АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ ИОННО-ПЛАЗМЕННЫХ И ЛАЗЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
имени У.А. АРИФОВА

На правах рукописи
УДК 538.951

САИДВАЛИЕВ УЛУГБЕК АЛИМЖАНОВИЧ

ЗАКОНОМЕРНОСТИ АНИЗОТРОПИИ УПРУГИХ СВОЙСТВ В КРИСТАЛЛАХ ГЕРМАНАТА И СИЛИКАТА ВИСМУТА И ПАРАТЕЛЛУРИТА

01.04.07–физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени доктора философии (PhD)
по физико-математическим наукам

Научный руководитель: Ахмеджанов Фархад Рашидович,
доктор физико-математических наук, доцент

Ташкент – 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD)) 5

ГЛАВА 1. ТЕОРИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ (ОБЗОР) ... 15

§ 1.1. Основные положения теории распространения акустических волн в кристаллах 15

§ 1.2. Влияние пьезоэффекта на упругие свойства кристаллов 18

§ 1.3. Эффекты, обусловленные упругой анизотропией кристаллов 22

§ 1.4. Обзор механизмов затухания акустических волн в сегнетоэлектрических и диэлектрических кристаллах 27

§ 1.4.1. Фонон-фононные процессы взаимодействия 27

§ 1.4.2. Влияние присутствующих в кристаллах примесей на фонон-фононные взаимодействия 32

§ 1.4.3. Фонон-дипольное взаимодействие в пьезоэлектрических кристаллах 34

§ 1.5. Описание анизотропии упругих свойств кристаллов характеристическими поверхностями 36

Выводы по первой главе 39

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ УСТАНОВКИ 41

§ 2.1. Общее описание характеристики методов исследования акустических волн в анизотропных средах 41

§ 2.2. Основные закономерности акустооптического взаимодействия в кристаллах 43

§ 2.3. Акустооптический метод определения акустических характеристик и акустооптическая измерительная система 48

§ 2.4. Импульсно – интерференционный метод определения скорости и коэффициента затухания акустических волн 54

Выводы по второй главе 57

ГЛАВА 3. АНИЗОТРОПИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛОВ СИЛИКАТА ВИСМУТА И ГЕРМАНАТА ВИСМУТА 59

§ 3.1. Характеристика исследованных образцов 59

§ 3.2. Анизотропия упругих свойств кристаллов силиката висмута 61

§ 3.3. Анизотропия упругих свойств кристаллов германата висмута 67

Выводы по третьей главе 72

ГЛАВА 4. АНИЗОТРОПИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛОВ ПАРАТЕЛЛУРИТА 75

§ 4.1. Результаты эксперимента 75

§ 4.2. Анизотропия скорости и коэффициента затухания акустических волн в кристаллах парателлурита 77

§ 4.3. Особенности расчета характеристик акустических волн в кристаллах парателлурита вблизи осей симметрии 83

Выводы по четвертой главе 89

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 91

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 93

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, ЕДИНИЦ, СИМВОЛОВ И ТЕРМИНОВ 105

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В настоящее время в мире кристаллы силиката висмута ($Bi_{12}SiO_{20}$), германата висмута ($Bi_{12}GeO_{20}$) и парателлурита (TeO_2) по совокупности физических характеристик и технологических параметров являются широко востребованными в промышленности, науке и технике в качестве рабочих сред в оптических акустооптических и акустоэлектронных устройствах. Наиболее востребованными для создания устройств акустооптики являются кристаллы парателлурита, которые имеют широкий диапазон прозрачности (0,35– 6,0 мкм) без заметных полос поглощения, практически нерастворимы в воде. Высокие значения показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в сочетании с уникально малыми скоростями акустических волн обеспечивают кристаллам парателлурита необычно большое значение коэффициента акустооптического качества. Это определяет его главное техническое преимущество перед другими акустооптическими материалами и позволяет использовать их в качестве активной рабочей среды в акустооптических электронно-перестраиваемых фильтрах, дисперсионных линиях задержки и акустооптических преобразователях для управления оптическим излучением.

Однако одним из существенных факторов, ограничивающих частотный диапазон применения кристаллов в акустооптических приборах, является величина и анизотропия коэффициента затухания акустических волн в указанных кристаллах, которые до настоящего времени детально не изучены. Поэтому одной из принципиальных задач является определение таких ориентаций кристаллических звукопроводов, при которых достигаются наименьшие акустические потери. В целом, исследование анизотропии упругих свойств этих кристаллов представляется важным также в интересах многих задач нелинейной акустики, нелинейной оптики. Такие исследования помимо фундаментального интереса важны для определения наиболее эффективных срезов этих кристаллов для применения в качестве активной

среды в акустооптических и голографических устройствах, и, несомненно, являются актуальными для современной физики конденсированных сред.

В последние годы в Республике Узбекистан уделяется большое внимание фундаментальным исследованиям в области материаловедения – поиску новых материалов и изучению свойств уже известных материалов, включая свойства диэлектрических и сегнетоэлектрических кристаллов, используемых в различных отраслях экономики страны. Направления этих фундаментальных и прикладных исследований имеют большое значение для развития науки и наукоемкого производства и отражены в Стратегии[1] развития нового Узбекистана на 2022–2026 годы.

Исследования, проведенные в данной диссертационной работе, в определенной мере соответствуют задачам, обозначенным в Указах и Постановлениях Президента Республики Узбекистан № УП-60 от 28 января 2022 года «О Стратегии развития нового Узбекистана на 2022 – 2026 годы», № УП-3012 от 26 мая 2017 года «О программе мер по дальнейшему развитию возобновляемой энергетики, повышению энергоэффективности в отраслях экономики и социальной сфере на 2017-2021 годы», № ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данном направлении.

Соответствие исследования основным приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий республики II. «Энергетика, энергосбережение и альтернативные источники энергии».

[1]Указ Президента Республики Узбекистан № УП-60 «О Стратегии развития нового Узбекистана на 2022-2026 гг.» от 28 января 2022 г.

Степень изученности проблемы. В последние десятилетия исследованию акустических и акустооптических свойств конденсированных сред, включая лазерные кристаллы, был посвящен ряд экспериментальных и теоретических работ ведущих ученых мира, в том числе российских (Ю.В. Гуляев, В.И. Балакший, В.Б. Волошинов, И.Е. Кузнецова, В.В. Леманов и др.), американских (Р. Труэлл, Б. Чик, Ч. Эльбаум и др.), французских (Э. Дьелесан и Д. Руайе), белорусских (В.Н Белый, Г.В. Кулак и др.) узбекистанских (П.К. Хабибуллаев, С.З. Мирзаев, З.Т. Азаматов, Д.И. Семенов, Ф.Р. Ахмеджанов и др.) и других.

Так в работах российских ученых были исследованы некоторые акустооптические характеристики парателлурита при анизотропной дифракции света и модуляторы поляризации на их основе; белорусские ученые исследовали Брэгговскую дифракцию света на звуке в кристаллах силиката и германата висмута и амплитудно-фазовые эффекты в них при акустооптическом взаимодействии; французские ученые изучали распространение акустических волн в различных анизотропных структурах и кристаллах, включая кристаллы силиката и германата висмута и парателлурита; учеными из Узбекистана были проведены масштабные исследования акустических и акустооптических свойств кристаллов и наножидкостных систем акустическими методами.

В то же время, детальные исследования анизотропии упругих свойств и особенно анизотропии затухания акустических волн в кристаллах силиката и германата висмута и парателлурита практически отсутствуют, а имеющиеся данные по их упругим свойствам являются противоречивыми. Между тем, скорость распространения и затухание акустической волны в кристаллах напрямую функционально связаны с технологическими возможностями их применения в акустоэлектронных и акустооптических системах обработки информации. В целом, получение фундаментальных знаний о механизмах затухания акустических волн и закономерностях анизотропии упругих свойств, а также прогнозирование изменения этих свойств с изменением

направления распространения акустических волн является актуальной задачей физики конденсированного состояния.

Связь темы диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ организаций, где выполнялась диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научно-исследовательских проектов Института ионно-плазменных и лазерных технологий АН РУз по теме ОТ-Ф2-56 «Внутреннее движение и волновая форма теплопереноса в суперионных трифторидах редких земель LnF_3» (2017-2020) а также утвержденной согласно указу Президента Республики Узбекистан № УП-6260 от 13 июля 2021 года программы научно-исследовательских работ Института ионно-плазменных и лазерных технологий по теме: «Нелинейные явления, фазовые переходы и анизотропия упругих, фотоупругих и суперионных свойств в диэлектрических и сегнетоэлектрических кристаллах» (2021-2024).

Целью исследования является выявление закономерностей влияния кристаллографической ориентации на упругие свойства кристаллов силиката висмута, германата висмута и парателлурита.

Задачи исследования:

экспериментально определить значения скорости коэффициента затухания акустических волн вдоль осей симметрии в кристаллах парателлурита, силиката висмута и германата висмута в гиперзвуковом диапазоне частот.

установить закономерности анизотропии скорости и коэффициента затухания высокочастотных акустических волн в кристаллах парателлурита, силиката висмута и германата висмута.

определить механизм влияния диэлектрических потерь на величину коэффициента затухания пьезоактивных акустических волн в этих кристаллах.

ввести и определить параметр анизотропии по мнимым упругим постоянным в кубических кристаллах силиката висмута и германата висмута.

выявить закономерности изменения скорости и коэффициента затухания акустических волн при малых отклонениях направления их распространения от осей симметрии в кристаллах парателлурита.

Объектом исследования является анизотропия скорости и коэффициента затухания акустических волн в кристаллах парателлурита и силиката и германата висмута.

Предметом исследования являются скорость распространения и коэффициент затухания высокочастотных акустических волн в кристаллах силиката висмута, германата висмута и парателлурита.

Методы исследования: акустооптический и усовершенствованный импульсно-интерференционный методы измерения скорости скорости и коэффициента затухания акустических волн в материалах;

Научная новизна исследования заключается в следующем:

впервые экспериментально определены все независимые действительные и мнимые компоненты комплексного тензора упругости в нецентросимметричных кристаллах германата висмута, силиката висмута и парателлурита;

введен мнимый параметр акустической анизотропии, который позволяет предсказывать степень анизотропии коэффициента затухания акустических волн в зависимости от кристаллографической ориентации в кубических кристаллах;

показано, что в пьезоэлектрических кристаллах диэлектрические потери усиливают степень анизотропии коэффициента затухания пьезоактивных акустических волн, не изменяя характер анизотропии;

получена закономерность анизотропии скорости и коэффициента затухания акустических волн в кристаллах парателлурита вдоль и вблизи осей симметрии второго порядка.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

выявлены различия в величине затухания пьезоактивных и непьезоактивных акустических волн, которые определяют диэлектрические

потери в кристаллах германата висмута и силиката висмута в гиперзвуковом диапазоне частот, недопустимом для диэлектрических измерений;

выведены уравнения для расчета скорости и коэффициента затухания акустических волн при малоугловых отклонениях направления их распространения от осей второго порядка в кристаллах парателлурита для нахождения оптимальных срезов в этих кристаллах;

создан набор справочных данных по полученных действительным и мнимым компонентам комплексного тензора упругости в кристаллах германата и силиката висмута и парателлурита.

Достоверность результатов исследования обуславливается физической обоснованностью поставленных задач, использованием хорошо апробированных методов измерения скорости и коэффициента затухания акустических волн в кристаллах, большим объемом экспериментальных результатов и их согласованностью с фундаментальными законами и основными положениями физики конденсированного состояния, а также согласованностью полученных результатов с результатами других авторов.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов заключается в том, что впервые введен параметр упругой анизотропии по мнимым упругим постоянным для нецентросимметричных кубических кристаллов, который позволяет по известным значениям коэффициента затухания акустических волн вдоль одного симметричного направления, расчетным путем определять затухание не только продольных, а также поперечных акустических волн вдоль других кристаллографических направлений.

С точки зрения практики результаты, полученные в ходе работы, могут быть полезны для предсказания общего характера анизотропии затухания акустических волн в пьезоэлектрических кубических кристаллах силиката висмута и германата висмута, тетрагональных кристаллах парателлурита и определения в них наиболее выгодных срезов для применения в реальных акустоэлектронных и акустооптических устройствах обработки информации.

Внедрение результатов исследования. На основании полученных результатов при исследовании закономерностей анизотропии упругих свойств кристаллов германата и силиката висмута и парателлурита:

определенные независимые действительные и мнимые компоненты комплексного тензора упругости в кубических нецентросимметричных кристаллах силиката и германата висмута использованы в рамках проекта компании Namosys Ltd. (Израиль) No. NGA1556789 «Оптимизация обработки сигналов в комбинации с фотодиодной матрицей для анализа оптического спектра» (2019-2021) (письмо компании Namosys Ltd. (Израиль) от 12 июня 2022). Использование результатов позволило повысить точность обработки оптических сигналов и снизить потери до уровня 30дБ.

определенный фактор акустической анизотропии по мнимым упругим константам для кристаллов силиката и германата висмута использован зарубежными исследователями (ссылки в международных научных журналах: Applied Surface Science 2022, Vol. 575, 151732; Nanomaterials 2022, 12(22), 4101; Sensors & Transducers. 2021, Vol. 254, Issue 7, p.38-42). Использование результатов позволило получить высокоэффективный фотокаталитический наноматериал на основе силиката висмута и объяснить упругие свойства кристаллов галлосиликата лантана.

необходимость учитывать вклад диэлектрических потерь в акустическое затухание в нецентросимметричных кристаллах силиката висмута и германата висмута и кристаллах парателлурита использована зарубежными исследователями (ссылки в международных журналах: Applied Surface Science 2022, Vol. 575, 151732; Nanomaterials 2022, 12(22), 4101; Sensors & Transducers. 2021, Vol. 254, Issue7, p.38-42). Использование результатов позволило повысить эффективность расчетов для получения высококачественных фотокаталитических наноматериалов на основе силиката висмута, а также для объяснения свойств кристаллов галлосиликата лантана.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 9 международных и республиканских научно-практических конференциях.

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 16 научных работ, из них 6 статей в научных изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций, из которых 3 в зарубежных научных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 105 страниц.

Список опубликованных работ:

1. Akhmedzhanov F.R., Mirzaev S.Z. Saidvaliev U.A. Singularities of anisotropy of acoustic attenuation in paratellurite crystals // Proceedings of Meetings on Acoustics. – USA: Acoustical Society of America, 2018. – Vol. 34. – id. 045045, S14-2. – pp. 1-6. (№3. Scopus; IF=0.31).

2. Akhmedzhanov F.R., Saidvaliev U.A., Kurbanov J.O. Anisotropy of attenuation of acoustic waves in photorefractive BSO and BGO crystals // Uzbek Journal of Physics. - Tashkent: Institute of Ion-Plasma and Laser Technologies Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, 2018. – Vol. 20. – No.4. – pp. 232-235.

3. Ахмеджанов Ф.Р., Саидвалиев У.А, Курталиев Э.Н. Анизотропия скорости и затухания акустических волн в кристаллах парателлурита вблизи осей симметрии // Научный вестник СамГУ. – Самарканд: Самаркандский государственный университет, 2018. – № 3. – С. 58-62.

4. Akhmedzhanov F., Mirzaev S., Saidvaliev U. Attenuation Mechanisms of High-Frequency Acoustic Waves in Piezoelectric Cubic Crystals // Proceedings of the 23rd International Congress on Acoustics, September 3-9, 2019. – Aachen (Germany), 2019. – p. 8212-8217. (№3. Scopus).

5. Ахмеджанов Ф.Р., Саидвалиев У.А., Тухтаев У.У., Назаров Ж.Т. Параметр упругой анизотропии в кристаллах силиката висмута // Научный вестник СамГУ. – Самарканд: Самаркандский государственный университет, 2019. – № 1. – С. 77-82.

6. Akhmedzhanov F.R., Mirzaev S.Z., Saidvaliev U.A. Parameters of elastic anisotropy in bismuth silicate crystals // Ferroelectrics. – Switzerland: Gordon and Breach Science Publishers, 2020. – No. 556(1). – pp. 23-28. (№3. Scopus; IF=0,686)

7. Akhmedzhanov F.R., Saidvaliev U.A. Surfaces of attenuation of acoustic waves in cubic crystals. – Acta Crystallographica. Section A: Foundations of crystallography. – USA: John Wiley and Sons Inc., 2010. – Vol.66(a1). – id. s118-. (№3. Scopus; IF=1,662)

8. Akhmedzhanov F.R., Saidvaliev U.A. Acousto-optic investigation of acoustic anisotropy in paratellurite crystals // Journal of the Acoustical Society of America. – USA: Acoustical Society of America, 2015. – Vol.138(3). – pp. 1806-1809. (№3. Scopus; IF=2,365)

9. Akhmedzhanov F.R., Saidvaliev U.A. Analysis of attenuation of high-frequency acoustic waves in piezoelectric crystals // Proceedings of 20th International Congress on Acoustics, 23-27 August 2010. – Sydney (Australia), 2010. – p. 414.

10. Akhmedzhanov F.R. Saidvaliev U.A. Influence of dielectric losses on attenuation of acoustic waves in piezoelectric crystals. // 21st International Symposium on the Applications of Ferroelectrics & 11th European Conference on Applications of Polar Dielectrics, 9-13 July 2012. –Aveiro (Portugal), 2012. – p. 117.

11. Akhmedzhanov F.R. Saidvaliev U.A. Attenuation of High-frequency Acoustic Waves in Paratellurite Crystals // Joint IEEE International Symposium on the Applications of Ferroelectrics, European Conference on Application of Polar Dielectrics, and Piezoelectric Force Microscopy Workshop, August 21-25, 2016. – Darmstadt (Germany), 2016. – p. 14.

12. Akhmedzhanov F.R. Saidvaliev U.A. Attenuation Anisotropy in Paratellurite Crystals // Актуальные проблемы молекулярной спектроскопии конденсированных сред: V Международная конференция, 22-24 сентября 2016**. –** Самарканд, 2016. – С. 128.

13. Ахмеджанов Ф.Р., Саидвалиев У.А. Анизотропия затухания акустических волн в фоторефрактивных кристаллах BSO и BGO // Седьмая Международная конференция по Физической электронике *IPEC*-7: Сборник тезисов докладов, 18-19 мая 2018. – Ташкент, 2018. – С. 111.

14. Akhmedzhanov F.R., Mirzaev S.Z., Saidvaliev U.A. Singularities of anisotropy of acoustic attenuation in paratellurite crystals // 21st International Symposium on Nonlinear Acoustics, July 9-13, 2018. – Santa Fe (New Mexico), 2018. – S14-2. – p. 67.

15. Ахмеджанов Ф.Р., Саидвалиев У.А. К расчету скорости акустических волн в кристаллах парателлурита вблизи осей симметрии // «Современные проблемы физики»: Материалы VI Международной конференции, 28-30 июня 2018. – Душанбе, 2018. – С 251-254.

16. Akhmedzhanov F.R., Mirzaev S.Z., Saidvaliev U.A. Parameters of Elastic Anisotropy in Bismuth Silicate Crystals // Joint Conference of the IEEE ISAF, EMF, ICE, IWPM and PFM, July 14-19, 2019. – Lausanne (Switzerland), 2019. – p. 576.

ГЛАВА 1. ТЕОРИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ (ОБЗОР)

В кристаллах, относящихся к диэлектрическим и сегнетоэлектрическим, явление затухания упругих волн происходит по нескольким известным механизмам. Среди них можно выделить следующие, которые рассматриваются далее в работе:

- фонон-фононные взаимодействия – возникают по причине взаимодействия акустических волн с тепловыми флуктуациями решетки по механизму Ахиезера и Ландау-Румера;

- фонон-примесный механизм – он обуславливается взаимодействием акустических волн с точечными дефектами;

- электрон-фононный механизм – в нем взаимодействие звука происходит с носителями электрического заряда в кристаллах.

Также одной из основных задач данного исследования является изучение закономерностей анизотропии коэффициента затухания акустических волн в монокристаллах и их визуализация через соответствующие сечения поверхности акустического затухания. С этой целью мы рассмотрим случай обобщенных уравнений Грина-Кристоффеля. Эти уравнения позволяют строить характеристические поверхности для значений скорости и коэффициента затухания акустических волн в кристаллах, когда известны все независимые (действительные и мнимые) компоненты комплексного тензора упругости.

§ 1.1. Основные положения теории распространения акустических волн в кристаллах

На настоящий момент в науке известна детально разработанная теория распространения объемных акустических волн (т. е. упругих колебаний) в линейной анизотропной среде, информацию о которой можно найти в различных источниках, включая научные работы, монографии и учебные

пособия [1 - 27]. Для нашего последующего изложения рассмотрим основные положения и соотношения этой теории, касающиеся диэлектрических и сегнетоэлектрических кристаллов.

Рассматривая акустические волны, которые создают деформацию в кристаллах, на практике ссылаются к симметричной части деформации u_{ik}, которую называют тензором малых деформации:

$$u_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right), \tag{1.1}$$

и по принятым канонам пренебрегают его антисимметричной частью ω_{ik}, которую в свою очередь называют тензором малых вращений:

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right), \tag{1.2}$$

где u_i – это компоненты вектора смещения частиц, а x_k – координаты вектора.

Для того чтобы определить связь тензора деформации с тензором механического напряжения σ_{ij} то прибегают к использованию обобщенного линейного закона Гука, который, при пренебрежении вкладом температурного расширения, имеет вид [3, 4]:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \cdot u_{kl} \tag{1.3}$$

здесь c_{ijkl} – компоненты тензора четвертого ранга, его еще называют тензором упругих констант (на практике компоненты этого тензора также именуют модулями упругости второго порядка).

Подставляя наше равенство (1.3) в уравнение Коши, то есть в уравнение движения для элемента объема твердого тела, имеем:

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \tag{1.4}$$

здесь ρ – плотность твердого тела, в результате получим волновое уравнение, то есть т. н. уравнение эластодинамики. Оно описывает распространение объемных акустических волн в кристаллах [2, 3, 7, 8]:

$$c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_e} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \tag{1.5}$$

Следует отметить, что в тензорных выражениях заданные индексы i, j, k, l могут принимать значения из множества {1, 2, 3} и в отношении них применимо правило суммирования по повторяющимся индексам [3].

В некоторых задачах акустики чтобы решить это уравнение прибегают к приближению плоской однородной гармонической волны. Оно в свою очередь, для материальной среды описывается полем вектора смещения [3, 4]:

$$u(r,t) = A \cdot \gamma \cdot \exp\left[i(qr - \omega t)\right], \tag{1.6}$$

здесь **γ** - единичный вектор поляризации, **A** - амплитуда колебания, $\bar{\kappa}$- единичный вектор волновой нормали, **q** - волновой вектор колебания.

Подставив выражение (1.6) в уравнение (1.5) и продифференцировав, получим такую систему алгебраических уравнений:

$$c_{ijkl}\kappa_j\kappa_k\gamma_l = \rho v^2\gamma_i\ , \tag{1.7}$$

или в матричном рассмотрении уравнения Грина-Кристоффеля:

$$(\Gamma_{ik} - \rho v^2\delta_{ik})\gamma_k = 0, \tag{1.8}$$

где выражение $\Gamma_{ik} = c_{ijkl}\kappa_i\kappa_k$ - тензор Кристоффеля второго ранга, v - фазовая скорость колебания, γ_k – компоненты единичного вектора поляризации, которые согласуются с условием $\gamma_i\gamma_k = 1$, а δ_{ik} – единичный тензор Кронекера.

При этом дисперсионное уравнение принимает вид [3, 4, 5]:

$$|\Gamma_{ik} - \rho v^2\delta_{ik}| = 0\ , \tag{1.9}$$

Согласно уравнению (1.8), свойства и симметрия тензора Кристоффеля определяют свойства акустических волн. Когда нет диссипации этот тензор вещественный, симметричный и положительно определенный. Собственные значения тензора Кристоффеля задают пространственный спектр скоростей акустических колебаний, а собственные векторы – поляризацию этих волн.

Выбирая указанные направления в кристалле, требуется найти такую подходящую комбинацию упругих постоянных c_{ijkl} в выражении для требуемых скоростей V_n, чтобы было возможно определить модуль и знак всех

постоянных c_{ijkl}. На практике такой выбор вероятен если исследовать кристаллы с высокой и средней классами симметрий.

