, 2019, Vol. 82, No. 2, p. 108-116].

85. Myers W. D., and Swiatecki W. J. Nuclear Masses and Deformations. Nucl. Phys. **81**, (1966), p. 1-60.
86. Струтинский В.М. Об энергии деформации ядер. Ядерная Физика, 3, (1966), с. 604-615 [Sov. J. Nucl. Phys. 3, (1966), p. 604-615].
87. Oganessian Yu.Ts., Utyonkov V.K., Lobanov Yu.V., Abdullin F.Sh., Polyakov A.N., Sagaidak R.N., Shirokovsky I.V., Tsyganov Yu.S., Voinov A.A., Gulbekian G.G., Bogomolov S.L., Gikal B.N., Mezentsev A.N., Iliev S., Subbotin V.G., Sukhov A.M., Subotic K., Zagrebaev V.I., Vostokin G.K., Itkis M.G., Moody K. J., Patin J. B., Shaughnessy D.A., Stoyer M.A., Stoyer N.J., Wilk P.A., Kenneally J.M., Landrum J.H., Wild J.F. and Lougheed R.W. Synthesis of the isotopes of elements 118 and 116 in the ^{249}Cf and ^{245}Cm+^{48}Ca fusion reactions, Phys. Rev. C 74, (2006), p. 044602-12.
88. Oganessian Yu.Ts., Abdullin F.Sh., Bailey P.D., Benker D.E., Bennett M.E., Dmitriev S.N., Ezold J.G., Hamilton J.H., Henderson R.A., Itkis M.G., Lobanov Yu.V., Mezentsev A.N., Moody K.J., Nelson S.L., Polyakov A.N., Porter C.E., Ramayya A.V., Riley F.D., Roberto J.B., Ryabinin M.A., Rykaczewski K.P., Sagaidak R.N., Shaughnessy D.A., Shirokovsky I.V., Stoyer M.A., Subbotin V.G., Sudowe R., Sukhov A.M., Tsyganov Yu.S., Utyonkov V.K., Voinov A.A., Vostokin G.K., and Wilk P.A. Synthesis of a New Element with Atomic Number Z=117. Phys. Rev. Lett. **104**, (2010), p. 142502-10.
89. Oganessian Yu.Ts., Utyonkov V.K., Lobanov Yu.V., Abdullin F.Sh., Polyakov A.N., Sagaidak R.N., Shirokovsky I.V., Tsyganov Yu.S., Voinov A.A., Mezentsev A.N., Subbotin V.G., Sukhov A.M., Subotic K., Zagrebaev V.I., Dmitriev S.N., Henderson R.A., Moody K.J., Kenneally J.M., Landrum J.H., Shaughnessy D.A., Stoyer M.A., Stoyer N.J., and Wilk P.A. Attempt to

produce element 120 in the $^{244}Pu+^{58}Fe$ reaction. Phys. Rev. C 79, (2009), p. 024603-8.

90. Кадменский С.Г., Фурман В.И. *Альфа-распад и родственные ядерные реакции* (Энергоатомиздат, Москва, 1985), – 222 с.
91. Viola V.E., Seaborg G.T. and Inorg J.. Nuclear systematics of the heavy elements—I energetics and masses. Nucl.Chem. 28, (1966), p. 741-739.
92. Parkhomenko A., and Sobiczewski A. Phenomenological formula for $\alpha-$decay half-lives of heaviest nuclei. Acta Phys. Pol. B, **36**, (2005), p. 3095-3108.
93. Tolokonnikov S.V., Borzov I.N., Kortelainen M., Lutostansky Yu.S., Saperstein E.E. Charge-exchange resonances and restoration of the Wigner SU(4)-symmetry in heavy and superheavy nuclei. Eur. Phys. J. A **53**, (2017), p. 33-40, DOI: 10.1140/epja/i2017-12220-y.
94. Толоконников С.В., Лютостанский Ю.С., Саперштейн Э.Е. Самосогласованные расчеты энергий альфа-распада. ЯФ **76**, (2013), с. 758-765 [Phys. At, Nucl. **76**, (2013), p. 708-715]
95. Vautherin D. and Brink D.M. Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction. I. Spherical Nuclei. Phiz.Rev. C 5, (1972), p. 626-643.
96. Moeller P., Nix J.R., Myers W.D., and Swiatecki W.J. Nuclear Ground-State Masses and Deformations. At. Data Nucl. Data Tables **59**, (1995), p. 185-255.
97. Liran S., Marinov A., and Zeldes N. Semiempirical shell model masses with magic number Z=126 for superheavy elements. Phys. Rev. C 62, (2000), p. 047301-18.
98. Лютостанский Ю.С., Тихонов В.Н. Восстановление вигнеровской суперсимметрии в тяжелых и сверхтяжелых ядрах. Письма в ЖЭТФ, **102**, (2015), с. 10–14.
99. Lutostansky Yu.S., Tikhonov V.N. Charge-exchange resonances and restoration of the Wigner SU(4)-symmetry in heavy and superheavy nuclei. EPJ Web of Conferences, **107** (2016), p. 06004-06009.