К примеру, для семейства кристаллов с кубической симметрией упругие постоянные c_{11}, c_{12} и c_{44} для начала могут быть определены из измеренных значений продольных (V_L) и поперечных (V_S) скоростей звуковых волн при условии, что они распространяются вдоль осей симметрии 2-го порядка (например, ось [110]) и 4-го порядка (например, ось [100]). Затем эти значения используются для вычисления компонент тензора Кристоффеля и решения уравнения дисперсии в заданном направлении распространения акустического колебания.

Для того чтобы вычислить все компоненты тензора упругих модулей C_{ijkl} для кристаллов с произвольной симметрией используя характеристики распространения акустических колебаний в этих кристаллах, которые измеряются экспериментальным путем, приходится применять численные методы решения на вычислительных кластерах. Также требуется принимать во внимание и учитывать погрешности экспериментов для определения значений, которые используются в дальнейшем для разработки программы расчета.

§ 1.2. Влияние пьезоэффекта на упругие свойства кристаллов

Действительно, как уже было рассмотрено в предыдущих разделах, если в кристаллах нет центра симметрии, то это явный признак присутствия в них пьезоэффекта. Когда акустические колебания распространяются в таких телах, то вследствие этого порождаются особенности, некоторые из этих особенностей подробно рассмотрены в [3] и [4]. Исходя из этих исследований рассмотрим основные закономерности, которые описывают распространение акустических волн в кристаллах с пьезоэффектом.

Для изучения распространения акустических колебаний в почти статическом приближении в пьезоэлектрических кристаллах в пределах

имеющейся линейной теории, важным является рассмотрение решения связанной системы уравнений [3, 4] эластодинамики и электростатики:

$$1.\ \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \tag{1.10}$$

$$2.\ \sigma_{ik} = c_{iklm} \cdot \frac{\partial u_l}{\partial x_m} \tag{1.11}$$

$$3.\ \frac{\partial D_m}{\partial x_m} = 0 \tag{1.12}$$

$$4.\ D_m = \varepsilon_{mn} E_n \tag{1.13}$$

$$5.\ rot \cdot \boldsymbol{E} = 0 \tag{1.14}$$

в которых $\boldsymbol{D_m}$ - вектор электрической индукции, $\boldsymbol{E_n}$ – вектор напряженности электрического поля, ε_{mn} – компоненты тензора диэлектрической проницаемости.

Принимается что уравнения (1.11–1.14) тождественно удовлетворяются, если имеют место следующие равенства:

$$u_{lm} = \frac{\partial u_l}{\partial x_m} \text{ и } E = -grad\varphi$$

В кристаллах обладающих пьезоэффектом изменение электрического состояния приводит к тому, что меняется их механическое состояние, а также и наоборот. Такие изменения должны соответствовать каноническим уравнениям электростатики и уравнениям теории упругости. Если в нашем случае рассматривать электрическую энтальпию в качестве термодинамического потенциала [3, 5], то получаем следующую систему уравнений [3, 5]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{E,S} \cdot U_{ke} - e_{nij}^{S} E_n \tag{1.15}$$

$$\sigma_m = e_{mkl}^{S} \cdot U_{kl} + \varepsilon_{nij}^{S,U} \cdot E_n \tag{1.16}$$

здесь e_{mkl}^{S} - значения компонент тензора пьезоэлектрических коэффициентов.

Подставляя выражение (1.15) в (1.10), а выражение (1.16) в уравнение (1.12), мы получим новую систему уравнений, которую можно записать для плоских однородных волн смещений и потенциала, в виде:

$$U_j = A\gamma_j \exp[i(\omega t - \overrightarrow{qr})],$$

$$\varphi = A\varphi_0 \exp[i(\omega t - \overrightarrow{qr})]$$

и образует другую систему алгебраических уравнений:

$$\rho v^2 U_j = C_{ijkl}^E \kappa_i \kappa_l \cdot U_k + e_{ijk}\kappa_i \kappa_k \varphi \tag{1.17}$$

$$E_{mn}\kappa_m \kappa_n \varphi = e_{mkl}\kappa_m \kappa_l U_k$$

Далее исключая из нашей системы потенциал:

$$\varphi = \frac{e_{mkl}\kappa_m \kappa_l}{E_{mn}\kappa_m \kappa_l} U_k \tag{1.18}$$

получим т.н. «перенормированные» уравнения Грина-Кристоффеля [2, 3]:

$$(\Pi_{ik} - \delta_{ik}\rho v^2)\gamma_k = 0 \tag{1.19}$$

в которых стоит симметричный тензор Π_{ik} вместо тензора Кристоффеля Γ_{ik}

$$\Pi_{ik}^E = \Gamma_{ik}^E + \mathrm{K}_{ik}^E = \Gamma_{ik}^E + \frac{e_{kij}\kappa_j \kappa_k e_{mkl}\kappa_m \kappa_l}{\varepsilon_{mn}\kappa_m \kappa_n}, \tag{1.20}$$

Как уже упоминалось, в пьезоэлектрических кристаллах тензор упругих постоянных играет роль в определении скоростей и поляризации упругих волн, аналогично тензору Γ_{ik} в отсутствие пьезоэффекта. Однако представляется критически важным отметить, что свойства упругих колебаний не зависят от выбора координатной системы, и поэтому можно сформулировать следующее соотношение [3]:

$$\Pi_{ik} = \Pi_{ik}^E = \Pi_{ik}^D.$$

Полученные таким образом соотношения позволяют провести анализ связанных электроакустических волн в пьезоэлектриках. Исходя из условия $\mathrm{E} = -grad\,\varphi$ для плоских однородных волн получаем, что акустическая волна (при условии $e_{mkl} \neq 0$) может сопровождаться волной продольного электрического поля [2, 3]:

$$E_n = -\frac{e_{mkl}\kappa_m \kappa_l}{E_{mn}\kappa_m \kappa_l}\frac{\partial U_k}{\partial x_n}, \tag{1.21}$$

Достаточно просто и легко показать, что к волновой нормали упругой волны вектор $\boldsymbol{D}$ будет всегда перпендикулярен [3, 4]. Действительно, подставив выражение (1.21) в (1.16), получим, что скалярное произведение

$$D_m \kappa_m = q e_{mkl}\kappa_m \kappa_l U_k - q e_{mkl}\kappa_m \kappa_l U_k = 0$$

где q является модулем волнового вектора. Принимая во внимание, что

$$\overline{D} = \overline{E} + \overline{P}, \tag{1.22}$$

где $\overline{P}$ – вектор поляризации, в общем случае получим, что данные векторы определенным образом располагаются относительно волнового вектора $\boldsymbol{q}$.

Колебания, для которых условие $\overline{D} = 0$ правильно, принято называть *«продольно - пьезоактивными»*. Для этого случая скорости определяются модулями C_{ijkl}^{D}. Вследствие этого говорят об ужесточении кристалла, обусловленным пьезоэффектом. В другом случае, когда $\overline{E} = 0$, то есть упругая волна сопровождается волной электрической индукции, волны такого типа называются *«поперечно - пьезоактивными»*. Для них скорости определяются модулями C_{ijkl}^{E}.

Для того чтобы найти корректное решение задачи о распространении плоских акустических и электромагнитных колебаний в не имеющей границ пьезоэлектрической среде, надо найти совместное решение системы уравнений состояния для пьезоактивных кристаллов (1.15) и (1.16), включая уравнение движения (1.10), и сюда же отнести полную систему уравнений Максвелла. Данная система принимает вид [3, 4]:

$$1.\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \tag{1.23}$$

$$2.\ rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \qquad rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{1.24}$$

$$3.\ div\vec{D} = 0, \qquad div\vec{B} = 0 \tag{1.25}$$

$$4.\ \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} \tag{1.26}$$

$$5.\ \sigma_{ik} = C_{ijkl}U_{kl} - e_{nij}E_n \tag{1.27}$$

$$6.\ D_m = e_{mkl}U_{kl} - E_{mn}E_n \tag{1.28}$$

Подставив (1.27) в (1.23) и продифференцировав, получим

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = C_{ijkl}^{E} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_l \partial x_j} + e_{nij} \frac{\partial E_n}{\partial x_j}\ , \tag{1.29}$$

Из выражения (1.24) приходим к выводу волнового уравнения для электромагнитного колебания:

$$rot \cdot rot\vec{E} = \mu \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}, \tag{1.30}$$

которое для компоненты *m-го* порядка можно записать как:

$$\left(rot \cdot rot\vec{E}\right)_m = \frac{\partial^2 E_n}{\partial x_m \partial x_n} - \frac{\partial^2 E_m}{\partial x_n{}^2} = -\mu \frac{\partial^2 D_m}{\partial t^2}, \qquad (1.31)$$

Далее прибегая к подстановке в (1.31) значения D_m из (1.28), получаем:

$$\frac{\partial^2 E_n}{\partial x_m \partial x_n} - \frac{\partial^2 E_m}{\partial x_n^2} = -\mu_0 e_{mkl} \frac{\partial^3 U_k}{\partial x_e \partial t^2} + \mu_0 \varepsilon_{mn} \frac{\partial^2 E_n}{\partial t^2}, \qquad (1.32)$$

Применительно к случаю плоского гармонического колебания из уравнений (1.29) и (1.32) выводится система алгебраических уравнений относительно значений U_k и E_n:

$$(\Gamma_{ik} - \rho V^2 \delta_{ik}) U_k - \frac{i}{q} e_{mij} \kappa_j E_n = 0,$$

$$iqV^2 \mu_0 e_{mkl} \kappa_l U_k + (\kappa_m \kappa_n - \delta_{mn} + \mu_0 \varepsilon_{mn} V^2) E_n = 0 \qquad (1.33)$$

Для того чтобы разрешить систему уравнений (1.33) требуется приравнять к 0 ее детерминант. Из этого последует, что этот детерминант распадется на два других независимых для непьезоэлектрической среды:

$$Det(\Gamma_{ik} - \rho V^2 \delta_{ik}) = 0,$$

$$Det(\kappa_m \kappa_n - \delta_{mn} + \mu_0 \varepsilon_{mn} V^2) = 0 \qquad (1.34)$$

В системе (1.34) первый из детерминантов представляет уравнение Грина-Кристоффеля, а второй — это так называемое уравнение Френеля для скорости электромагнитных колебаний в среде.

§ 1.3. Эффекты, обусловленные упругой анизотропией кристаллов

Подробное описание проявлений упругой анизотропии в кристаллах для случая распространения плоских колебаний основано на работах, указанных в работах [7-12, 29]. Если рассматривать в линейном приближении тензор упругости c_{ijkl}, то он устанавливает связь между упругими напряжениями σ_{ij} и вызванными этими напряжениями деформациями u_{kl}. В текущем разделе мы будем отталкиваться от рассмотрения этого тензора в качестве строго вещественного, так как это описывается в большинстве источников литературы по теории акустике.

Тензор c_{ijkl} симметричен относительно перестановок пар индексов i, j и k, l, и относительно перестановок внутри каждой пары индексов. Количество независимых компонент для этого тензора в общем случае равно 21. Однако из-за определенной симметрии кристалла может быть значительно меньше независимых компонент, которые не равны нулю. Единичный вектор $\boldsymbol{n}$ является вектором, который задает направление распространения плоской акустической волны, то есть по сути это есть волновая нормаль. Она параллельна волновому вектору $\boldsymbol{q}$ и перпендикулярна фронту волны.

Уравнения Грина-Кристоффеля связывают компоненты вектора смещений $\boldsymbol{U}$ между собой. Эти уравнения выводятся в свою очередь из уравнений движения упругой анизотропной среды. Для упругой волны фазовую скорость можно определить путем нахождения значения нулевого детерминанта, который составляется из коэффициентов уравнений Грина-Кристоффеля. В общем случае принято считать, что в кристалле в выбранном произвольном направлении имеет место распространение трех акустических волн, у которых различные друг от друга фазовые скорости и векторы поляризации, и эти векторы поляризации взаимно перпендикулярны.

В литературе по теории акустики принимается и устанавливается приведенная ниже классификация акустических колебаний для кристаллов [30-32]:

- квазипродольная волна - для нее вектор колебательного смещения составляет наименьший угол с направлением распространения волны, то есть практически коллинеарен, обозначается QL;

- относительно двух других волн - их направления колебаний образуют углы близкие к 90 градусам к направлению их распространения, и они получили название квазипоперечных волн и обозначаются QT;

- в дополнение к классификации по направлению колебаний, эти волны зачастую подразделяются к тому же основываясь на фазовых скоростях на «быстрые» квазипоперечные волны, которые обозначаются FT, и

«медленные» поперечные волны, обозначение ST, однако если рассматривать строго, то это суждение о делении не является корректным [33].

Особые направления в кристаллах. В кристаллах выделяют особые направления, их принято называть поперечными, продольными нормалями и еще осями [34-36]. Продольная нормаль определяет такое направление, вдоль которого распространяется «чистая» продольная волна, то есть та, у которой вектор поляризации коллинеарен волновому вектору, а две другие волны обязательно являются поперечными. Что же касается поперечной нормали — это направление, вдоль которого имеет место распространение только «чистой» поперечной волны S, при этом поляризация двух других волн, квазипродольной и квазипоперечной, никак не выделяется геометрически. Еще стоит упомянуть о существовании акустических осей — это оси, вдоль которых значения скоростей квазипоперечных волн полностью совпадают.

Кроме волн с линейной поляризацией вдоль акустических осей может наблюдаться также распространение и колебаний с более сложным видом поляризации: циркулярно или эллиптически поляризованные волны. В таких колебаниях вектор смещения частиц в каждой точке пространства осуществляет вращение в плоскости колебаний, при этом визуально формируя круговую траекторию или эллиптическую. Эти волны как раз могут распространяться вдоль продольной акустической оси. Если рассматривать ситуацию, в которой вдоль акустической оси имеют место распространяться чистая продольная волна и с ней вместе большое количество чистых поперечных волн, то такое направление с описанным феноменом принято называть термином «продольная акустическая ось».

Механизм переноса энергии акустической волны в кристалле связан с тем, что поток энергии отклоняется от волновой нормали при распространении плоской волны в анизотропной среде. Вектор лучевой скорость $\boldsymbol{V}_{\mathbf{g}}$ совпадает с групповой скоростью, которая вводится если представлять акустический пучок как комбинацию ненамного отличающихся направлений волновых нормалей плоских колебаний.

Чтобы определить компоненты вектора лучевой скорости прибегают к следующему соотношению:

$$V_g = \frac{1}{\rho V} c_{ijkl} n_k u_j u_l, \tag{1.35}$$

Проекция вектора лучевой скорости V_g на направление волновой нормали n будет равна значению фазовой скорости волны V только в тех случаях, когда направление V_g совпадает с направлением волновой нормали. Такие направления называются направлениями чистых мод.

Внутренняя коническая рефракция наблюдается, когда акустическая волна распространяется вдоль акустической оси в заданном кристалле. Тогда в этом случае вектор лучевой скорости поперечных акустических волн отклоняется от направления волновой нормали, и направление отклонения всецело и полностью зависит только от поляризации волны. Когда же имеет место вращение вектора смещения частиц в плоскости поляризации, то соответствующий ему луч тоже испытывает поворотное движение и таким образом он визуально описывает «конус». Этот описанный лучом конус представляет собой геометрическое место всех возможных направлений потока энергии.

Примерами осей в которых наблюдается описанное явление могут быть оси симметрии третьего порядка в тригональных кристаллах и направление [111] в кубических кристаллах вдоль диагонали куба (тоже ось симметрии 3-го порядка). Отклонение лучей от акустической оси общепринято и правильно характеризовать так называемым углом внутренней конической рефракции, значение которого может быть достаточно большим во многих кристаллах. Например, величина этого угла составляет около 30° для кальцита ($CaCO_3$), около 17° для кварца (SiO_2), около 10° для поваренной соли (NaCl) и около 8° для ниобата лития ($LiNbO_3$).

Для того чтобы определить **как пьезоэффект влияет на скорость распространения акустической волны в кристалле** необходимо это выразить константой электромеханической связи ***K***, которая возводится во

вторую степень. Константа электромеханической связи в пьезокристаллах анизотропна и увеличивает анизотропию их акустических свойств. Имеются также непьезоактивные направления, для которых влияние пьезоэффекта отсутствует, так как эта константа равна нулю.

Отражение и преломление упругих колебаний на границе раздела кристаллических сред отличается от аналогичных феноменов для изотропных сред и усложняется тем, что кристаллы анизотропны. Для определения направлений волновых нормалей отраженной волны и преломленной волны используется известный закон Снелля, аналогично изотропной среде. Однако, из-за того, что фазовая скорость всецело зависит от направления волновой нормали, не наблюдается простое известное соотношение физики, которое гласит: «угол падения равен углу отражения», которое всегда характерно и нормально для любой изотропной среды. Напротив, при достижении определенного угла падения возникает интересное явление, когда оба угла: угол отражения и угол преломления акустических колебаний, всецело испытывают зависимость от ориентации, которая характеризует границу раздела двух сред относительно вышеупомянутых кристаллографических осей.

Также если рассматривать затухание акустических колебаний в кристалле, то общее затухание продольных и поперечных акустических волн наблюдается именно в результате рассеяния звуковой волны на микроскопических неоднородностях и целом спектре специфических механизмов, и это всецело связано с интеракцией акустических колебаний с другими возбуждениями в кристалле, смотреть работы [37, 46–47]. В следующем разделе подробно рассмотрим эти механизмы.

§ 1.4. Обзор механизмов затухания акустических волн в сегнетоэлектрических и диэлектрических кристаллах

В данном разделе представлен краткий обзор механизмов, отвечающих за затухание акустических волн в диэлектрических и сегнетоэлектрических кристаллах, которые включают исследованные в работе кристаллы. Особое внимание уделяется фонон-фононному механизму Ахиезера, а также влиянию некоторых точечных дефектов на акустическое затухание. Также описывается механизм, который непосредственно связан с существенным вкладом диэлектрических потерь в природу затухания акустических колебаний в пьезоактивных кристаллах, вследствие прямого воздействия на упругие диполи поляризационной волны, которая сопровождает при распространении пьезоактивную акустическую волну. Это взаимодействие может быть причиной дополнительного затухания акустической волны.

§ 1.4.1. Фонон-фононные процессы взаимодействия

Ахиезер впервые нашел решение для задачи о взаимодействии акустических колебаний с тепловыми фононами для условия $\Omega \cdot \tau \ll 1$ [48] применив кинетическое уравнение Больцмана. В последствии эта теория получила название затухания по механизму Ахиезера и дальше развивалась в [37, 53–54].

В кристалле акустическая волна может рассматриваться как поле, возмущающее извне. Это поле приводит к тому, что изменяются частоты тепловых фононов [37]:

$$\omega(\vec{k}, j) = \omega_0(\vec{k}, j) \cdot \left[1 - \gamma_{ik}(\vec{k}, j) \cdot U_{ik}\right] \tag{1.36}$$

при этом имеет место следующее выражение:

$$\gamma_{ik}(\vec{k}, j) = -(1/\omega_0(\vec{k}, j)) \cdot \left[\partial\omega(\vec{k}, j)/\partial U_{ik}\right] \cdot U_{ik} = 0$$

В этом выражении значение $\gamma_{ik}(\vec{k}, j)$ принято называть коэффициентами Грюнайзена (или еще это именуют константой ангармонизма) для заданной

волны $(\vec{k}, j)$. Остальные значения — это векторы k, j - соответственно волновой вектор и вектор поляризации тепловых фононов, функция $\omega_0(\vec{k}, j)$ - частота фононной моды при том, что выполняется условие, при котором не наблюдается присутствие акустической волны, величины U_{ik} - компонента тензора деформации, которая имеет место и существует в акустической волне рассматриваемой в исследовании:

$$U_i \sim \exp[i \cdot (\Omega t - \vec{q}\vec{r})]$$

При изменении значения частоты наблюдается отклонение функций распределения тепловых фононов (k, j), которое различается для разных ветвей фононов, от их величины $n_0[\omega_0(k, j)]$, которая является равновесной и может в принципе существовать если выполняется условие отсутствия упругого колебания, то есть следующее:

$$n(\vec{\mathrm{k}}, \mathrm{j}) = \mathrm{n}_0 \cdot \left[\omega_0(\vec{k}, j)\right] + \Delta n(\vec{k}, j)$$

— данное выражение на самом деле описывает обычную функцию распределения Бозе - Эйнштейна для фононов при определенном значении температуры T.

В результате столкновений фононов с другими фононами происходит релаксация отклонений, вследствие чего возрастает энтропия кристалла, и наблюдаются возникающие необратимые потери энергии упругой волны, что по своей природе и является причиной, по которой происходит затухания упругих волн.

Ученые Вудруф и Эренрейх [57] в своих работах использовали полную форму уравнения Больцмана. Она в свою очередь включает производную распределения тепловых фононов по времени, и в соответствии с этой полной формой вывели следующее выражение для затухания упругих волн:

$$\alpha = \beta \cdot (\Omega^2 \cdot T / \rho \cdot V^2) \sum_{\vec{k}, j} c(\vec{k}, j) \cdot \tau(\vec{k}, j) \cdot \gamma^2(\vec{k}, j), \qquad (1.37)$$

здесь коэффициент β - значение численного множителя порядка единицы, а уже его величина зависит непосредственно от того какого вида наблюдается

локальное равновесное распределение тепловых фононов, символы Ω и V обозначают частоту и скорость акустических колебаний в материале, а функция $C(k,j)$ выражает теплоемкость заданной фононной ветви *(k, j)*.

Однако вследствие того, что отсутствуют требуемые знания о характеристиках, которые описывают фононный спектр $\tau, \gamma, C(k,j)$ мы не можем использовать приведенное выше выражение с целью оценки величины и температурной зависимости затухания колебаний.

И именно по этой причине используют целый ряд приближений, чтобы иметь возможность проанализировать экспериментально полученный ряд результатов. Можно определить общую для всех приближенных методов расчета коэффициента затухания гипотезу, которая гласит что, акустическое затухание вполне реально и достаточно описывать эффективным временем релаксации. Это время принимают равным или близким по величине времени релаксации тепловых фононов τ_{Φ}, и его можно определить из стандартного выражения для теплопроводности χ:

$$\chi = \frac{1}{3}(c_V \cdot V_D^2 \cdot \tau_{\phi}), \tag{1.38}$$

здесь значение C_V коэффициент теплоемкости единицы объема кристалла, параметр V_D значение средней скорости тепловых фононов в приближении Дебая.

Далее приняв, что (3.3) имеет место и пренебрегая численным коэффициентом единичного порядка β, выражение (3.2) записывается в следующем виде:

$$\alpha = \langle \gamma^2 \rangle \cdot \frac{\chi \cdot T \cdot \Omega^2}{\rho \cdot V^2 \cdot V_D^2} \ , \tag{1.39}$$

где $\langle \gamma^2 \rangle$, которая является эффективной константой фонон-фононного взаимодействия, приравнивается к значению:

$$< \gamma^2 > = \sum_{\vec{k},j} \gamma^2(\vec{k}, j) \cdot C(\vec{k}, j) / C_V$$

и это далее можно рассматривать как варьируемый параметр. Его определяют с помощью метода приравнивания значений экспериментально полученных и

рассчитанных коэффициентов затуханий при какой-то заданной температуре. В приближенных методах расчетов затухания сравнивая теоретические данные с экспериментом довольно часто используется это допущение о времени релаксации.

Метод Мэзона (ММ) [58] является одним из таких методов приближенного расчета. ММ допускает, что тепловая энергия в природе является одинаковой для всех возможных фононных мод и используя выражение $E_t = CTF/n$, Мезон получил в результате вычислений и выводов такую формулу для коэффициента затухания:

$$\alpha = \beta \cdot (\Omega^2 \cdot \tau_\Phi / \rho \cdot V_D^2) \cdot C \cdot T \cdot F \cdot n^{-1} \sum_{r=1}^{n} (\gamma_{ik}^r)^2 \ , \qquad (1.40)$$

В приведенном им выражении коэффициент n показывает количество рассматриваемых мод, которое реальных условиях принимают n=39, что будет уже соответствовать количеству равному d=13 чистым направлениям (d – количество направлений) в исследуемом кубическом кристалле. Что же касается функции F так это в случае ММ медленно меняющаяся функция температуры, которая принимает значение 1/4 при условии T=0º и соответственно F=1, в случае { T >> Тд },где значение $T_д$ это температура Дебая.

Для вычисления коэффициентов Грюнайзена в общем случае правильно использовать упругие константы 2-го и 3-го порядков:

$$\gamma_{ik}^r = \gamma_i \gamma_k + (\kappa_m \kappa_n / 2 \cdot C_{eff}) \cdot (C_{ikmn} + C_{ikmnpq} \kappa_p \kappa_q) \cdot C_{eff} \qquad (1.41)$$

здесь переменная γ - направляющие косинусы вектора смещения частиц, переменная к - направляющие косинусы волнового вектора, C_{ikmn}, C_{ikmpnq} - компоненты тензора упругих постоянных второго и третьего порядка соответственно, а C_{eff} – эффективная упругая постоянная. Значение C_{eff} легко вычисляется по формуле:

$$C_{eff} = C_{mnpq} \cdot \kappa_m \kappa_m \cdot \gamma_p \cdot \gamma_q, \qquad (1.42)$$

Индексы m, n, p, q – всегда относят к фононной ветви, а индексы i и k относятся непосредственно к акустической волне, и также присутствующий индекс r обозначает саму заданную фононную ветвь $(\vec{k}, j)$.

Из цикла большого количества теоретических работ, которые посвящаются феномену затуханию звуковых волн в чистых и примесных диэлектрических кристаллах, необходимо выделить и подчеркнуть важность работы Логачева [61]. В ней подчеркивается, что вычисление констант Грюнайзена γ_{ik} через упругие константы, не учитывая их дисперсию не является достаточным и удовлетворительным. В работе Логачева выражение для затухания упругих волн для области $\Omega \cdot \tau \ll 1$ автор получил, принимая во внимание условие, что рассматривалась также и скорость генерации энтропии. Также он впервые показал, что представляется возможным выразить коэффициенты затухания в этой исследуемой области через мнимые и действительные части упругих постоянных:

$$\alpha = \frac{\Omega}{2} \cdot \frac{\operatorname{Im} c_{эфф}}{\operatorname{Re} c_{эфф}} \quad , \tag{1.43}$$

в котором мнимую часть эффективной упругой постоянной $\mathrm{ImC_{eff}}$ можно определить по формуле (1.42), а дальше действительные компоненты $\mathrm{ReC_{эфф}}$ необходимо заменить на соответствующие им мнимые.

Следовательно, в [53] представлено, что затухание волн любых направлений распространения и поляризации в кубическом кристалле полностью определяются тремя мнимыми частями у трех упругих постоянных и должны удовлетворять определенным соотношениям. Например, следующее соотношение должно выполняться для кубических кристаллов [62]:

$$\operatorname{Im}(C_{11} + 2C_{12}) > 0$$

В частности, откуда и получается, после рассмотрения, соотношение между коэффициентами затухания поперечного звука вдоль [110] с

поляризацией [110] ($\alpha_{[110]-[1\bar{1}0]}$) и продольного звука вдоль [100] ($\alpha_{[100]-[\bar{1}00]}$) в следующем виде:

$$\frac{\alpha_{[110]-[110]}}{\alpha_{[100]-[100]}} = \frac{\mathrm{Im}(C_{11} - C_{12}) \cdot C_{11}}{\mathrm{Im}\, C_{11} \cdot (C_{11} - C_{12})} < \frac{3 \cdot C_{11}}{2 \cdot (C_{11} - C_{12})} \tag{1.44}$$

Среди исследований, которые проводились по тематике затухания акустических колебаний в кубических кристаллах по механизму Ландау-Румера при условии $\Omega \cdot \tau \gg 1$ особенно стоит подчеркнуть и отметить значимость цикла работ Кулеевых [63-68]. Свои труды эти авторы посвятили исследованию явления релаксации продольных фононов, а также явлению поглощения ультразвука в кристаллах с кубической симметрией с отрицательным и положительным характером анизотропии, в отношении модулей упругости второго порядка.

Они представили в своих исследования, что кубические кристаллы могут быть классифицированы совершенно отличным способом, то есть их можно поделить на кристаллы с отрицательной анизотропией упругих модулей второго порядка и кристаллы с положительной анизотропией этих модулей. В отношении этих двух видов кристаллов вид спектра колебательных ветвей качественно различается. В экспериментах, проведённых нами, область температур и частот такая, что не соблюдается условие Ландау-Румера (условие $\Omega\tau \gg 1$) и вышеописанный механизм Ахиезера является основополагающим фактором фонон-фононного механизма затухания акустических волн.

§ 1.4.2. Влияние присутствующих в кристаллах примесей на фонон-фононные взаимодействия

Теоретическое рассмотрение природы затухания продольных и поперечных упругих колебаний наглядно и подробно приведено в работе [37] для кристаллов с примесями при условии $\Omega \cdot \tau \ll 1$. В ней отображается, что

для кристаллов с наличием примесей следует принимать следующее равенство:

$$\tau = (\tau_i^{-1}(k_T) + \tau_l^{-1}(k_T))^{-1},$$

где τ_i - это время релаксации, связанное с неупругим рассеянием по фонон-фононному механизму, τ_l – также величина времени релаксации**,** но ее значение связано с упругим рассеянием на примесях, а k_T - волновой вектор тепловых фононов.

Если выполняется условие, при котором соотношение между указанными временами релаксации $\tau_i <= \tau_l(k_T)$, следовательно получаем, что выражением (3.2) определяет затухание поперечных упругих волн, однако вместо времени τ (для чистого кристалла) необходимо использовать $\tau = (\tau_i + \tau_l)^{-1}$.

В результате получится, что изменение затухания в примесных кристаллах для поперечных упругих волн полностью и целиком определяется изменением τ. Выражение для затухания продольных волн при таком раскладе соотношений между значениями времен релаксаций в результате дальнейших исследований было получено для 2-х существующих предельных случаев. В первом таком случае, когда вышеприведенные коэффициенты Грюнайзена могут зависеть исключительно от направления волнового вектора фонона (то самое приближение, которое используется Мэзоном), то есть $\gamma = \gamma(q/q)$, но в то же время эти коэффициенты не зависят от значения частоты ω, а решеточная часть коэффициента затухания для продольных волн примет вид:

$$\alpha_L \approx \sum_{\bar{k},j} C \cdot \tau \cdot (\gamma - \bar{\gamma})^2 \qquad (1.45)$$

здесь

$$\bar{\gamma} = \frac{\sum_{k,j} C \cdot \gamma}{\sum_{k,j} C},$$

$$\tau = (\tau_i^{-1} + \tau_1^{-1})^{-1}$$

В рассмотрении другого предельного случая, который характеризует то состояние, когда все коэффициенты Грюнайзена зависят целиком от частоты и абсолютно никак не зависят от поляризации фонона и направления волнового вектора, получим:

$$\alpha_L \approx \sum_{\vec{k},j} C \cdot \tau_i \cdot (\gamma - \bar{\gamma})^2 \qquad (1.46)$$

В результате, теперь, в данное уравнение для затухания входит только переменная τ_i, то есть время релаксации, которое связано с неупругим фонон-фононным рассеянием. Из нашего выражения (1.46) следует, что при введении примесей в кристалл решеточная часть затухания продольных акустических волн не меняется.

Следовательно, коэффициент затухания продольного звука в кристалле с наличием примесей может быть использован в качестве своеобразного теста или пробы с целью выяснения того факта, что допускается ли вообще рассчет методом Мэзона коэффициента затухания в условно чистом кристалле, то есть без присутствия искуственно введенных примесей.

§ 1.4.3. Фонон-дипольное взаимодействие в пьезоэлектрических кристаллах

Известным в науке фактом является, то, что распространение пьезоактивных акустических колебаний в кристаллах пьезоэлектриках всегда сопровождается пьезоэлектрической поляризацией [3]. Как правило для таких волн возможна дисперсия скорости, и также дополнительное затухание, которое обуславливается диэлектрическими потерями и электропроводностью кристалла. Приведенный механизм затухания акустических волн был впервые рассмотрен Шапошниковым [34].

В его работе было показано, что, создаваемое механизмом взаимодействия фононов с диполями (так называемое фонон-дипольное взаимодействие), существенное влияние диэлектрических потерь на затухание

звука может также заметно проявляться и в любых пьезоактивных средах, в которых значения коэффициентов электромеханической связи существенно велики. Этот механизм, непосредственно воздействует на упругие диполи поляризационной волны, а она всегда сопровождает пьезоактивную звуковую волну, соответственно это явление в результате приводит к возникающему дополнительному затуханию звука.

Если подставить рассмотренные в 1-й главе уравнения (1.15) и (1.16) в вышеприведенные уравнения (1.10) и (1.12), то в результате выводится система уравнений, которая непосредственно описывает распространение звука в пьезоактивном кристалле [4]:

$$C_{ijkl}\frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_e} + e_{nij}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n \partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \tag{1.47}$$

$$e_{mkl}\cdot\frac{\partial^2 U_k}{\partial x_m \partial xl} - \varepsilon_{mn}\cdot\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_m \partial x_n} = 0 \tag{1.48}$$

где e_{mkl} - компоненты тензора пьезоэлектрических коэффициентов, величина U_i - компоненты вектора смещений, переменная φ - значение потенциала переменного электрическое поле, которое, в свою очередь, появляется при распространении звука, $C_{ijkl}=C_{ijkl} + iC_{ijkl}$ - выражение для компонентов комплексного тензора упругих постоянных, и, наконец, $\varepsilon_{mn} = \varepsilon_{mn} - i\varepsilon_{mn}$ - выражение для компонентов комплексного тензора диэлектрических постоянных.

Если принять как решение для указанной системы уравнений следующую плоскую затухающую волну:

$$\vec{U}(\vec{r},t) = \vec{U}_0 \cdot e^{-\alpha\cdot t} \cdot e^{i(\omega\cdot t - \vec{q}\cdot\vec{r})} \tag{1.49}$$

то получим, несколько выражений: обычное уравнение Кристоффеля с учетом пьезоэффект и еще два - выражения, которые непосредственно определяют природу затухание звука в пьезоэлектрических кристаллах [50]:

$$\alpha = \frac{1}{2}\cdot\Omega\cdot\frac{C''_{эфф}}{C'_{эфф}} \tag{1.50}$$

$$C'_{эфф} = C'_{ijkl} \cdot \kappa_j \kappa_l \gamma_i \gamma_k + \frac{(e_{nij} \cdot \kappa_n \kappa_j \gamma_i)^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{rs} \kappa_r \kappa_s} \quad (1.51)$$

$$C''_{эфф} = C''_{ijkl} \cdot \kappa_j \kappa_l \gamma_i \gamma_k + \frac{(e_{nij} \cdot \kappa_n \kappa_j \gamma_i) \cdot (e_{mkl} \kappa_m \kappa_l \gamma_k)}{\varepsilon_0 \varepsilon_{rs} \kappa_r \kappa_s} \cdot tg\delta_{mn} \cdot \kappa_m \kappa_n \quad (1.52)$$

Для равенств (1.51) и (1.52) переменные ω— круговая частота, значение V - фазовая скорость, вектор q - волновой вектор акустической волны, а константа ε_o — электрическая постоянная, что касается $tg\delta_{mn}$ – это выражение компоненты тангенса диэлектрических потерь.

В заключение, из выражения (1.52) можно сделать вывод, что действительно диэлектрические потери потенциально вносят серьезный и заметный вклад в механизм затухания пьезоактивных звуковых волн, распространяющихся в пьезоэлектрических кристаллах. Так для области, в которой всегда выполняется условие $tg\delta \ll 1$, значение диэлектрических потерь всегда растет, прямо пропорционально частоте колебаний, то соответственно механизм затухания, который рассматривался в данном разделе для звуковых волн в итоге результирует в квадратичной зависимости поглощения от частоты колебания волны, так же как и механизм Ахиезера.

§ 1.5. Описание анизотропии упругих свойств кристаллов характеристическими поверхностями

Используя уравнения (1.50), (1.51) и (1.52) приведенные в предыдущем разделе можно наглядно представить анизотропию скорости распространения и коэффициента затухания акустических волн в кристаллах используя особые характеристические поверхности или их различные сечения определенными кристаллографическими плоскостями.

Например, представляется возможным отображение такой зависимости скоростей акустических волн с помощью виртуальной поверхности, образованной концами векторов фазовых скоростей звука в разных направлениях его распространения в кристалле [31]. В ходе использования

метода характеристических поверхностей и их сечений исследователь может обратить внимание на тот факт, что поверхность фазовых скоростей звука визуально делится на три концентрические фигуры, и каждая из них соответствует определенному типу акустических колебаний. Радиальная фигура, связанная с квазипродольными колебаниями, не пересекается с другими, соответствующими квазипоперечным колебаниями, и они никогда не имеют с ними общих точек.

Полости, которые связывают с квазипоперечными звуковыми волнами, иногда могут пересекаться, а порой даже как бы «касаться» друг друга в некоторых определенных точках или вдоль каких-то воображаемых линий. Эти общие точки, где наблюдается описанные феномены, определяют направления акустических осей в исследуемом образце. Форма поверхности скоростей всегда соответствует симметрии упругих свойств кристалла, что также включает в себя наличие осей симметрии и ее плоскостей. Поверхности скоростей в кристаллах представляют собой сложные геометрические тела, порой настолько, что традиционно принято использовать сечения этих поверхностей плоскостями, которые как раз и имеют прямую связь с элементами симметрии кристаллического образца.

В качестве наглядного демонстрационного примера на рисунке 1.1, представлен график изменения фазовой скорости для группы продольных (красная) и поперечных (зеленая и синяя) звуковых колебаний для кристаллов BGO в плоскости (100) из источника [32]. График демонстрирует наибольшее значение анизотропии у «быстрых» поперечных волн, у этих колебаний вектор поляризации всегда расположен в этой же плоскости, где они распространяются.

Аналогично с отображением анизотропии скоростей звука с помощью характеристических поверхностей удобно использовать этот метод для отображения похожих демонстраций для коэффициента затухания. Такой подход уж предлагали в работе [5,6], в ней велось рассмотрение анизотропии коэффициента затухания звука в кристаллах MgO и LiNbO.

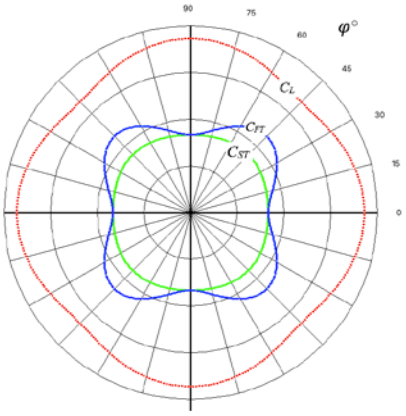


Рис. 1.1. График анизотропии групп фазовых скоростей продольных и поперечных звуковых волн в плоскости (100) на примере кристалла $Bi_{12}GeO_{20}$ [36]

В тех изложениях соответствующие исследования в кристаллах проводились на основании исследовательской работы [61], в ней же и было получено выражение уже для коэффициента затухания акустических волн при условии $\omega\tau \ll 1$ во время рассмотрения скорости генерации энтропии.

В то же время было представлено, что акустическое затухание в той самой области можно выразить через компоненты действительной и мнимой частей комплексной эффективной упругой постоянной. Это выражение согласно работе [53] записывается в следующем виде:

$$\alpha = \frac{1}{2}\omega\frac{c''_{eff}}{c'_{eff}}, \tag{1.53}$$

где ω - круговая частота исследуемого акустического колебания, а части выражения для действительной и мнимой эффективных упругих констант очень просто можно вычислить прибегая к сверткам:

$$c'_{eff} = c'_{ijkl}\kappa_j\kappa_l\gamma_i\gamma_k, \tag{1.54}$$

$$c''_{eff} = c''_{ijkl}\kappa_j\kappa_l\gamma_i\gamma_k, \tag{1.55}$$

где κ_j и γ_I –компоненты волновой нормали $\boldsymbol{\kappa}$ и значения вектора поляризации $\boldsymbol{\gamma}$.

Свойства симметрии (определяются симметрией кристалла) и количество независимых компонент c''_{ijkl} у мнимой части тензора упругих констант в результате получаются точно такие же, как у данной действительной части тензора упругих постоянных c'_{ijkl}, с помощью которой впоследствии проводят анализ ориентационных зависимостей фазовых и групповых скоростей акустических волн в кристаллах [8–11].

Используя уравнение (1.53) представляется возможным вычисление коэффициента затухания звука в кристалле для любого произвольно выбранного направления волнового вектора. Эти самые направления впоследствии входят в состав выражений для эффективных упругих модулей c'_{eff} (действительный) и c''_{eff} (мнимый). У данных модулей общий вид определяется не только симметрией кристалла, а также и направляющими косинусами волновой нормали $\boldsymbol{\kappa}$ и единичного вектора поляризации $\boldsymbol{\gamma}$.

В частности, для кристаллов парателлурита (точечная группа симметрии 422) помимо того, что требуется определить 6 действительных ($\mathrm{ReC_{eff}}$) упругих коэффициентов, еще к этому должны быть расчитаны 6 независимых компонент мнимой части ($\mathrm{ImC_{eff}}$) для комплексного тензора упругих коэффициентов, а это: c''_{11}, c''_{12}, c''_{13}, c''_{33}, c''_{44}, c''_{66}.

Выводы по первой главе

Из вышесказанного следуют основные задачи исследования:

- Усовершенствовать импульсно-интерференционный метод измерения характеристик распространения акустических волн и использования его для прецизионного определения скорости акустической волны.
- Экспериментально определить значения скорости и затухания акустических волн вдоль осей симметрии в кристаллах парателлурита и силиката и германата висмута в гиперзвуковом диапазоне частот и выявить основные механизмы затухания акустических волн в них.

- Установить механизмы затухания высокочастотных акустических волн в кристаллах парателлурита и силиката и германата висмута, включая влияние диэлектрических потерь на величину коэффициента затухания пьезоактивных акустических волн в кубических кристаллах, вывести формулы, позволяющие проводить анализ анизотропии упругих свойств кристаллов кубической симметрии.
- Определить действительные и мнимые компоненты тензора упругих постоянных этих кристаллов на основе экспериментальных значений скорости и коэффициента затухания акустических волн вдоль направлений симметрии.
- Изучить анизотропию затухания продольных и поперечных акустических волн в наиболее важных кристаллографических плоскостях и направлениях, установить характер и степень анизотропии в виде характеристических поверхностей акустического затухания в указанных кристаллах.
- Выявить закономерности изменения скорости и затухания акустических волн при малых отклонениях направления их распространения от осей симметрии в кристаллах парателлурита.
- По аналогии с параметром анизотропии по действительным упругим постоянным ввести и определить параметр анизотропии по мнимым упругим постоянным в кубических кристаллах силиката и германата висмута основе действительных и мнимых компонент тензора упругих постоянных этих кристаллов.

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ УСТАНОВКИ

§ 2.1. Общее описание характеристики методов исследования акустических волн в анизотропных средах

Для того чтобы изучать анизотропию упругих свойств кристаллов обязательно знать и иметь в распоряжении полную матрицу его упругих модулей второго порядка, которая включает действительные и мнимые компоненты. Исходя из этого первоначальным требованием является определение фазовых скоростей и коэффициентов затухания достаточного набора неэквивалентных звуковых волн. В науке существуют различные методы, позволяющие решать такую задачу, их можно поделить на две основные категории: акустические и оптические.

Самое широкое применение среди известных акустических методов получили разные версии и вариации ультразвуковых импульсных методов. Эти методы основываются на определении времени прохождения акустического сигнала по определенному направлению внутри кристалла и измерении изменения уровня его амплитуды [2-7]. Они могут несколько ограничивать точность измерения скоростей и коэффициентов затухания, но в то же время представляются простейшими методами для исследования упругих свойств целой группы различных материалов.

Также для определения упругих констант кристаллов применяются т. н. интерферометрические (импульсно-фазовые) методы. В этих методах используют интерференцию волн, отраженных внутри образца и с помощью регулирования частоты колебаний, которые заполняют зондирующий импульс, достигается квазирезонанс. Что касается точности относительных измерений в перечисленных выше методах – она на практике достигает величин порядка около 10^{-6} – 10^{-7}. А если говорить о точности абсолютных измерений значений скоростей звука, то на практике она обычно не превышает порядков 10^{-3} – 10^{-4}. Связано это с тем, что качеством изготовления образцов

может быть разным и также используемых пьезопреобразователей, и также связано с расходимостью акустического пучка [61].

В пьезокристаллических средах широко применяется всеми известный резонансный метод измерения скорости звука, работающий по принципу достижении резонанса в плоском конденсаторе. Измерения частоты резонанса и антирезонанса, соответствующих различным модам колебаний пьезоэлектрических резонаторов, позволяют определить значения упругих и пьезоэлектрических модулей [2, 3]. В данном методе необходимо проводить измерения на очень высоких гармониках, дабы максимально уменьшить влияние сложных краевых эффектов, и еще этот метод позволяет экспериментально измерить скорости ультразвука только для пьезоактивных мод колебаний.

Оптические методы, включающие методы оптического зондирования, представляют следующую группу экспериментальных методов. Они основываются на феномене дифракции света, который наблюдается при изменении величины показателя преломления среды под воздействием на эту среду акустического колебания [26, 58, 69–77]. Для определения упругих и фотоупругих констант используются различные оптические методы, включая метод Шеффера-Бергмана [29], методы дифракции Рамана-Ната и Брэгговской дифракции света на ультразвуковых волнах [30-32], метод рассеяния Мандельштама-Бриллюэна на тепловых фононах [33] и метод оптического гетеродинирования [34].

Далее будут подробно описаны две экспериментальные установки, на которых производились измерения и исследования для данной работы: акустооптическая измерительная установка и импульсно-интерференционная измерительная система.

§ 2.2. Основные закономерности акустооптического взаимодействия в кристаллах

Акустооптическое взаимодействие, которое предсказали независимо друг от друга Бриллюэн и Мандельштам [58, 77], представляет собой взаимодействие света с акустическими волнами. Качественно суть этого явление можно объяснить тем, что при распространении акустического колебания в плотной среде возникают своеобразные локальные области сжатия и разряжения. Эффект фотоупругости совместно с возникшим механическим напряжением становится причиной изменения диэлектрической проницаемости среды и, вследствие этого изменяется показатель ее преломления. В результате возникают два известных режима дифракции с различными спектрами: режим Рамана-Ната и режим дифракции Брэгга.

В случае, когда наблюдают картину дифракционного спектра, который состоит из 2-х максимумов m=0 и m=1 (как на рис. 2.1), говорят о возникновении дифракции Брэгга:

$$sin\theta_m = m \cdot \lambda / \Lambda, \text{т} = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \quad (2.1)$$

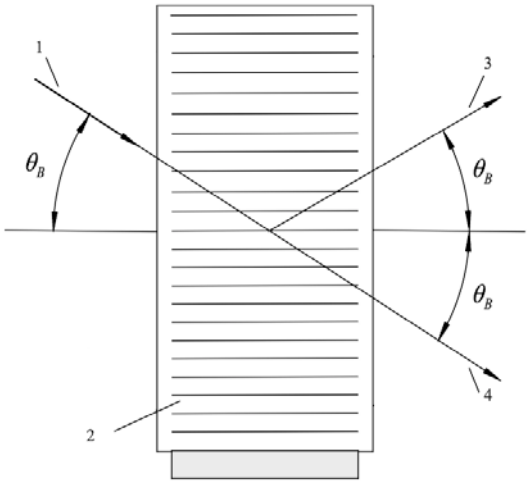
здесь θ_m — величина углового направления на дифракционный максимум m-го порядка, значение λ — длина волны света в веществе, величина Λ - длина акустической волны.