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

p – протон

n – нейтрон

Z – порядковый номер элемента или количество протонов в атомном ядре

N – количество нейтронов в атомном ядре

$A = Z + N$ – массовое число

T – изоспин

$T_z = \frac{1}{2}(Z - N)$ проекция изоспина на ось z

H_h – гамильтониан сильного взаимодействия

H_{em} – гамильтониан электромагнитного взаимодействия

q – электрический заряд

Q – оператор электрического заряда q

$E_{Coul}(A, Z)$ – кулоновской энергии атомного ядра

m_n – масса нейтрона

m_p – масса протона

j – полный момент ядра

l – орбитальный момент ядра

$E_{pair}(Z, N)$ – энергия парного взаимодействия

$E_{симм}$ – энергия симметрии

$g_0^{'}$ – констант спинового взаимодействия

$f_0^{'}$ – констант изоспинового взаимодействия

g_0 – констант спин-изоспинового взаимодействия

$a(A)$ и $b(A)$ – эмпирические универсальные функции Вигнера

$a(A)/A$ – удельная эмпирическая универсальная функция

$C_2(P, P^{'}, P^{''})$ – оператор Казимира второй степени

$C_3(P, P', P'')$ – оператор Казимира третей степени

$C_4(P, P', P'')$ – оператор Казимира четвертой степени

$M(A, T_z)$ – масса атомного ядра с массовым числом A и проекцией изоспина T_z на ось z

$E_{sl}(Z, N)$ – вклад в массу атомного ядра энергии спин-орбитального взаимодействия

$B(A, Z)$ – энергии связи ядра

R – фактор Францини – Радикати

$u = 931494.009 \pm 0.007$ кэВ – унифицированная атомная единица массы

$\Delta_{атом}(A, T_z)$ – избыток массы нейтрального атома

$M_{ядро}(A, T_z)$ – избыток массы атомного ядра

$m_e c^2$ – масса покоя электрона

$B_e(Z)$ – суммарная энергия связи всех Z электронов нейтрального атома

$E_W(N, Z)$ – энергия связи по Вайцзеккеру

$m_{эф}$ – эффективная масса связанного нуклона в ядре

$F(A, Z)$ – массовая поверхность для изобары A

π – четность

Δ_p – парная энергия протонов

Δ_n – парная энергия нейтронов

t -критерий Стьюдента

σ – стандартное отклонение

α – уровень значимости

W – критерий Шапиро–Уилка

$V_{sl}(r)$ – потенциал спин-орбитального взаимодействия

r – радиальная переменная

ρ – плотность атомного ядра

ε_{p} – энергия связи протона в ядре с массой $M(A, N)$

ε_{n} – энергия связи нейтронов в ядре с массой $M(A, Z)$

E_{+} – энергия гамов-теллеровского ГТР-состояния

E_{AP} – энергия аналогового резонанса

ΔE_{ls} – средняя энергия спин-орбитального расщепления

$E_{\mathrm{F}} \approx 37$ МэВ – энергия Ферми

$T_{1/2}$ – период полураспада атомного ядра

Q_{α} – энергия α – распада

M_{α} – масса α – частицы

T_{α} – время жизни α – распада

ГТР – Гамов-Теллеровский резонанс

АР – Аналоговый резонанс