При этом феномене дифракционные максимумы -1 и высших порядков полностью отсутствуют. Если луч света будет падать под определенным углом к волновому фронту акустической волны, в этом случае выполняется т.н. условие Брэгга:

$$\sin \theta_B = {}^{\lambda}/_{2\Lambda} \quad (2.2)$$

И в данном случае значение интенсивности 1-го максимума будет максимально возможной. Угол θ_B, который определяется с помощью выражения (2.10), называется непосредственно углом Брэгга. Явление дифракции Брэгга возникает на очень высоких ультразвуковых или

гиперзвуковых частотах если выполняется условие, что длина взаимодействия луча света с звуковой волной значительно большая.



1 - падающий луч; 3 - дифрагированный луч;

2 – акустическая волна; 4 - прошедший луч.

Рис. 2.1. Схематическое изображение режима дифракции Брэгга

Физически разъяснение применимое к двух различных типов дифракции света имеет свои особенности. В области перехода между режимами Рамана-Ната и Брэгга, если луч света падает на кристалл под углом Брэгга, то кроме основного 1-го максимума (или Брэгговского), можно наблюдать и другие дополнительные максимумы высших порядков. Интенсивности этих максимумов распределяются асимметрично, при этом первый максимум (Брэгговский) имеет наибольшую интенсивность. Важно отметить, что при существенно большой глубине звукового поля и на достаточно высоких частотах акустооптическое взаимодействие целиком и полностью представляется в объемном виде.

Безразмерный параметр Q является критерием, который разграничивает оба типа дифракции [65]:

$$Q = 2\pi L\lambda / \Lambda^2, \tag{2.3}$$

здесь L — длина столба звука.

При Q<<l наблюдается режим Рамана – Ната, при Q>>1 имеет место дифракция Брэгга, а оставшиеся значения Q ≅ 1 соответствуют вышеупомянутой переходной области.

В свою очередь нужно отметить, что большая часть акустооптических приборов работает именно в режиме дифракции Брэгга. И именно этот режим выступает в роли основного инструмента и средства исследования в данной работе, и, в связи с этим, рассмотрим его ниже детально.

В [61, 62] приведено подробное решение для волнового уравнения в режиме дифракции Брэгга на акустической волне. Режим Брэгга был рассмотрен вместе с пренебрежением полей всех дифракционных порядков кроме 1-го и 0-го, а также при таком приближении, при котором в возмущенной среде для плоскости (001) имеют место только две волны: падающая $W_0(z)$ и дифрагированная $W_1(z)$ волны. В результате было получено дифференциальное уравнение для режима Брэгговской дифракции и также его решение для случая, который соответствует дифракционному порядку m=1. При этом обязательно амплитуда акустической волны по условию постоянна, и помимо этого отличается от 0 лишь только в области ширины звукового пучка L $(-L/2 < z < L/2)$ и в предположении, что в процессе дифракции отклоняется настолько малая часть интенсивности падающего светового луча, что ею можно пренебречь, т.е. $I_1 \ll I_0$.

Из [61] и [62] следует, что величина интенсивности дифрагированного луча зависит всецело от того как изменяются 2 параметра: диэлектрическая проницаемость $\Delta\varepsilon$ и угол падения θ. В случае когда луча света будет падать под определенным углом (Брэгга): $\theta = \theta_Б$, то максимальное значение величины интенсивности луча света, дифрагированного в первый порядок, определяется соотношением:

$$\frac{I_{1макс}}{I_0} = \left(\frac{1}{4}\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_0}\frac{kL}{\cos\theta}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_0}\frac{\pi\cdot n\cdot L}{\lambda_0\cdot\cos\theta_Б}\right)^2 \qquad (2.4)$$

где I_0 – интенсивность падающего луча света, L – длина акусто-оптического взаимодействия, λ_0 - длина волны света в вакууме; n — показатель преломления, θ - угол дифракции Брэгга, Ω, ω, q, k, – частоты и волновые векторы звука и света, соответственно.

Интенсивность света в нулевом максимуме (значение I^0) можно определить из следующего равенства: $I^0 = I_0 — I_1$. Практически значение I^0 представляет собой ту самую интенсивность именно той волны, которая прошла через акустооптическое устройство не претерпевая изменение своего направления распространения. Равенство (2.21) наглядно отображает возрастание интенсивности дифрагированного луча света I_1 по мере увеличения длины взаимодействия L, в то же время значение интенсивности прошедшего луча равное I^0 при этом испытывает уменьшение.

Необходимой задачей является установление соотношения, между тем как изменяется значение диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon_{ij}$ и как меняется величина акустической мощности P_a, которая вызвала наблюдаемое изменение вследствие воздействия эффекта фотоупругости. По классической теории фотоупругости устанавливается следующая связь между изменением диэлектрической непроницаемости $\Delta\alpha_{ij}$ ($\Delta\alpha_{ij} = \Delta(\varepsilon^{-1})_{ij}$) и тензором деформации кристалла u_{kl} [66]:

$$\Delta\alpha_{ij} = p_{ijkl} u_{kl} \tag{2.5}$$

где коэффициенты p_{ijkl} образуют тензор четвертого ранга, которые называется тензором фотоупругости.

Для того чтобы определить соотношение между компонентами тензоров ε и ε^{-1} через единичный тензор Кронекера δ_{ij} прибегают к помощи следующего выражения:

$$\varepsilon_{ik} \cdot \left(\varepsilon^{-1}\right)_{kj} = \delta_{ij} \tag{2.6}$$

Дифференцируя (2.25) и умножая его справа на ε_{jl} получим равенство:

$$\Delta\varepsilon_{il} = -\varepsilon_{ik}^{0} \cdot \Delta\left(\varepsilon^{-1}\right)_{kj} \varepsilon_{jl}^{0} \tag{2.7}$$

Используя (2.23) и (2.24), получим соотношение между упругой деформацией, которая вызывается акустической волной, и изменением величины диэлектрической проницаемости [65, 66, 67]:

$$\Delta\varepsilon_{il} = -\varepsilon_{ik}^{0}\varepsilon_{jl}^{0} p_{kjmn} u_{mn} \tag{2.8}$$

Следующее соотношение связывает акустическую мощность P_a с амплитудой деформации U, вызванной бегущей акустической волной [61]:

$$P_a = \frac{1}{2}\rho V^3 U U^* L H \tag{2.9}$$

где ρ - плотность среды, H - ширина пьезопреобразователя, V - скорость акустической волны. Объединив (2.28) и (2.27), получим:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = -n^2 p \sqrt{\frac{2P_a}{\rho V^3 L H}} \tag{2.10}$$

и выражение (2.4) для величины интенсивности дифрагированного луча:

$$I_1 = I_0 \left(\frac{\pi}{\sqrt{2} \cdot \lambda_0 \cos\theta_Б} \sqrt{\frac{P_a L}{H} M_2} \right)^2 \tag{2.11}$$

Величина

$$M_2 = \frac{n^6 p^2}{\rho V^3} \tag{2.12}$$

является набором постоянных данного материала. Эта величина помогает определить значение интенсивности дифрагированного луча света вне зависимости от того каких размеров изучаемый пьезопреобразователь и каково вообще значение акустической мощности. Называется эта величина в литературе коэффициентом акустооптического качества M_2 [28, 29].

Из равенства (2.11) видно, что значение интенсивности дифрагированного луча в полной мере зависит от длины взаимодействия L и также акустической мощности звуковой волны в одинаковой степени. Собственно если принять, что акустическая мощность P_a^0 равна:

$$P_a^0 = (\lambda^2{}_0 \cos^2\theta_Б / M_2)(H / L)$$

то будет наблюдаться отклонение 100% падающего света. Действительно, при рассмотрении формулы (2.11) и предположении о плоской и неограниченной

в пространстве падающей волне, мы получаем идеализированную модель для акустооптического взаимодействия. В реальных акустооптических устройствах и экспериментах часто возникают ограничения, которые могут влиять на точность применения этой формулы. Одним из таких ограничений является расходимость падающего света. Если расходимость падающего света больше расходимости звука, то не удастся отклонить весь падающий свет. В таких случаях мы можем приблизиться к формуле (2.11) с определенной степенью точности, но полное отклонение падающего света становится невозможным.

Величину η, которая равна I_1/I_0, то есть это отношение величины интенсивности дифрагированного света I_1 к величине интенсивности падающего света I_0 принято именовать эффективностью дифракции света и выражать в процентах. Когда диффрагирует всего лишь малая доля падающего света, собственно говорят о выполнении условия $I_1 << I_0$ либо в случае через эффективность $\eta << 1$, тогда формула (2.11) преобразуется в:

$$I_1 = I_0 \cdot \frac{\pi^2 \cdot P_a \cdot L \cdot}{2 \cdot \lambda_0^2 \cdot \cos^2 \theta_Б \cdot H} \cdot M_2 \qquad (2.13)$$

В практике это выражение применяют только в случае, если величина эффективности диффракции не будет превышать 40%.

§ 2.3. Акустооптический метод определения акустических характеристик и акустооптическая измерительная система

Методы акустооптического исследования характеристик распространения звука, которые используют Брэгговскую дифракцию луча света на ультразвуке (в нашем случае на гиперзвуке), в большинстве основываются на том, что, в первую очередь, угол Брэгга $\theta_Б$ связан со скоростью распространения звука V и с его частотой ν следующим соотношением [61]:

$$Sin\theta_Б = \frac{\lambda_0 \cdot \nu}{2 \cdot V} \qquad (2.14)$$

Также, интенсивность дифрагированного луча света определяется прямо пропорционально мощности звука. Из этого можно сделать вывод, что существует возможность определять затухание импульсов акустических колебаний, путем измерения интенсивности дифрагированного луча света в различных выбранных для эксперимента точках образца по направлению распространения звука.

Коэффициент затухания α, который традиционно принято называть коэффициентом затухания по мощности, будет правильным определять из:

$$I = I_0 \cdot exp(-\alpha \cdot x) \tag{2.15}$$

здесь I - значение интенсивности дифрагированного луча, оно всегда пропорционально мощности акустической волны, которая обозначается как P, а I_0 – значение, характеризующее интенсивность падающего света.

Принимая во внимание, что $P \sim u^2$ то это означает, что формулу для коэффициента затухания выраженную через мощность можно представить в следующем виде:

$$\alpha, дб/см = \frac{1}{x_2 - x_1} \quad 10\lg\frac{\mathrm{I}(\mathrm{x}_1)}{\mathrm{I}(\mathrm{x}_2)} \tag{2.16}$$

Используя акустооптический метод представляется возможным проведение экспериментов на гиперзвуковых частотах (до нескольких ГГц) даже если величина коэффициента затухания при этом достаточно значительна. Происходит это потому, что величина затухания акустических волн прямо пропорциональна квадрату частоты.

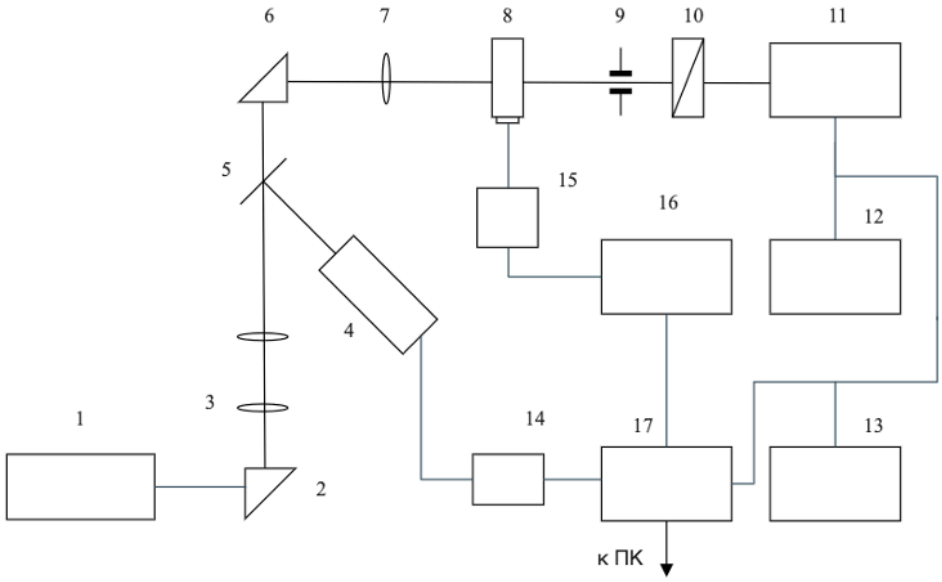
Перейдем теперь к точности измерения коэффициента затухания акустооптическим способом, которая в соответствии с (2.36) будет равна:

$$\delta\alpha = \delta\mathrm{A} + \delta(\Delta\mathrm{x}) \tag{2.17}$$

здесь параметр $A = 10\lg {I(x_1)}/{I(x_2)}$ - величина затухание в дБ, которое получают в эксперименте.

Нам известно, что точность измерения длины образца кристалла очень высокая (она равна примерно 0.01%), а это означает, что в свою очередь

точность измерения коэффициента затухания всецело зависит только лишь от точности измерения величины затухания A и представляет собой только ее функцию, если записать в виде выражения, то: $\delta\alpha = f(A)$. Рассматривая средние величины коэффициента затухания (от 0.5 до 5 дБ·см$^{-1}$) можно сделать вывод, что точность определения коэффициента затухания α в нашем эксперименте составляет примерно 5%. Рассмотрим блок-схему нашей измерительной установки, которая отображена на рисунке 2.2.



1 – источник света - лазер ЛГ-38
2, 6 – призмы;
3 – телескоп;
4, 11 – фотоприёмники;
5 – стеклянная пластинка;
7 – длиннофокусная линза;
8 – образец с пьезодатчиком;
9 – диафрагма;
10 – анализатор света;
12 – импульсный цифровой вольтметр;
13 – осциллограф;
14 – аттенюатор;
15 – генератор СВЧ радиоимпульсов;
16 – измерительный СВЧ приемник;
17 – интерфейс КАМАК с адаптером для подключения к ПК.

Рис. 2.2. Блок – схема акусто-оптической измерительной системы

В системе установки имеется акустическая часть, ответственная за возбуждение акустических волн в диапазоне частот 0.4-1.8 ГГц, и оптическая часть, предназначенная для регистрации оптического сигнала, дифрагирующего на звуке. Принцип работы акустической части:

высокочастотный электрический радиоимпульс, поступающий от генератора стандартных сигналов (ГСС) (на рисунке 2.2. - 30), попадает на четвертьволновый коаксиальный резонатор. Резонатор сконструирован из латунных элементов и у него есть специальный подвижный поршень для того чтобы перестраивать частоту. Когда он настраивается в зазоре между центральным стержнем и крышкой, то это приводит к образованию максимально сильного электрического поля. В описанной установке, торец исследуемого кристалла (8) с пьезоэлектрическим преобразователем помещается в зазор резонатора через специальное окошко в крышке. В качестве пьезопреобразователя можно использовать пластинки различной толщины из материалов Si или LiNbO с различными срезами (например срез X или срез Y повернутого типа). Роль этих пластинок заключается в возбуждении продольных либо поперечных акустических колебаний. В целом, если исследуемый образец материала обладает достаточно большим пьезоэффектом, то к нему применим метод поверхностного возбуждения упругих колебаний, который осуществляется в самом образце без использования сторонних пластинок и других вспомогательных средств.

Возбужденные резонатором на самом кристалле или с помощью пластины упругие колебания распространяются по всей длине образца и достигают противоположной стороны. Дальше акустический импульс отражается от отполированного торца и возвращается обратно. Вернувшись, импульс попадает на пьезопластинку и вследствие прямого пьезоэффекта в резонаторе возникает ВЧ электромагнитный сигнал. Этот электромагнитный импульс нужно усилить и обнаружить, для этого используется измерительный приемник (16) и дальше он уже попадает в осциллограф (13) через интерфейс САМАС (КАМАК).

Импульс отражается много раз и путешествует по образцу пока не полностью не потухнет, это наблюдается на осциллографе в виде серии электрических импульсов на экране. Каждый из этих импульсов представляет собой пакет упругих колебаний, который проходит через образец дважды.

Генераторы СВЧ, модифицированные с целью быть использованными в режиме анодной импульсной модуляции (АИМ), выступали источниками электромагнитных волн. Использование АИМ позволяет на выходной мощности генератора получить до 10 Вт в одном импульсе.

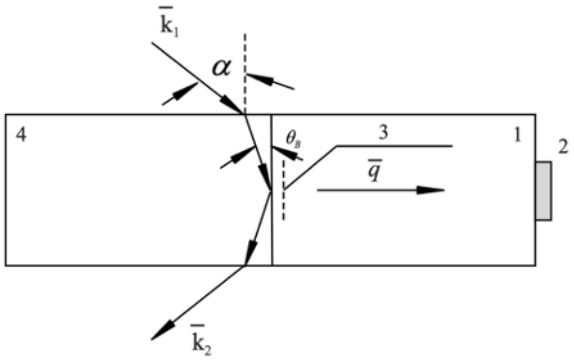
Принцип работы системы наблюдения и регистрации лазера приводится ниже. В качестве источника света выбран гелий-неоновый лазер ЛГ-38 (на рисунке 2.2 – 1) с длиной волны излучение 0.6328 мкм и мощностью около 10 мВт. Лазерный луч проходит через систему специально размещенных призм (2, 6) и линз с разными фокусами (3, 7) и дальше направляется под углом Брэгга на боковую грань (выбирается специально просветленная прозрачная грань) исследуемого образца кристалла, по длине которого распространяется гиперзвук. При выполнении условия Брэгга свет дифрагирует в определенном (известном нам) направлении, определяемом соответствующим законом. Прием и регистрация дифрагированного света осуществляется с помощью двух каналов:

- канал сбора данных, который осуществляет измерение
- канал управляющий процессом измерения с помощью подключенного ПК

Канал сбора данных включает в себя фотоприемник, основанный на фотоэлектронном умножителе ФЭУ-79 (11), и импульсный цифровой вольтметр с аналого-цифровым преобразователем (12). Чтобы контролировать и управлять измерительным процессом используются: фотоприемник для контроля оптического сигнала (4), аттенюатор (14), выделенный осциллограф (13) и интерфейс САМАС (КАМАК) с интегрированным контроллером крейта (17). Контроллер крейта подключен через интерфейс к ПК, что позволяет управлять и обрабатывать данные с помощью компьютера. На рисунке 2.3 представлена схема Брэгговской дифракции света на гиперзвуке, которая описывает процесс измерений и регистрации дифрагированного света.

С помощью такой системы в эксперименте осуществляется измерение, в том числе преобразование интенсивности дифрагированного луча в

зависимости от различных факторов. В их числе зависимости от мощности звука вдоль направления распространения волны.



1 - исследуемый образец, 2 - пьезоэлектрический преобразователь,

3 - фронт акустической волны, 4 – противоположный торец образца

k_1, k_2 - волновые вектора падающего и дифрагированного света

q - волновой вектор акустической волны

Рис. 2.3. Схематическое отображение дифракции света на гиперзвуке

Для калибровки оптической части установки излучение лазера модулировалось электромеханическим обтюратором. Сигнал на выходе наблюдался на экране осциллографа и регистрировался вольтметром. Измерения проводились, ослабляя интенсивность излучения оптического сигнала нейтральными фильтрами света, вплоть до такого состояния, что сигнал на выходе фотоприемника визуально уменьшался до уровня шумов (видно на осциллографе). При этом с помощью этой комбинации светофильтров, можно было определить, насколько слабое излучение лазера. Исходные значения параметров сигнала в используемой и описанной экспериментальной акустооптической системе подробно представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Параметры сигнала в акустооптической установке

Тип параметра	Величина
Уровень чувствительности фотоприемника, Вт	10^{-5}
Частота следования импульсов, Гц	100 – 500
Длительность импульса сигнала, мкс	1 - 5
Пределы изменения амплитуды, мВ	2 – 200
Длительность интервала между импульсами, мкс	Не менее 0,5
Точность измерения значения амплитуды	Не хуже 2%.

§ 2.4. Импульсно – интерференционный метод определения скорости и коэффициента затухания акустических волн

В разработанном методе определения скорости и коэффициента затухания акустических волн усовершенствован известный метод «импульсной интерференции» Вильямса–Лэмба [4]. Как и в методе Вильямса–Лэмба в измерительной системе генерируются две серии акустических волн в исследуемом образце в импульсном режиме. Схема установки показана на рисунке 2.4. Видно, что строб-усилитель, который формирует две последовательности запускающих радиоимпульсов, открывается по очереди импульсными сигналами от двух импульсных генераторов. Сдвиг по времени этих двух последовательностей импульсов осуществляется генератором задержки с шагом задержки 0.01 мкс.

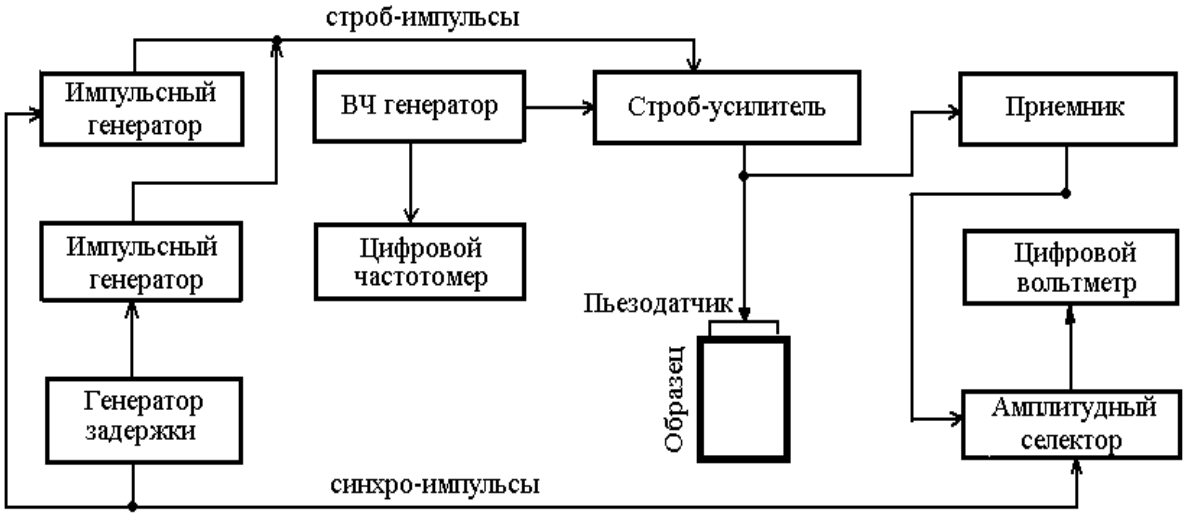


Рис. 2.4. Блок-схема акустической измерительной системы

Радиоимпульсы, сформированные в строб-усилителе, поступают на пьезопреобразователь, приклеенный к образцу. Функцией пьезопреобразователя является прямое преобразование радиоимпульса в упругое механическое колебание, и обратное преобразование упругих импульсов в радиоимпульсы.

Сущность разработанного метода заключается в сравнении фаз акустических волн, прошедших различный путь в исследуемой среде [55, 56]. При этом после приемника эхоимпульсы поступают на введенный впервые в измерительную схему амплитудно-временной селектор, который открывается в задаваемый промежуток времени, осуществляя выбор определенного импульса, амплитуда которого измеряется цифровым вольтметром. В результате по значениям амплитуд соседних наблюдаюемых импульсов A_1 и A_2, которые измерены, определяется коэффициент затухания возбуждаемого гиперзвука:

$$\alpha = \frac{20\ell g\left(A_1/A_2\right)}{2L}, \qquad (2.18)$$

здесь L – длина образца. За счет автоматического многократного измерения амплитуд импульсов и последующего усреднения определение коэффициента затухания происходит с точностью ~ 5%.

Для измерения скорости в измерительной системе формируются две последовательные серии зондирующих импульсных радиосигналов, когда на строб-усилитель с определенной задержкой подаются строб-импульсы от двух импульсных генераторов. Значение интервала времени задержки между 1й и 2й сериями радиосигналов, выбирается таким путем, чтобы первый отраженный импульс из второй серии отраженных гиперзвуковых импульсов накладывался на второй отраженный сигнал из первой серии отраженных гиперзвуковых импульсов (рис. 2.5). При таком условии результирующая амплитуда импульсов, наложенных друг на друга, будет зависеть от разности фаз между наблюдаемыми колебаниями, которые заполняют эти импульсы.

Такой режим позволяет, как и в методе «импульсной интерференции» Вильямса и Лэмба [9, 59, 82-90], определять скорость акустических волн в образцах, но при этом повышена точность измерения за счет амплитудной и временной селекции полезного сигнала, что позволяет сильно уменьшить уровень помех. В результате при изменении частоты задающего генератора наблюдается либо ряд интерференционных нулей, либо интерференционных максимумов амплитуды сигнала. Их положение на частотной шкале полностью зависит от длины исследуемого в эксперименте образца и величины скорости акустической волны в нем.

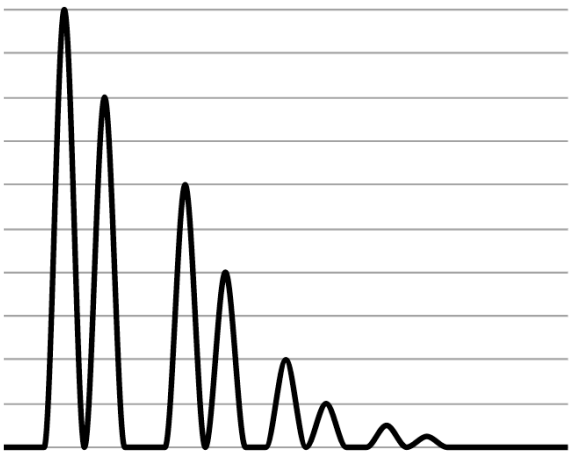


Рис. 2.5. **Осциллограмма двух серий видео эхо импульсов, сдвинутых друг относительно друга на определенный интервал времени**

Регистрируя с помощью частотомера несколько последовательных значений для частоты, у которых амплитуда результирующего импульса сигнала проходит наблюдаемые минимумы на осциллографе, становится доступным механизм определения скорости звука [39]:

$$V=2L\cdot\Delta\nu, \tag{2.19}$$

где L – длина образца, $\Delta\nu$ – разность двух выбранных в эксперименте соседних частот ВЧ генератора, которые соответствуют противофазной интерференции. Определение указанной разности производилось по показаниям цифрового частотомера с абсолютной точностью ±10 Гц. Что касается точности определения скорости – она в таком эксперименте полностью ограничивается только лишь точностью измерения длины образца и соответственно приближалась к значению ~ 0,01%.

Следует отметить, что в отличие от известных методов Мак-Скимина и Вильямса-Лэмба определение интерференционных нулей или амплитудных максимумов двух наложенных импульсов акустической волны осуществляется не визуально на экране осциллографа, а с помощью показаний цифрового вольтметра. Осциллограф используется только для наблюдения изменения амплитуды сигнала при последовательном и непрерывном изменении частоты акустической волны.

Выводы по второй главе

Приведено описание и принцип работы использованных в исследовании акустооптической и импульсно-интерференционной измерительных систем, а также существующие другие методы исследования гиперзвуковых волн в исследуемых кристаллах. По результатам анализа можно прийти к следующему:

1. Приведена общая характеристика методов определения характеристик акустических волн в анизотропных средах, включая импульсные интерференционные и акустооптические методы.

2. Представлены основные положения теории дифракции светового луча на акустических волнах, и также преимущества акустооптического метода по сравнению с другими известными методами.
3. Приводится рассмотрение основных характеристик эффективности акусто-оптического взаимодействия, в том числе среди них изложены главные детали и о фотоупругих постоянных и также об акустооптической добротности.
4. Приведено максимально детальное описание и принцип работы акусто-оптической экспериментальной установки, которая была использована в экспериментальных приемах для исследования характеристик распространения гиперзвуковых волн в кристаллах.
5. Проведена калибровка оптической части установки и определена максимальная чувствительность акустооптической измерительной системы на длине волны 0,63 мкм, которая оказалась равной 10^{-5} относительно интенсивности падающего излучения.
6. Описана усовершенствованная измерительная система для определения скорости и коэффициента затухания акустических волн на частотах 10 и 30 МГц, а также в гиперзвуковом диапазоне.

ГЛАВА 3. АНИЗОТРОПИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛОВ СИЛИКАТА ВИСМУТА И ГЕРМАНАТА ВИСМУТА

§ 3.1. Характеристика исследованных образцов

Кубические кристаллы силиката ($Bi_{12}SiO_{20}$) и германата висмута ($Bi_{12}GeO_{20}$) природой своей структуры принадлежат к точечной группе симметрии 23. Кристаллы обладают пьезоэлектрическим эффектом, они прозрачны в видимой человеком области спектра и, что немаловажно, у них большой коэффициент электромеханической связи. Ряд упругих свойств этих кристаллов, в том числе скорость звука в них и их упругие константы на сегодняшний день достаточно хорошо и тщательно исследованы. Несмотря на это до наших дней практически никакое внимание не уделялось анизотропии коэффициента затухания ВЧ звука в этих кристаллах, располагая знаниями и достаточной информацией о которой представляется практически важным моментом в интересах задач как акустооптики так и нелинейной акустики. Принимая во внимание все это, в работе было проведено исследовано коэффициента затухания ВЧ акустических колебаний в этих кристаллах и впервые введен и вычислен фактор упругой анизотропии по мнимым модулям упругости.

Исследовались кристаллы силиката висмута ($Bi_{12}SiO_{20}$) и германата висмута ($Bi_{12}GeO_{20}$), которые были выращены методом Чохральского на установке Донец-1 [5]. Исходными материалами служили BiO_3, GeO_2, и SiO_2 квалификации ОСЧ. Выращенные кристаллы имели слабую желтую окраску и не содержали видимых дефектов. Образцы приготавливались в форме параллелепипедов со средними размерами 12×6×4 мм, и были ориентированы своей длинной стороной вдоль известных и широко применяемых кристаллографических направлений [100], [110] и [111] с уровнем точности ниже 1^0. Все поверхности образцов обрабатывались с помощью высокоточной механической шлифовки и полировались с оптической точностью в соответствии с 14 классом точности. Противоположные грани образцов были

отполированы согласно стандарту требования акусто-оптических экспериментальных установок и их степень непараллельности не превышал 10″.

Кварцевые пластинки срезов X и Y, толщиной от 70 до 100 мкм использовались для возбуждения гиперзвуковых колебаний. Использование пластинки среза X позволяет получить продольную волну, а Y – поперечную. Измерения проводились при распространении акустических колебаний вдоль кристаллографических направлений [110], [100] и [111] в частотном диапазоне от 400 МГц до 1.6 ГГц с помощью дифракции Брэгга, то есть дифракции света на звуке. В качестве источника света использовался гелий-неоновый лазер с длиной волны излучения λ=632.8нм, а для измерительного преобразователя определения интенсивности дифрагированного света был использован фотоэлектронный умножитель марки ФЭУ-79.

Значения скоростей гиперзвуковых волн V определялись по величине угла Брэгга со степенью точности 0.2% из данного соотношения [4, 5]:

$$V = \frac{\lambda \cdot \nu}{2 \cdot \sin \theta_B}, \tag{3.1}$$

где ν – частота акустического колебания, θ_B – внешний Брэгговский угол.

Для определения коэффициента затухания акустических волн проводились измерения, описанные подробно в главе 2, в разделе, где описывается акусто-оптическая экспериментальная установка, с подробным описанием измерений и регистраций требуемых величин и значений.

На основании этих данных можно рассчитать коэффициент затухания акустической волны по формуле [4, 5]:

$$\alpha = \frac{10 \ell g\left(I_1 / I_2\right)}{\Delta t}, \tag{3.2}$$

Коэффициент затухания акустической волны определяется акустооптическим методом с относительной точностью примерно 5%. Данной точности вполне достаточно, чтобы определить необходимые значения для основных направлений, а дальше на их основании уже производить расчеты.

§ 3.2. Анизотропия упругих свойств кристаллов силиката висмута

Действительные компоненты тензора упругих постоянных c'_{ijkl} для этих кристаллов измерялись в ряде работ [5–7]. Что касается мнимых компонент c''_{ijkl}, описывающих затухание акустических волн, то они практически не исследовались. В настоящей работе поставлена задача детального изучения комплексного тензора упругих постоянных кристаллов BSO и BGO и на их основе анизотропии затухания высокочастотных акустических колебаний при комнатной температуре.

Результаты измеренных в последовательно поставленных экспериментах скоростей распространения и коэффициентов затухания гиперзвуковых волн в кристаллах силиката висмута на заданной частоте 1 ГГц при комнатной температуре представлены в таблице 3.1. В ней значения q – это волновой вектор и γ – это вектор поляризации акустического колебания. В соответствии с первой главой, упругие свойства кристаллов характеризуются комплексным тензором упругости, который можно записать через найденные экспериментально и вычисленные действительные и мнимые компоненты [6-8]:

$$c_{ijkl} = c'_{ijkl} + c''_{ijkl}\,, \tag{3.3}$$

Эти компоненты являются составляющими в выражении для вычисления эффективных упругих констант $c_{эфф}$ для исследуемого кристалла, которые для произвольных направлений в кристалле можно легко определить с помощью всех для данного кристалла независимых упругих констант из соотношения:

$$c_{эфф} = c'_{эфф} + ic''_{эфф} = c'_{ijkl}\kappa_j\kappa_l\gamma_i\gamma_k + ic''_{ijkl}\kappa_j\kappa_l\gamma_i\gamma_k\,, \tag{3.4}$$

здесь κ_j – группа направляющих косинусов волнового вектора, γ_i - направляющие косинусы вектора смещений.

Таблица 3.1

Эффективные упругие константы, скорость *V* и коэффициент затухания α акустических волн в кристаллах $Bi_{12}SiO_{20}$ [41]

q	**γ**	*V*, 10^3 m·s^{-1}	α, dB·μs^{-1}	$c'_{эфф}$, 10^{10} N·m^{-2}	$c''_{эфф}$, 10^7 N·m^{-2}
[100]	[100]	3.77	3.20	13.01	3.05
	[001]	1.63	1.00	2.43	0.18
[110]	[110]	3.38	3.80	10.45	2.91
	[110]	2,33	0.85	4.97	0.31
	[001]	1.74	1.20	2.77	0.24
[111]	[111]	3.28	4.10	9.86	2.96
	[110]	2.12	0.92	4.11	0.28

Применяя этот подход можно рассчитать значения скоростей и коэффициентов затухания акустических волн вдоль любого заданного направления в из соотношений:

$$V = \sqrt{\frac{c'_{эфф}}{\rho}}; \tag{3.5}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\omega\frac{c''_{эфф}}{\rho V^2} = \frac{1}{2}\omega\frac{c''_{эфф}}{c'_{эфф}}, \tag{3.6}$$

где ρ - плотность, *V* – скорость звука в кристалле, ω - круговая частота акустической волны.

Аналогично другим кристаллам кубической симметрии, кристаллы силиката висмута (BSO) имеют три независимых действительных и мнимых упругих модуля c'_{11}, c'_{44}, c'_{12} и c''_{11}, c''_{44}, c''_{12}, которые можно определить из значений скоростей и коэффициентов затуханий акустических колебаний вдоль осей симметрии в кристалле. К примеру, если использовать значения скорости *V* и коэффициента затухания α продольных (L) и поперечных (S, QS) волн вдоль направления [100], можно вычислить чему равны значения

действительных и мнимых упругие константы c'_{11}, c''_{11}, c'_{44} и c''_{44}, так это для этого направления это и есть необходимые эффективные упругие модули.

В результате, на основе измеренных экспериментально в многократной усредненной выборке значений скоростей и коэффициента затухания акустических волн вдоль направлений [110], [100] и [111] были определены все эффективные упругие константы вдоль этих направлений и независимые действительные и мнимые компоненты тензора упругих модулей с учетом диэлектрических и пьезоэлектрических коэффициентов [2].

Результаты расчета представлены в таблице 3.1. На основе полученных значений действительных и мнимых констант c'_{11}, c''_{11}, c'_{44} и c''_{44} и выражений (3.5) и (3.6) нами рассмотрена анизотропия действительных и мнимых эффективных упругих констант, а также скорости и коэффициента затухания в кристаллах силиката висмута в кристаллографической плоскости (001). Результаты проведенных расчетов приведены на рисунках 3.1 и 3.2 [91].

На рис. 3.3. показаны угловые зависимости относительно кристаллографической оси [110] скорости распространения квазипродольных и квазипоперечных акустических волн, распространяющихся в диагональной плоскости куба (110) в нецентросимметричном кубическом кристалле $Bi_{12}SiO2_0$ (a) и (для сравнения из [82]) в центросимметричном кубическом кристалле KCl (b).

Видно, что пьезоэффект в нецентросимметричных кристаллах, качественно не меняет картины угловых зависимостей скорости упругих волн. Подтверждается вывод работы [82], согласно которой можно разделить все существующие в природе кубические кристаллы на таковые с положительной (обозначаются как тип I) и отрицательной (тип II) анизотропией упругих модулей второго порядка. Вид спектра колебательных ветвей для описанных в исследовании [82] двух обозначенных выше типов кристаллов отличается лишь качественно, в то время как внутри группы кристаллов одного типа спектры фононов различаются только количественно.

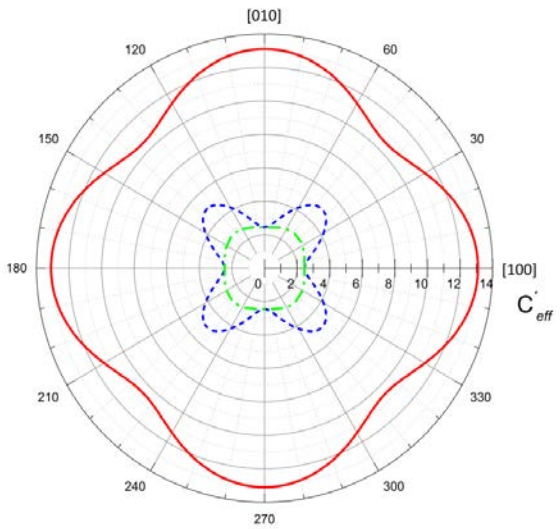


Рис. 3.1. Анизотропия действительной эффективной упругой константы в кристаллах силиката висмута в плоскости (001)

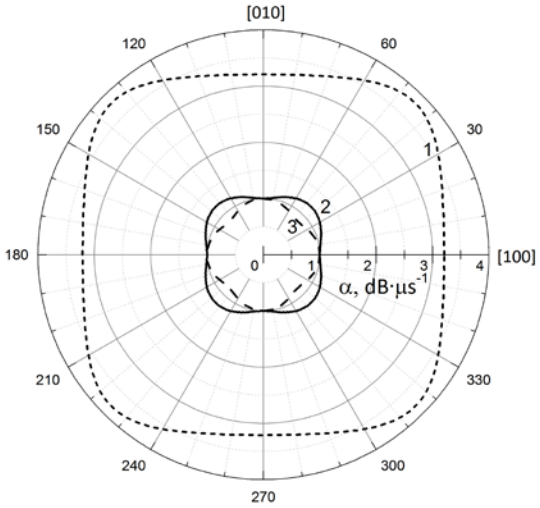
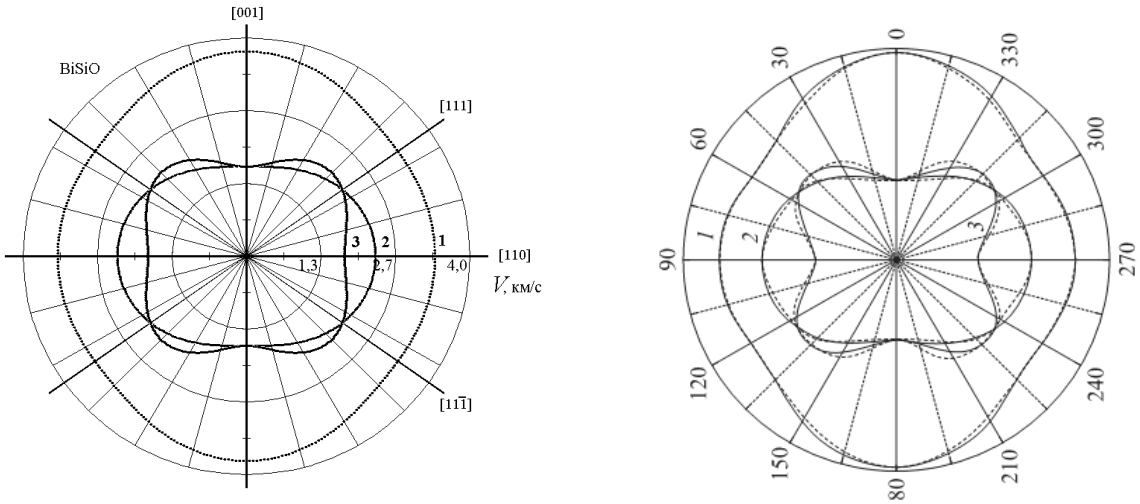


Рис. 3.2. Анизотропия затухания квазипродольных (1), квазипоперечных (3) и чистых поперечных (2) волн в плоскости (001) в кристаллах BSO

Анализ угловых закономерностей скорости акустических волн для волновых векторов, что лежат в плоскостях граней куба или диагональных плоскостях, показывает, что кубические кристаллы силиката и германата висмута следует отнести к кристаллам, обладающим отрицательной анизотропией упругих модулей второго порядка (тип II), как и центросимметричные кристаллы KCl.



a) **b)**

Рис. 3.3. Угловые закономерности скорости квазипродольных (1) и квазипоперечных (2 и 3) акустических волн в кристаллах $Bi_{12}SiO_{20}$ (a) и KCl [82] (b) в плоскости (110)

Количественно влияние пьезоэлектрического эффекта сказывается только на незначительном ослаблении анизотропии скорости квазипоперечных волн, по сравнению с центросимметричными кубическими кристаллами. Характеристические поверхности скоростей известны и приводятся во многих соответствующих монографиях [3, 4]. Можно рассмотреть параметр упругой анизотропии по действительным упругим постоянным из выражения, следуя работе [33]:

$$\Delta C = C_{12} + 2C_{44} - C_{11} \tag{3.7}$$

Параметр анизотропии кубических кристаллов определяет степень различия упругих модулей в разных направлениях. Как упоминалось ранее, кубические кристаллы делятся на два типа в зависимости от знака этого параметра: кристаллы с положительной анизотропией и кристаллы с отрицательной анизотропией упругих модулей. В таблице 3.2 приведены значения упругих модулей и параметра анизотропии для кристаллов $Bi_{12}SiO_{20}$ и $Bi_{12}GeO_{20}$ [91-95].

Рассчитав при помощи выражения (3.7) значения параметра анизотропии для кубических кристаллов силиката висмута (BSO) и

кристаллов германата висмута (BGO), оказалось, что они отрицательные. В этом случае значения скоростей продольных волн принимают максимально возможное значение в направлении [100] и наоборот минимальное в направлении [111]. В то же время для распространяющихся в кристалле поперечных ультразвуковых волн скорость наблюдается наибольшая в направлении [110] и наименьшая регистрируется в направлении [100]. Полученные экспериментально и рассчитанные через введенный параметр анизотропии значения скоростей акустических волн приведены в таблице 3.2. Видно, что знание скорости продольных и поперечных волн вдоль только одного направления [100] позволяет определять эти скорости вдоль других направлений.

Таблица 3.2

Соотношения между скоростями акустических волн в кубических кристаллах $Bi_{12}GeO_{20}$ и $Bi_{12}SiO_{20}$ через параметр анизотропии *ΔC*

$C_{эфф}$	$C_{эфф}$, 10^{10} Н·м$^{-2}$		Расчетные формулы для скорости
	$Bi_{12}GeO_{20}$	$Bi_{12}SiO_{20}$	
C_{11}	12.8	13.10	$V^L_{[100]} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$
C_{44}	2.57	2.45	$V^S_{[100]} = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$
C_{12}	2.88	3.10	
$\frac{C_{11}+C_{12}+2C_{44}}{2}$	10.4	10.55	$V^L_{[110]} = V^L_{[100]} \cdot \left(1+\frac{\Delta C}{2C_{11}}\right)^{1/2}$
$\frac{C_{11}-C_{12}}{2}$	4.96	5.00	$V^{S_1}_{[110]} = V^S_{[100]} \cdot \left(1-\frac{\Delta C}{2C_{44}}\right)^{1/2}$
$C_{44}+\frac{e_{14}^2}{\varepsilon_0\varepsilon}$	2.85	2.79	$V^{S_2}_{[110]} = V^S_{[100]} \cdot$
$\frac{C_{11}+2C_{12}+4C_{44}}{3}+\frac{4e_{14}^2}{3\varepsilon_0\varepsilon}$	9.98	10.15	$V^L_{[111]} = V^L_{[100]} \cdot \left(1+\frac{\Delta C}{3C_{11}}\right)^{1/2}$
$\frac{C_{11}-C_{12}+C_{44}}{3}$	4.15	4.15	$V^S_{[111]} = V^S_{[100]} \cdot \left(1-\frac{\Delta C}{3C_{44}}\right)^{1/2}$
$\Delta C=C_{12}+2C_{44}-C_{11}$	-4,78	-5.10	

Если сравнивать с другими кубическими кристаллами, например такими как NaCl, KCl, CaF_2, которые центросимметричны и имеют также отрицательный параметр анизотропии (от -1.1 до -4.5 [82]), нецентросимметричные кубические кристаллы силиката и германата висмута имеют такое же по порядку величины значение параметра анизотропии (≅5), что свидетельствует об отсутствии заметного вклада пьезоэффекта в анизотропию упругих свойств.

Видно также, что при классификации поперечных упругих колебаний необходимо проводить четкое разделение их по поляризации. Скорость их распространения, к всеобщему удивлению и разочарованию, не является основным критерием, характеризующим эти звуковые колебания. Поэтому такой подход во многих случаях приводит к неправильной идентификации поперечных акустических волн.

§ 3.3. Анизотропия упругих свойств кристаллов германата висмута

Результаты измерений значений скорости распространения и коэффициента затухания акустических колебаний на частоте 1 ГГц при комнатной температуре в кристаллах германата висмута представлены в таблице 3.3 [91-93]. В таблице q и γ –волновой вектор и поляризация акустической волны соответственно.

Данные, приведенные в таблице 3.3, были использованы для расчета значений скорости и коэффициента затухания акустических колебаний в кристаллах BGO вдоль произвольных направлений в кристаллографических плоскостях (001) и (110).

Результаты расчета показаны на рисунках 3.4 и 3.5. На них продемонстрировано, что используя действительные и мнимые компоненты тензора упругости расчетным путем можно определить значения коэффициента затухания гиперзвука вдоль произвольного выбранного кристаллографического направления.

Таблица 3.3

Эффективные упругие постоянные $c_{эфф}$, скорость V и значения коэффициента затухания α для гиперзвука в кристаллах $Bi_{12}GeO_{20}$

q	γ	Выражение $c_{эфф}$	V, 10^3 м/с	$c'_{эфф}$, 10^{10} Н·м$^{-2}$	α, дБ/мкс	$c''_{эфф}$, 10^7 Н·м$^{-2}$
[100]	[100]	c_{11}	3.72	12.8	2.60	2.44
	[001]	c_{44}	1.67	2.57	0.60	0.11
		c_{12}		2.88		1.60
[110]	[110]	$\frac{c_{11}+c_{12}+2c_{44}}{2}$	3.36	10.4	2.80	2.14
	[110]	$\frac{c_{11}-c_{12}}{2}$	2.32	4.96	1.17	0.42
	[001]	$c_{44}+\frac{e_{14}^2}{\varepsilon_0\varepsilon}\ tg\delta^*$	1.76	2.85	1.90	0.40
[111]	[111]	$\frac{c_{11}+2c_{12}+4c_{44}}{3}+\frac{4e_{14}^2}{3\varepsilon_0\varepsilon}\cdot tg\delta^*$	3.29	9.98	3.29	2.41
	[110]	$\frac{c_{11}-c_{12}+c_{44}}{3}$	2.12	4.15	1.05	0.32

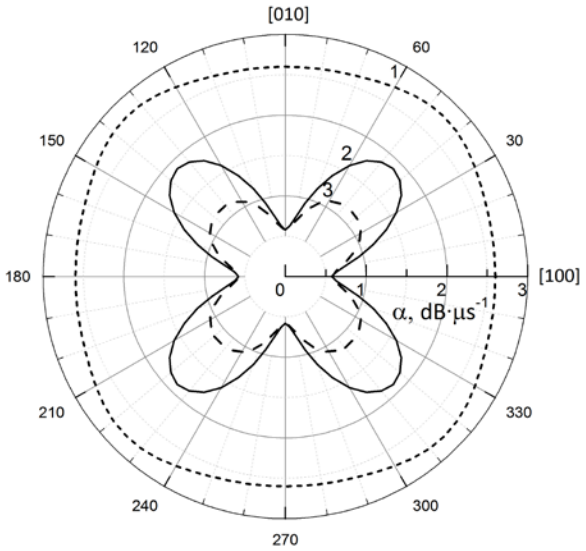


Рис. 3.4. Анизотропия затухания квазипродольных (1), квазипоперечных (3) и чистых поперечных (2) волн в плоскости (001) в кристаллах $B_{12}GeO_{20}$

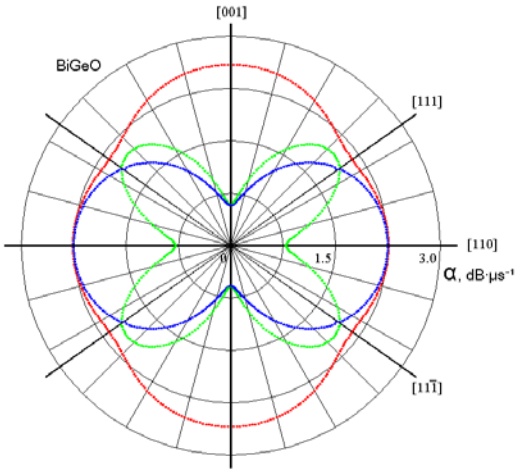


Рис. 3.5. Анизотропия затухания квазипродольных (1), квазипоперечных (3) и чистых поперечных (2) волн в плоскости (110) в кристаллах $B_{12}GeO_{20}$

Для поперечных пьезоактивных волн вдоль оси [110] пьезоэффект как бы визуально оказывает «ужесточенное воздействие» как на действительную c'_{44}, так и мнимую c''_{44} упругие константы. Следовательно дальше рассматривая выражение для этих «ужесточенных» констант в них можно включить: пьезоэлектрический модуль e_{14}, диэлектрическая проницаемость материала ε, и тангенс угла диэлектрических потерь $tg\delta$.

На основе полученных в экспериментах значений действительных и мнимых упругих констант, а также литературных значений под данным диэлектрических и пьезоэлектрических постоянных для кристаллов $Bi_{12}GeO_{20}$ из [6], были произведены расчеты для ориентационных зависимостей коэффициента затухания акустических колебаний в плоскостях симметрии (001) и (110). Показано, что (смотреть рисунки 3.4 и 3.5) пьезоэлектрический эффект, который всегда проявляется для нецентросимметричных кристаллов, в целом визуально не меняет качественную картину анизотропии коэффициента затухания акустических волн. В то же время количественно наличие пьезоэффекта сильно усиливает анизотропию коэффициента затухания пьезоактивных поперечных акустических колебаний, в сравнении с

такого рода непьезоактивными волнами, что в вычислениях соответствует формулам в таблице 3.4.

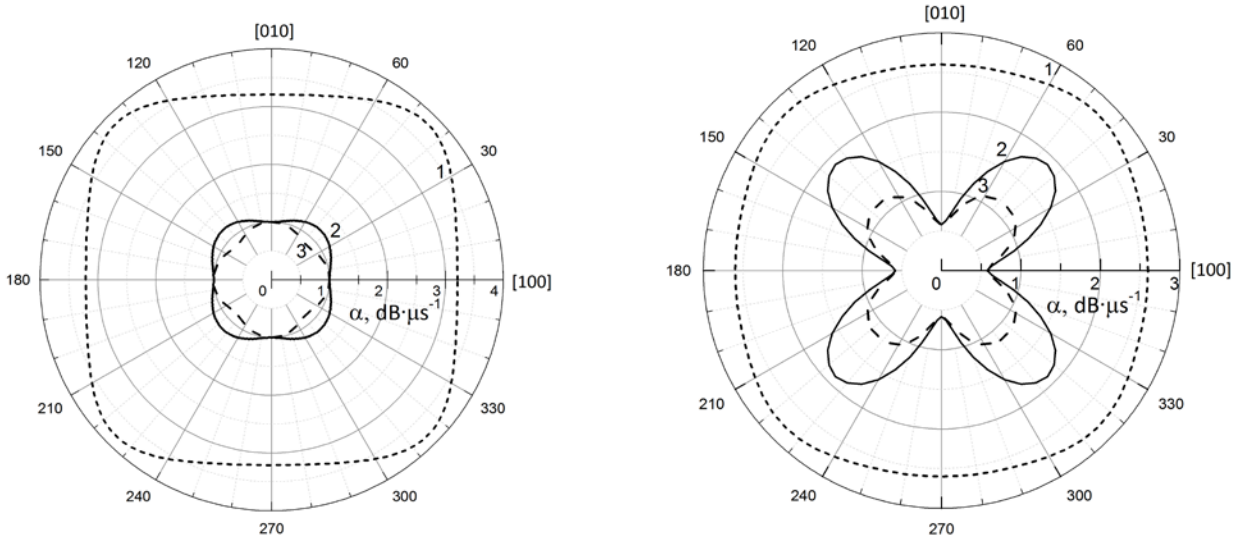
Таблица 3.4

Эффективные упругие константы кристаллов силиката и германата висмута (T=293 K)

q	γ	Выражение $c_{эфф}$	$c'_{эфф}$, 10^{10} Н·м$^{-2}$		$c''_{эфф}$, 10^{7} Н·м$^{-2}$	
			BGO	BSO	BGO	BSO
[100]	[100]	c_{11}	12.8	13.10	2.44	3.08
	[001]	c_{44}	2.57	2.45	0.11	0.18
		c_{12}	2.88	3.10	1.60	2.46
[110]	[110]	$\frac{c_{11}+c_{12}+2c_{44}}{2}$	10.4	10.55	2.14	2.95
	[110]	$\frac{c_{11}-c_{12}}{2}$	4.96	5.00	0.42	0.31
	[001]	$c_{44}+\frac{e_{14}^2}{\varepsilon_0\varepsilon}\ tg\delta^*$	2.85	2.77	0.40	0.246
[111]	[111]	$\frac{c_{11}+2c_{12}+4c_{44}}{3}+\frac{4e_{14}^2}{3\varepsilon_0\varepsilon}\cdot tg\delta^*$	9.98	10.15	2.41	3.00
	[110]	$\frac{c_{11}-c_{12}+c_{44}}{3}$	4.15	4.15	0.32	0.27

* - множитель $tg\delta$ появляется только в соотношениях для мнимых упругих констант.

Чтобы сравнить анизотропию затухания в кристаллах силиката и германата висмута, результаты расчета приведены на рисунке 3.6 в виде сечения характеристических поверхностей затухания акустических волн плоскостью (001). Видно, что, в отличие от кристаллов BSO, в кристаллах BGO наблюдается сильная анизотропия затухания поперечных волн. Для кристаллов силиката висмута и германата висмута согласно формулам, приведенным в табл. 3.5 [92-93], продольные колебания вдоль [111] и медленные поперечные колебания вдоль [110] являются пьезоактивными и для них необходимо учитывать вклад диэлектрических потерь в затухание [9].



а) б)

Рис. 3.6. Анизотропия затухания квазипродольных (1), квазипоперечных (3) и чистых поперечных (2) волн в плоскости (001) в BSO (а) и BGO (б) кристаллах

Для этих волн: e_{14} - пьезоэлектрический коэффициент, ε - диэлектрическая проницаемость, $tg\delta$ - тангенс угла диэлектрических потерь. Исследования показали, что этот вклад является наиболее значительным в кристаллах германата висмута (BGO) для пьезоактивных поперечных колебаний вдоль [110], для которых затухание примерно в 3 раза больше, по сравнению с затуханием этих же волн вдоль направления [100].

Для характеристики анизотропии упругих свойств кристаллов можно использовать действительный параметр акустической анизотропии A′, который для кубических кристаллов определяется следующим образом [61]:

$$A' = \frac{c'_{11} - c'_{12}}{2c'_{44}} = \left(\frac{V^S_{110}}{V^S_{001}}\right)^2 \tag{3.8}$$

Аналогично этому фактору был введен мнимый параметр акустической анизотропии A″ [94-95], который определяется через мнимые упругие постоянные:

$$A'' = \frac{c''_{11} - c''_{12}}{2c''_{44}} = \frac{\alpha^S_{110}}{\alpha^S_{001}}\left(\frac{V^S_{110}}{V^S_{001}}\right)^2 = \frac{\alpha^S_{110}}{\alpha^S_{001}} A' \tag{3.9}$$

Как видно из введенных нами формул эти параметры акустической анизотропии позволяют анализировать степень и характер анизотропии скорости и затухания акустических волн в кубических кристаллах. Так, например, зная мнимый фактор акустической анизотропии A″ можно предсказать кристаллографические направления, вдоль которых будет наименьшее затухание акустических волн. При этом для этого достаточно измерить коэффициент затухания и скорость двух поперечных волн вдоль направления [110], и рассчитать эти параметры из выражений (1) и (2):

Определенные из выражений (3.8) и (3.9) действительный и мнимый параметры акустической анизотропии для кристаллов силиката висмута и германата висмута и арсенида галлия (из данных) приведены в таблице 3.5.

Таблица 3.5

Параметры акустической анизотропии в кристаллах кубической симметрии

Кристалл	**A′**	**A″**
$Bi_{12}SiO_{20}$	2.04	1.72
$Bi_{12}GeO_{20}$	1.93	3.81
GaAs	0.55	0.65

Выводы по третьей главе

1. Впервые на основании полученных экспериментальных данных по скоростям и коэффициенту затухания акустических колебаний были экспериментально и расчетным путем найдены все независимые действительные компоненты, а также мнимые компоненты комплексного тензора упругости в кристаллах силиката и германата висмута.
2. Показано, что экспериментальные значения коэффициента затухания акустических колебаний вдоль направлений [100], [110] и [111] согласуются с рассчитанными значениями коэффициента затухания посредством эффективных мнимых упругих констант, невзирая на

относительно значительную погрешность определения коэффициента затухания, и соответственно того же для мнимой компоненты эффективной упругой постоянной.

3. Определены характеристические поверхности затухания для продольного и поперечного гиперзвука, распространяющегося внутри плоскостей симметрии (001) и (110). Рассмотренный подход позволяет наглядно показать анизотропию скорости распространения звука и коэффициента затухания акустических колебаний в кубических кристаллах.
4. Показано, что наиболее сильная анизотропия затухания наблюдается в кристаллах BGO для поперечных гиперзвуковых волн, которые распространяются в пределах плоскости (001), причем их поляризация лежит в этой же плоскости. Для них значение коэффициента затухания с изменением направления распространения изменяется практически в 3 раза.
5. Установлено, что параметр акустической анизотропии A'' в кристаллах BSO равен 0.58 и близок к величине A'=0.49. В то же время в кристаллах BGO эти факторы сильно различаются (A'=0.52 и A''=0.26, соответственно), что может быть связано с сильной анизотропией эффективного параметра Грюнайзена, которая и приводит к наблюдаемой анизотропии акустического затухания.
6. Показано, что пьезоэффект, характерный для нецентросимметричных кристаллов, в действительности не меняет качественной картины анизотропии затухания акустических волн, однако в зависимости от фактора акустической анизотропии A^{Im} может сильно усиливать анизотропию затухания пьезоактивных поперечных акустических колебаний, по сравнению с такими же непьезоактивными.
7. Полученные в исследовании результаты приносят большую пользу для того чтобы была возможность предсказывать общий характер анизотропии

затухания акустических колебаний в центросимметричных и в нецентросимметричных кубических кристаллах.

8. Чтобы установить закономерности обобщающего типа для всего класса кубических кристаллов требуется детальное проведение аналогичных исследований и экспериментов в нецентросимметричных кристаллах с положительным (для которых $A'>0$) фактором анизотропии по действительным и мнимым упругим константам.

ГЛАВА 4. АНИЗОТРОПИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛОВ ПАРАТЕЛЛУРИТА

Как было отмечено в обзоре (глава 1), анизотропия скорости и поляризации акустических волн кристаллах TeO_2 к настоящему времени исследована достаточно подробно, однако затухание акустических волн и тем более анизотропия затухания в этих кристаллах практически до сих пор детально не изучена. В данной главе представлены результаты исследования скорости распространения и коэффициента затухания акустических колебаний в кристаллах парателлурита (TeO_2), обнаруженные с помощью применения метода Брэгговской дифракции света в частотном диапазоне 0,4 – 1,6 ГГц. Определены все действительные и мнимые компоненты комплексного тензора упругих постоянных. Проведен анализ анизотропии затухания акустических волн с различной поляризацией, распространяющихся в кристаллографических плоскостях, ортогональных осям симметрии второго и четвертого порядка. Показано, что наиболее сильная анизотропия затухания наблюдается для квазипоперечных акустических волн, направление вектора поляризации которых находится в этой же плоскости.

§ 4.1. Результаты эксперимента

Измерения скорости распространения и коэффициента затухания акустических колебаний в эксперименте проводились на образцах номинально чистых кристаллов парателлурита в условиях комнатной температуры. Экспериментальные исследования выполнялись для гиперзвука, распространяющегося вдоль известных и изученных (относительно скорости распространения) кристаллографических направлений [100] (ось X), [001] (ось Z) и [110] (направление между осями X, Y). Внешне образцы выглядят как прямоугольные параллелепипеды, а их длинная сторона заранее подготовлена и ориентирована вдоль соответствующего требуемого направления с

точностью ниже 1 градуса. Своими размерами образцы варьировались и каждый был примерно от 1 до 2 см длиной.

Полученные результаты измерений в поставленных экспериментах в кристаллах парателлурита значений скоростей и коэффициентов затуханий акустических колебаний на частоте 1 ГГц, а также выражения для эффективных упругих констант приведены в таблице 4.1. Естественно, что эти выражения для эффективных упругих постоянных будут одинаковыми для действительной и мнимой частей тензора. Литературные значения скоростей распространения и коэффициентов затуханий акустических волн для кристаллов парателлурита, приведенные для сравнения в таблице, взяты из работ [6,7].

Таблица 4.1

Значения скоростей и коэффициентов затуханий акустических волн в кристаллах парателлурита (ν= 1 ГГц, *T* = 293 К)

q	***γ***	$c_{эфф}$	*V*, 10^3 м/с		α, дБ/мкс	
			Эксп.	Лит.	Эксп.	Лит.
[100]	[100]	c_{11}	3.07	3.05	3.4	3.0
	[001]	c_{44}	2.07	2.08	0.9	
	[010]	c_{66}	3.31	3.32	2.8	
[001]	[001]	c_{33}	4.22	4.21	2.6	2.4
	[100]	c_{44}	2.07	2.11	0.9	1.0
[110]	[110]	$(c_{11}+c_{12}+2c_{66})/2$	4.57	4.65	2.5	
	[110]	$(c_{11}-c_{12})/2$	0.62	0.60	16.0	12.4
	[001]	c_{44}	2.08	2.10	0.8	

Как видно из таблицы 4.1 для некоторых типов звуковых волн значения соответствующих им коэффициентов затуханий были определены впервые в нашем эксперименте. Полученные таким образом результаты были использованы для последующего нахождения действительных и мнимых компонент комплексного тензора упругих модулей различными вычислительными способами, а эти данные уже и помогают нам в дальнейшем

определить значения скоростей и коэффициентов затухания акустических колебаний вдоль произвольных направлений в кристаллах парателлурита.

§ 4.2. Анизотропия скорости и коэффициента затухания акустических волн в кристаллах парателлурита

Полученные таким образом экспериментальные значения скоростей и коэффициентов затуханий акустических колебаний позволяют выяснить и обнаружить основные необходимые закономерности анизотропии этих характеристик в нашем изучаемом кристалле. Перейдем к рассмотрению основной формулы, которая позволяет вообще получить необходимые результаты и по которой ведется вычислительный процесс. В основе этой формулы лежит всем известное общее уравнение движения для элемента объема твердого тела, или другими словами, как его еще называют в справочниках - стандартное волновое уравнение, в которое обязательно включен учет диссипации энергии в акустическом колебании [5]:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \left(c'_{ijkl} + i c''_{ijkl} \right) \frac{\partial^2 u_{kl}}{\partial x_j \partial x_l} \tag{4.1}$$

$$c_{ijkl} = c'_{ijkl} + i c''_{ijkl} \tag{4.2}$$

здесь u_i – компоненты вектора смещения частиц в колебании, $x_к$ – координаты в выбранной системе координат, u_{kl} – компоненты тензора деформаций упругого тела. Посредством равенства (4.2) отображается тот факт что компоненты комплексного тензора упругости c_{ijkl} представляются через действительные и мнимые части этого тензора.

В процессе решения уравнения (4.1) для приближенного случая плоской затухающей гармонической волны придем последовательно к системе уравнений Грина–Кристоффеля. В этих уравнениях необходимым моментом является рассмотрение в отдельном порядке равенства для действительных и мнимых частей уравнений [5–7]. Поэтому можно записать форму уравнения

для плоского монохроматического затухающего гармонического колебания в таком виде:

$$u_i = u_{0i}\, exp\, [i\, (\omega t - q_k x_k) - \alpha t], \tag{4.3}$$

здесь u_0 – значение амплитуды заданной волны, параметр q_k - компоненты волнового вектора, и, наконец величина α - коэффициент затухания. В итоге приходим к такой системе алгебраических уравнений, в которых является обязательным условием рассмотрение отдельно каждого равенства как для действительных, так и для мнимых частей приведенных уравнений.

В результате проведенных вычислений полученные равенства представляется возможным записать посредством действительных и мнимых компонент тензоров Грина–Кристоффеля, которые в свою очередь представляют собой элементарную свертку материального тензора упругих констант, а те в свою очередь могут быть действительными или мнимыми и свеортка происходит по соответствующим направляющим косинусам вектора единичной волновой нормали κ.

$$\Gamma'_{ik} = c'_{ijkl}\kappa_j\kappa_l \tag{4.4}$$

$$\Gamma''_{ik} = c''_{ijkl}\kappa_j\kappa_l \tag{4.5}$$

Применяя представленное ранее равенство для действительных частей уравнения, преобразуем выражение и в результате придем к системе уравнений Кристоффеля-Грина в следующей форме [6, 7]:

$$[\Gamma_{ik} - \delta_{ik}\rho V^2]\gamma_k = 0 \tag{4.6}$$

здесь символ δ_{ik} – единичный тензор Кронекера, ρ - плотность рассматриваемой среды, V – фазовая скорость акустического колебания, γ_k – компоненты единичного вектора поляризации.

Система (4.6) позволяет, с помощью действительных компонент тензора упругих модулей определять и предсказывать расчетным путем скорость распространения любых акустических колебаний вдоль произвольных направлений в кристаллах. Отметим, что такие расчеты по

анизотропии скорости акустических волн в кристаллах парателлурита производились ранее в ряде работ [84-88].

Далее обратив внимание и перейдя к равенству для мнимых частей:

$$2\alpha\cdot\omega\cdot\rho\cdot u_{0i} = c''_{ijkl}\cdot q_j\cdot q_l\cdot u_{0k}\,, \tag{4.7}$$

приходим к соответствующим выражениям для расчета коэффициентов затухания посредством действительных и мнимых компонент тензора Грина-Кристоффеля или через действительные и мнимые эффективные упругие постоянные в виде:

$$\frac{2\alpha\rho V^2}{\omega} = \Gamma''_{ik}\,\gamma_i\gamma_k = c''_{эфф} \tag{4.8}$$

или

$$\alpha = \frac{1}{2}\omega\frac{c''_{эфф}}{\rho V^2} = \frac{1}{2}\omega\frac{c''_{эфф}}{c'_{эфф}} \tag{4.9}$$

В соотношении (4.9) коэффициент затухания выражается через действительную и мнимую компоненты комплексной эффективной упругой константы:

$$c_{эфф} = c'_{mnpq}\kappa_m\kappa_n\gamma_p\gamma_q + ic''_{mnpq}\kappa_m\kappa_n\gamma_p\gamma_q \tag{4.10}$$

На практике для того, чтобы корректно и быстро рассчитать все нужные коэффициенты затухания в заданных направлениях для кристаллов парателлурита использовалось программное обеспечение, разработанное с помощью средств языка Java и среды разработки Eclipse IDE. Также для сравнительного анализа и корректировки математической точности выбранного языка программирования использовалась платформа Matlab, которая имеет необходимый набор библиотек для работы со сложными тензорами высоких рангов. В ходе работы полученные в результате расчетов данные постоянно корректировались и сравнивались с экспериментальными и справочными данными, для большей точности и согласования с существующими результатами для известных полученных опытным путем значений. Таким образом производилась «калибровка» программного

обеспечения с целью получения наиболее точных результатов. Для произведения вычислений использовались экспериментально полученные значения скоростей распространения и коэффициентов затухания акустических колебаний вдоль основных осей симметрии кристаллов парателлурита. Все заданные параметры кристалла хранились в структурированном файле формата XML. Все остальные значения необходимые для полноты расчетных операций использовались из работы [5]. Результаты вычислений приведены на рисунке 4.1, где представлена анизотропия коэффициента затухания продольных и поперечных акустических волн с частотой 1 ГГц, распространяющихся в плоскости (110).

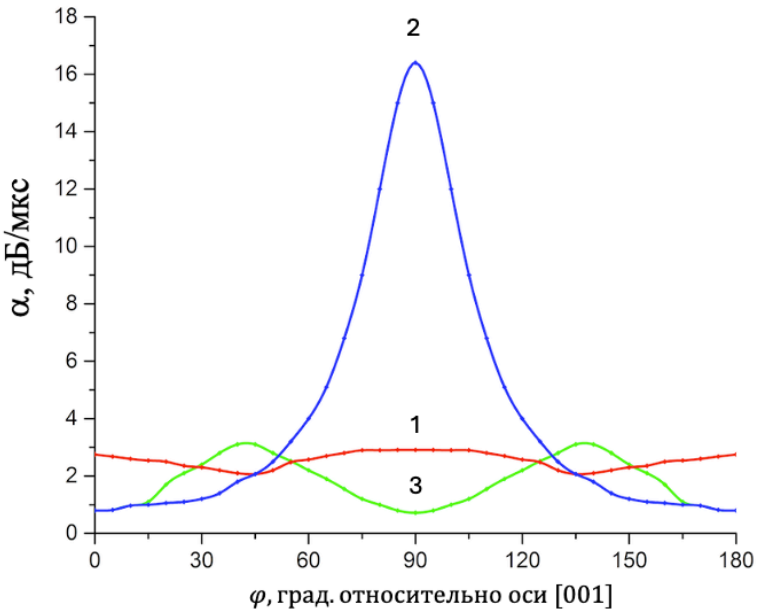


Рис. 4.1. Анизотропия затухания квазипродольных (1), квазипоперечных (3) и чистых поперечных (2) акустических волн с частотой 1 ГГц в кристаллах парателлурита в плоскости (110)

Из рисунка 4.1 видно, что в рассмотренной плоскости анизотропия затухания квазипоперечных (вектор поляризации расположен в плоскости распространения волны) и чистых поперечных (вектор поляризации перпендикулярен направлению распространения) акустических волн заметно больше, чем у квазипродольных волн.

Таким образом, для исследования анизотропии скорости, направления поляризации и коэффициента затухания акустических волн в кристаллах, необходимо решить уравнения (4.6) и (4.9). Так, например, для кристаллографической плоскости (110), в сферической системе координат направление распространения акустической волны задается двумя углами: φ и θ, где угол φ задает распространение упругой волны относительно оси *X*, а угол θ - относительно оси *Z*.

Используя такие обозначения форма нормали к волновому фронту имеет следующие итоговые компоненты:

$$\kappa_1 = \cos\phi \sin\theta,\ \kappa_2 = \sin\phi \sin\theta \text{ и } \kappa_3 = \cos\theta.$$

В результате можно определить, например, выражения для компонент тензора Кристоффеля через компоненты тензора упругих констант в произвольных направлениях любого кристалла. Для описания упругих свойств тетрагональных материалов классов 42m, 422, 4mm и 4/mmm достаточно знать значения шести констант C_{ijkl}, которые после свертки их индексов можно записать в следующем матричном виде: c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{33}, c_{44} и c_{66}.

В таблице 4.2 приведены такие выражения для кристаллов парателлурита при распространении акустических волн вдоль основных осей симметрии в них.

В плоскости (001), ортогональной оси симметрии четвертого порядка, направляющие косинусы, соответственно, равны:

$$n_1=\cos\varphi,\ n_2=\sin\varphi,\ n_3=0,$$

В этом случае компоненты тензора Грина-Кристоффеля записываются в виде:

$$\Gamma_{11} = c_{11}(cos\varphi)^2 + c_{66}(sin\varphi)^2$$

$$\Gamma_{22} = c_{66}(cos\varphi)^2 + c_{11}(sin\varphi)^2$$

$$\Gamma_{33} = c_{44}$$

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = (c_{12} + c_{66})cos\varphi \cdot sin\varphi$$

$$\Gamma_{13} = \Gamma_{31} = \Gamma_{23} = \Gamma_{32} = 0$$

Таблица 4.2

Компоненты тензора Кристоффеля

q	Γ_{11}	Γ_{22}	Γ_{33}	Γ_{12}	Γ_{13}	Γ_{23}
[100]	c_{11}	c_{66}	c_{44}	0	0	0
[010]	c_{66}	c_{11}	c_{44}	0	0	0
[001]	c_{44}	c_{44}	c_{33}	0	0	0
[110]	$0.5(c_{11}+c_{66})$	$0.5(c_{11}+c_{66})$	c_{44}	$0.5(c_{12}+c_{66})$	0	0
[101]	$0.5(c_{11}+c_{44})$	$0.5(c_{66}+c_{44})$	$0.5(c_{33}+c_{44})$	0	$0.5(c_{13}+c_{44})$	0
[011]	$0.5(c_{66}+c_{44})$	$0.5(c_{11}+c_{44})$	$0.5(c_{33}+c_{44})$	0	0	$0.5(c_{13}+c_{44})$

В результате, фазовые скорости волн, поляризованных в плоскости XOY тетрагонального кристалла, определяются формулой:

$$V_{1,2}{}^{2} = \frac{c_{11} + c_{66} \pm \sqrt{(c_{11} - c_{66})^2 \cos^2 2\varphi + (c_{12} + c_{66})^2 \sin^2 2\varphi}}{2\rho}. \qquad (4.11)$$

Соотношение (4.11) определяет значения скоростей двух волн, поляризация которых лежит в плоскости XOY, а скорость третьей моды, имеющей поперечную поляризацию относительно рассматриваемой плоскости, равна $V=(c_{44}/\rho)^{1/2}$. Результаты расчета приведены в таблице 4.3 [97-105].

При расчете использовались следующие величины:

плотность $\rho = 5{,}98\cdot10^3$ кг/м^3,

действительные упругие коэффициенты:

$c_{11}=5{,}6\cdot10^{10}$ Н·м$^{-2}$, $c_{12}=5{,}15\cdot10^{10}$ Н·м$^{-2}$, $c_{66}=6{,}62\cdot10^{10}$ Н·м$^{-2}$, $c_{33}=10{,}56\cdot10^{10}$ Н·м$^{-2}$, $c_{44}=2{,}67\cdot10^{10}$ Н·м$^{-2}$, $c_{13}=2{,}17\cdot10^{10}$ Н·м$^{-2}$,

мнимые упругие коэффициенты:

$c''_{11}=4{,}1\cdot10^6$ Н/м^2, $c''_{12}=1{,}42\cdot10^6$ Н/м^2, $c''_{66}=1{,}34\cdot10^6$ Н/м^2, $c''_{33}=2{,}12\cdot10^6$ Н/м^2, $c''_{44}= c''_{55}=1{,}1\cdot10^6$ Н/м^2, $c''_{13}=1{,}58\cdot10^6$ Н/м^2

Таблица 4.3

Скорость и затухание акустических волн, и действительные и мнимые эффективные константы кристаллов парателлурита (ν = 1 GHz)

q	γ	c_{eff}	c'_{eff}, 10^{10} N/m^2	c''_{eff}, 10^6 N/m^2	V, 10^3 m/s	α	
						dB/μs	10^6 s^{-1}
[100]	[100]	c_{11}	5.60	7.0	3.07	3.4	0,394
	[001]	c_{44}	2.671	0.9	2.09	0.9	0,104
	[010]	c_{66}	6.619	6.8	3.31	2.8	0,322
[001]	[001]	c_{33}	10.56	10.1	4.23	2.6	0,301
	[100]	c_{44}	2.66	0.9	2.08	0.9	0,105
[110]	[110]	$(c_{11}+c_{12}+2c_{66})/2$	11.99	12.45	4.56	2.5	0,287
	[110]	$(c_{11}-c_{12})/2$	0.225	1.35	0.62	16.0	1,84
	[001]	c_{44}	2.67	0.9	2.08	0.8	0,092

§ 4.3. Особенности расчета характеристик акустических волн в кристаллах парателлурита вблизи осей симметрии

Как было отмечено, одним из основных параметров акустооптических приборов является коэффициент затухания акустической волны, который можно рассчитывать с использованием действительных и мнимых компонент тензора упругости. При этом величина коэффициента затухания и его анизотропия сильно зависит и от действительных компонент тензора упругих констант, которые входят в расчетное выражение. Значения этих компонент достаточно полно представлены в справочнике [48]. Результаты проведенных нами расчетов совпадают с данными справочника, но при этом и в справочнике, и в нашем случае для плоскости XOY получается ошибочная картина, в которой, например, значение скорости поперечной акустической волны вдоль осей X и Y меньше скорости продольной акустической волны, а должно быть наоборот, поскольку упругая постоянная в кристаллах парателлурита c_{66} больше c_{11}.

Рассмотрим более детально распространение акустических волн в плоскости XOY, ортогональной оси симметрии четвертого порядка. В этом случае направляющие косинусы волнового вектора волн, распространяющихся в плоскости симметрии (001), равны $\kappa_1=\cos\psi$, $\kappa_2=\sin\psi$, $\kappa_3=0$. Тогда компоненты (соответственно действительные и мнимые) тензора Грина-Кристоффеля запишутся в виде [3]:

$\Gamma_{11}=c_{11}(\cos\psi)^2 + c_{66}(\sin\psi)^2$

$\Gamma_{22}=c_{66}(\cos\psi)^2 + c_{11}(\sin\psi)^2$

$\Gamma_{33}=c_{44}$

$\Gamma_{12}=\Gamma_{21}=(c_{12}+c_{66})\cos\psi\cdot\sin\psi$

$\Gamma_{13}=\Gamma_{31}=\Gamma_{23}=\Gamma_{32}=0$

В частности, действительная часть эффективной упругой постоянной запишется в виде:

$$c'_{эфф} = \frac{\Gamma'_{11}+\Gamma'_{22}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\Gamma'_{11}-\Gamma'_{22})^2 + 4\Gamma'^2_{12}} \qquad (4.12)$$

В результате, фазовые скорости продольной и одной поперечной волн, поляризованных в плоскости XOY, кристалла TeO_2, определяются формулой:

$$V_{1,2}{}^2 = \frac{c_{11}+c_{66} \pm \sqrt{(c_{11}-c_{66})^2\cos^2 2\psi + (c_{12}+c_{66})^2\sin^2 2\psi}}{2\rho}. \qquad (4.13)$$

Соотношение (4,13) определяет значения скоростей двух волн, поляризация которых лежит в плоскости XOY. При этом оси [100] и [010] (X и Y) равнозначны и вдоль них скорость продольной волны всегда меньше скорости поперечной волны.

Математически все верно, так как с изменением направления распространения в этой плоскости к неизменяемой части (одинаковой для обеих волн) прибавляется (для L волны) или отнимается (для S волны) подкорневая часть. Соответственно скорость продольной волны всегда больше скорости поперечной. Но, в результате получается физическая ошибка, так как в определенном створе углов около осей X и Y (примерно ±4

градуса) скорость поперечной волны должна быть больше скорости продольной акустической волны, так как:

$$V_L = \sqrt{\frac{c_{11}^{'}}{\rho}} \cdot < V_S = \sqrt{\frac{c_{66}^{'}}{\rho}} \tag{4.14}$$

Скорость третьей моды, имеющей поляризацию, перпендикулярную рассматриваемой плоскости (001), равна $V=(c_{44}/\rho)^{1/2}$, то есть не зависит от направления распространения. Следует отметить, что в данной плоскости пьезоэлектрический эффект в кристаллах парателлурита не влияет на величину скорости и затухания акустических волн.

Для устранения расхождения в указанном створе углов мы применили подход приближенных вычислений, используя элементарную формулу нахождения подкорневого выражения вида [99]:

$$\sqrt{a^2 + h} \cong a + \frac{h}{2a} \tag{4.15}$$

В нашем случае, при углах φ менее 5 градусов имеем

$$c_{эфф1,2}^{'} \cong \frac{(c_{11}^{'} + c_{66}^{'}) \pm \left[(c_{11}^{'} - c_{66}^{'}) + \frac{(c_{12}^{'} + c_{66}^{'})^2 - (c_{11}^{'} - c_{66}^{'})^2}{2(c_{66}^{'} - c_{11}^{'})} \sin^2 2\psi \right]}{2} \tag{4.16}$$

Или, отдельно:

$$c_{эфф1}^{'} \cong c_{11}^{'} + \frac{(c_{12}^{'} + c_{66}^{'})^2 - (c_{11}^{'} - c_{66}^{'})^2}{4(c_{66}^{'} - c_{11}^{'})} \sin^2 2\psi = c_{11}^{'} + A\sin^2 2\psi \quad , \tag{4.17}$$

$$c_{эфф2}^{'} \cong c_{66}^{'} - \frac{(c_{12}^{'} + c_{66}^{'})^2 - (c_{11}^{'} - c_{66}^{'})^2}{4(c_{66}^{'} - c_{11}^{'})} \sin^2 2\psi = c_{66}^{'} - A\sin^2 2\psi \quad , \tag{4.18}$$

где коэффициент А, после подстановки значений действительных упругих постоянных равен $33.699\ 10^{10} = 33.7 \cdot 10^{10}$ N/m^2

Результаты расчета по формулам (4.17) и (4.18) скорости продольных и поперечных волн акустических волн в створе углов ±6 градуса относительно направления [100] или [010] (которые равноправны из соображений симметрии) в плоскости (001) показаны на рисунке 4.2. Видно, что при углах близких к оси X (или Y) скорость поперечной волны больше скорости

продольной волны, как и следует из значений эффективных упругих постоянных.

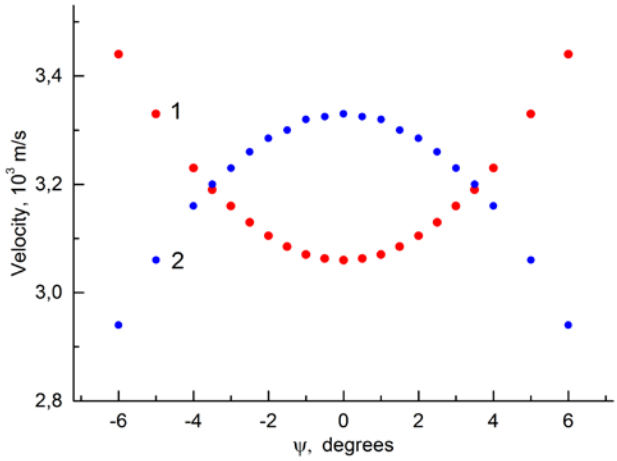


Рис. 4.2. Анизотропия скорости продольных (1) и поперечных (2) акустических волн в плоскости (001) при малых отклонениях от оси [100]

С увеличением угла разница между ними уменьшается и при угле примерно 3,5 градуса они становятся равными. При углах равных и более 4 градусов значения скоростей необходимо определять по стандартным формулам. Таким образом при нашем подходе получается правильная картина изменения скоростей продольных и поперечных акустических волн при малых отклонениях направления их распространения от осей второго порядка.

После применения данного метода расчета необходимо привести в нормальную форму вид сечения характеристической поверхности плоскостью (001), с учетом введенных изменений в формулах расчета скорости акустической волны в заданном растворе углов. Проблема заключается в том, что после отображения полученных данных на графике появляется своеобразный «излом», который характеризует геометрически переход от одного математического метода расчета к другому. Физически такового перехода не существует, ввиду чего требуется сгладить картину для корректного отображения результатов расчета. Для получения гладкой функции, необходимо оценить кривизну обеих функций вблизи точки

соприкосновения. Для этого достаточно провести серию касательных через три точки с каждой стороны.

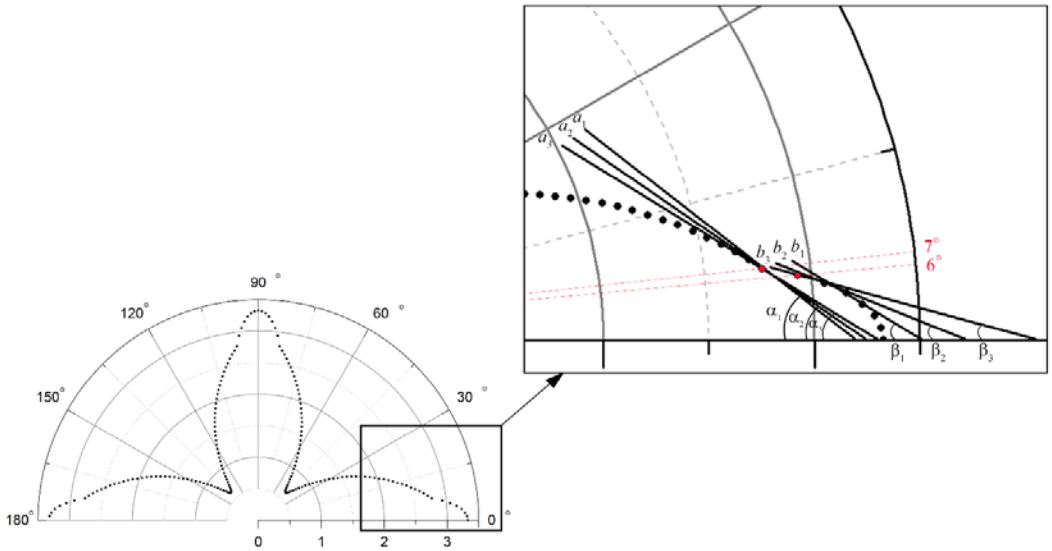


Рис. 4.3. Разница в изменении угла наклона к оси абсцисс касательных в точках на границе переходного участка в угловой зависимости скорости поперечных волн

Первая серия касательных обозначена как a_1, a_2, a_3 и соответствующие им углы α_1, α_2, α_3. Вторая серия касательных: b_1, b_2, b_3 и углы β_1, β_2, β_3. Заметно, что при переходе из a_1 в b_3 (красные точки) происходит резкое изменение угла наклона касательных (α_1 и β_3), что не должно наблюдаться ввиду плавного изменения экспериментальных значений скорости на участке от 0 до 4.5 градуса. Чтобы сгладить переход в этих точках (направления от 6° до 7°) был использован метод пиковой аппроксимации кривой функции распределения Гаусса, который описан в [106], с помощью программных средств Matlab [107-110]. При применении указанного метода аппроксимации пропадает резкий переход из направления 6 в направление 7, что приводит вид функции в точках 6 и 7 к виду с плавно меняющейся кривизной в заданном интервале.

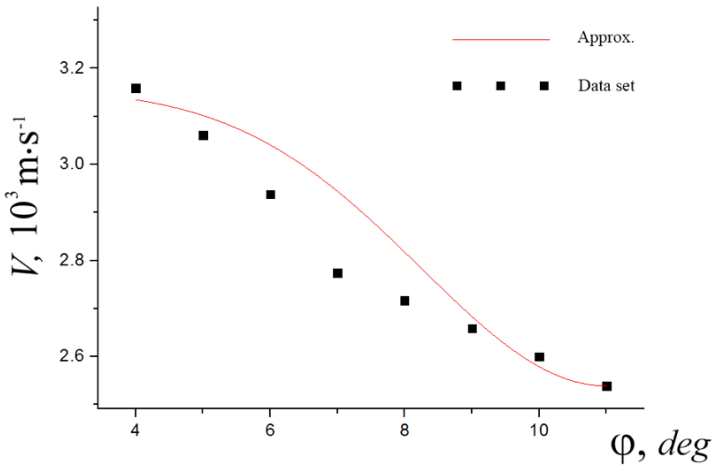


Рис 4.4. Результаты аппроксимации угловой зависимости скорости

Расчет коэффициента затухания квазипродольных и квазипоперечных волн в плоскости (001) при отклонении их направления распространения от оси [100] на ± градусов производился с помощью соотношения:

$$\alpha = \pi\nu \frac{c''_{эфф}}{c'_{эфф}} \tag{4.18}$$

Результаты расчета затухания продольных и поперечных волн по формуле (4.18) показаны на рисунке 4.5.

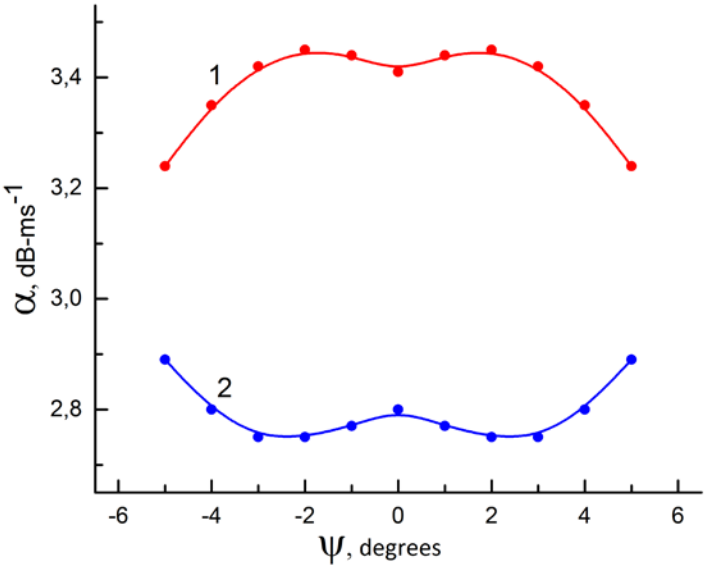


Рис. 4.5. График зависимости коэффициента затухания продольных (1) и поперечных (2) акустических колебаний в плоскости (001) при малых отклонениях от оси [100]

Видно, что в растворе углов, где волновой вектор отклоняется у акустических колебаний, распространяющихся в плоскости (001) от оси [100] на ±3.5 градуса наблюдается аномалия ориентационной зависимости коэффициента затухания, как и для скорости распространения этих волн. Указанное отклонение необходимо учитывать при разработке устройств с применением кристаллов парателлурита. Таким образом, образцы парателлурита, применяемые в качестве звукопровода необходимо ориентировать с точностью не менее 1 градуса.

Выводы по четвертой главе

- На основе полученных значений скоростей и коэффициентов затуханий акустических колебаний в кристаллах парателлурита были вычислены и зафиксированы действительные и мнимые компоненты комплексного тензора упругих констант.
- Показано, что расчетные значения коэффициента затухания в направлениях, которые были исследованы до текущего исследования, согласуются с экспериментальными значениями, полученными в нашей работе, в частности для [100], [110].
- Ориентационные зависимости (или закономерности) коэффициента затухания подтверждают сделанное в нашей работе предположение, что характер анизотропии коэффициента затухания имеет существенное качественное отличие от ориентационных зависимостей скорости распространения акустических колебаний.
- Установлено, что наиболее сильная анизотропия затухания наблюдается у чистых поперечных волн, скорость распространения которых не меняется в данной плоскости.
- Показано, что в кристаллах тетрагональной симметрии, при условии, что коэффициент упругости c_{66} превышает коэффициент c_{11}, существуют

направления распространения волн, в которых происходит трансформация квазипродольной волны в квазипоперечную волну.

- На основе анализа полученных результатов по анизотропии затухания акустических волн с различной поляризацией, распространяющихся в плоскостях симметрии, ортогональных к осям симметрии второго и четвертого порядка показано, что наиболее сильная анизотропия затухания наблюдается для квазипоперечных волн, с поляризацией в этой же плоскости.
- Полученные результаты экспериментов и расчетов могут быть полезны при разработке акустооптических устройств, применяемых для преобразования сигналов в оптических и оптоволоконных линиях связи, в которых в качестве рабочей активной среды применяются кристаллы парателлурита.
- По аналогии с кубическими кристаллами можно ввести частный параметр анизотропии для акустических волн, распространяющихся в одной из плоскостей симметрии в кристаллах точечной группы симметрии 422. В частности, в качестве такого параметра анизотропии, так же как в кубических кристаллах, можно принять квадрат отношения скоростей поперечных волн в плоскости (001).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе проведенных исследований по диссертации на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам на тему «Закономерности анизотропии упругих свойств в пьезоэлектрических кристаллах германата и силиката висмута и парателлурита» можно сделать следующие выводы.

1. Определены все независимые действительные и мнимые компоненты комплексного тензора упругости в кристаллах силиката и германата висмута и парателлурита и на их основе построены характеристические поверхности скорости и затухания акустических волн в этих кристаллах.
2. Для описания закономерностей анизотропии затухания акустических волн введен мнимый параметр акустической анизотропии, который правильно предсказывает закономерность анизотропии коэффициента затухания в зависимости от кристаллографической ориентации в кубических кристаллах германата и силиката висмута.
3. Показано, что в кристаллах германата висмута, силиката висмута и парателлурита диэлектрические потери увеличивают коэффициент затухания пьезоактивных акустических волн, однако не влияют на общий характер анизотропии скорости и затухания этих волн.
4. Установлено, что большое различие действительного и мнимого параметров акустической анизотропии в кристаллах германата висмута обуславливается влиянием диэлектрических потерь на коэффициент затухания акустических волн.
5. Проведен расчет характеристик акустических волн в кристаллах парателлурита приближенными методами, который позволяет выявить правильную закономерность изменения скорости и затухания акустических волн при малых отклонениях направления их распространения от осей второго порядка.

6. Показано, что в кристаллах германата и силиката висмута чем больше мнимый параметр акустической анизотропии отклоняется от единицы, тем больше коэффициент затухания акустических волн зависит от кристаллографической ориентации.

Проведенные в диссертационной работе исследования представляют определенный вклад в установление закономерностей анизотропии упругих свойств кристаллов силиката и германата висмута и парателлурита, с учетом фактора влияния диэлектрических потерь в эту анизотропию. Полученные результаты и их анализ позволяют выйти на более высокий уровень разработки акустоэлектронных и акустооптических приборов на основе этих кристаллов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах. – М.: Наука, 1965. – 386с.
2. Леманов В.В., Смоленский Г.А. Гиперзвуковые волны в кристаллах // УФН. – Москва, 1972. – Т. 108. – № 3. – С. 465-501.
3. Такер Дж., Рэмптон В. Гиперзвук в физике твердого тела. – М.: Мир, 1975. – 453 с.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Издание 5. – М.: Наука, 2007. –Т. VII. Теория упругости. – 264 с.
5. Дьелесан Э.Д., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов. – М.: Наука, 1982. – 424 с.
6. Сиротин Ю.Г., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. – М.: Наука, 1979. – 680 с.
7. Лямов В.Е. Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах. –М.: МГУ, 1983. – 224 с.
8. Zaitsev B.D., Teplykh A.A., Kuznetsova I.E. The pecularities of energy characteristics of acoustic waves in piezoelectric materials and structures // IEEE Trans. UFFC. – 2006. – V. 53. – No. 5. – P. 966-970.
9. Босяков С.М. Скляр О.Н. Влияние пьезоэлектрического эффекта на распространение упругих волн в кубически анизотропных пьезоэлектриках. // Инжен-физ. ж. – 2006. – Т. 78. – № 3. – С. 167-170.
10. Андреев И.А. Анизотропия электромеханических свойств пьезоэлектрических кристаллов со структурой вольфрамовой бронзы и лангасита. //Известия высших учебных заведений России. Серия радиоэлектроника. – 2007. – №1. – С. 45-52.
11. Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В. Акустооптическое исследование необычных случаев отражения объемных упругих волн в кристалле парателлурита // Акустический журнал. – 2012. – Т. 58. – No 1. – С. 121-131.

12. Балакший В.И., Манцевич С.Н. Распространение акустических пучков в кристалле парателлурита // Акустический журнал. – 2012. – Т. 58. – No 5. С. 600—609.
13. Котов В.М. Брэгговская дифракция трехцветного излучения в кристалле парателлурита // Акустический журнал. – 2015. – Т. 61. – N 6. – С. 701-704.
14. Mantsevich S., Balakshy V. Peculiarities of acoustooptic interaction in media with strong acoustic anisotropy // Societe Francaise d'Acoustique. Proceedings of «Acoustics 2012». - 23 Apr 2012. - Nantes, France. – pp 1253-1257.
15. Кулеев И.Г., Кулеев И.И., Бахарев С.М. Влияние дисперсии и затухания состояний тепловых фононов на поглощение продольного ультразвука в кристаллах Ge // Физика твердого тела. – 2011. – Т. 53. – № 8. – С. 1565-1575.
16. Благов А.Е., Писаревский Ю.В., Таргонский А.В., Элиович Я.А., Ковальчук М.В. Эволюция кривых дифракционного отражения рентгеновских лучей в кристаллах парателлурита и фторида лития при воздействии интенсивным ультразвуком. // Физика твердого тела. – 2017. – Т. 59. – № 5. – С. 947.
17. Кулеев И.Г., Бахарев С.М. Коэффициенты усиления потока фононов в кристаллах с различным типом анизотропии упругой энергии. // Физика твердого тела. – 2018. – Т. 60. – № 7. – С. 1260-1269.
18. Сандитов Д.С., Машанов А.А. О формуле Леонтьева для параметра Грюнайзена твердых тел. // Физика твердого тела. – 2021. – Т. 63. – № 2. – С. 292-298.
19. Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. Расширение углового диапазона сканирования акустооптического дефлектора с двухэлементным фазированным пьезопреобразователем. // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83. – № 9. – С. 108-113.
20. Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. Модификация параболического приближения теории дифракции ультразвукового пучка

в сильноанизотропном кристалле. // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83. – № 12. – С. 11-16.

21. Антонов С.Н. Акустооптический модулятор неполяризованного лазерного излучения на кристалле парателлурита. // Журнал технической физики. – 2016. – Т. 86. – № 1. – С. 132-135.
22. Антонов С.Н. Акустооптический дефлектор неполяризованного лазерного излучения. // Журнал технической физики. – 2016. – Т. 86. – № 1. – С. 136-139.
23. Захаров А.В., Волошинов В.Б. Влияние акустической анизотропии кристалла парателлурита на двукратное акустооптическое брэгговское рассеяние света. // Журнал технической физики. – 2016. – Т. 86. - № 9. – С. 96-101.
24. Антонов С.Н. Акустооптический дефлектор — новый метод повышения эффективности и широкополосности. // Журнал технической физики. – 2016. – Т. 86. – № 10. – С. 155-158.
25. Котов В.М., Аверин С.В., Воронко А.И., Котов Е.В., Тихомиров С.А. К вопросу о трехкратной брэгговской дифракции в кристалле парателлурита. // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87. – № 7. – С. 1078–1081.
26. Волошинов В.Б., Никитин П.А., Трушин А.С., Магдич Л.Н. Акустооптическая ячейка на кристалле парателлурита с поверхностным возбуждением объемных акустических волн. // Письма в ЖТФ. – 2011. – Т. 37. – № 16. – С. 22-28.
27. Мальнева П.В., Трушин А.С. Скорости акустических волн в двумерных композитных структурах на основе акустооптических кристаллов. // Письма в ЖТФ. – 2015. – Т. 41. – № 8. – С. 35-42.
28. Mantsevich S.N., Balakshy V.I., Molchanov V.Ya., Yushkov K.B. Influence of acoustic anisotropy in paratellurite on quasicollinear acousto-optic interaction. // Ultrasonics. – 2015. – Vol. 63. – pp. 39–46.
29. Волошинов В.Б., Балакший В.И., Поликарпова Н.В., Трушин А.С. Акустооптические методы исследования распространения упругих волн в

кристалле парателлурита. // Методическая разработка к одноименной задаче “Практикума колебаний” кафедры физики колебаний. – М., изд. физического факультета МГУ. – 2010. – 27 с.

30. Колесников А.Е. Ультразвуковые измерения. - М.: Наука, 1970. – 236 с.
31. Бобронницкий Ю.И. Закон сохранения энергии в акустике. // Акустический журнал. – 2005. – Т. 51. – № 1. – С. 59-67.
32. Гуляев Ю.В., Проклов В.В., Шкердин Г.Н. Дифракция света на звуке в твердых телах // УФН. – 1978. – Т. 124. – № 1. – С. 61-71.
33. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. – М.: Мир, 1972. – 307 с.
34. Шапошников И.Г. О распространении звука в кристалле, обладающем пьезоэлектрическими свойствами // ЖЭТФ. – 1941. – Т. 11. - № 2-3. – С. 332-339.
35. Ganeev R.A., Ryasnyansky A.I., Tugushev R.I., Kodirov M.K., Usmanov T. Akhmedzhanov F.R. Study of nonlinear-optical characteristics of photorefractive BSO and BGO crystals. // Journal Quantum Electronics. – 2004. – Vol. 34. – No 2. – P. 156-160.
36. Ganeev R.A., Ryasnyansky A.I., Tugushev R.I., Kodirov M.K., Usmanov T., Akhmedzhanov F.R. Nonlinear optical characteristics of BSO and BGO photorefractive crystals in visible and infrared ranges. // Optical and Quantum Electronics. – 2004. – V. 36. – No 2. – P. 807-818.
37. Воротников Д.А., Даринский Б.М., Звягин В.Г. Топологический подход к исследованию акустических осей в кристаллах // Кристаллография. - Москва, 2006. – Т. 51. – № 1. – С. 112 -117.
38. Дуда А. Особые направления распространения акустических волн в пьезоэлектрических и непьезоэлектрических средах // Акустический журнал. – Москва, 2006. – Т. 52. – № 1. – С. 43-50.
39. Akhmedzhanov F.R., Kurbanov J.O., Boltabaev A.F. Attenuation of Acoustic Waves in Single-domain and Polydomain $LiTaO_3$ Crystals // J. Sensors & Transducers. – 2020. – Vol. 246. – Issue 7. – P 43-47.

40. Блистанов А.А., Бондаренко В.С., Переломова Н.В. Акустические кристаллы. Справочник. Под ред. М.П. Шаскольской. – М.: Наука, 1982. – 632 с.
41. Akhmedzhanov F.R., Mirzaev S.Z., Saidvaliev U.A. Parameters of Elastic Anisotropy in Bismuth Silicate Crystals // Ferroelectrics. – 2020. – Vol. 556. – Issue 01. – P. 23–28.
42. Wenhua Jiang and Wenwu Cao. High-frequency dispersion of ultrasonic velocity and attenuation of single crystal 0.72 $Pb(Mg_{1/3}Nb_{2/3})O_3$ – 0.28 $PbTiO_3$ with engineered domain structures. // Appl. Phys. Lett. – 2002. – Vol. 80. – P. 2466-2468.
43. Кулак Г.В., Николаенко Т. В. Дифракция света на ультразвуке в кристаллах парателлурита в условиях френелевского отражения. // Журнал прикладной спектроскопии. – Минск, 2006. – Т. 73. – № 6. – С. 819- 823.
44. Кулак Г.В., Ропот П.И. Поляризационно-независимая ультразвуковая модуляция света в гиротропных кубических кристаллах германата висмута. // Журнал прикладной спектроскопии. – Минск, 2003. – Т. 70. – № 2. – С. 282- 285.
45. Кулак Г.В., Николаенко Т.В., Ропот П.И. Оптико-акустическая диагностика поглощающих сред. // Журнал прикладной спектроскопии. – Минск, 2006. – Т. 73. – № 5. – С. 676- 679.
46. Андреев И.А., Ивлева Л.И. Кристаллы для эффективного преобразования и управления лазерным излучением // Оптический журнал. – 2007. – Т. 74. – №9. – С.40-44.
47. Андреев И.А. Монокристаллы с умеренной и сильной электромеханической связью для акустоэлектроники и акустооптики.: Автореф. дис. … док. физ.-мат. наук. - Санкт – Петербург, 2007. – 34 с.
48. Akhiezer A. About Sound Absorption in Solids // J. of Experimental and Theoretical Physics (SU). - Moscow, 1938. – No 8. – P. 1318-1329.
49. Paolo Vannucci. Anisotropic elasticity. - Springer (Singapore), 11 February 2019. – 426 p.

50. Jean-François Ganghoffer, Ivaïlo Mladenov. Similarity and Symmetry Methods. Applications in Elasticity and Mechanics of Materials. – Springer International Publishing (Switzerland), 2014. – 376 p.
51. Chi-Sing Man. Crystallographic Texture and Group Representations. – Springer Dordrecht, 2023. – 430 p.
52. Gerd Czycholl. Solid State Theory, Volume 1. Basics: Phonons and Electrons in Crystals. – Springer Berlin, Heidelberg, 2023. – 400p.
53. Ахмеджанов Ф.Р., Леманов В.В., Насыров А.Н. Поверхности акустического затухания в кристаллах // Письма в ЖТФ. – Санкт-Петербург, 1980. – Т. 6. – Вып. 10. – С. 589-592.
54. Bajac I.L., McNab A., Richter J., Wilkinson C.D.W. Attenuation of acoustic waves in lithium niobate // J. Acoust. Soc. Am. - 1981. – V. 69. – No. 3. – P. 689-695.
55. Гусев А.И., Садовников С.И. Условия механической стабильности и упругие свойства кристаллических структур с разной симметрией. // Физика твердого тела. – 2022. – Т. 64. – № 6. – С. 671-675.
56. Сандитов Д.С. Упругие свойства и ангармонизм твердых тел. // Физика твердого тела. – 2022. – Т. 64. – № 2. – С. 241-254.
57. Woodruff T.O., Ehrenreich H. Absorption of sound in insulators. // Phys. Rev. - 1961. - V. 123. - P. 1553-1559.
58. Мэзон У. Влияние примесей и фононных процессов на затухание ультразвука в германии, кварце и кремнии // Сб. Физическая акустика. Под редакцией У. Мэзона. – М.: Мир, 1968. - Т. 3, Часть Б. – Гл. 6. - С. 285-341.
59. Балакший В.И., Волошинов В.Б., Князев Г.А., Кулакова Л.А. Исследование акустооптических характеристик кристаллов парателлурита в режиме анизотропной дифракции света. // Журнал технической физики. – 2008. – Т. 78. – №10. – С. 87-95.
60. Гуфан А.Ю., Гуфан Ю.М., Дженкуан Дзяо, Сяо Фэн Сю. Теория структуры и свойств парателлурита. // Физика твердого тела. – 2006. – Т. 48. – № 2. – С. 328-333.

61. Логачев Ю. А., Мойжес Б. Я. К теории поглощения звука по Ахизеру. // Физика Твердого Тела. – 1974. – Т. 16. – № 8. – С. 2219-2223.
62. Леманов В.В., Ким В.С., Насыров А. Поверхности акустического затухания в кубических кристаллах. // Физика твердого тела. – 1984. – Т. 26. – № 4. – С. 1013-1015.
63. Кулеев, И.Г., Кулеев И.И., Арапова И.Ю. Ангармонические процессы рассеяния и релаксация медленных квазипоперечных фононов в кубических кристаллах. // Физика твердого тела. - Санкт-Петербург, 2009. – Т. 51. – № 5. – С. 846-852.
64. Кулеев, И.Г., Кулеев И.И. Релаксация квазипоперечных фононов в механизме Херринга и поглощение ультразвука в кубических кристаллах с положительной и отрицательной анизотропией упругих модулей второго порядка. // Физика твердого тела. – 2009. – Т. 51. – № 11. – С. 2211-2219.
65. Кулеев, И.Г., Кулеев И.И. Анизотропия поглощения продольного ультразвука в ангармонических процессах рассеяния в кубических кристаллах Ge, Si, InSb, MgO и KCl: роль затухания фононных состояний. // ФТТ. – Санкт-Петербург, 2010. – Т. 52. – № 7. – С. 1377-1391.
66. Кулеев, И.Г., Кулеев И.И. Упругие волны в кубических кристаллах с положительной и отрицательной анизотропией упругих модулей второго порядка. // Физика твердого тела. - 2007. – № 49. – № 3. – С. 422-429.
67. Кулеев И.Г., Кулеев И.И. Анизотропия поглощения поперечного ультразвука в кубических кристаллах Ge, Si и алмаза с различным изотопическим составом. // Физика твердого тела. – Санкт-Петербург, 2007. – Т. 49. – № 9. – С. 1568-1575.
68. Кулеев, И.Г., Кулеев И.И., Арапова И.Ю. Ангармонические процессы рассеяния и релаксация квазипоперечных мод в кубических кристаллах с положительной и отрицательной анизотропией модулей упругости второго порядка. // Физика твердого тела. – 2007. – Т. 49. – № 7. – С. 1272-1281.
69. Grant Norton M. A Modern History of Materials. From Stability to Sustainability. – Springer Cham, 2023. – 216p.

70. Ara Sergey Avetisyan. Electroacoustic Waves in Piezoelectric Layered Composites. – Springer Cham, 2024. – 299p.
71. Ladislaus Bányai. A Compendium of Solid-State Theory. – Springer Cham. Springer Nature Switzerland AG 2020. – 2021. – 207p.
72. James D. Patterson, Bernard C. Bailey. Solid-State Physics. Introduction to the Theory. – Springer Cham., 2019. – 954p.
73. Richard C Powell. Symmetry, Group Theory, and the Physical Properties of Crystals. Lecture Notes in Physics. – Springer New York, 2010. – 210 p.
74. Olaf Stenzel. Light–Matter Interaction. A Crash Course for Students of Optics, Photonics and Materials Science. – Springer Cham., 2022. – 48 p.
75. Ulrich Müller. Symmetry Relationships between Crystal Structures Applications of Crystallographic Group Theory in Crystal Chemistry. – Oxford University Press, 2013. – 327 p.
76. Nakamura K. Ultrasonic Transducers. Woodhead Publishing. – August 2012. – 722 p.
77. Nava R., Vecchi M. P., Romero J., Fernandez B. Akhiezer damping and the thermal conductivity of pure and impure dielectrics. // Phys. Rev. B. – 1975. – V. 14. – No 2. – C. 800-807.
78. Беломестных В.Н. Акустический параметр Грюнайзена твердых тел. // Письма в ЖТФ. – 2004. – Т. 30. – № 3. – С. 14−19.
79. Дамон Р., Мэлони В., Мак-Магон Д. Взаимодействие света с ультразвуком: явление и его применения. // Сб. Физическая акустика. Под ред. У. Мэзона и Р. Терстона. – М.: Мир, 1974. – Т. 7. – Гл. 5. - С. 311-420.
80. Максимов Л.А., Хабарова Т.В. О свойствах векторов поляризации акустических колебаний в кристаллах и фононном эффекте Холла. // Успехи физических наук. – Москва, 2010. – Т. 180. – № 5. – С. 503-507.
81. Ропот П.И., Васильев Р.Ю. Самовоздействие бесселевых световых пучков в гиротропных кубических фоторефрактивных кристаллах. // Журнал прикладной спектроскопии. – Минск, 2006. – Т. 73. – № 4. – С. 488- 493.

82. Пугачев А.М., Кожима С., Анвар Х. Исследование фазового перехода в танталате лития методом бриллюэновской спектроскопии // ФТТ. – Санкт-Петербург, 2007. – Т. 48. – № 6. – С. 988-989.
83. Альшиц В. И., Любимов В. Н. Конусы оптических осей в гиротропных кристаллах со скалярной диэлектрической проницаемостью // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – Москва, 2008. – Т. 133. - №4. – С. 853-862.
84. Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. Обратная акустооптическая задача - когерентное сложение нескольких оптических лучей в один оптический канал. // Журнал технической физики. – Санкт-Петербург, 2007. –Т. 77. – Вып. 5. - С. 75-80.
85. Антонов С.Н., Резвов Ю.Г. Высокоэффективная многолучевая Брэгговская акустооптическая дифракция при фазовой оптимизации поличастотной акустической волны. // Журнал технической физики. – Санкт-Петербург, 2007. – Т. 77. – Вып. 8. – С. 93-97.
86. Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. Высокоэффективная акустооптическая дифракция света на многочастотном звуке в геометрии неаксиального дефлектора. // Журнал технической физики. – Санкт-Петербург, 2008. – Т. 78. – Вып. 6. – С. 79-84.
87. Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. Новый акустооптический эффект - Брэгговская дифракция без перемодуляции. // Журнал технической физики. – Санкт-Петербург, 2009. – Т. 79. – Вып. 6. - С. 119-1122.
88. Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. Дифракция импульсного лазерного излучения на акустической волне с частотной и фазовой манипуляцией. // Журнал технической физики. – Санкт-Петербург, 2009. – Т. 79. – Вып. 11. – С. 65-71.
89. Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. Влияние пространственной структуры звукового поля на Брэгговскую акустооптическую дифракцию в условиях сильной акустической

анизотропии. // Журнал технической физики. – Санкт-Петербург, 2010. – Т. 80. – Вып. 3. – С. 97-106.

90. Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. Брэгговская акустооптическая дифракция без перемодуляции при фазированном преобразователе. // Журнал технической физики. – Санкт-Петербург, 2010. –Т. 80. – Вып. 9. – С. 104-109.

91. Akhmedzhanov F.R., Saidvaliev U.A. Surfaces of attenuation of acoustic waves in cubic crystals. // Acta Crystallographica. Section A: Foundations of crystallography 66(a1). – 2010. – Vol 66. – pp118-118.

92. Akhmedzhanov F.R., Saidvaliev U.A., Kurbanov J.O. Anisotropy of attenuation of acoustic waves in photorefractive BSO and BGO crystals. // Узбекский физический журнал. – Ташкент, 2018. – Т. 20. – № 4. – С. 232-235.

93. Ахмеджанов Ф.Р., Саидвалиев У.А. Анизотропия затухания акустических волн в фоторефрактивных кристаллах BSO и BGO. // Тезисы 7 Международной конференции по Физической электронике *IPEC*-7. – Ташкент, 2018. – с. 111.

94. Ахмеджанов Ф.Р., Саидвалиев У.А., Тухтаев У.У., Назаров Ж.Т. Параметр упругой анизотропии в кристаллах силиката висмута. // Научный вестник СамГУ. – 2019. - № 1. - С. 77-82.

95. Akhmedzhanov F.R, Mirzaev S. Z., Saidvaliev U.A. Parameters of Elastic Anisotropy in Bismuth Silicate Crystals. // Joint Conference of the IEEE ISAF, EMF, ICE, IWPM and PFM, July 14-19, 2019. – Lausanne Switzerland, 2019. – p. 576

96. Akhmedzhanov F., Mirzaev S., Saidvaliev U. Attenuation Mechanisms of High-Frequency Acoustic Waves in Piezoelectric Cubic Crystals // Proceedings of the 23rd International Congress on Acoustics, September 3-9, 2019. – Aachen (Germany), 2019. – p. 8212-8217

97. Akhmedzhanov F.R., Saidvaliev U.A. Acousto-optic investigation of acoustic anisotropy in paratellurite crystals // Journal of the Acoustical Society of America. – USA: Acoustical Society of America, 2015. – Vol.138(3). – pp. 1806-1809.

98. Akhmedzhanov F.R., Mirzaev S.Z. Saidvaliev U.A. Singularities of anisotropy of acoustic attenuation in paratellurite crystals // Proceedings of Meetings on Acoustics. – USA: Acoustical Society of America, 2018. – Vol. 34. – id. 045045, S14-2. – pp. 1-6.
99. Ахмеджанов Ф.Р., Саидвалиев У.А, Курталиев Э.Н. Анизотропия скорости и затухания акустических волн в кристаллах парателлурита вблизи осей симметрии // Научный вестник СамГУ. – Самарканд: Самаркандский государственный университет, 2018. – № 3. – С. 58-62.
100. Akhmedzhanov F.R., Saidvaliev U.A. Analysis of attenuation of high-frequency acoustic waves in piezoelectric crystals // Proceedings of 20th International Congress on Acoustics, 23-27 August 2010. – Sydney (Australia), 2010. – p. 414.
101. Akhmedzhanov F.R. Saidvaliev U.A. Influence of dielectric losses on attenuation of acoustic waves in piezoelectric crystals. // 21st International Symposium on the Applications of Ferroelectrics & 11th European Conference on Applications of Polar Dielectrics, 9-13 July 2012. –Aveiro (Portugal), 2012**.** – p. 117.
102. Akhmedzhanov F.R. Saidvaliev U.A. Attenuation of High-frequency Acoustic Waves in Paratellurite Crystals // Joint IEEE International Symposium on the Applications of Ferroelectrics, European Conference on Application of Polar Dielectrics, and Piezoelectric Force Microscopy Workshop, August 21-25, 2016. – Darmstadt (Germany), 2016. – p. 14.
103. Akhmedzhanov F.R. Saidvaliev U.A. Attenuation Anisotropy in Paratellurite Crystals // Актуальные проблемы молекулярной спектроскопии конденсированных сред: V Международная конференция, 22-24 сентября 2016**. –** Самарканд, 2016. – С. 128.
104. Akhmedzhanov F.R., Mirzaev S.Z., Saidvaliev U.A. Singularities of anisotropy of acoustic attenuation in paratellurite crystals // 21st International Symposium on Nonlinear Acoustics, July 9-13, 2018. – Santa Fe (New Mexico), 2018. – S14-2. – p. 67.

105. Ахмеджанов Ф.Р., Саидвалиев У.А. К расчету скорости акустических волн в кристаллах парателлурита вблизи осей симметрии // «Современные проблемы физики»: Материалы VI Международной конференции, 28-30 июня 2018. – Душанбе, 2018. – С 251-254.
106. Richard McElreath. Statistical Rethinking, 2nd Edition. Chapman and Hall/CRC. – March 2020. – 594p.
107. Ramin S. Esfandiari. Numerical Methods for Engineers and Scientists Using MATLAB®, 2nd Edition. – CRC Press. – 2017. – 471p.
108. C. Henry Edwards, David E. Penney, David T. Calvis, David Calvis. Differential Equations and Linear Algebra, 4th Edition. – Pearson. – 2017. – 768p.
109. Marc S. Paolella. Linear Models and Time-Series Analysis. – Wiley. – 2018. – 896p.
110. Selçuk S. Bayin. Mathematical Methods in Science and Engineering, 2nd Edition. – Wiley. – 2018. 864p.

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, ЕДИНИЦ, СИМВОЛОВ И ТЕРМИНОВ

q – волновой вектор акустической волны	$м^{-1}$
λ – длина волны звука	м
ω - круговая частота акустической волны	$с^{-1}$
V – скорость распространения акустической волны	м/с
T – температура	K
ρ – плотность	$кг/м^3$
k – постоянная Больцмана	Дж/К
c_{ijkl} – компоненты тензора упругости	$Н/м^2$
$c_{эфф}$ – эффективная упругая константа	$Н/м^2$
σ_{ij} – компоненты тензора механического напряжения	$Н/м^2$
u_{kl} – компоненты тензора деформаций	
κ - волновая нормаль или единичный волновой вектор	
η - вектор поляризации или единичный вектор смещения частиц	
α - коэффициент затухания акустической волны	дБ/мкс
ε_{ik} – компоненты тензора диэлектрической проницаемости	
e_{ijk} – компоненты тензора пьезоэлектрических модулей	$Кл/м^2$
δ_{ik} – единичный тензор Кронекера;	
Γ_{ik} – компоненты тензора Кристоффеля-Грина	$Н/м^2$
γ_{ik} – компоненты тензора Грюнайзена	
Δc – параметр упругой анизотропии	$Н/м^2$
A – фактор акустической анизотропии	
λ- коэффициент теплопроводности	Вт/м К